

УДК 681.3.07

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ ПРИ ВЫБОРЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Абуфанас А.С.

*Белорусский национальный технический университет
abfanac1174@gmail.com*

Используется метод анализа иерархий двух уровней при трех различных альтернативах решений при выборе одного объекта из нескольких, имеющих в наличии, по критериям эффективности их применения на основе экспертной оценки. Для каждого уровня иерархии получены матрицы парных сравнений, проведена их нормировка и вычислены значения комбинированных весов критериев, на основе которых принимаются решения о выборе.

UDC 681.3.07

It uses the method of analysis of hierarchies two levels at three different alternatives when selecting one object from several available, according to the criteria of efficiency of their application based on peer review. For each level of the hierarchy obtained matrix of paired comparisons, carried out their normalization and calculated values of the combined weights of the criteria on which decisions about choosing.

При принятии решения о приобретении той или иной технической системы (ТС) гражданского или военного назначения приходится учитывать много факторов и критериев, важнейшим из которых является эффективность применения ТС по основному предназначению. Эффективность ТС может быть оценена экспериментально или теоретически путём математического моделирования [1, 2].

В зависимости от постановки задачи следует выбирать различные подходы к построению методики принятия решения при разработке ТС или её закупке, а также – при выборе варианта её применения. Если выбор решения зависит от многих факторов и критериев и альтернативные решения, как правило, связаны между собой детерминированными линейными функциями, то целесообразно применить подход, известный как метод анализа иерархий [4, 5, 6]. Этот метод особенно удобен при принятии решений о приобретении ТС в случае, когда приходится принимать решения на основе многих критериев, имеющих различный физический смысл. Кроме априорно известной эффективности ТС при принятии решения необходимо учитывать также такие критерии как стоимость ТС при закупке, затраты на эксплуатацию ТС и некоторые другие факторы, которые могут быть непосредственно учтены в аналитической модели.

Рассмотрим пример выбора одного из трех вариантов ТС при учете различных критериев. В качестве критериев первого уровня выберем мнения двух независимых экспертов. В качестве критериев второго уровня выберем априорно рассчитанные или полученные экспериментально значения эффективности применения ТС при решении основной задачи и эффективность применения ТС при решении вспомогательных задач (универсальность ТС).

Структура задачи принятия решения о закупке ТС может быть представлена в виде иерархической схемы (рисунок 1), на которой в качестве примера представлен вариант, при котором рассматривается для приобретения один из трех возможных ТС. На рисунке обозначены весовые коэффициенты каждого критерия (p , q , p_1 , q_1 , p_{11} , q_{11} и т.д.).

Значения весовых коэффициентов удобно вычислять по методике, изложенной в [5], в соответствии с которой для оценки альтернативных решений для n критериев на заданном уровне иерархии создается матрица парных сравнений A с элементами a_{ij} размерности $n \times n$, которая отражает суждения лица, принимающего решение относительно важности разных

критериев. Парное сравнение выполняется таким образом, что критерий в i -й строке ($i = \overline{1, n}$) оценивается относительно каждого из критериев, представленных n столбцами.

В соответствии с методом анализа иерархий для описания упомянутых оценок используются целые числа от 1 до 9. При этом $a_{ij}=1$ означает, что i -й и j -й критерии одинаково важны, $a_{ij}=5$ означает, что i -й критерий «значительно важнее», чем j -й, а $a_{ij}=9$ означает, что i -й критерий «чрезвычайно важнее» j -го. Другие промежуточные значения парных сравнений a_{ij} между 1 и 9 интерпретируются аналогично. Элементы a_{ji} матрицы A принимают значения обратные элементам a_{ij} . Если $a_{ij}=K$, то $a_{ji}=1/K$. Диагональные элементы матрицы A $a_{ii}=1$, так как они определяют оценку критерия относительно самого себя.

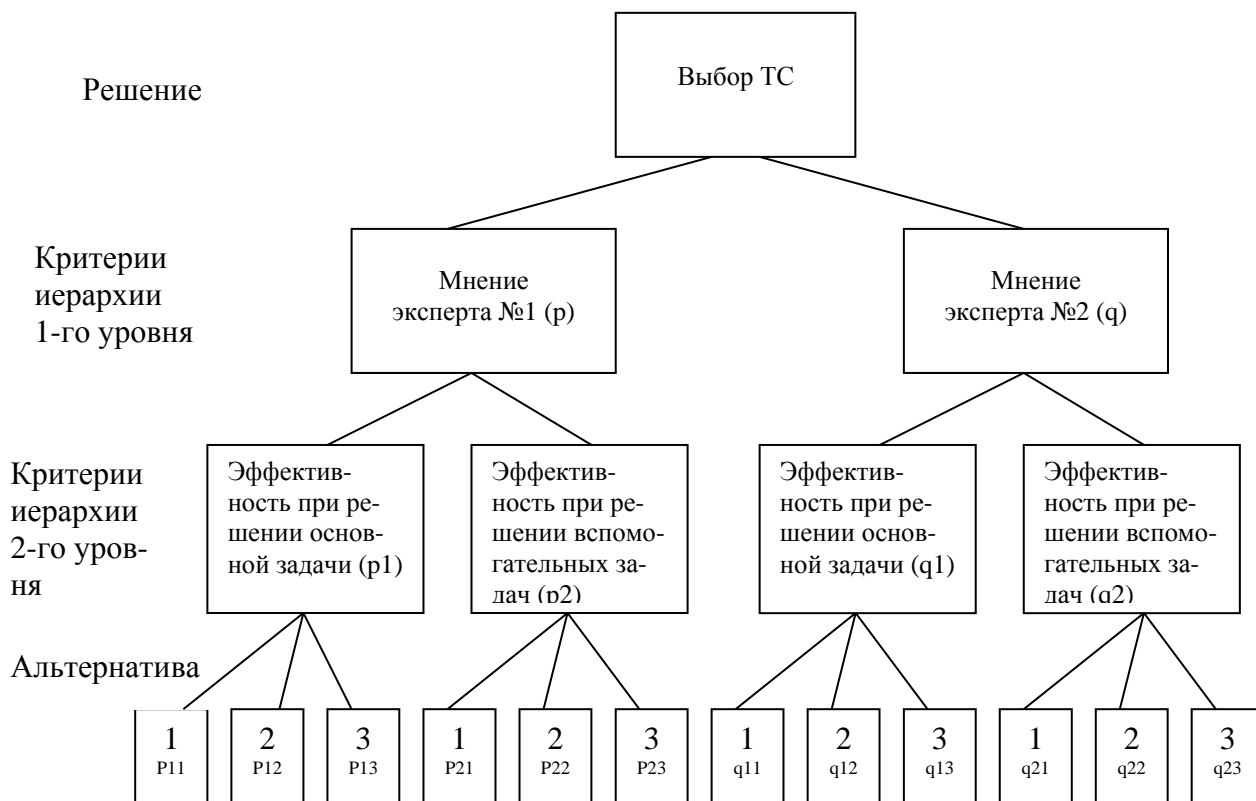


Рисунок 1 - Иерархическая схема

В приведенном примере (рисунок 1) определим матрицу A . Вначале рассмотрим первый иерархический уровень, на котором учитываются мнения экспертов. Пусть мнения обоих экспертов равноценны. Тогда, исходя из условия нормировки, учитывающего, что сумма весовых коэффициентов каждого уровня иерархии равна единице, следует, что $p=0.5$ и $q=0.5$.

На втором уровне иерархии в качестве критериев рассматриваются эффективности ТС при решении основной задачи и при решении вспомогательных задач. Обозначим критерии основной и вспомогательный через КО и КВ. Рассмотрим пример, когда по мнению обоих экспертов эффективность ТС при решении основной задачи значительно важнее эффективности при решении вспомогательных задач в соотношении семь к одному. Следовательно, элемент матрицы A $a_{01} = a_{12} = 7$, $a_{10} = a_{21} = 1/7$. Матрица сравнения в этом случае имеет вид

$$A = \begin{matrix} \hat{E}\hat{I} & \hat{E}\hat{A} \\ \hat{E}\hat{I} & \hat{E}\hat{A} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 1/7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Относительные веса критериев КО и КВ определяются путем деления элементов каждого столбца на сумму элементов этого же столбца. Для нормализации матрицы A необходимо делить элементы первого столбца на величину $1+1/7= 0.143$, а элементы второго столбца на величину $1+7=8$. В результате получим нормированную матрицу

$$NA = \begin{matrix} \hat{E}\hat{I} & \hat{E}\hat{A} \\ \hat{E}\hat{I} & \hat{E}\hat{A} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.875 & 0.875 \\ 0.125 & 0.125 \end{bmatrix}.$$

Искомые значения весовых коэффициентов вычисляются в виде средних значений элементов соответствующих строк нормализованной матрицы NA . Для данного примера они равны следующим значениям: $p1=q1=0.875$, $p2=q2=0.125$.

Пусть относительные веса альтернативных решений p_{ij} , q_{ij} ($i, j = \overline{1,3}$), соответствующих рассматриваемым ТС, вычисляются в пределах каждого критерия КО и КС первым экспертом с использованием следующих матриц сравнения

$$A1_{E\hat{I}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 1 & 1/3 & 1/6 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 3 & 1 & 3/6 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 6 & 6/3 & 1 \end{matrix}, A1_{E\hat{A}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 1 & 3 & 4 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 1/3 & 1 & 4/3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 1/4 & 3/4 & 1 \end{matrix}.$$

Элементы матриц $A_{КО}$ и $A_{КВ}$ определены на основе суждений первого эксперта об относительной важности каждого из трёх ТС в соответствии с заданными критериями КО и КВ. Проведя нормировку матриц $A_{КО}$ и $A_{КВ}$ путём деления каждого элемента на суммы элементов соответствующих столбцов (10, 3.333, 1.667) и (1.583, 4.750, 6.333), получим нормированные матрицы сравнения.

$$NA1_{E\hat{I}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{matrix}, NA1_{E\hat{A}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 0.632 & 0.632 & 0.632 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 0.210 & 0.210 & 0.210 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 0.158 & 0.158 & 0.158 \end{matrix}.$$

Рассмотрим построение матриц альтернативных решений на основе мнения второго эксперта относительно сравнительной оценки вариантов ТС1, ТС2, ТС3. В соответствии с КО и КВ его оценки альтернатив выразились следующими матрицами

$$A2_{E\hat{I}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 1 & 1/4 & 1/3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 4 & 1 & 4/3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 3 & 3/4 & 1 \end{matrix}, A2_{E\hat{A}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 1 & 6 & 3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 1/6 & 1 & 3/6 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 1/3 & 6/3 & 1 \end{matrix}.$$

Нормированные матрицы в этом случае имеют вид

$$NA2_{E\hat{I}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 0.375 & 0.375 & 0.375 \end{matrix}, NA2_{E\hat{A}} = \begin{matrix} \hat{\alpha}\tilde{N}1 & \hat{\alpha}\tilde{N}2 & \hat{\alpha}\tilde{N}3 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}1 & 0.667 & 0.667 & 0.667 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}2 & 0.111 & 0.111 & 0.111 \\ \hat{\alpha}\tilde{N}3 & 0.222 & 0.222 & 0.222 \end{matrix}.$$

Вычислив средние значения элементов строк матриц $NA1_{КО}$, $NA1_{КВ}$, $NA2_{КО}$, $NA2_{КВ}$ получим искомые значения весовых коэффициентов альтернативных решений: $p11=0.1$, $p12=0.3$, $p13=0.6$, $p21=0.632$, $p22=0.210$, $p23=0.158$, $q11=0.125$, $q12=0.5$, $q13=0.375$, $q21=0.667$, $q22=0.111$, $q23=0.222$.

Выбор типа ТС определяется максимальным комбинированным весом критериев каждого ТС, которые для данного примера вычисляются по формулам

$$\hat{\alpha}\tilde{N}1 = p \times (p1 \times p11 + p2 \times p21) + q \times (q1 \times q11 + q2 \times q21), \quad (1)$$

$$\hat{\alpha}\tilde{N}2 = p \times (p1 \times p12 + p2 \times p22) + q \times (q1 \times q12 + q2 \times q22), \quad (2)$$

$$\hat{\alpha}\tilde{N}3 = p \times (p1 \times p13 + p2 \times p23) + q \times (q1 \times q13 + q2 \times q23). \quad (3)$$

Если считать авторитет мнения первого и второго экспертов одинаковым, то в этом случае $p=0.5$ и $q=0.5$ и следовательно в соответствии с формулами (1)-(3) $ТС1=0.167$, $ТС2=0.288$, $ТС3=0.545$. На основе этих вычислений $ТС3$ получает наивысший комбинированный вес и, следовательно, является наиболее оптимальным выбором. Выбор варианта

ТСЗ является в этом случае очевидным. Если авторитет второго эксперта принимается более высоким, например как семь к трем, то $p=0.3$ и $q=0.7$. В этом случае в соответствии с формулами (1)-(3) $ТС1=0.185$, $ТС2=0.403$, $ТС3=0.413$. Явного преимущества вариант ТС1 уже не имеет и для принятия окончательного решения следует учитывать дополнительные критерии, в качестве которых может рассматриваться стоимость закупки ТС или затраты на ее эксплуатацию.

Литература.

1. Антонов, А.В. Системный анализ. Учеб. для вузов / А.В. Антонов. – М.: Высш. шк., 2006. – 454 с.
2. Вентцель, Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Дрофа, 2006. – 206 с.
3. Вишняков, Я.Д. Общая теория рисков / Я.В. Вишняков, Н.Н. Радаев. – М.: Издательский дом «Академия», 2007. – 368 с.
4. Саати, Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т.Л. Саати. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
5. Таха, Х.А. Введение в исследование операций / Х.А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
6. Митихин, В.Г. Об одном контрпримере для метода анализа иерархий / В.Г. Митихин // Проблемы управления. — 2012. — № 3. — С. 77-79.

Регистрационная карточка

участника

III Международной научно-технической
интернет-конференции

«Информационные технологии в образовании, науке и производстве»
Минск, 20–21.11.2015

Тема доклада: Применение метода анализа иерархий при выборе технической системы
Наименование секции: Информационные технологии в производстве и научных исследованиях

Фамилия, Имя, Отчество: Абуфанас Альседык Салем

Ученая степень, звание: нет

Организация: БНТУ

Почтовый адрес, телефон, e-mail: 220113, г. Минск, ул. Логойский тракт-10, кв.102,
тел. 029-333-30-77, abfanac1174@gmail.com

3.11.2015

Дата