



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Кораблестроение и гидравлика»

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

*Методические указания
по выполнению курсовой работы*

Минск
БНТУ
2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Кораблестроение и гидравлика»

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Методические указания
по выполнению курсовой работы
для студентов-заочников специальностей
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция
и охрана воздушного бассейна»
и 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение
и охрана водных ресурсов»

Минск
БНТУ
2015

УДК 532.5+533.6] (075.8)

ББК 22.253я7

М55

Составители:

А. Н. Кондратович, И. М. Шаталов, М. М. Михновец

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры «Автоматические системы безопасности» ГУО «Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь» *И. В. Карпенчук*
д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Гидротехническое и энергетическое строительство» *В. В. Ивашечкин*

Методические указания по механике жидкости и газа составлены по одноименной дисциплине и рассчитаны на студентов заочного обучения специальностей 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна» и 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов». В основу предлагаемого издания положены материалы методических указаний «Гидравлика, гидрология, гидрометрия» (автор Н.М. Константинов. М. Высшая школа, 1986), сборников задач по гидравлике под редакцией Р.Р. Чугаева, В.А. Большакова, А.Д. Альтшуля, А.И. Богомолова, П.Г. Киселева, Н.М. Константинова, Б.Б. Некрасова и др.

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания содержат контрольные задания для выполнения курсовой работы по дисциплине «Механика жидкости и газа» и примеры расчета короткого и длинного трубопроводов. Номера вариантов заданий выдаются по усмотрению преподавателя и охватывают разделы «Гидродинамика» и, частично, «Гидростатика» рассматриваемого курса.

Курсовая работа выполняется в соответствии с требованиями ЕСКД на стандартных листах писчей бумаги формата А4 (210 × 297) с текстом на одной стороне, имеющей поля для замечаний преподавателя.

Работа должна иметь титульный лист установленного образца. Текст и расчетную часть следует писать чернилами, схемы и чертежи выполнять карандашом на миллиметровой бумаге или ватмане формата А0. Допускается компьютерный вариант оформления. Условия каждой задачи и исходные данные записываются по данному варианту без сокращения, затем следует ее подробное решение. Буквенные обозначения, входящие в расчетные формулы, должны быть пояснены один раз. Числовые значения подставляются в формулу в последовательности ее написания. Аналитические и эмпирические формулы, различные справочные величины, применяемые в расчетах, должны сопровождаться ссылками (однократно) на литературные источники, из которых они взяты.

Расчеты необходимо выполнить в Международной системе единиц измерений. При подстановке величин в формулы нужно следить за соблюдением размерностей. Единицы измерения употребляемых и получаемых в расчетах физических величин должны быть обязательно указаны.

В конце пояснительной записки приводится список использованной литературы.

При приеме задания преподаватель проверяет не только правильность выполнения расчетов, но и качество знаний студента по проработанным темам. При оформлении задания выполнение требований ГОСТ обязательно.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ. ГИДРОСТАТИКА. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ. ТРУБОПРОВОДЫ

Краткие теоретические сведения. Физические свойства жидкости

Жидкость является промежуточной фазой между твердым телом и газом. В первую очередь необходимо выделить те разделы, которые являются основой закономерностей и процессов механики жидкости и газа.

Аналогично твердым телам жидкость практически несжимаема. Ее объем практически не меняется под действием внешних сил и колебаний температуры.

Свойства жидкости обуславливаются коэффициентами объемного сжатия β_p и температурного расширения β_t . Свойства жидкости лежат в основе вывода одного из основных уравнений гидравлики – уравнения неразрывности.

Жидкости присущи такие свойства, как текучесть и вязкость. Жидкость имеет постоянное значение удельного веса и плотности.

Касательные напряжения τ зависят от прочности молекулярных связей: динамической вязкости μ и числа нарушенных связей – градиента изменения скорости течения u по нормали n к нему $\partial u / \partial n$:

$$\tau = \pm \mu \frac{\partial u}{\partial n} .$$

Существуют и другие физические свойства жидкости, с которыми можно познакомиться в рекомендуемых курсах гидравлики [1, 4].

Гидравлическое давление и его свойства

Для жидкости характерно наличие двух состояний: покой (статика) и движение (динамика). В условиях равновесия существует только гидростатическое давление – напряжение сжатия в точке покоящейся жидкости. Давление характеризуется двумя основными свойствами:

1) вектор давления (и силы давления) действует только по внутренней нормали к смоченной поверхности;

2) давление в данной точке жидкости по всем направлениям одинаково.

Следует разобраться в трех системах отсчета давления, широко используемых в большинстве разделов гидравлики. Абсолютное давление – давление, отсчитываемое от абсолютного нуля. Избыточное (манометрическое) давление – давление сверх атмосферного. Вакуумметрическое давление – недостаток давления до атмосферного. В выводах и практических расчетах часто приходится переводить давление из одной системы в другую. Нечеткое понимание взаимосвязи систем давления осложняет освоение последующего материала.

Наиболее часто употребляемая единица давления – паскаль – соответствует напряжению сжатия 1 Н/м^2 .

Уравнения равновесия жидкости

Существует понятие относительного и абсолютного покоя жидкости. Если жидкость помещена в сосуд и находится в покое относительно этого сосуда, а данный сосуд находится в покое относительно земли, то покой жидкости – абсолютный. В случае когда соблюдается первая часть условия, но сосуд, содержащий жидкость, перемещается относительно земли, – покой жидкости относительный.

Относительный покой жидкости описывается дифференциальным уравнением равновесия жидкости (уравнение Эйлера). Данные уравнения записаны применительно к единице массы жидкости, поэтому входящие в них массовые силы – единичные, действующие на единицу массы. Для каждого конкретного случая достаточно подставить в уравнение Эйлера закон распределения в жидкости массовых сил и произвести интегрирование. В случае действия на жидкость одной лишь массовой силы – силы тяжести – уравнение Эйлера дает основное уравнение гидростатики. Это центральное уравнение широко используется в последующих выводах и расчетах не только раздела гидростатики, но и динамики.

Давление в любой точке жидкости зависит только от глубины погружения этой точки и давления на свободной поверхности жидкости. Основное уравнение гидростатики описывает и энергетическое состояние жидкости в условиях покоя, например пьезометри-

ческий напор – удельная потенциальная энергия жидкости – постоянен для всех точек данного объема покоящейся жидкости относительно рассматриваемой плоскости сравнения.

Давление жидкости на плоские и криволинейные цилиндрические поверхности. Плавание и остойчивость тел

Для покоящейся жидкости её напряженное состояние и взаимодействие с омываемыми ею телами определяется основным уравнением гидростатики. Графически оно изображается эпюрой давления. Ординаты эпюр определяются по основному уравнению гидростатики, а направление их, согласно свойству давления, нормально к смоченной поверхности. Следовательно, ординаты эпюр давления жидкости на плоские поверхности параллельны.

Площадь (объем) эпюры дает силу давления жидкости на плоскую поверхность, а центр тяжести эпюры – точка приложения этой силы. Сила давления жидкости на плоскую поверхность равна давлению в центре тяжести смоченной поверхности, умноженному на всю смоченную площадь. Ординаты эпюр давления жидкости на криволинейные поверхности непараллельны. Такие эпюры трудно использовать в расчетах, поэтому прибегают к искусственному приему: эпюры давления строят отдельно по двум взаимно перпендикулярным направлениям – горизонтального и вертикального давления. При этом следует помнить, что давление в каждой точке жидкости по всем направлениям одинаково.

В принципе, эпюры горизонтального и вертикального давлений используют так же, как и на плоскую поверхность. Горизонтальная составляющая силы давления определяется по формуле, аналогичной формуле силы давления на плоскую поверхность. Для определения вертикальной составляющей силы давления нужно обязательно строить эпюру вертикального давления или объем тела давления. Эпюра вертикального давления и тело давления отличаются только вертикальным масштабом. Вертикальная составляющая силы давления равна объему тела давления, умноженному на удельный вес.

Условие плавания тел определяется силой тяжести G плавающего тела и выталкивающей архимедовой силой P . Если $P > G$ – тело всплывает, если $P < G$ – тонет, если $P = G$ – безразличное равновесие на произвольной глубине.

Остойчивость плавающего тела зависит от взаимного расположения точек приложения и линий действия этих сил. При нестойчивом положении образуется момент сил, вращающий тело в сторону крена, при остойчивом – в обратную крену сторону.

Выводы и формулы этого раздела базируются на основном уравнении гидростатики.

Методы изучения движения жидкости

Существуют два метода изучения движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера. Первый предполагает непрерывную фиксацию характеристик движущихся частиц во времени и пространстве, т. е. вдоль траектории. Второй предполагает периодическую фиксацию характеристик движущейся жидкости в отдельных точках, т. е. в отдельные мгновения дает поле этих характеристик.

В подавляющем большинстве случаев используется метод Эйлера. Центральные положения этого метода лежат в основе многих последующих разделов, поэтому им следует уделить большое внимание. Центральное из них – понятие линии тока, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости направлен по касательной. Изучению сложного явления движения жидкости способствует введение ее упрощенной модели – невязкой жидкости. На это же направлено и деление различных видов движения по характерным признакам: движение установившееся и неустановившееся, равномерное и неравномерное, ламинарное и турбулентное, плавно изменяющееся и резко изменяющееся, напорное и безнапорное. Следует четко представлять определяющие признаки различных видов движения жидкости.

Поток и его элементы. Уравнение неразрывности.

Поток жидкости – это совокупность отдельных элементарных струек. Уравнение его расхода или уравнение неразрывности – одно из центральных уравнений гидравлики. Это уравнение вытекает из условия несжимаемости жидкости и отсутствия пустот в потоке при его прохождении через проводящее русло. Данное уравнение показывает, что Q (расход вдоль потока) есть величина постоянная, т. е.

$$Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = v_n \omega_n = \text{const.}$$

Уравнение неразрывности и его составляющие – расход, средняя скорость и площадь живого сечения – используются во всех последующих разделах гидравлики.

Уравнение Д. Бернулли

Уравнение Бернулли – это основное уравнение гидродинамики. Оно подтверждает закон сохранения энергии движущейся жидкости и совместно с уравнением неразрывности является основным и широко используется в последующих выводах и решении задач. Для удобства использования уравнение Бернулли записано применительно к единице веса жидкости, поэтому все виды энергии в этом уравнении удельные и имеют размерность длины.

Уравнение Бернулли дает возможность определять изменения отдельных видов энергии вдоль потока, а по ним – основные характеристики состояния движущейся жидкости – скорость и давление. Это уравнение может быть составлено для характеристик как идеальной, так и реальной жидкостей. В реальных жидкостях движение сопровождается потерями механической энергии. Часть ее переходит в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения между частицами жидкости и стенками проводящего русла.

Режимы движения жидкости. Гидравлические сопротивления

Изучением режимов движения жидкости занимался Рейнольдс. Им было установлено, что существуют два основных режима движения жидкости – турбулентный и ламинарный. Между этими двумя режимами лежит зона переходного режима движения. Основным критерием оценки режима движения является число Рейнольдса Re . При ламинарном режиме силы трения определяются по закону вязкостного трения Ньютона. При турбулентном потоке силы трения возникают между потоком и проводящим руслом. Необходимо усвоить, что потери напора в системах зависят не только от сил трения h_c , но и от местных сопротивлений h_m .

Общие потери напора $h_{\text{общ}}$ (гидравлическое сопротивление) складываются так:

$$h_{\text{общ}} = h_c + h_m.$$

Трубопроводы

Трубопроводами называются напорные трубы, в которых местные потери энергии малы по сравнению с потерями на трение по длине труб. Основными зависимостями для расчета трубопроводов служат уравнение Бернулли, уравнение неразрывности, формула Шези и получаемое на их базе уравнение простого трубопровода.

В данном разделе следует ознакомиться с основными понятиями о гидравлическом ударе, возникающем под действием сил инерции при изменении скорости движения жидкости в трубопроводах.

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Расчет короткого трубопровода

Определить расход воды, проходящей по трубе переменного сечения (рис. 2.1), и давление в сечении $X-X$, если известно давление на поверхности воды в резервуаре: $p_1 = p_{\text{изб}} = 0,20$ МПа; $p_2 = p_a$. Геометрические характеристики: $H_1 = 7$ м, $d_1 = 5$ м, $d_2 = 75$ мм = $0,075$ м, $l_2 = 100$ м, $l_3 = 50$ м, $l_4 = 20$ м, $Z = 2$ м, $\alpha = 20^\circ$. Эквивалентная шероховатость трубопровода $\Delta_s = 0,8$ мм. Построить пьезометрическую линию и линию энергии (напорную).

Расчеты будем вести методом последовательного приближения, так как из-за отсутствия расхода неизвестны скорости, а следовательно, режим движения и зоны сопротивления.

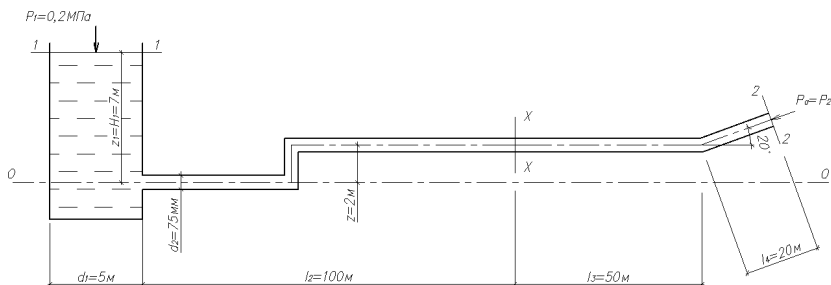


Рис. 2.1. Схема короткого трубопровода

Решение

А. Определение расхода Q воды, проходящей по трубе

Расход можно определить по уравнению неразрывности

$$Q = v\omega. \quad (2.1)$$

Согласно этому уравнению следует найти площадь одного из живых сечений заданной системы и скорость жидкости в этом сечении. Скорость можно найти по уравнению Бернулли [2, формула (3-101)].

Для этого назначим горизонтальную (нормально к вектору силы тяжести) плоскость сравнения $\theta-\theta$, проходящую по оси нижней части трубы. Далее для уравнения Бернулли выбираем два живых сечения: сечение по свободной поверхности воды в резервуаре ($1-1$) и выходное сечение трубы ($2-2$), см. рис. 2.1.

Запишем уравнение Бернулли для сечений $1-1$ и $2-2$, где больше всего известных характеристик:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f.$$

Определим отдельные члены уравнения Бернулли для выбранных сечений.

Геометрические высоты сечений $1-1$ и $2-2$

$$z_1 = H_1 = 7 \text{ м};$$

$$z_2 = H_2 + z = l_4 \sin \alpha + z = 20 \sin 20^\circ + 2 = 8,84 \text{ м}.$$

В решении используем систему отсчета давления относительно атмосферного. Так как выходное сечение всей установки находится под атмосферным давлением, избыточное давление на выходе (в сечении 2–2) $p_{2\text{изб}} = 0$. Избыточное давление в сечении 1–1 дано по условию задачи: $p_{1\text{изб}} = 0,2 \text{ МПа} = 20,4 \text{ мвод. ст.}$

Скоростным напором $\frac{\alpha v_1^2}{2g}$ в сечении 1–1 можно пренебречь в

связи с тем, что скорость движения воды в резервуаре значительно меньше скорости в трубе, на что указывает уравнение неразрывности при заданных диаметрах $d_1 = 5000 \text{ мм} \gg d_2 = 75 \text{ мм}$, тогда

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f; \quad (2.2)$$

$$z_1 - z_2 = \frac{\alpha v_2^2}{2g} - \frac{p_1}{\gamma} + h_f.$$

Здесь коэффициент Кориолиса $\alpha = 1$.

Потери энергии h_f в данном случае состоят из суммы потерь энергии по длине $\sum h_l$ и суммы местных потерь $\sum h_j$ [2, формула (4-1)]:

$$h_f = \sum h_l + \sum h_j.$$

Определим **потери энергии на трение** по длине трубопровода по формуле Вейсбаха–Дарси [2, формула (4-70)]:

$$\sum h_l = h_L = \xi_L \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{L}{d_2} \frac{v^2}{2g},$$

где

$$L = l_2 + z + l_3 + l_4 = 172 \text{ м} -$$

длина всего трубопровода диаметром d_2 , м.

Скоростной напор выразим через расход и площадь живого сечения по уравнению неразрывности (2.1):

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d_2^2} = 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4}.$$

Для определения коэффициента гидравлического трения λ при заданной эквивалентной шероховатости труб Δ_3 зададимся турбулентным режимом движения и зоной квадратического сопротивления, для которой λ не зависит от числа Re. Подставляя значения в формулу Шифринсона определим коэффициент гидравлического трения [3, формула (3.10)]:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_3}{d_2} \right)^{0,25},$$

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{0,8}{75} \right)^{0,25} = 0,0354.$$

Тогда

$$\sum h_l = 0,0354 \cdot \frac{172}{0,075} \cdot 0,0827 \cdot \frac{Q^2}{d_2^4} = 81,184 \cdot 0,0827 \cdot \frac{Q^2}{d_2^4}.$$

Местные потери напора

$$\sum h_j = h_{\text{вх}} + 2h_{\text{пов.90}^\circ} + h_{\text{пов.20}^\circ}.$$

Каждую потерю определим по зависимости Вейсбаха [2, формула (5-8)]:

$$h_j = \xi_j \frac{v^2}{2g} = \xi_j \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d^4}.$$

1. Потеря напора на входе в трубу диаметром d_2

$$h_{\text{вх}} = \xi_{\text{вх}} \frac{v^2}{2g} = \xi_{\text{вх}} \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4},$$

где $\xi_{\text{вх}}$ – коэффициент сопротивления на вход при острых кромках входа: $\xi_{\text{вх}} = 0,5$ [2, формула (4-153)].

Тогда

$$h_{\text{вх}} = 0,5 \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4}, \text{ м.}$$

2. Потеря напора при резком повороте на угол 90°

$$h_{\text{пов.}90^\circ} = \xi_{\text{пов.}90^\circ} \frac{v^2}{2g} = \xi_{\text{пов.}90^\circ} \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4},$$

где $\xi_{\text{пов.}90^\circ}$ – коэффициент сопротивления резкого поворота на угол 90° [2, формула (4-156)].

$$\xi_{\text{пов.}90^\circ} = AB = 1,2 \cdot 0,99 = 1,188,$$

$$A = 1,2 \text{ [2, табл. 4-6], } B = 0,99 \text{ [2, табл. 4-7].}$$

$$\text{Тогда } h_{\text{пов.}90^\circ} = 1,188 \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4}, \text{ м.}$$

3. Потеря напора при резком повороте на угол 20°

$$h_{\text{пов.}20^\circ} = \xi_{\text{пов.}20^\circ} \frac{v^2}{2g} = \xi_{\text{пов.}20^\circ} \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4},$$

где $\xi_{\text{пов.}20^\circ}$ – коэффициент сопротивления резкого поворота на угол 20° [2, формула (4-156)].

$$\xi_{\text{пов.}20^\circ} = AB = 2,50 \cdot 0,05 = 0,125.$$

$$A = 2,22 \text{ [2, табл. 4-6]}, \quad B = 0,07 \text{ [2, табл. 4-7]}.$$

$$\text{Тогда } h_{\text{пов.}20^\circ} = 0,125 \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4}, \text{ м.}$$

4. Окончательно потери энергии

$$\begin{aligned} h_f &= \sum h_l + \sum h_j = 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} (81,184 + 0,5 + 2 \cdot 1,188 + 0,125) = \\ &= 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} \cdot 84,185, \text{ м.} \end{aligned}$$

Полученные результаты подставим в уравнение Бернулли (2.2) для данного случая и определим расход:

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{\alpha v^2}{2g} + h_f,$$

$$7 - 8,84 + 20,4 = 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} + 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} \cdot 84,185;$$

$$18,56 = Q^2 \frac{0,0827}{0,075^4} \cdot (1 + 84,185) = Q^2 \cdot 222650,453,$$

$$Q^2 = \frac{18,56}{222650,453} = 0,00008336;$$

$$Q = \sqrt{0,00008336} = 0,00913 \text{ м}^3 / \text{с} = 9,13 \text{ л/с}.$$

Делаем проверку допущения через число Рейнольдса.

Определим режим движения жидкости на всем участке трубопровода [2, формула (31-32)]:

$$\text{Re} = \frac{v d_2}{\nu},$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости воды: $\nu = 1,006 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ при $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ [2, табл. 4-1].

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,00913}{3,14 \cdot 0,075^2} = 2,07 \text{ м/с};$$

$$\text{Re} = \frac{2,07 \cdot 0,075}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 154324.$$

Определим границы зон гидравлического сопротивления:

$$20 \frac{d}{\Delta} = 20 \cdot \frac{75}{0,8} = 1875; \quad 500 \frac{d}{\Delta} = 500 \cdot \frac{75}{0,8} = 46875.$$

По полученному значению числа Рейнольдса $\left(\text{Re} > 500 \frac{d}{\Delta} \right)$ устанавливаем, что режим движения жидкости турбулентный – квадратичная зона сопротивления (зона гидравлически шероховатых труб) [2, с. 162–167].

Допущение верно.

Проверим найденные потери.

Из уравнения Бернулли следует

$$h_f = z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\gamma} - \frac{\alpha v_2^2}{2g},$$

$$h_f = 7 - 8,84 + 20,4 - 0,0827 \cdot \frac{0,00913^2}{0,075^4} = 18,34 \text{ м.}$$

$$h_f = \sum h_l + \sum h_j = 0,0827 \cdot \frac{Q^2}{d_2^4} \cdot 84,185;$$

$$h_f = 0,0827 \cdot \frac{0,00913^2}{0,075^4} \cdot 84,185 = 18,34 \text{ м.}$$

Потери вычислены правильно.

Б. Определение давления в заданном сечении

Давление p_x в сечении $X-X$ тоже определим с помощью уравнения Бернулли, составив его для сечения $X-X$ и любого поперечного сечения потока с известными характеристиками. Наиболее подходящим из таких сечений является поверхность воды в левом резервуаре. Для сечений $I-I$ и $X-X$ составим уравнение Бернулли [2, формула (3-101)]

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g} + h_f,$$

где $h_f = h_{\text{вх}} + 2h_{\text{пов.90}^\circ} + h_{l_{2z}}$ – потери энергии между выбранными сечениями ($I-I$ и $X-X$).

В данном случае

$$h_{l_{2z}} = \xi_{l_{2z}} \frac{v^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l_2 + z}{d_2} \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 0,0354 \cdot \frac{100 + 2}{0,075} \times$$

$$\times 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 48,144 \cdot 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4}, \text{ м.}$$

Используя полученные выше выражения $h_{вх}$, $h_{пов.90^\circ}$ и h_{lz} , подставляем числовые значения в уравнение определения величины h_f , найдем

$$h_f = 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} \cdot (0,5 + 2 \cdot 1,188 + 48,144) =$$

$$= 0,0827 \cdot \frac{0,00913^2}{0,075^4} \cdot 51,02 = 11,12 \text{ м.}$$

Коэффициент Кориолиса α для живых сечений круглых труб при турбулентном режиме обычно ненамного превышает единицу. Поэтому принимаем $\alpha = 1$.

$$\frac{p_{хизб}}{\gamma} = z_1 - z + \frac{p_1}{\gamma} - \frac{\alpha v^2}{2g} - h_f = 7 - 2 + 20,4 -$$

$$- 0,218 - 11,12 = 14,062 \text{ м.}$$

$$p_{хизб} = 14,062 \cdot 9806,65 = 137901 \text{ Па} \approx 0,138 \text{ МПа.}$$

В. Построение пьезометрической линии и линии полной энергии (напорной)

Для построения пьезометрической линии (линии удельной потенциальной энергии) вычислим скоростные напоры. В нашем случае по всей длине трубопровода скоростной напор [2, формула (3-99)]

$$\frac{v^2}{2g} = 0,0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 0,0827 \cdot \frac{0,00913^2}{0,075^4} = 0,218 \text{ м.}$$

Для построения линии полной энергии (напорной) вычислим потери напора:

1. Потери на вход

$$h_{\text{вх}} = 0,5 \frac{v^2}{2g} = 0,5 \cdot 0,218 = 0,11 \text{ м.}$$

2. Потери при резком повороте на угол 90°

$$h_{\text{пов.}90^\circ} = 1,188 \frac{v^2}{2g} = 0,26 \text{ м.}$$

3. Потери при резком повороте на угол 20°

$$h_{\text{пов.}20^\circ} = 0,125 \frac{v^2}{2g} = 0,027 \text{ м.}$$

4. Потери на трение по длине трубы $l_2 + z$

$$h_{l_2z} = \lambda \frac{l_2 + z}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0354 \cdot \frac{100 + 2}{0,075} \cdot 0,218 = 10,5 \text{ м.}$$

5. Потери на трение по длине трубы l_3

$$h_{l_3} = \lambda \frac{l_3}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0354 \cdot \frac{50}{0,075} \cdot 0,218 = 5,14 \text{ м.}$$

6. Потери на трение по длине трубы l_4

$$h_{l_4} = \lambda \frac{l_4}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0354 \cdot \frac{20}{0,075} \cdot 0,218 = 2,06 \text{ м.}$$

7. Суммарные потери энергии

$$\sum h_f = 0,11 + 0,26 + 0,26 + 0,027 + 10,5 + 5,14 + 2,06 = 18,34 \text{ м.}$$

Чтобы построить линию полной энергии (напорной), запишем уравнение Бернулли для сечения $1-1$ и произвольного сечения $X-X$ относительно произвольной плоскости сечения $O-O$:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g} + \sum h_{f1-x},$$

откуда определим полную энергию в любом сечении:

$$z + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - \sum h_{f1-x}, \quad (2.3)$$

где

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = 7 + 20,4 = 27,4 \text{ м} -$$

гидродинамический напор для первого сечения, в данном случае равный пьезометрическому.

Из полученного уравнения следует, что для построения линии полной энергии нужно из $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = 27,4$ м вычесть сумму потерь $\sum h_{f1-x}$ до рассматриваемого сечения.

В качестве расчетных выберем восемь сечений (рис. 2.2), для которых определим значение полной энергии по уравнению (2.3): сечение $b-b$:

$$z + \frac{p_b}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} = 27,4 - 0,11 = 27,29 \text{ м};$$

сечение $c-c$, $d-d$ и $e-e$:

в связи с отсутствием значения длины участка трубопровода до поворота (между сечениями $a-a$ и $d-d$) линию полной энергии в этих сечениях ($c-c$, $d-d$ и $e-e$) строим методом графоаналитического расчета.

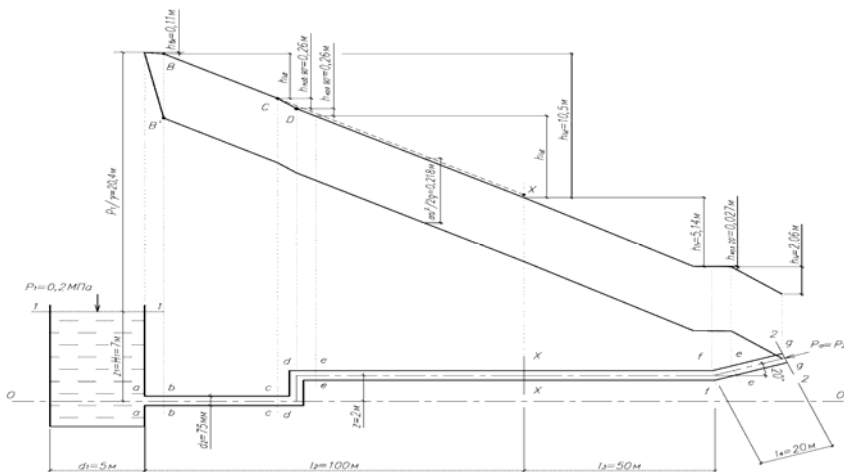


Рис. 2.2. Схема короткого трубопровода с пьезометрической линией и линией полной энергии

Из точки B (в сечении $b-b$) проводим линию (штриховая $B-X$) до значения полной энергии в сечении $X-X$ (см. рис. 2.2):

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{вх} - h_{l_2z} = 27,29 - 10,5 = 16,79 \text{ м.}$$

Далее путем параллельного переноса линии $C-X$ вниз на значение, равное потери напора при повороте:

$$h_{пов.90^\circ} = 0,26 \text{ м,}$$

получаем точку D (в сечении $d-d$). Соединяя эти точки (C и D), строим линию полной энергии на участке между сечениями $c-c$ и $d-d$.

Повторяем то же и на участке между сечениями $d-d$ и $e-e$: сечение $x-x$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{вх} - 2h_{пов.90^\circ} - h_{l_2z} = \\ &= 27,29 - 2 \cdot 0,26 - 10,5 = 16,27 \text{ м;} \end{aligned}$$

сечение $f-f$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_f}{\gamma} + \frac{v_f^2}{2g} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.90}^\circ} - h_{l_{2z}} - h_{l_3} = \\ &= 16,27 - 5,14 = 11,13 \text{ м;} \end{aligned}$$

сечение $e-e$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.90}^\circ} - h_{l_{2z}} - h_{l_3} - h_{\text{пов.20}^\circ} = \\ &= 11,13 - 0,027 = 11,103 \text{ м;} \end{aligned}$$

сечение $g-g$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.90}^\circ} - h_{l_{2z}} - h_{l_3} - h_{\text{пов.20}^\circ} - h_{l_4} = \\ &= 11,103 - 2,06 = 9,043 \text{ м.} \end{aligned}$$

Отложив вычисленные значения, соединяем полученные точки прямыми и получаем линию полной энергии (напорную) для данного трубопровода.

Для построения пьезометрической линии нужно для выбранных сечений вычислить член уравнения $z_x + \frac{p_x}{\gamma}$, т. е.

$$z_x + \frac{p_x}{\gamma} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - \sum h_{f1-x} - \frac{v_x^2}{2g}.$$

Следовательно, чтобы построить пьезометрическую линию, нужно из полученных значений полной энергии вычесть соответствующие скоростные напоры. В данном случае скоростной напор на всех участках трубопровода не изменяется.

Сечение $b-b$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_b}{\gamma} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - \frac{v_b^2}{2g} = 27,29 - 0,218 = \\ &= 27,072 \text{ м (точка } B, \text{ см. рис. 2.2)}. \end{aligned}$$

Сечение $c-c$, $d-d$ и $e-e$:

на участке трубопровода между сечениями $a-a$ и $g-g$ скоростной напор не изменяется, это дает возможность путем параллельного переноса линии $B-E$ в точку B (см. рис. 2.2) построить пьезометрическую линию в этих сечениях.

Сечение $x-x$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_x}{\gamma} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.}90^\circ} - h_{l_2z} - \frac{v_x^2}{2g} = \\ &= 16,27 - 0,218 = 16,052 \text{ м}; \end{aligned}$$

сечение $f-f$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_f}{\gamma} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.}90^\circ} - h_{l_2z} - h_{l_3} - \frac{v_f^2}{2g} = \\ &= 11,13 - 0,218 = 10,912 \text{ м}; \end{aligned}$$

сечение $e-e$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_e}{\gamma} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.}90^\circ} - h_{l_2z} - h_{l_3} - h_{\text{пов.}30^\circ} - \frac{v_e^2}{2g} = \\ &= 11,103 - 0,218 = 10,885 \text{ м}; \end{aligned}$$

сечение $g-g$:

$$\begin{aligned} z + \frac{p_g}{\gamma} &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - h_{\text{вх}} - 2h_{\text{пов.}90^\circ} - h_{l_2z} - h_{l_3} - h_{\text{пов.}30^\circ} - h_{l_4} - \frac{v_g^2}{2g} = \\ &= 9,043 - 0,218 = 8,83 \text{ м}. \end{aligned}$$

Г. Расчет трубопровода на прочность по максимальному гидростатическому давлению в сети

Расчет трубопровода на прочность проводим по формуле [2, формула (2-109)]

$$P_x = pDl,$$

где P_x – сила, стремящаяся разорвать трубу;

p – максимальное давление в трубе.

Разрывающей силе противодействует сила сопротивления материала стенок трубы:

$$P_{\text{сопр}} = 2\delta l [\sigma_{\text{разр}}];$$

$$pDl = 2\delta l [\sigma_{\text{разр}}].$$

Толщина стенки трубы

$$\delta = \frac{pD}{2[\sigma_{\text{разр}}]} + k,$$

где k – технологический припуск трубы ($k = 3-7$ мм);

$[\sigma_{\text{разр}}] = 4,9$ МПа для стали 3 [7].

$$\delta = \frac{27,4 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3} \cdot 0,075}{2 \cdot 4,9} = 0,00206 \text{ м} = 2,06 \text{ мм}.$$

Таким образом, толщина стенки трубы $2,06 + 3,94 = 6$ мм.

Д. Построение эпюры гидростатического давления, действующего на стенки и дно резервуара

$P_{\text{изб}} = 0,20$ МПа; $H = 7$ м.

$$P = p + \rho gh = 200000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 7 = 0,27 \text{ МПа.}$$

Задача 2

Расчет длинного трубопровода

Определить расход Q питающего резервуара (рис. 2.3), если напор $H = 40$ м, расходы в узлах $q_1 = 2 \text{ л/с} = 0,002 \text{ м}^3/\text{с}$ и $q_2 = 4 \text{ л/с} = 0,004 \text{ м}^3/\text{с}$, коэффициент шероховатости трубопроводов $n = 0,0125$. Геометрические характеристики: $h = 10$ м, $h_1 = 6$ м, $d_1 = 150 \text{ мм} = 0,15 \text{ м}$, $d_2 = d_3 = 100 \text{ мм} = 0,10 \text{ м}$, $d_5 = 5000 \text{ мм} = 5 \text{ м}$, $l_1 = 200$ м, $l_2 = 300$ м, $l_3 = 200$ м.

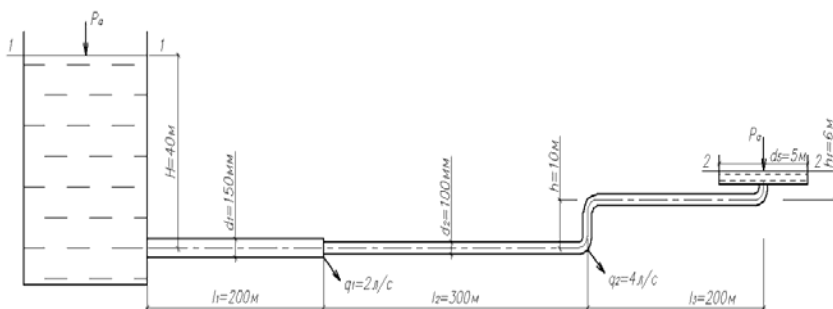


Рис. 2.3. Схема длинного трубопровода

Решение

А. Определение расхода питающего резервуара

Составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2 [2, формула (3-101)]:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f;$$

$$z_1 = H = 40 \text{ м};$$

$$z_2 = h + h_1 = 10 + 6 = 16 \text{ м.}$$

Скоростными напорами $\frac{\alpha v_1^2}{2g}$ и $\frac{\alpha v_2^2}{2g}$ можно пренебречь.

$$h_f = \sum h_l + \sum h_j.$$

Длинные трубопроводы характерны тем, что в них доля местных сопротивлений по сравнению с сопротивлениями по длине труб мала, поэтому местные потери энергии не учитываются [1].

$$H = h + h_1 + h_l;$$

$$h_l = 40 - 16 = 24 \text{ м;}$$

$$h_l = \frac{Q^2}{K_1^2} l_1 + \frac{(Q - q_1)^2}{K_2^2} l_2 + \frac{(Q - q_1 - q_2)^2}{K_3^2} (h + l_3 + h_1),$$

где расходные характеристики $K_1 = 158,40 \text{ л/с} = 0,1584 \text{ м}^3/\text{с}$, $K_2 = K_3 = 53,72 \text{ л/с} = 0,05372 \text{ м}^3/\text{с}$ [4, табл. 7–3].

Тогда

$$24 = \frac{Q^2}{0,1584^2} \cdot 200 + \frac{(Q - 0,002)^2}{0,05372^2} \cdot 300 +$$

$$+ \frac{(Q - 0,002 - 0,004)^2}{0,05372^2} \cdot (10 + 200 + 6);$$

$$185931 Q^2 - 1307,6Q - 20,9 = 0;$$

$$Q = 0,0147 \text{ м}^3/\text{с} = 14,7 \text{ л/с}.$$

Б. Расчет толщины стенки резервуаров при расчетных напорах H

Определение толщины стенки 1-го резервуара.

$$P_1 = \rho g H = 1000 \cdot 9,81 \cdot 40 = 392400 \text{ Па} = 0,39 \text{ МПа.}$$

Найдем толщину стенки первого резервуара:

$$\delta_1 = \frac{pD}{2[\sigma_{\text{разр}}]} + k,$$

где k – технологический припуск ($k = 3-7$ мм);

$$[\sigma_{\text{разр}}] = 70 \text{ МПа для стали 3 [8];}$$

$$D = 5 \text{ м.}$$

Тогда

$$\delta_1 = \frac{0,39 \cdot 5}{2 \cdot 70} = 0,014 \text{ м} = 14 \text{ мм}.$$

Таким образом, толщина стенки первого резервуара

$$14 + 6 = 20 \text{ мм}.$$

Определение толщины стенки 2-го резервуара.

$$P_2 = \rho g h_1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 6 = 58860 \text{ Па} = 0,059 \text{ МПа}.$$

Найдем толщину стенки второго резервуара:

$$\delta_2 = \frac{pD}{2[\sigma_{\text{разр}}]} + k,$$

где k – припуск на ржавление ($k = 3-7$ мм);

$$[\sigma_{\text{разр}}] = 70 \text{ МПа для стали 3 [8];}$$

$$D = 5 \text{ м.}$$

Тогда

$$\delta_2 = \frac{0,059 \cdot 5}{2 \cdot 70} = 0,0021 \text{ м} = 2,1 \text{ мм.}$$

Таким образом, толщина стенки второго резервуара

$$2,1 + 5,9 = 8 \text{ мм.}$$

В. Построение эпюр гидростатического давления, действующего на стенки и дно резервуаров

$$p_a = 98100 \text{ Па}; \quad H = 40 \text{ м,}$$

$$p = p_a + \rho gh = 0 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 40 = 392400 \text{ Па} = 0,39 \text{ МПа.}$$

$$H_1 = 6 \text{ м,}$$

$$p = p_a + \rho gh = 0 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 6 = 58860 \text{ Па} = 0,06 \text{ МПа.}$$

Пример графического оформления работы дан на рис. 2.4.

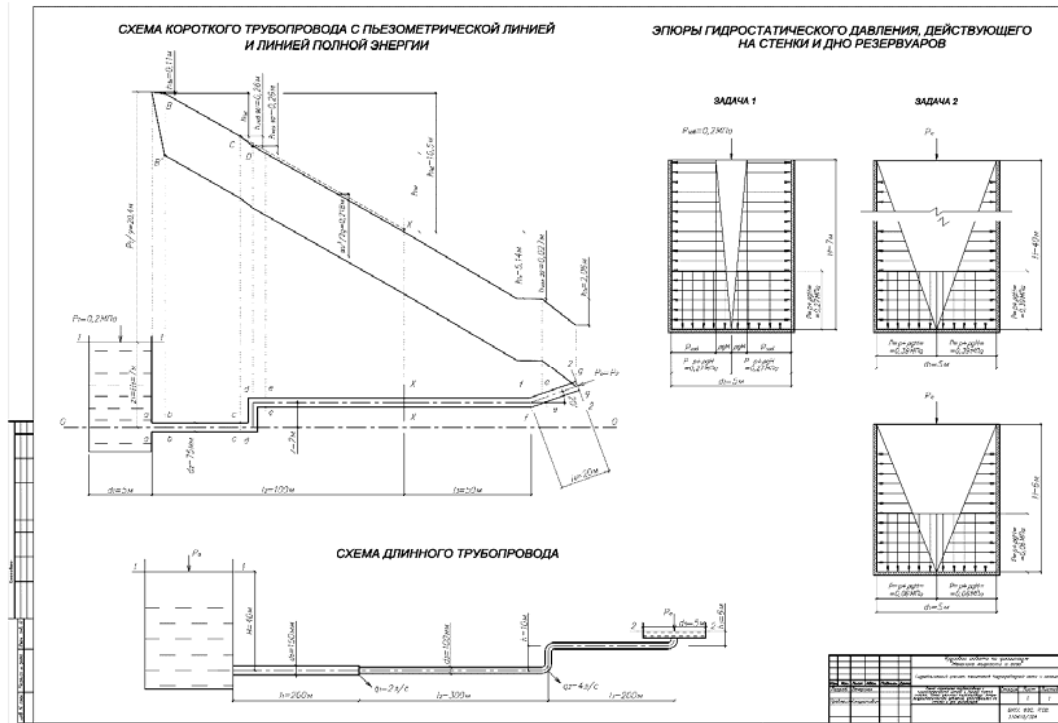


Рис. 2.4. Пример графического оформления работы

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

3.1. Контрольное задание № 1

Условие к задачам 1–20. Определить расход воды, проходящей по трубе переменного сечения, и давление в сечении $x-x$, используя данные табл. 3.1. Построить пьезометрическую линию и линию энергии (напорную). В расчетах принять шероховатость труб равной 0,2 мм, $d_1 = d_4 = 5$ м. Сопротивлением колена без скругления можно пренебречь, у колена со скруглениями принять радиусы скругления $R = d_2$. Рассчитать трубопровод на прочность по максимальному давлению. Построить эпюры гидростатического давления на стенки резервуаров.

Данные по вариантам к условию 1–20

Номер задачи	Схема	p_1	p_2	H_1	H_2	d_2	d_3	l_2	z	l_3	l_4	α , град
		МПа		м		мм		м				
1		$p_{абс} = 0,20$	$p_{вак} = 0,02$	5	12	75	100	200	1	200	–	–
2		$p_{изб} = 0,10$	$p_{абс} = 0,20$	4	0	65	75	50	2	300	–	–
3		$p_{абс} = 0,02$	$p_{изб} = 0,11$	10	3	75	100	200	1	200	–	–
4		$p_{изб} = 0,12$	p_a	0	16	75	65	300	1	500	–	–
5		$p_{вак} = 0,03$	$p_{абс} = 0,14$	20	0	75	50	100	2	500	–	–
6		$p_{абс} = 0,15$	$p_{вак} = 0,02$	12	12	50	75	50	2	100	–	–
7		$p_{абс} = 0,30$	$p_{изб} = 0,02$	14	–	125	–	200	1	100	20	20
8		$p_{изб} = 0,20$	p_a	7	–	75	–	100	2	50	20	20
9		$p_{вак} = 0,02$	p_a	25	–	100	–	200	3	50	15	30
10		$p_{абс} = 0,07$	$p_{вак} = 0,02$	24	–	75	–	50	1	20	15	15
11		$p_{изб} = 0,06$	$p_{абс} = 0,12$	18	–	75	100	50	5	200	15	20
12		$p_{абс} = 0,18$	p_a	4	–	100	75	200	8	50	10	20
13		$p_{вак} = 0,01$	p_a	10	–	65	75	100	5	100	20	30
14		$p_{изб} = 0,02$	$p_{вак} = 0,01$	5	–	75	65	100	7	100	30	15
15		$p_{вак} = 0,03$	p_a	30	6	75	100	100	–	200	–	–
16		$p_{изб} = 0,08$	$p_{изб} = 0,02$	28	4	75	100	75	–	100	–	–
17		$p_{изб} = 0,20$	$p_{вак} = 0,04$	5	6	75	65	100	–	50	–	–
18		$p_{абс} = 0,12$	p_a	0	20	100	75	200	–	50	–	–
19		p_a	$p_{абс} = 0,16$	22	0	75	50	100	–	50	–	–
20		$p_{изб} = 0,15$	p_a	12	0	50	100	50	–	100	–	–

3.2. Контрольное задание № 2

Условие к задачам 21–40. По данным табл. 3.2 и рис. 3.1 определить напор или расход питающего резервуара, а в разветвленных трубопроводах – расходы q_3 и q_4 . В расчетах принять квадратичный закон сопротивления и коэффициент шероховатости трубопроводов $n = 0,0125$.

Таблица 3.2

Данные по вариантам к условию 21–40

Номер задачи	Расход, забираемый из питающего резервуара, Q_2 , л/с	Расходы в узлах		h	h_1	h_2	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	l_1	l_2	l_3	l_4	H
		q_1	q_2	м			мм						м				
21	25	0	10	5	–	–	200	100					300	200			?
22	18	5	0	7	–	–	150	100					250	200			?
23	20	5	5	10	–	–	125	100					200	250			?
24	?	0	0	15	–	–	125	75					200	50			40
25	25	10	5	10	–	–	150	100	–	–	–	–	150	200	–	–	?
26	?	0	5	8	–	–	150	125	–	–	–	–	200	150	–	–	50
27	12	6	3	2	20	–	125	75	75	–	500	–	200	100	250	–	?
28	?	2	4	10	6	–	150	100	100	–	5000	–	200	300	200	–	40
29	10	5	3	5	23	–	100	75	75	–	3000	–	100	50	100	–	?
30	?	0	5	12	70	–	150	100	100	–	5000	–	200	150	100	–	20
31	30	–	–	10	15	–	175	150	125	–	3000	–	100	150	200	–	?
32	25	5	0	5	12	–	175	125	100	–	100	–	150	150	150	–	?
33	24	–	–	12	5	10	150	–	75	100	5000	5000	300	–	50	300	
34	17	5	–	8	14	12	125	–	100	100	3000	3000	250	–	200	200	
35	?	–	–	12	8	10	175	–	150	100	5000	5000	100	–	300	250	
36	20	–	–	10	8	15	125	–	65	75	3000	3000	200	–	100	200	
37	20	8	2	10	10	6	125	–	75	75	3000	3000	300	–	150	300	
38	?	–	–	15	10	12	150	–	100	75	5000	5000	50	–	100	75	
39	25	5	–	7	5	10	175	–	125	100	3000	5000	300	–	150	100	
40	25	7	–	10	8	12	175	–	150	125	5000	5000	250	–	200	150	

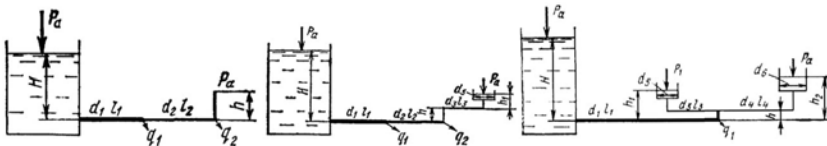


Рис. 3.1. Схемы к условиям задач

ЛИТЕРАТУРА

1. Гидравлика, гидрология и гидрометрия : методические указания и контрольные задания / сост. Н. М. Константинов. – 3-е изд. – М. : Высшая школа, 1986.
2. Чугаев, Р. Р. Гидравлика: учебник для вузов / Р. Р. Чугаев. – 4-е изд., доп. и перераб. – Л. : Энергоиздат ; Ленингр. отд-е, 1982.
3. Примеры расчётов по гидравлике/ под ред. А. Д. Альтшуля. – М. : Стройиздат, 1977.
4. Справочник по гидравлическим расчетам / под ред. П. Г. Киселева. – М. : Энергия, 1972.
5. Богомолов, А. И. Гидравлика / А. И. Богомолов, К. А. Михайлов. – М. : Стройиздат, 1973.
6. Примеры гидравлических расчетов / под ред. А. И. Богомолова. – М.: Транспорт, 1977.
7. Трубы стальные водогазопроводные. Технические условия : ГОСТ 3262–75. – М. : Изд-во стандартов, 1997.
8. Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для нефти и нефтепродуктов. Общие технические условия : ГОСТ Р 52910–2008. – М. : Стандартиформ, 2008.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ. ГИДРОСТАТИКА. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ. ТРУБОПРОВОДЫ.....	4
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	9
3. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ.....	29
3.1. Контрольное задание № 1.....	29
3.2. Контрольное задание № 2.....	31
ЛИТЕРАТУРА.....	32

Учебное издание

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Методические указания
по выполнению курсовой работы
для студентов-заочников специальностей
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция
и охрана воздушного бассейна»
и 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение
и охрана водных ресурсов»

Составители:

КОНДРАТОВИЧ Александр Николаевич
ШАТАЛОВ Игорь Михайлович
МИХНОВЕЦ Марина Марковна

Редактор *Т. Н. Микулик*
Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 28.08.2015. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 1,98. Уч.-изд. л. 1,54. Тираж 50. Заказ 865.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.