

**Построение регулятора полного успокоения
для системы с запаздыванием**

Метельский А.В., Карпук В.В.

Белорусский национальный технический университет

Дана дифференциальная система управления с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^m A_i x(t - ih) + bu(t), t > 0, x(t) = \eta(t), t \in [-mh, 0]. \quad (1)$$

Здесь x – n -вектор-столбец решения ($n \geq 2$); A_i – постоянные $n \times n$ -матрицы, ($i = \overline{0, m}, m \geq 1$); b – постоянный n -вектор; $0 < h$ – постоянное запаздывание; функция η из пространства кусочно-непрерывных n -вектор-функций; u – скалярное управление. Не уменьшая общности, полагаем, что $b = [0; \dots; 0; 1]'$, и что последняя строка матрицы $A(\lambda) = A_0 + A_1 \lambda + \dots + A_m \lambda^m$ – нулевая ($\lambda \in \mathbf{C}$ – множество комплексных чисел).

Изучается задача построения регулятора по типу обратной связи, обеспечивающего замкнутой системе полное успокоение: $x(t) \equiv 0$, $u(t) \equiv 0$, $t \geq t_1$, где $t_1 > 0$ – некоторый момент времени, независящий от начальной функции η . Для разрешимости поставленной задачи необходимо и достаточно, чтобы система (1) была спектрально управляемой. Замкнем систему регулятором ($y \in \mathbf{R}^k$ – вектор вспомогательных переменных, m_1, k – некоторые натуральные числа)

$$u(t) = \sum_{i=0}^{m_1} (G_i x(t - ih) + D_i y(t - ih)), \dot{y}(t) = \sum_{i=0}^{m_1} (F_i x(t - ih) + H_i y(t - ih)), \quad (2)$$

где G_i, D_i, F_i, H_i ($i = \overline{1, m_1}$) – постоянные матрицы подходящих размеров.

Пусть $w(p, e^{-ph})$ – характеристический квазиполином замкнутой системы, $a_i(p, e^{-ph})$ ($i = \overline{1, k+1}$) – миноры k -го порядка, расположенные в последних $k+1$ строках и k столбцах характеристической матрицы замкнутой системы (1), (2). Считаем систему (1) спектрально управляемой.

Теорема. Для того, чтобы регулятор (2) был регулятором полного успокоения с конечным самосопряженным спектром $\{p_i \in \mathbf{C}, i = \overline{1, n+k}\}$, достаточно выполнения условий:

1) $w(p, e^{-ph}) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_{n+k})$ – полином;

2) $a_1(p, e^{-ph}) / w(p, e^{-ph}), \dots, a_{k+1}(p, e^{-ph}) / w(p, e^{-ph})$ – целые функции.