

621.1
Т34

1

**Б.М. Хрусталеv, А.П. Несенчук
В.И. Тимошпольский
В.Д. Акельев, В.А. Седнин
В.М. Копко, А.В. Нерезько**

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

**Для студентов вузов
строительных, энергетических
и машиностроительных
специальностей**



Б. М. Хрусталеv, А. П. Несенчук, В. И. Тимошпольский, В. Д. Акельев,
В. А. Седнин, В. М. Копко, А. В. Нерезько

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов учреждений,
обеспечивающих получение высшего образования по строительным,
энергетическим и машиностроительным специальностям*

В двух частях

Часть 1

Под общей редакцией проф. А.П. Несенчука



Минск
2007

УДК 621.1.016.4(075.8)
ББК 31.31я73
Т34

Авторы:

**Б.М. Хрусталеv, А.П. Несенчук, В.И. Тимошпольский,
В.Д. Акельев, В.А. Седнин, В.М. Копко, А.В. Нерезько**

Рецензенты:

заведующий сектором комплексного научно-производственного отдела энергетики и экологии
РУП БЕЛНИПИЭнергопром, доктор технических наук, профессор *Б.В. Яковлев*,

кафедра энергетики Белорусского государственного аграрного университета
(заведующий кафедрой кандидат технических наук, доцент *К.Э. Гаркуша*)

Т34

Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталеv [и др.]; под общ. ред.
А.П. Несенчука. — Минск: БНТУ, 2007. — 606 с. : ил.
ISBN 978-985-479-645-1.

Книга «Тепло- и массообмен» представляет собой учебное пособие для студентов, магистрантов и аспирантов энергетических, строительных и машиностроительных специальностей вузов. Рассмотрены вопросы тепло- и массо-переноса в тепловых процессах промышленных теплотехнологий.

Материал книги дополнен разделами, представляющими интерес в связи с развитием стратегических направлений промышленных теплотехнологий с вовлечением в качестве первичного источника энергии тепловых отходов и вторичных энергетических ресурсов. Приводятся конкретные примеры теплообмена в элементах промышленного оборудования и тепловых процессах.

Книга предназначена для студентов, магистрантов и аспирантов строительных и энергетических специальностей вузов, а также инженерно-технических работников промышленных предприятий.

УДК 621.1.016.7(075.8)
ББК 31.31я73

ISBN 978-985-479-645-1 (ч. 1)
ISBN 978-985-479-646-8

© Белорусский национальный
технический университет
© Оформление Б. М. Хрусталеv,
А. П. Несенчук

*Светлой памяти человека и ученого
Альберта Иосифовича Вейника
посвящается*

Авторы

**УЧЕБНИКИ
И УЧЕБНЫЕ
ПОСОБИЯ,
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ
КУРСА «ТЕПЛО-
И МАССООБМЕН»**

Аэров М.Э., Тодес О. М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. — Л.: «Химия», 1979.

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа» Головное издат., 1988.

Блох А.Г. и др. Теплообмен излучением: Справочник/А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

Бендерский Б.Я. Техническая термодинамика. Курс лекций с краткими биографиями ученых: Учеб.-методич. пособие. — Москва—Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

Блох А.Г. Тепловое излучение в котельных установках. — Л.: «Энергия», 1967.

Болгарский А.В. и др. Термодинамика и теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М., «Высшая школа», 1975.

Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1987.

Вейшик А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1965.

Гухман А.А. Введение в теорию подобия: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., доп. и перераб. — М., «Высшая школа», 1973.

Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло- и массообмена. — М., «Высшая школа», 1967.

Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. — М.: «Энергия», 1970.

Горбис З.Р. Теплообменники с проточными дисперсными теплоносителями. — М.: «Энергия», 1975.

Галин Н.М., Кириллов Л.П. Тепломассообмен (в ядерной энергетике): Учеб. пособие для вузов. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

Джалурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. Пер. с англ. — М.: «Мир», 1983.

Жукаускас А.А. Кошквективный перенос в теплообменниках. — М., «Наука», 1982.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Калориметрия. Теория и практика: Пер. с англ./В. Хеммишгер, Г. Хёне. — М., «Химия», 1990. — Пер. изд.: ФРГ, 1984.

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Атомиздат, 1979.

Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. — Новосибирск: «Наука», 1982.

Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. — М.: Энергоатомиздат, 1990.

Ключников А.Д., Иванцов Г.П. Теплопередача излучением в опетехнических установках (инженерные решения задач). — М.: «Энергия», 1970.

- Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. — М.: «Энергия», 1971.
- Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: «Высшая школа», 1967.
- Моравский А.В., Файн М.А. Огонь в упряжке, или Как изобретают тепловые двигатели. — М.: «Знание», 1990. (Жизнь замечательных идей).
- Методы определения теплопроводности и температуропроводности / Под ред. А.В. Лыкова. — М.: «Энергия», 1973.
- Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.
- Новиков И.И., Боришанский В.М. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче. — М.: Атомиздат, 1979.
- От Кирхгофа до Планка. Пер с нем. Л.Г. Мищенко / Под ред. и с предисл. Д.Н. Зубарева. — М.: «Мир», 1981.
- Русин С.П., Пелецкий В.Э. Тепловое излучение полостей. — М.: Энергоатомиздат, 1987.
- Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. Пер. с англ. — М.: «Мир», 1987.
- Соковищин Ю.А. Сборник задач по теплопроводности. — Л.: ЛПМ Лен. орд. Ленина пол. инст. им. М.И. Калинина, 1980.
- Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Термодинамика и тепломассообмен: Учебник для студентов металлургических вузов. — М.: «Металлургия», 1980.
- Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепломассообмен: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / Под ред. Ю.Г. Ярошенко. — М.: ИКЦ «Академкнига», 2002.
- Теплообмен при кипении / Толубинский В.И. — Киев: «Наук. думка», 1980.
- Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: Пер. с англ. / Справочник. — М.: Атомиздат, 1979.
- Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.
- Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. — М.: «Мир», 1975.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный этап развития энергетики, машиностроения и металлургии, химии и нефтехимии, строительства промышленных производств Республики Беларусь характеризуется мероприятиями, направленными на модернизацию существующих и создание новых промышленных теплотехнологий, что предъявляет исключительно жесткие требования к созданию расчетного математического аппарата, подготовке инженерных кадров в области энергетики промышленных теплотехнологий, промышленного и гражданского строительства, способных обеспечить реализацию поставленных задач. Сегодня, в обстановке энергетического голода промышленности, совершенно недостаточно произвести выбор наиболее подходящего для конкретных условий функционирования промышленного предприятия источника первичной энергии. Ставится дополнительная задача правильного (экономически целесообразного и грамотного) его использования.

Выбор первичного энергоносителя (к примеру, топливного) должен быть сделан с учетом совокупной оценки характера теплоиспользования (первичный источник — тепловые отходы — ВЭР), последовательности его использования в основной теплотехнологии и долевого участия регенеративной и утилизационной составляющих энергоиспользования. В таких условиях возникает потребность проработки вопросов энергообеспечения основной теплотехнологии, отдельных частей инновационных процессов теплотехнологии, обеспечивающей выпуск продукции определенного типа и качества, а также выбора основного оборудования, использующего источники первичной энергии, тепловых отходов или ВЭР, на базе научно обоснованных расчетных методик, позволяющих грамотно оценивать тепловые потоки расхода и притока энергии в элементах теплового оборудования теплотехнологических процессов.

В этом плане открываются широкие возможности применения теории тепло- и массопереноса для оценки совершенства принятых инновационных теплотехнологий, так и их отдельных звеньев.

Учитывая изложенное, на первом этапе анализа возникает научная необходимость изучения процессов, связанных с переносом теплоты, их свойств, а также их распределения в отдельных звеньях (оборудовании) промышленной теплотехнологии, их энергетических характеристик в этих процессах, а также оборудования в технологиях производства.

При написании этой книги авторы заимствовали опыт чтения лекций, накопленный кафедрами «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника» и «Теплогазоснабжение и вентиляция» Белорусского национального технического университета (БНТУ, г. Минск). В значительной мере здесь обобщены результаты, полученные авторами при выполнении научно-исследовательских работ и внедрении промышленного комбинирования источников энергии при создании новых и модернизации старых теплотехнологий на промышленных объектах Республики Беларусь.

Участие авторского коллектива в написании книги «Тепло- и массообмен» выглядит так: Б.М. Хрусталева — предисловие, введение (часть) и главы 1–3 (раздел I), а также параграф 5.1 главы 5 (раздел I); А.П. Несенчук — введение (часть), глава 5 (раздел I), параграф 1.5 (раздел II), глава 2 (часть, раздел II) и главы 6 и 7 (часть, раздел II); В.И. Тимошпольский — глава 2 (часть, раздел II) и глава 6 (часть, раздел II); В.Д. Акельев — главы 4 и 5 (часть, раздел II) и глава 7 (часть, раздел II); В.А. Седшип — глава 7 (часть, раздел II) и глава 6 (часть, раздел II); В.М. Кошко — глава 1 (раздел II) и глава 5 (часть, раздел I); А.В. Нерезько — глава 5 (часть, раздел I), главы 3, 4 и 5 (часть, раздел II).

Общая редакция книги выполнена профессором А.П. Несенчуком.

Авторы учебника приносят благодарность своим коллегам — коллективам кафедр «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника» и «Теплогазоснабжение и вентиляция» Белорусского национального технического университета.

Авторы считают своим долгом выразить особую благодарность рецензентам — профессору Б.В. Яковлеву и доценту К.Э. Гаркуше за их большой вклад, направленный на улучшение качества книги.

Авторы

FOREWORD

Modern stage of the development of power engineering, mechanical engineering and metallurgy, chemistry and petroleum chemistry, industrial production in the Republic of Belarus is characterized by measures directed on modernization of existing and new industrial thermal technologies that impose exclusively rigid requirements to creation of a calculative body of mathematics, training of engineering personnel in the field of power engineering of industrial thermal technologies, industrial and civil engineering that ensure realization of the formulated problems. Nowadays, when we are facing the problem of energy shortage in industry, it is absolutely insufficient to select the most appropriate source of initial energy for concrete conditions of industrial enterprise performance. An additional task is stated for its correct (economically expedient and competent) usage.

Selection of initial energy carrier (for example, thermal one) should be made with account of joint estimation of thermal utilization character (initial source - thermal wastes - secondary power resources), sequence procedure of its usage in the main thermal technology and share of regenerative and recovery components of energy usage. Such conditions lead to necessity to study problems concerning energy supply of the main thermal technology of separate parts of innovative processes of thermal technologies ensuring product output of specific type and quality, and also selection of the main equipment using sources of initial energy, thermal wastes or secondary power resources on the basis of scientifically justified calculative methodology that makes it possible to estimate competently thermal fluxes of power consumption and power influxes in the elements of thermal equipment applied in technological processes.

This situation opens an ample scope for application of heat- and mass transfer theory to estimate perfection of the accepted innovative thermal technology and their separate parts.

In view of the above, the first stage of analysis presupposes scientific necessity to study processes pertaining to heat transfer, their properties and also their distribution in separate elements (equipment) of industrial thermal technology, their energy cha-

acteristics in these processes and equipment in the production technologies.

While writing the book its authors have drawn on the lecture delivery experience acquired by departments «Industrial Heat Power Engineering and Heat Engineering» and «Gas Supply and Ventilation» of the Belarussian National Technical University (BNTU; Minsk). The book contains generalized results obtained by the authors while executing scientific-research activity and introduction of industrial combining of energy sources in development and modernization of new and old thermal technologies at the industrial projects of the Republic of Belarus.

Contribution of the authors' team to writing the textbook «Heat- and Mass Transfer» is the following:

Khroustalev B.M. - Foreword, Introduction (partially) and Chapter 1-3 (Section 1) and also Paragraph 5.1 of Chapter 5 (Section 1); Nesenhouk A.P. - Introduction (partially), Chapter 5 (Section 1), Paragraph 1.5 (Section II), Chapter 2 (partially, Section II) and Chapters 6 and 7 (partially, Section II); Timoshpolsky V.I. - Chapter 2 (partially, Section II) and Chapter 6 (partially, Section II); Akeliev V.D. - Chapters 4 and 5 (partially, Section II) and Chapter 7 (partially, Section II); Sednin V.A. - Chapter 7 (partially, Section II) and Chapter 6 (partially, Section II); Kopko V.M. - Chapter 1 (Section II) and Chapter 5 (partially, Section I); Nerezko A.V. - Chapter 5 (partially, Section I), Chapters 3, 4 and 5 (partially, Section II). Total editorship of the text book is made by Prof. Nesenhouk A.P.

Authors of the textbook show their gratitude to their colleagues - staff members of «Industrial Heat Power Engineering and Heat Engineering» and «Gas Supply and Ventilation» departments of the Belarussian National Technical University.

Authors consider it their duty to express a special gratitude to reviewers Professor Yakovlev B.V. and Assistant Professor Garkousha K.E. for their hard reviewing work that has improved content of the book.

Authors

ВВЕДЕНИЕ

Двадцать первый век характеризуется бурным ростом промышленного производства, хозяйственно-бытового комплекса, сельского хозяйства. Сегодня природа уже не в состоянии ограничить техногенное нашествие людей. Рост всех без исключения отраслей народного хозяйства связан с огромными сырьевыми и энергетическими затратами, которые в полной мере сказываются на мировом потреблении органического топлива, являются основным источником энергии, обеспечивающим жизнедеятельность людей. Если в 20-е годы прошлого столетия в мире расходовалось порядка 2 млрд т условного топлива, то в конце XX века его расход составил 20 млрд т. Возникли проблемы с его добычей и транспортировкой, возросли цены, появились проблемы экологического плана. Человечество осознало, что такой способ хозяйствования на Земле полностью себя изжил. Начиная с 1920 года (когда мировое потребление органического топлива составляло 2 млрд т условного топлива) ресурсная база добычи газа только в России составляет 236 трлн м³ (43 % мировой), а в период с 1993 по 2000 год мировой спрос на нефть увеличился с 11470 до 13400 млн т условного топлива, причем добыча нефти в Российской Федерации составила 280,7 млн т условного топлива. Объемы добычи стали соизмеримы с мировыми запасами горючего газа и нефтяного топлива.

Одним из основных способов эффективного энергохозяйствования с целью энергообеспечения промышленных теплотехнологий сегодня остается энерготехнологическое комбинирование. Энерготехнологическое комбинирование предусматривает создание таких теплотехнологических систем, где энергетическое обеспечение технологического процесса сопровождается минимальными потреблением внешнего первичного энергоресурса и воздействием на окружающую среду. Взаимосвязанность этих двух условий очевидна. В отличие от использования вторичных энергоресурсов, при котором имеет место простое соединение огнетехнических установок с дополнительным оборудованием, энерготехнология предусматривает реструктуризацию теплотехнологического оборудования в сочетании с пересмотром сложившихся технологических потоков и установившихся их параметров при сохранении или повышении качества продукции. В энерготехнологии материальные превращения и их энергетическое обеспечение получают равный статус: технологическая часть работает в режиме, обеспечивающем лучшие показатели энергетической части, последняя, в свою очередь, функционирует в режиме улучшения показателей технологической части. Технологические и энергетические элементы системы неотделимы, и только при их совместной работе возможны надежность, энергоэкономичность, наибольшая производительность. При этом характер и масштаб производства определяют специфику энергоиспользования как проектируемых, так и действующих систем. Наиболее известный и яркий пример энерготехнологии родился в бывшем СССР в 30-е гг. XX века (чем нам можно гордиться-



Карно Никола Леонард Сади
(1796—1832)

Французский инженер и ученый. Образование получил в Париже в Политехнической школе, после окончания которой служил в инженерных войсках. С 1823 г. оставляет военную службу и посвящает себя теоретическим разработкам проблем, связанных с повышением КПД тепловых машин. Результатом работы КПД тепловых машин. Результатом явилась основополагающая работа «Размышления о движущей силе огня», в которой сформулирована основная идея этого начала термодинамики.

ся), когда была предложена и осуществлена интеграция производства электроэнергии и тепловой энергии на базе паротурбинной технологии. **Соответствующая энерготехнологическая система получила название теплоэлектроцентрали, а само комбинированное производство электроэнергии и тепловой энергии названо теплофикацией.** Ее плодами мы все пользуемся до сих пор.

Для дальнейшего понимания комплекса вопросов, связанных с энерготехнологией, напомним сущность теплофикации. Несмотря на все мероприятия, направленные на усовершенствование паросиловых установок (ПСУ) реальных тепловых электростанций, экономичность ПСУ не может быть **выше величины, определяемой термическим КПД цикла Карно для интервала температур рабочего тела**, используемого в их работе. При максимальной температуре рабочего тела ПСУ $t_1 = 565 \text{ }^\circ\text{C}$ и минимальной температуре рабочего тела, равной температуре окружающей среды ($t_2 = t_0$), можно определить термический КПД цикла Карно: $\approx 6 \cdot 10^1 \%$. В циклах реальных установок, несмотря на все усложнения их тепловых схем за счет регенерации, за счет уменьшения необратимых потерь протекающих процессов с рабочим телом, за счет организации вторичного перегрева пара так, что наряду с решением основной задачи по снижению влажности пара на конечной стадии процесса расширения, стоящей перед промежуточным перегревом, добиваются увеличения и КПД, последний составляет еще меньшую величину, не превышающую $\approx 4 \cdot 10^1 \%$.

Таким образом, при существующих условиях преобразования теплоты в работу на обычных тепловых электростанциях около 60 % первичной энергии должно быть передано холодному источнику. В результате не только повышается стоимость преобразованной энергии, но и загрязняется тепловыми сбросами окружающая среда, выступающая в роли теплоприемника. Поскольку уменьшить тепловые выбросы ПСУ на сегодняшний день проблематично, в условиях дефицита топлива следует искать пути их использования.

Для реализации цикла теплового двигателя не имеет значения, куда, какой термодинамической системе передается теплота Q_2 . Важны лишь сам факт и температурный уровень (T_2) передачи. Проблема утилизации огромных тепловых выбросов (на производство электроэнергии затрачива-

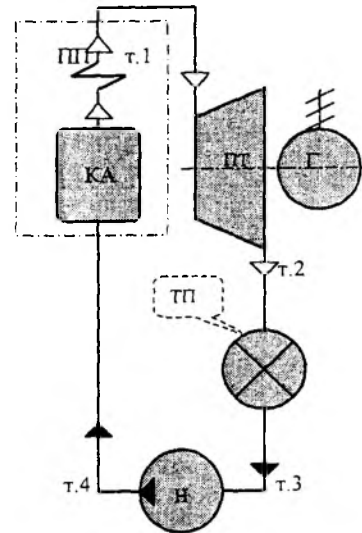


Рис. 1. Принципиальная схема простейшей ТЭЦ с противодавлением

ется около четверти топлива, потребляемого в стране) в цикле ПСУ состоит в том, что для повышения экономичности выработки электроэнергии T_2 не должно превышать $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Такой низкий температурный потенциал потока теплоты осложняет поиск потребителей для него, поскольку, как правило, требуется более высокий температурный уровень, порядка $\approx 1 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}$ (около половины всего топлива страны расходуется на покрытие нужд потребителей, для которых требуется поток теплоты именно при температурах до $\approx 1 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}$).

В этих условиях, как известно, и было предложено поднять температуру T_2 в цикле ПСУ до такого уровня, который обеспечивает теплоте Q_2 многочисленных потребителей. Термический КПД цикла ПСУ при этом снижается и на получение того же количества электроэнергии сжигается больше топлива, но коэффициент использования топлива возрастает практически до единицы, поскольку теплота Q_2 полезно используется на коммунальные и технологические нужды, а не просто выбрасывается в окружающую среду. Такие тепловые электростанции получили название теплоэлектроцентралей. Паровые турбины, используемые на ТЭЦ, называются теплофикационными. При отдельном производстве электроэнергии на конденсационной тепловой станции (КЭС) и теплоты в котельной в тех же количествах, что и на ТЭЦ, расход топлива оказывается существенно большим, чем в комбинированном варианте совместного производства.

На рис. 1 приведена принципиальная схема простейшей теплофикационной установки. Кот-

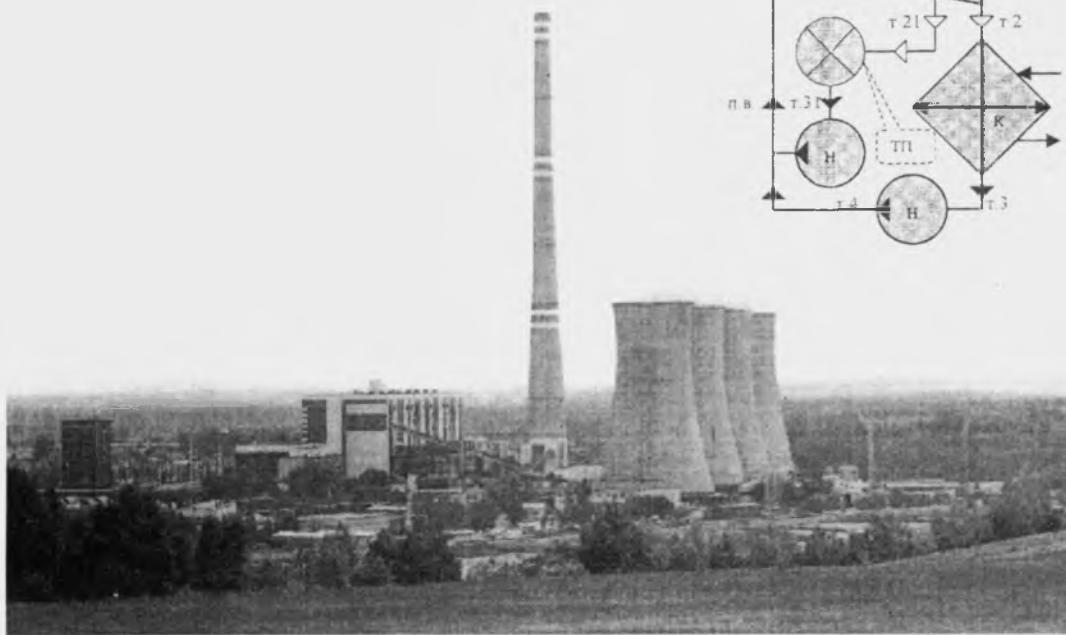


Рис. 2. Энергетический комплекс для выработки электрической и тепловой энергии (теплофикационный вариант)

лоагрегат (КА) совместно с пароперегревателем (ПП) производит пар. Далее рабочее тело (t_1) поступает в паровую турбину (ПТ), где расширяется до давления p_2 , совершая полезную работу, расходуемую на привод электрического генератора (Г). Затем поток пара направляется к теплому потребителю (ТП) и последнему передается теплота процесса конденсации пара (Q_2). Полученный конденсат (t_3) возвращается на станцию, и насосом (Н) его давление повышается до начального (t_4), после чего рабочее тело поступает в КА. Данную схему отличает в части параметров рабочего тела — повышенное давление за турбиной, в части составных агрегатов и устройств — отсутствие конденсатора, функции которого выполняет тепловой потребитель (ТП), удаленный от ТЭЦ. Из последнего обстоятельства вытекает негативный момент в использовании теплофикации: при применении крупных ТЭЦ возникают дополнительные затраты, связанные с транспортировкой теплоносителя от ТЭЦ к потребителю теплоты и обратно. В правильном выборе этих за-

трат (мощности ТЭЦ) во многом кроется успех или неуспех теплофикации в конкретных условиях.

В рассмотренной выше теплофикационной установке весь паровой поток из турбины направляется к теплому потребителю, поэтому ($Q_{\text{тп}} = Q_2$). Такая ТЭЦ называется ТЭЦ с противодавлением, а паровые турбины — турбинами с противодавлением (тип Р). Для противодавленческих ТЭЦ коэффициент использования топлива максимален и близок к единице. Недостатком ТЭЦ с противодавлением является выработка электроэнергии по графику, определяемому потреблением теплоты. Перерыв теплопотребления означает перерыв производства теплоты.

Несколько иная схема ТЭЦ, свободной от недостатка предыдущей, дана на рис. 2.

Сегодня нередки рассуждения о том, что теплофикация и централизованное теплоснабжение были ошибками советского времени. У противников теплофикации и централизованного теплоснабжения на вооружении имеется «убойный» аргумент: мол,

при транспортировке тепловой энергии от источника до потребителя рассеивается до 20...30 % ее количества. И, кроме того, постоянное рытье улиц и дорог, оставление потребителей без горячей воды при проведении ремонтов теплотрасс и пр.

Что можно возразить в ответ? Несмотря на кажущуюся простоту процессов производства и потребления тепловой энергии, опыт показывает, что у нас только очень узкий круг специалистов может достаточно глубоко, в комплексе проанализировать энергетическую эффективность и энергетическую безопасность региона, оценить энергетический баланс и эффект внедряемых работ. Поэтому, к сожалению, в большинстве случаев решения оказываются субъективными и, следовательно, крайне редко отвечают требованиям энергетической эффективности, поскольку зачастую принимаются даже без **учета мнений специалистов, на основе «кухонно-костерного» опыта и «железного» принципа «как там».**

С энергетической точки зрения система отопления зданий вне теплофикации является «образцом» энергетической расточительности, поскольку предполагает сжигать высококалорийное топливо с температурой за 2000 °С, чтобы в конечном счете повысить температуру на 15...20 °С. Энергетический КПД такой системы не достигает и 1 %, при этом очевидно, что ни крышные, ни подвальные котельные не устранят главный термодинамический недостаток всей принятой парадигмы отопления зданий.

Теплофикация базируется на объективных законах природы, они, как известно, не зависят ни от воли, ни от желаний человека. Поэтому ее преимущество и выгоды может игнорировать лишь безграмотное общество. А вот потери тепловой энергии при доставке ее потребителю и частота ремонта теплопроводов — это уже человеческий фактор. Качественное выполнение теплоизоляционных и монтажных работ, поддержание теплосетевого хозяйства на должном уровне — все это находится во власти и в пределах возможностей человека. Поэтому строить стратегические планы при выборе путей развития такой важной отрасли народного хозяйства, как энергетика, вряд ли стоит, **опираясь на расхлябанность и безответственность, игнорируя при этом объективные законы.**

Наконец, противники теплофикации должны знать, что даже при таком высоком уровне рассеяния энергии в тепловых сетях (25...30 %) оно все же в два раза ниже, чем рассеяние энергии в конденсаторах тепловых электростанций. Сегодня

весь в техническом отношении передовой мир стал на путь теплофикации и развития централизованного теплоснабжения, применяя парадоксы и опыт их использования, накопленный в СССР. Применяемые новые материалы и технологии сводят к минимуму как рассеяние энергии в тепловых сетях (2...3 %), так и последующие ремонтные работы и расходы. Республика Беларусь имеет уже самый высокий в мире уровень охваченности городов и поселков сетью централизованного теплоснабжения, на что в течение многих десятилетий были затрачены немалые средства. Другой вопрос — состояние этих тепловых сетей и соответствие их желаемым кондициям. Но это уже совсем не такие расходы, как если бы пришлось все начинать с нуля. Поэтому, ни в коем случае не отворачиваясь от достижений советской энергетики, нужно приводить в порядок сети и, поддерживая их на современном уровне, извлекать все преимущества теплофикации, развивая ее на новой базе тепловых двигателей внутреннего сгорания. В этом случае она получила новое название — **когенерация.**

Использование тепловых двигателей внутреннего сгорания для комбинированного (когенерационного) производства энергии (рис. 3) позволяет значительно расширить круг тепловых потребителей, вовлекаемых в этот процесс, в сравнении с традиционной паротурбинной теплофикацией. Упомянутое расширение имеет как количественный, так и качественный аспект. Если традиционная паротурбинная теплофикация в количественном отношении, например, в бывшем СССР предусматривалась лишь для городов с населением более 100 тысяч, что связано с большой стоимостью строительства ТЭЦ, то когенерация принципиально демократичнее, поскольку возможна и оправдана в применении вплоть до отдельного дома. Таким образом, когенерация и централизованное теплоснабжение не одно и то же. Имеющиеся сети помогают развитию когенерации, но было бы совершенно неразумно тянуть магистральные теплопроводы, чтобы обеспечить теплом несколько домов за городом. А вот в тех же домах и электрическая, и тепловая энергия может производиться комбинированным способом и без сетей централизованного теплоснабжения. Сегодня такие когенерационные мини-системы (рис. 3) уже существуют, доказывая, что когенерация может развиваться и без схемы централизованного теплоснабжения, важно, чтобы газ не горел в топках котлов исключительно для выработки тепловой энергии.

Газопоршневой двигатель
внутреннего сгорания



Рис. 3. Мини-ТЭЦ с газопоршневыми двигателями
внутреннего сгорания

При когенерации возможна интеграция тепловых двигателей с теплотехнологиями, где требуется тепловая обработка при температурах до 600 °С, а это уже принципиально новые возможности, позволяющие резко расширить объемы производства электроэнергии на базе теплового потребления.

Следует подчеркнуть главное обстоятельство, связанное с когенерацией. Она, вторгаясь в системы преобразования вещества, позволяет реабилитировать многие апробированные теплотехнологии, поскольку за счет снижения потерь эксергии на горячем торце упомянутых технологий достигается высокая эффективность энергообеспечения протекающих в них процессов, и в конечном итоге снизить энергетическую составляющую себестоимости продукции.

При традиционной паротурбинной комбинированной выработке электроэнергии на тепловом потреблении доля теплофикационных электрогенерирующих мощностей в сбалансированном промышленном регионе не превышает $\approx 25 \dots 30 \%$, поскольку из-за малого соотношения электрической и тепловой выработки на паротурбинной ТЭЦ (рис. 2) требуется такое количество теплового потребления, которое не в состоянии обеспечить даже в холодных регионах. Когенерация в силу

перечисленных выше причин позволяет в два-три раза увеличить удельный вес ТЭЦ в общем балансе электрогенерирующих мощностей. Отдельные страны Запада за 30 лет внедрения комбинированного производства электроэнергии на базе теплового потребления перевалили за 50 %-й рубеж в ее доле в суммарном производстве электроэнергии и имеют возможность продолжать парашивать удельный вес когенерационных мощностей со всеми вытекающими отсюда последствиями.

В вопросах энергообеспечения потребителей монополизм энергетической отрасли, конечно, сыграл определенную роль в формировании и деформации мировоззрения производителей. Поэтому потребители давно уже вынашивают идею о собственных источниках энергии. Большинство пока просто не знают, с чего начинать, и если дальше энергетики будут бездействовать, то в недалеком будущем их мощности будут постепенно вытеснены зарождающимися мощностями «малой» энергетики. Сегодня уже можно признать, что общество постепенно перестает воспринимать область энергетики и газоснабжения как безоговорочную зону действия естественных монополий. Появляются инициативные группы, предприятия и даже частные лица, которые рассматривают эти отрасли как бизнес и переходят к реальным действиям. Созревшие проблемы в экономике, в электроэнергетической отрасли и ЖКХ подвели общество в целом и руководителей как регионов, так и конкретных предприятий к весьма эффективному решению многих перечисленных проблем не за счет перекачки средств из одной отрасли в другую, не за счет простого повышения цен и тарифов на продукцию или услуги, а за счет грамотного использования естественных природных законов и внедрения научно-технических достижений. В этом случае передовые технологии будут способствовать снижению тарифов, а тарифы, в свою очередь, стимулировать внедрение новых технологий.

Общеизвестны проблемы коммунальной энергетики, которая также в больших объемах сжигает газообразное топливо. В этой отрасли потребители тепловой энергии (рис. 4) будут всегда, какие бы кризисные явления ни происходили в экономике, так как в основном это население. Вырабатывать электроэнергию на этом рынке тепловой энергии и тем самым снизить долю конденсационной выработки с КПД не более 38 % и увеличить долю электроэнергии по теплофикационному циклу уже с КПД использования топлива $\approx 80 \dots 90 \%$, безусловно, выгодно. Очевидно, что полезной

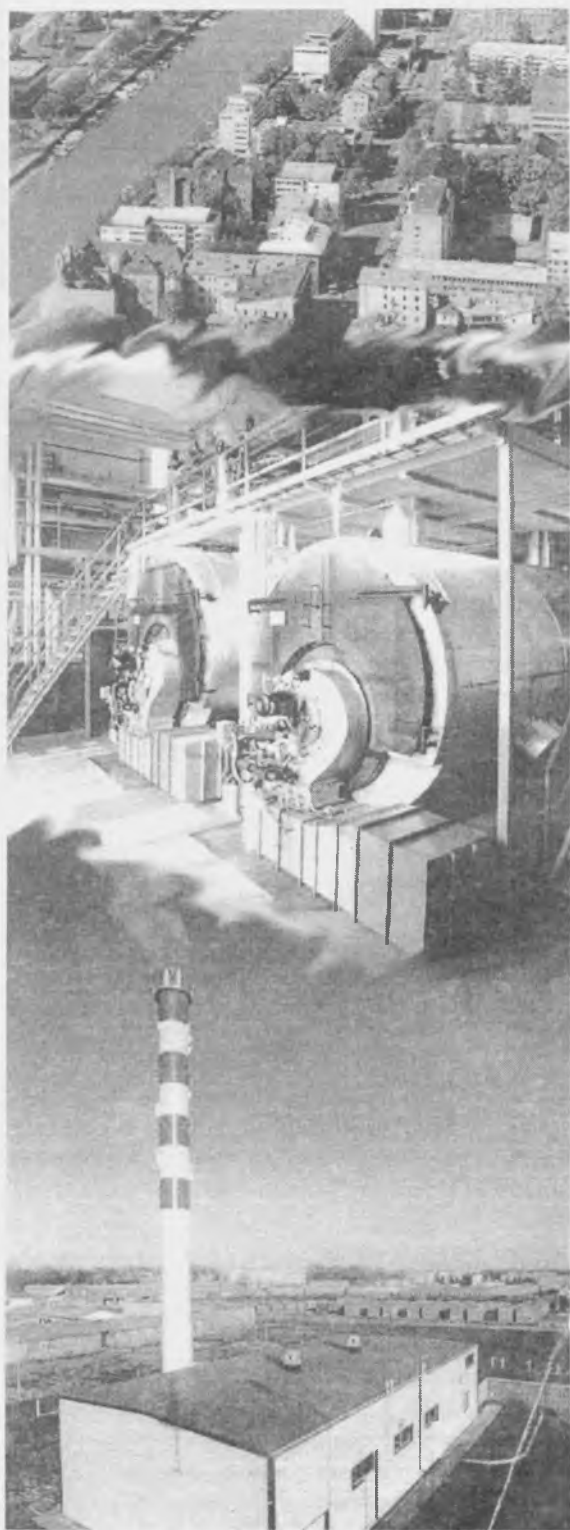


Рис. 4. Отопительная котельная с жаротрубными котлами, работающими на газообразном топливе

продукции в виде электрической и тепловой энергии будет вырабатываться столько же, сколько было раньше, но газа при этом сжигаться будет в полтора раза меньше, причем тепловое и экологическое загрязнение окружающей среды сводится к минимуму. Но для этого в коммунальной энергетике должен быть совершенно другой уровень технологий, они должны начать строить электростанции и вырабатывать не только тепловую, но и электрическую энергию. Вопрос далеко не простой, поскольку эта сфера в настоящее время не готова и не способна воспринять и реализовать идею повышения эффективности использования энергии. В существующих условиях ЖКХ легче доказывать необходимость повышения цен на энергоресурсы и его услуги, чем заниматься новыми технологиями. Специалисты «большой» энергетики должны заняться так называемыми «мелкими» проблемами коммунальной энергетики.

Профессионально они к этому давно готовы и способны, хотя на самом деле речь может идти о мощностях от нескольких киловатт до нескольких десятков мегаватт.

При обновлении котельных коммунального хозяйства ни в коем случае нельзя менять старые котлы на котлы нового образца, пусть даже со 100 %-м КПД. В третьем тысячелетии при использовании газа как топлива при производстве электрической и тепловой энергии вода и пар как рабочее тело уступят место газу и продуктам его сгорания, поскольку при сегодняшних технологиях «посреднические услуги» воды уже отпадают с большим эффектом для конечного продукта — энергии. **Горение газа в топках котлов сегодня допустимо и терпимо лишь как временное явление**, пока нет достаточного количества ГТУ или ГПА, замещающих старые котлы. Трата средств на покупку и установку новых газовых котлов должна рассматриваться как **экономическое преступление**. Нужно рядом с этой котельной устанавливать или ГТУ, или ГПА в качестве подстройки.

Конкретный выбор — ГТУ или ГПА — зависит от удельной стоимости оборудования и от количества отпускаемой котельной тепловой энергии. Для информации к размышлению можно сообщить, что реальная стоимость ТЭЦ с тепловыми двигателями электрической мощностью до 3 МВт составляет 1,5 миллиона долларов США, и начинает она давать продукцию менее чем за год с момента заключения контракта на поставку оборудования. Срок окупаемости при нынешних та-

рифакх на энергоресурсы не превышает четырех лет и с ростом цены на первичные энергоресурсы будет лишь уменьшаться.

Весьма острой и актуальной проблемой является стоимость строительства. Когда говорят о паротурбинной станции, то мыслится, что мощность блоков составляет от 300 до 800 МВт и более. Для строительства блока ПГУ мощностью 450 МВт необходимо вложить до 500 миллионов долларов США. Срок строительства составляет до десятка лет, срок окупаемости этих блоков при нынешних тарифах — 15...20 лет. Например, удельная стоимость ПГУ мощностью 450 МВт Северо-Западной ТЭЦ в Санкт-Петербурге составила более 1600 миллионов долларов США, следовательно, стоимость блока уже превышает 700 миллионов долларов. С такими показателями строительства новых станций **страна вообще может остаться без генерирующих мощностей.**

Помимо трехкратного снижения потребности в инвестициях для создания установок, равных по электрической мощности, приведенные данные позволяют сделать один важный вывод: **пока мощная паротурбинная установка строится, малые установки на базе ГТУ или ГПА за это время успевают дважды, а то и трижды окупить себя и создать задел для постройки новых подобных или еще более современных агрегатов.** Кроме того, что в варианте распределенных установок отсутствует необходимость строительства новых линий и подстанций, доставляющих энергию потребителям от новой электрогенерирующей установки, снижаются не менее чем в два раза потери электроэнергии в сетях, которые сегодня составляют величину, превышающую 10 %. Это, кроме всего прочего, высочайшая надежность и устойчивость энергосистемы и сетей, в том числе и с точки зрения гражданской обороны. Для снижения ущерба от терактов, природных катаклизмов разбросанность генерирующих источников по значительной территории также увеличивает устойчивость и надежность энергоснабжения потребителей. То же самое можно сказать и об экологии.

Еще один положительный фактор внедрения когенерационных установок заключается в **появлении высококвалифицированных специалистов во всем регионе, а не концентрации их в одном месте на ТЭЦ.** Появление высокоинтеллектуальных и квалифицированных работников всегда оказывало и оказывает благотворное влияние на общую обстановку в «глубинке».

Проблема обеспечения промышленного объекта энергоносителями и правильного выбора их вида и параметров (с учетом дальнейшего использования энергетических отходов и вторичных энергоносителей производства) во всем мире считается одной из приоритетных. **Снижение удельных затрат энергоносителей на производство единицы целевого товарного продукта (энергосбережение)** является основной составляющей этой проблемы, и ей должно уделяться самое серьезное внимание в рамках общенациональных задач.

В Республике Беларусь эта проблема имеет особую актуальность, что связано с двумя обстоятельствами: острым дефицитом собственных первичных энергоресурсов и энергоемкостью производимой продукции. Последняя почти в два раза выше, чем на аналогичных предприятиях Западной Европы. Большинство промышленных предприятий пока не имеет рациональной системы энергоиспользования, **чем обуславливается перерасход энергоресурсов на $4 \cdot 10^1$ %, что жизненно необходимо ликвидировать в ближайшее время.**

Основные причины столь сложной ситуации связаны прежде всего с низким уровнем проектных решений производственных предприятий в части энергоиспользования. Ситуацию осложняют недогруженность оборудования, нарушение режимов его работы, неудовлетворительное содержание энергетического хозяйства, непродуманность с точки зрения энергопотребления всего технологического процесса, неэффективный контроль потребления тех или иных энергоресурсов, наконец, отсутствие кадров с должной энергетической подготовкой.

Наличие проблем и необходимость их решения ставят новые задачи, связанные с разработкой и внедрением высокоэффективного (в плане эколого-энергетическом) оборудования. Эти новые задачи решаются специалистами, умудренными глубокими знаниями теории тепло- и массопереноса. На базе теории тепло- и массопереноса даются ответы практически на все вопросы теплового режима работы теплотехнологического оборудования, а также создания его новых современных образцов. Наглядным примером могут служить оборудование и характер работы теплотехнологий металлургического завода (рис. 5 и 6).

До конца прошлого столетия специалисты (инженеры и ученые) стационарных, промышлен-

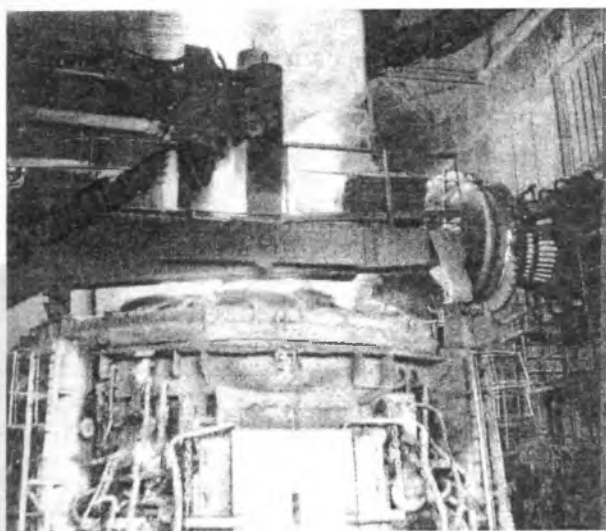


Рис. 5. Электросталеплавильная дуговая печь с единой производительностью плавки 100 т стали

ных теплотехнологий были условно разделены на две большие группы. Одна группа энергетиков занималась созданием энерготехнологий и оборудования, в которых использовалось первичное топливо (твердое, жидкое, газообразное), работающее с низким коэффициентом его использования, практически превращавшееся в отходы (отходы тепловые и тепловые ВЭР), другая же — специализировалась в использовании получаемых тепловых отходов и ВЭР. Однако, как показал многовековой опыт, «энергосбережение» в области нижнего источника теплоты (см. цикл Карно) к должному результату не привело, так как при разработке той или иной теплотехнологии нужен индивидуальный комплексный подход к выбору как термодинамической системы, так и энергоносителя для этой конкретной теплотехнологии. В стационарной энергетике это привело к положительному результату, поскольку здесь одна-единственная теплотехнология — комбинированная выработка электроэнергии и теплоты (стационарные

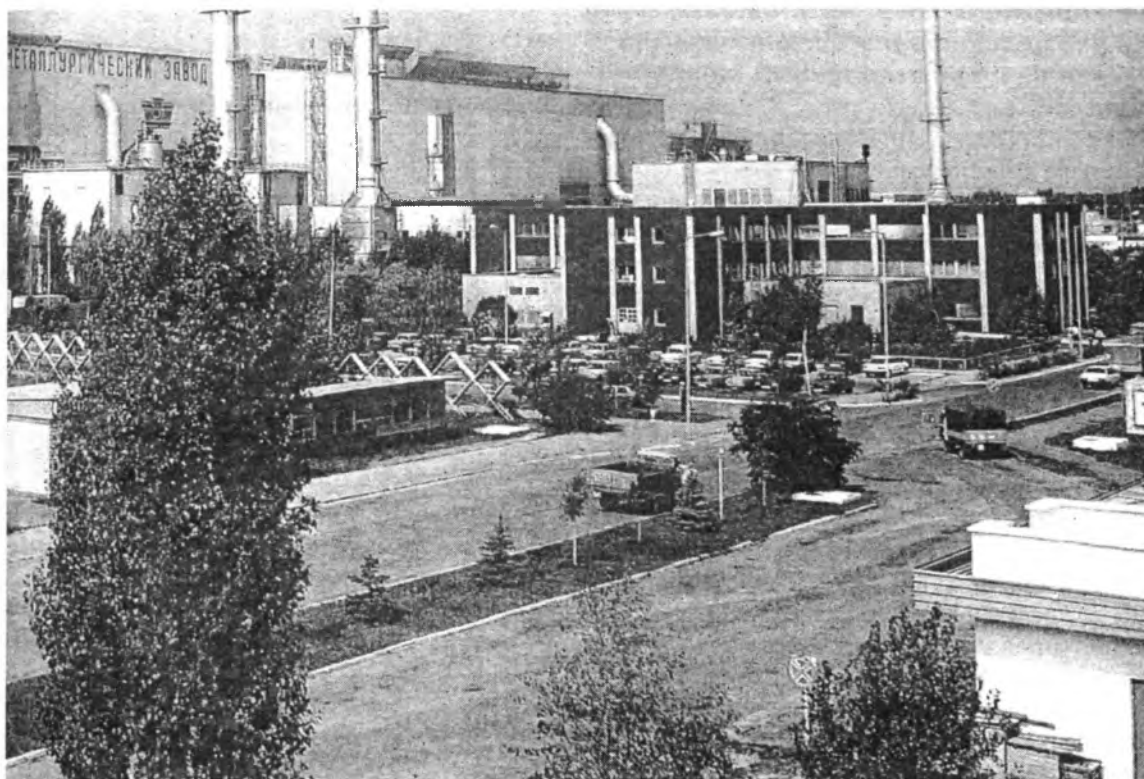


Рис. 6. Металлургический завод производительностью 2,3 млн т стального проката в год (полупродукт — непрерывная заготовка)

специалисты, кроме того, обладают глубокими знаниями, касающимися энергетики). В промышленности же теплотехнологий множество (от выплавки стали до замораживания продуктов питания), все они существенно отличаются между собой, но подход один и тот же: технологическая схема выбирается практически произвольно, без должного термодинамического анализа, а что касается энергоисточника, то его выбирают исходя не из условий глубокого анализа, а из принципа наибольшей доступности (стоимость, транспорт, бытующие на предприятии навыки его использования). В итоге появляется много отходов (до 70% и более) и возникает необходимость «энергосбережения». **Неспециалисту и в голову не приходит, что энергосберегать топливо нужно до его сжигания, используя предварительный научный анализ выбора сорта топлива и термодинамической системы, в которой это топливо сжигается. Но самая главная беда заключается в кадрах. Промышленные теплотехнологии слабо укомплектованы специалистами — энергетиками промышленных теплотехнологий.**

Еще раз заметим, что реализация даже комбинированного (регенеративного и утилизационного) теплоиспользования без грамотного анализа, как показал громадный по длительности и объему опыт, к должному результату не приведет. Вернее, результат будет, но затраты не окупят выгоды от внешнего теплоиспользования «энергосбережения».

И все же молодой человек, будущий специалист, должен быть глубоко убежден в том, что возникшие проблемы, связанные с энергообеспечением, преодолимы. Для этого нужны только глубокие знания. Студент вуза, изучающий курс «Теория тепло- и массообмена» («Теплопередача») и другие, может гордиться учеными своей страны, России, Украины, Латвии и Эстонии, Израиля, Франции, Австрии, Германии, США, Англии, Ирана, Индии и других стран мира.

Разрозненные сведения, серьезные аналитические разработки и теоретические исследования эти люди своими усилиями возвели с сан науки, имя которой — Теория тепло- и массообмена. Используя аппарат этой науки, конечно, при наличии знаний и навыков, современный инженер-энерготеплотехнолог может решить все возникающие проблемы эколого-энергетического плана.

Отдавая сегодня дань великому бескорыстному подвигу инженеров и ученых, признавая исключительно большой их вклад в провозглашенную ими науку, нужно особо отметить имена выдающихся ее представителей: М. Ломоносова, О. Рейнольдса, В. Нуссельта, Э. Шмидта, Л. Прандтля, У. Макадамса, Л. Бётлера, А. Гухмана, М. Кирпичева, М. Михеева, С. Кутателадзе, Л. Лоицянского, А. Лыкова, Г. Карслоу, Б. Петухова, В. Толубинского, А. Блоха, В. Лисиенко, Ю. Сурипова, Ю. Ярошенко, Ю. Буевича, А. Темкина, Г. Кондратьева, Н. Тайца, Ю. Розенгарта, Г. Иванцова, А. Вейника, И. Семикина, Ю. Самойловича, Н. Беляева, Л. Бровкипа, А. Ерипова и многих других.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ РУССКИХ ТЕРМИНОВ

Полужирными буквами указаны основные термины, светлыми — параллельные. В скобки заключены номера не рекомендуемых к применению терминов. Звездочкой отмечены номера дополнительных терминов, помещенных в примечаниях.

Термины, имеющие в своем составе несколько отдельных слов, расположены по алфавиту своих главных слов (обычно имен существительных).

Запятая, стоящая после некоторых слов, указывает на то, что при применении данного термина, слова, стоящие после запятой, должны предшествовать словам, находящимся до запятой: например, термин «среда, сплошная» следует читать: «сплошная среда».

Термины, состоящие из двух имен существительных, помещены в алфавите соответственно слову, стоящему в именительном падеже.

А

Автомодельность	42 ¹
Активатор	(192)
Аналогия, физическая	34*

В

Вектор излучения	275
Вектор плотности потока излучения	275
Вектор плотности потока массы	211
Вектор плотности теплового потока	19
Величина, актуальная	107
Величина, безразмерная	31
Величина, вторичная	25
Величина, осредненная	108
Величина, первичная	24
Величина, размерная	30
Величина, характерная	46
Волны, температурные	57
Время реакции, относительное	231
Вязкость, виртуальная	(112)

Г

Газ	5*
Газосодержание, истинное объемное	184
Газосодержание, расходное массовое	186
Газосодержание, расходное объемное	185
Гидрофобизатор	192
Градиент температуры	16

Д

Движение, вынужденное	67
Движение, вязкостно-гравитационное	69
Движение, вязкостно-инерционно-гравитационное	71
Движение, гравитационное свободное	66
Движение, ламинарное	68
Движение, свободное	65
Движение, турбулентное	70
Десублимация	187*
Диаметр пузыря, отрывной	165
Диаметр трубы, эквивалентный	104
Диссипация энергии	118
Диффузия	200
Диффузия, концентрационная	201
Диффузия, молекулярная	200
Длина луча, эффективная	298

Е

Единица измерения	26
Единица измерения, основная	28
Единица измерения, производная	29

Ж

Жидкость	5
Жидкость, капельная	5*
Жидкость, несжимаемая	5*
Жидкость, сжимаемая	5*

З

Зародыш новой фазы	161
Зародыш новой фазы, жизнеспособный	163
Зародыш новой фазы, критический	102
Значение физической величины, актуальное	107
Значение физической величины, осредненное	108

И

Излучение	232*
-----------------	------

¹ Числа обозначают номера терминов.

Излучение, анизотропное	247	Кипение, пузырьковое	156
Излучение, идеально диффузное	246*	Кипение с педогревом	158
Излучение, изотропное	246	Конвекция, вынужденная	67
Излучение, интегральное	243	Конвекция, гравитационная свободная	60
Излучение, монохроматическое	242	Конвекция, свободная	65
Излучение, неравновесное тепловое	241	Конденсация	187
Излучение, несерое	249	Конденсация, капельная	189
Излучение, объемное	245	Конденсация, контактная	191
Излучение, отраженное	232*	Конденсация, пленочная	188
Излучение, падающее	232*	Конденсация, смешанная	190
Излучение, поглощенное	232*	Конденсация смещением	(191)
Излучение, полусферическое	244	Конденсация, смешивающая	(191)
Излучение, пропускаемое	232*	Коэффициент аккомодации	126
Излучение, равновесное	240	Коэффициент аккомодации энергии	126
Излучение, равновесное тепловое	240	Коэффициент восстановления температуры	127
Излучение, результирующее	232*	Коэффициент восстановления энтальпии	128
Излучение, селективное	249	Коэффициент диффузии	212
Излучение, серое	248	Коэффициент диффузии бинарной смеси	212*
Излучение, собственное	232*	Коэффициент диффузии многокомпонентной смеси	212*
Излучение, тепловое	239	Коэффициент излучения, локальный обобщенный угловой	290*
Излучение, черное	240	Коэффициент излучения, локальный разрешающий угловой	285*
Излучение, эффективное	232*	Коэффициент излучения, локальный угловой	283
Инвариант подобия	37	Коэффициент излучения, обобщенный угловой	290
Индикатриса объемного испускания	295	Коэффициент излучения, разрешающий обобщенный угловой	291
Индикатриса отражения	296	Коэффициент излучения, разрешающий угловой	285
Индикатриса полусферического испускания	294	Коэффициент излучения, средний обобщенный угловой	290*
Индикатриса рассеяния	297	Коэффициент излучения, средний разрешающий обобщенный угловой	291*
Интенсивность излучения	269	Коэффициент излучения, средний разрешающий угловой	285*
Интенсивность излучения, спектральная	270	Коэффициент излучения, средний угловой	284
Интенсивность отраженного излучения	269*	Коэффициент излучения, элементарный обобщенный угловой	290*
Интенсивность падающего излучения	269*	Коэффициент излучения, элементарный разрешающий обобщенный угловой	291*
Интенсивность собственного излучения	269*	Коэффициент излучения, элементарный разрешающий угловой	285*
Интенсивность эффективного излучения	269*	Коэффициент излучения, элементарный угловой	282
Испарение	154		
Испускание	233		
К			
Кипение	155		
Кипение в большом объеме	160		
Кипение насыщенной жидкости	159		
Кипение, объемное пузырьковое	156*		
Кипение, пленочное	157		
Кипение, поверхностное	(158)		
Кипение, поверхностное пузырьковое	156*		

Коэффициент конденсации	195	Коэффициент турбулентного переноса теплоты, кинематический	115
Коэффициент, локальный угловой	283	Коэффициент турбулентной вязкости	112
Коэффициент массоотдачи	215	Коэффициент турбулентной вязкости, кинематический	113
Коэффициент массоотдачи, местный	216	Коэффициент турбулентной температуропроводности	115
Коэффициент массоотдачи, средний	217	Коэффициент турбулентной теплопроводности	114
Коэффициент массопередачи	218	Коэффициент, элементарный угловой	282
Коэффициент массопередачи, местный	218*	Коэффициент экстинкции ¹ среды	(279)
Коэффициент массопередачи, средний	218*	Кризис теплоотдачи при кипении	167
Коэффициент многократных отражений пары тел	288	Критерий, определяющий	(40)
Коэффициент ослабления	279	Критерий подобия	40
Коэффициент поглощения	277		
Коэффициент рассеяния	278	Л	
Коэффициент самодиффузии	212*	Линии теплового потока	20
Коэффициент скорости	145		
Коэффициент сопротивления	132*	М	
Коэффициент сопротивления трения	132	Массообмен	199
Коэффициент сопротивления трения, мгновенный местный	132*	Массообмен, конвективный	203
Коэффициент сопротивления трения, средний во времени и по поверхности	132*	Массоотдача	205
Коэффициент сопротивления трения, средний во времени местный	132*	Массопередача	206
Коэффициент сопротивления трения, средний по поверхности мгновенный	132*	Метод аналогии	45
Коэффициент, средний угловой	284	Метод подобия	35
Коэффициент температуропроводности	49	Метод размерностей	23
Коэффициент теплоотдачи	82	Микрокипение	(158)
Коэффициент теплоотдачи, местный	83	Моделирование	43
Коэффициент теплоотдачи, средний	84	Моделирование, прямое	44
Коэффициент теплопередачи	87	Мощность внутренних источников теплоты ...	21
Коэффициент теплопередачи, местный	87*		
Коэффициент теплопередачи, средний	87*	Н	
Коэффициент теплопроводности	48	Нагрузка, тепловая	18
Коэффициент теплоусвоения	50	Напор, местный температурный	79
Коэффициент термодиффузии	213	Напор, средний температурный	80
Коэффициент турбулентного переноса вещества	214	Напор, температурный	78
Коэффициент турбулентного переноса коли- чества движения	112		
Коэффициент турбулентного переноса количества движения, кинематический	113	О	
Коэффициент турбулентного переноса теплоты	114	Область, переходная	95*
		Отношение, термодиффузионное	213*

¹ Экстинкция света (от лат. *extinctio* — гашение), ослабление света при распространении в среде за счет процессов поглощения и рассеяния. Мерой экстинкции света служит коэффициент экстинкции света $k = 4\pi n\chi\lambda$, где n — показатель преломления, λ — длина волны, χ — показатель экстинкции света, входящий в выражение Бугера—Ламберта—Бера закона.

Отражаемость	267	Плотность теплового потока, первая критическая	168
Отражение	236	Плотность энергии излучения, объемная	273
Отражение, диффузное	236*	Плотность эффективного объемного излучения	272*
Отражение, зеркальное	236*	Поверхность, идеально каталитическая	224
П			
Парообразование	153	Поверхность, изотермическая	15
Паросодержание, истинное объемное	186*	Поверхность, каталитическая	223
Паросодержание, расходное массовое	186*	Поверхность, некаталитическая	223*
Паросодержание, расходное объемное	186*	Поверхность пары тел, взаимная	286
Перенос излучения	238	Поверхность пары тел, разрешающая взаимная	287
Перенос, конвективный	8	Поверхность пары элементарных площадок, взаимная	286*
Перенос, молекулярный	7	Поверхность пары элементарных площадок, разрешающая взаимная	287*
Перенос, молярный	8	Поверхность элементарной площадки и конечной поверхности, взаимная	286*
Плотность излучения, угловая	276	Поверхность элементарной площадки и конечной поверхности, разрешающая взаимная	287*
Плотность объемного излучения	271	Поглощаемость	266
Плотность падающего излучения, пространственная	274	Поглощение	234
Плотность поглощенного объемного излучения	272*	Поглощение, несерое	249
Плотность потока излучения	271	Поглощение, селективное	249
Плотность потока излучения, поверхностная	271	Подобие, физическое	34
Плотность потока массы	210	Поле физической величины, нестационарное	14*
Плотность потока объемного излучения	272	Поле физической величины, стационарное	14*
Плотность потока отраженного излучения, поверхностная	271*	Поток, внешний	93
Плотность потока падающего излучения, поверхностная	271*	Поток, двухфазный	170
Плотность потока поглощенного излучения, поверхностная	271*	Поток, замороженный	222
Плотность потока результирующего излучения, поверхностная	271*	Поток излучения	257
Плотность потока собственного излучения, поверхностная	271*	Поток излучения, интегральный	257*
Плотность потока эффективного излучения, поверхностная	271*	Поток излучения, монохроматический	257*
Плотность рассеянного объемного излучения	272*	Поток массы	207
Плотность результирующего объемного излучения	272*	Поток массы, диффузионный	208
Плотность собственного объемного излучения	272*	Поток массы, Стефанов	209
Плотность собственного объемного излучения, угловая	276	Поток, невозмущенный	92
Плотность теплового потока	18	Поток отраженного излучения	261
Плотность теплового потока, вторая критическая	169	Поток падающего излучения	259
		Поток поглощенного излучения	260
		Поток пропускаемого излучения	204
		Поток результирующего излучения	263
		Поток собственного излучения	258
		Поток, Стефанов	209
		Поток, тепловой	17

Поток, термически неравновесный двухфазный	172
Поток, термически равновесный двухфазный	171
Поток, удельный тепловой	(18)
Поток, химически равновесный	221
Поток эффективного излучения	262
Преобразование подобия	36
Производительность внутренних источников теплоты	(21)
Промотор	(192)
Пропускаемость	268
Пропускание	237
Противоток	90
Процесс переноса теплоты	1*
Прямоток	89
Пульсация физической величины	109

Р

Равновесие, локальное лучистое	292
Равновесие, монохроматическое лучистое	293
Радиация	232
Размерность	33
Рассеяние	235
Рассеяние, анизотропное	235*
Рассеяние, изотропное	235*
Расход жидкости	73
Расход жидкости, массовый	73*
Расход жидкости, объемный	73*
Расход жидкости, средний	73*
Режим движения газовой фазы, дисперсно- кольцевой	177
Режим движения газовой фазы, дисперсный	177*
Режим движения газовой фазы, кольцевой	177*
Режим движения, дисперсно-кольцевой	170
Режим движения жидкой фазы, дисперсно- кольцевой	176
Режим движения жидкой фазы, дисперсный	176*
Режим движения жидкой фазы, кольцевой	176*
Режим движения, переходный	72
Режим движения, пузырьковый	173
Режим движения, расслоенный	178
Режим движения, эмульсионный	175
Режим, регулярный	58
Режим теплопроводности, регулярный	58
Решение, подобное	47

С

Самодиффузия	200*
Система единиц	27
Скачок на границе раздела фаз, температур- ный	123
Скачок скорости	122
Скачок, температурный	123
Скорость, динамическая	111
Скорость, критическая	75
Скорость, массовая	74
Скорость смеси	182
Скорость смеси, приведенная	183
Скорость фазы, истинная	179
Скорость фазы, относительная	180
Скорость фазы, приведенная	181
Скорость циркуляции	183
Слой, динамический пограничный	95
Слой, диффузионный пограничный	204
Слой, замороженный пограничный	222*
Слой, ламинарный (динамический) погра- ничный	95*
Слой, пограничный	94
Слой, равновесный пограничный	221*
Слой, смешанный (динамический) пограничный	95*
Слой, тепловой пограничный	96
Слой, турбулентный (динамический) погра- ничный	95*
Сопротивление, внешнее термическое	85
Сопротивление, внутреннее термическое	55
Сопротивление, контактное термическое	6
Сопротивление, межфазное термическое	124
Сопротивление на границе раздела фаз, термическое	124
Сопротивление, общее термическое	88
Состояние, сфероидальное	166
Способность, интегральная отражательная	267*
Способность, интегральная поглощательная	266*
Способность, интегральная пропускательная	268*
Способность, отражательная	267
Способность пары тел, взаимная поглоща- тельная	289

Способность, поглощательная	266	Температура потока, среднемассовая	77
Способность, пропускательная	268	Температура, радиационная	301
Способность, спектральная отражательная	267*	Температура стенки, адиабатная	119
Способность, спектральная поглощательная	266*	Температура стенки, равновесная	(119)
Способность, спектральная пропускательная	208*	Температура стенки, собственная	(119)
Среда, анизотропная ¹ сплошная	2*	Температура торможения	117
Среда, диатермическая	253	Температура, цветовая	300
Среда, изотропная ² сплошная	2*	Температура, яркостная	299
Среда, многофазная	4	Температуропроводность	49
Среда, неоднородная сплошная	2*	Темп регулярного режима	59
Среда, однородная сплошная	2*	Тензор излучения	281
Среда, однофазная	3	Тензор напряжений излучения	280
Среда, ослабляющая	254	Теплоноситель	6
Среда, поглощающая	255	Теплообмен	1
Среда, прозрачная	253	Теплообмен излучением	11
Среда, рассеивающая	256	Теплообмен, конвективный	10
Среда, серая	252	Теплообменщик	22
Среда, сплошная	2	Теплообмен, радиационно-конвективный	13
Степень пересыщения пара	194	Теплообмен, радиационно-кондуктивный	12
Степень пересыщения пара, критическая	194*	Теплообмен, радиационный	11
Степень турбулентности	110	Теплообмен, стабилизированный	103
Степень черноты	265	Теплоотдача	81
Степень черноты, интегральная	265*	Теплопередача	86
Степень черноты, спектральная	265*	Теплопроводность	9
Сублимация	153*	Термодиффузия	202
Т		Течение пленки жидкости (конденсата), волновое	193
Тело, абсолютно черное	251	Течение, свободное молекулярное	125
Тело, серое	252	Течение со скольжением	121
Тело, черное	251	Течение, стабилизированное	102
Температура адиабатного испарения	219	Ток, поперечный	91
Температура адиабатного насыщения	220	Толщина вытеснения	98
Температура влажного термометра	219	Толщина пограничного слоя	97
Температура заторможенного потока	117	Толщина потери импульса	99
Температура, определяющая	152	Толщина потери энthalпии	100
		Точка, направляющая	60
		Труба	79*

¹ Анизотропия (от греч. anisos — неравный и tropos — направление), зависимость свойств среды от направления. Анизотропия характерна, например, для механических, оптических, магнитных, электрических и других свойств кристаллов.

² Изотропия (от изо... и греч. tropos — поворот, направление), независимость свойств физических объектов от направления. Характерна для жидкостей, газов и аморфных состояний твердых тел (см. Анизотропия).

У

Условие II рода, граничное	52
Условие I рода, граничное	51
Условие III рода, граничное	53
Условия сопряжения	54
Условия III рода, линейные граничные	53*

Условия III рода, пелинейные граничные	53*
Уравнение, критериальное	(41)
Уравнение подобия	41
Участок, гидродинамический начальный.....	101*
Участок, диффузионный начальный	101*
Участок, начальный	101
Участок, тепловой начальный	101*

Ф

Фактор, температурный	143
Формула размерности	32

Ц

Центр образования новой фазы	104
------------------------------------	-----

Ч

Число Архимеда	140
Число Био	62
Число Био, радиационное	63
Число Больцмана	303
Число Бугера	302
Число Вебера	197
Число Галилея	139
Число Гартмана	148
Число Грасгофа	141
Число Жуковского	146
Число Кирпичева	304
Число Кнудсена	147
Число Льюиса – Семенова	226
Число Льюиса – Семенова, турбулентное	227
Число Маха	144
Число Нуссельта	129
Число Нуссельта, диффузионное	225*
Число, определяемое	39
Число, определяющее	38
Число Остроградского	64
Число Пекле	138
Число Пекле, диффузионное	229
Число подобия	37
Число подобия, определяемое	39
Число подобия, определяющее	38
Число Прандтля	135
Число Прандтля, диффузионное	228
Число Прандтля, магнитное	150
Число Прандтля, смешанное	137

Число Прандтля, турбулентное	136
Число Рейнольдса	133
Число Рейнольдса, критическое	134
Число Рейнольдса, магнитное	149
Число Релея	142
Число Стантона	130
Число Стюарта	151
Число фазового перехода	196
Число Фруда	198
Число Фурье	61
Число Фурье, диффузионное	230
Число Эйлера	131

Ш

Шероховатость	105
Шероховатость, относительная	106

Э

Энергия излучения	232
Энтальпия заторможенного потока	116
Энтальпия на стенке, адиабатная	120
Энтальпия, полная	(116)
Энтальпия потока, среднemasсовая	70
Энтальпия торможения	116

Я

Яркость излучения	269
Яркость излучения, спектральная	270

ТЕРМИНОЛОГИЯ¹

1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ	
<p>1 Теплообмен <i>D</i> Wärmeübertragung <i>E</i> Heat transfer <i>F</i> Transmission de chaleur. Transmission thermique Transfert de chaleur. Transfert thermique</p>	<p>Самопроизвольный необратимый процесс переноса теплоты в пространстве с неоднородным полем температуры.</p> <p>Примечания: 1. В общем случае перенос теплоты может вызываться также неоднородностью полей других физических величин, например разностью концентраций (диффузионный термоэффект). 2. Под процессом переноса теплоты здесь и далее понимается процесс обмена внутренней энергией между элементами системы в форме теплоты</p>
<p>2 Сплошная среда <i>D</i> Medium <i>E</i> Continuum <i>F</i> Milieu continu</p>	<p>Среда, которую допустимо рассматривать как континуум, пренебрегая ее дискретным строением.</p> <p>Примечания: 1. Различают: а) однородную сплошную среду, в разных точках которой ее физические свойства одинаковы при одинаковых температуре и давлении, и б) неоднородную сплошную среду, в разных точках которой ее физические свойства не одинаковы при одинаковых температуре и давлении. 2. Различают: а) изотропную сплошную среду, физические свойства которой не зависят от направления, и б) анизотропную сплошную среду, физические свойства которой различны по разным направлениям</p>
<p>3 Однофазная среда <i>D</i> Einphasenmedium <i>E</i> One-phase medium <i>F</i> Milieu monophasé</p>	<p>Сплошная одно- или многокомпонентная среда, свойства которой в пространстве могут изменяться только непрерывно</p>
<p>4 Многофазная среда <i>D</i> Mehrphasenmedium <i>E</i> Multi-phase medium <i>F</i> Milieu polyphasé</p>	<p>Сплошная одно- или многокомпонентная среда, состоящая из ряда однофазных частей, на границах которой физические свойства изменяются скачками</p>
<p>5 Жидкость <i>D</i> Flüssigkeit. Fluidum <i>E</i> Liquid. Fluid <i>F</i> Liquide. Fluide</p>	<p>Сплошная среда, обладающая свойством текучести, т.е. допускающая неограниченное изменение формы под действием сколь угодно малых сил.</p> <p>Примечания: 1. В гидромеханике и теории теплообмена под термином «жидкость» понимается как капельная жидкость (конденсированная среда), так и газ. 2. Если в рассматриваемых условиях изменение плотности жидкости при изменении давления пренебрежимо мало (по сравнению с самой плотностью), то ее рассматривают как несжимаемую жидкость, в противном случае — как сжимаемую жидкость</p>
<p>6 Теплоноситель <i>D</i> Wärmeträger <i>E</i> Heat-transmission medium <i>F</i> Fluide de l'échangeur thermique</p>	<p>Движущаяся среда, используемая для переноса теплоты</p>
<p>7 Молекулярный перенос <i>D</i> Molekulare Übertragung <i>E</i> Molecular transfer <i>F</i> Conduction moléculaire. Conduction</p>	<p>Перенос теплоты, вещества, количества движения посредством теплового движения микрочастиц в среде с неоднородным распределением температуры, концентрации, скорости</p>

¹ Теория теплообмена. Терминология, вып. 83. — М.: «Наука», 1971.

<p>8 Конвективный перенос Молярный перенос <i>D</i> Molare Übertragung <i>E</i> Convective transfer <i>F</i> Convection</p>	<p>Перенос теплоты, вещества, количества движения в среде с неоднородным распределением скорости, температуры, концентрации, осуществляемый макроскопическими элементами среды при их перемещении</p>
<p>9 Теплопроводность <i>D</i> Wärmeleitung <i>E</i> Heat transfer by conduction <i>F</i> Conduction de chaleur. Conduction thermique. Conductivité thermique. Conduction. Conductibilité calorifique</p>	<p>Молекулярный перенос теплоты в сплошной среде, обусловленный наличием градиента температуры. Примечание. Теплопроводность не включает перенос теплоты вследствие диффузии вещества</p>
<p>10 Конвективный теплообмен <i>D</i> Konvoktive Wärmeübertragung <i>E</i> Heat transfer by convection <i>F</i> Transmission de chaleur par convection</p>	<p>Теплообмен, обусловленный совместным действием конвективного и молекулярного переноса теплоты</p>
<p>11 Теплообмен излучением Радиационный теплообмен <i>D</i> Wärmeübergang durch Strahlung. Strahlungswärmetausch <i>E</i> Heat transfer by radiation <i>F</i> Transmission de chaleur (calorifique) par rayonnement</p>	<p>Теплообмен, обусловленный превращением внутренней энергии вещества в энергию излучения (232), переносом излучения (238) и его поглощением (234) веществом</p>
<p>12 Радиационно-кондуктивный теплообмен <i>E</i> Heat transfer by radiation and conduction</p>	<p>Теплообмен, обусловленный совместным переносом теплоты излучением и теплопроводностью</p>
<p>13 Радиационно-конвективный теплообмен <i>E</i> Heat transfer by radiation and convection</p>	<p>Теплообмен, обусловленный совместным переносом теплоты излучением, теплопроводностью и конвекцией</p>
<p>14 Поле физической величины <i>D</i> Feld der physikalische Werte <i>E</i> Field of physical value <i>F</i> Champ de valeur physique</p>	<p>Совокупность значений физической величины (температуры, скорости и т.д.) во всех точках какой-либо пространственной области в данный момент времени. Примечание. Если поле физической величины изменяется во времени, оно называется нестационарным полем физической величины, в противном случае — стационарным полем физической величины</p>
<p>15 Изотермическая поверхность <i>D</i> Isothermische Fläche <i>E</i> Isothermal surface <i>F</i> Surface isothermique</p>	<p>Поверхность, во всех точках которой температура одинакова</p>
<p>16 Градиент температуры <i>D</i> Temperaturgradient <i>E</i> Temperature gradient <i>F</i> Gradient de température</p>	<p>Вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и численно равный частной производной от температуры по этому направлению</p>

17 Тепловой поток <i>D</i> Wärmestrom <i>E</i> Heat flux <i>F</i> Flux de chaleur. Flux thermique. Flux calorifique	Количество теплоты, проходящее в единицу времени через произвольную поверхность
18 Плотность теплового потока Тепловая нагрузка <i>Нрк</i> Удельный тепловой поток <i>D</i> Wärmestromdichte <i>E</i> Heat flux per unit area. Specific heat flow <i>F</i> Densité de flux de chaleur. Densité de flux thermique	Тепловой поток, отнесенный к единице площади поверхности. Примечание. Различают местную (локальную) и среднюю по поверхности плотность теплового потока
19 Вектор плотности теплового потока <i>E</i> Heat flux vector	Вектор, проекция которого на произвольное направление есть местная плотность теплового потока, проходящего через площадку, перпендикулярную к выбранному направлению
20 Линия теплового потока <i>D</i> Wärmestromlinie <i>E</i> Heat flow line <i>F</i> Ligne de courant thermique	Линия, в каждой точке которой в данный момент времени вектор плотности теплового потока направлен по касательной к ней
21 Мощность внутренних источников теплоты <i>Нрк</i> Производительность внутренних источников теплоты <i>D</i> Leistung der inneren Wärmequellen <i>E</i> Rate of internal heat source per unit volume	Количество теплоты, выделяемое (поглощаемое) внутренними источниками (стоками), в единице объема среды в единицу времени
22 Теплообменник <i>E</i> Heat exchanger. Exchanger	Аппарат, в котором осуществляется теплообмен между двумя или несколькими теплоносителями или между теплоносителями и твердыми телами (стенкой, псадкой). Примечание. Роль теплоносителей и твердых тел, участвующих в теплообмене, может выполнить и среда, окружающая аппарат
2. МЕТОДЫ РАЗМЕРНОСТЕЙ И ПОДОБИЯ	
23 Метод размерностей <i>D</i> Dimensionsanalyse <i>E</i> Dimensional analysis <i>F</i> Analyse dimensionnelle	Метод определения числа и структуры безразмерных степенных комплексов, построенных из величин, существенных для данного процесса, на основе сопоставления размерностей этих величин
24 Первичная величина <i>D</i> Grundgröße <i>E</i> Primary value <i>F</i> Grandeur primaire. Grandeur fondamentale	Физическая величина, которая вводится для данного класса явлений безотносительно к другим величинам и численное значение которой определяется посредством прямого измерения (при этом единица измерения выбирается произвольно)
25 Вторичная величина <i>D</i> Abgeleitete Größe <i>E</i> Secondary value <i>F</i> Grandeur secondaire	Физическая величина, которая выражается через первичные величины по определению (на основе физических представлений, законов)

26 Единица измерения <i>D</i> Maßeinheit <i>E</i> Unit <i>F</i> Unite	Физическая величина, принятая по соглашению в качестве основы (стандарта) для сравнения всех однородных (имеющих одну и ту же физическую природу) величин
27 Система единиц <i>D</i> Maßeinheitensystem <i>E</i> Set of units. System of units <i>F</i> Système d'unités	Совокупность единиц измерения, построенная на основе определенных единиц для величин, принятых в качестве первичных (для данного класса явлений)
28 Основная единица измерения <i>D</i> Grundmaßinheit <i>E</i> Fundamental unit <i>F</i> Unité fondamentale	Единица измерения первичной величины
29 Производная единица измерения <i>D</i> Maßeinheit der abgeleiteten Größe <i>E</i> Derivative unit <i>F</i> Unité dérivée. Unité secondaire	Единица измерения вторичной величины, выражаемая через основные единицы с помощью формулы размерности (32)
30 Размерная величина <i>D</i> Dimensionsbehaftete Maßgröße <i>E</i> Dimensional value	Величина, численное значение которой зависит от выбора основных единиц измерения
31 Безразмерная величина <i>D</i> Dimensionslose Kennzahl <i>E</i> Dimensionless value <i>F</i> Grandeur sans dimension	Величина, численное значение которой не зависит от выбора основных единиц измерения
32 Формула размерности <i>D</i> Normale Dimensionsgleichung <i>F</i> Formule de dimensions Equation de dimensions	Символическое уравнение вида $[Y] = [X_1]^{n_1} [X_2]^{n_2} \dots [X_m]^{n_m},$ где $[Y]$ — производная единица измерения; $[X_1], [X_2], \dots, [X_m]$ — основные единицы измерения; n_1, n_2, \dots, n_m — действительные числа, определяющие соотношение между производной единицей измерения и основными единицами измерения и соответственно между численным значением вторичной величины и численными значениями первичных величин
33 Размерность (вторичной величины в отношении данной первичной величины) <i>D</i> Dimension <i>E</i> Dimension <i>F</i> Dimensionnelle. Dimension	Показатель степени при данной первичной величине в формуле размерности
34 Физическое подобие <i>D</i> Physikalische Ähnlichkeit <i>E</i> Physical similarity <i>F</i> Similitude physique	Соответствие между процессами как одинаковой, так и различной физической природы, выражающееся в тождественности их безразмерных математических описаний. Примечание. В случае процессов различной физической природы допускается использование термина «физическая аналогия»
35 Метод подобия <i>D</i> Ähnlichkeitsverfahren <i>E</i> Method of similarity	Метод исследования явлений, заключающийся в анализе их математического описания на основе представления о физическом подобии

36 Преобразование подобия <i>D</i> Modellgleichung	Изменение количественных характеристик данного явления посредством умножения их на постоянные множители, преобразующие эти характеристики в соответствующие характеристики подобного явления. Примечание. Множители преобразования — действительные, конечные, положительные числа, которые не зависят от времени, направления и координат. Для подобных процессов одинаковой физической природы множители преобразования — величины безразмерные; для подобных физических процессов разной физической природы — размерные
37 Число подобия Инвариант подобия <i>D</i> Kenngröße <i>E</i> Dimensionless number <i>F</i> Nombre sans dimension	Безразмерный степенной комплекс, составленный из величин, существенных для данного процесса
38 Определяющее число подобия Определяющее число	Число подобия, содержащее независимую переменную
39 Определяемое число подобия Определяемое число	Число подобия, содержащее зависимую переменную (искомую величину)
40 Критерий подобия Определяющий критерий <i>D</i> Kenngröße <i>E</i> Similarity criterion <i>F</i> Critère non dimensionnel	Число подобия, составленное только из заданных параметров математического описания процесса
41 Уравнение подобия Критериальное уравнение	Функциональная зависимость между числами подобия
42 Автомодельность <i>D</i> Modellunabhängigkeit <i>E</i> Similarity	Сохранение физического подобия в некоторой области изменения численных значений одного или нескольких критериев подобия и определяющих чисел
43 Моделирование <i>D</i> Modellverfahren <i>E</i> Modelling	Метод экспериментального исследования данного процесса, основанный на замещении его подобным ему процессом той же или другой физической природы
44 Прямое моделирование	Моделирование, основанное на замещении изучаемого физического процесса подобным ему процессом той же физической природы
45 Метод аналогии <i>E</i> Method of analogue <i>F</i> Méthode d'analogie. Méthode analogique	Моделирование, основанное на замещении изучаемого физического процесса подобным ему процессом другой физической природы
46 Характерная величина <i>D</i> Kennzeichende Abmessung <i>E</i> Reference value <i>F</i> Longueur caractéristique	Значение переменной величины, известное по условиям задачи и выбранное в качестве масштаба (например, характерный размер, характерная скорость, характерная температура)
47 Подобное решение <i>E</i> Similarity solution	Решение задачи (о движении жидкостей, теплообмене), содержащей несколько независимых переменных и допускающей сведение к задаче, содержащей меньшее число переменных (наиболее часто двух независимых переменных — к одной)

3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ	
<p>48 Коэффициент теплопроводности</p> <p><i>D</i> Wärmeleitfähigkeit. Wärmeleitzahl <i>E</i> Thermal conductivity coefficient <i>F</i> Conductibilité thermique. Coefficient de conductibilité thermique. Conductivité. Coefficient de conduction thermique</p>	<p>Физический параметр, характеризующий интенсивность процесса теплопроводности в веществе и численно равный плотности теплового потока вследствие теплопроводности при градиенте температуры, равном единице.</p> <p>Примечание. Коэффициент теплопроводности анизотропного вещества зависит от направления из данной точки и достигает экстремальных значений по трем взаимно-ортогональным направлениям, называемым главными осями тепловой проводимости</p>
<p>49 Коэффициент температуропроводности</p> <p><i>D</i> Temperaturleitfähigkeit. Temperaturleitzahl <i>E</i> Thermal diffusivity <i>F</i> Diffusivité thermique. Diffusivité. Coefficient de diffusion thermique. Coefficient de diffusion thermique de temperature. Coefficient de conductivité de temperature</p>	<p>Физический параметр вещества, численно равный отношению коэффициента теплопроводности к объемной удельной теплоемкости вещества</p>
<p>50 Коэффициент теплоусвоения</p> <p><i>D</i> Wärmceindringzahl <i>F</i> Coefficient d'arrachement</p>	<p>Физический параметр вещества, численно равный корню квадратному из произведения коэффициента теплопроводности на объемную удельную теплоемкость вещества</p>
<p>51 Граничное условие I рода</p> <p><i>D</i> Grenzbedingung erster Art <i>E</i> Dirichlet's boundary condition <i>F</i> Condition du type Dirichlet</p>	<p>Условие, состоящее в задании распределения температуры на пространственных границах тела и ее изменения во времени</p>
<p>52 Граничное условие II рода</p> <p><i>D</i> Grenzbedingung zweiter Art <i>E</i> Neumann's boundary condition <i>F</i> Condition du type Neumann. Condition de flux</p>	<p>Условие, состоящее в задании распределения плотности теплового потока на пространственных границах тела и ее изменения во времени</p>
<p>53 Граничное условие III рода</p> <p><i>D</i> Grenzbedingung dritter Art <i>F</i> Condition du type Fourier</p>	<p>Условие, состоящее в задании зависимости плотности теплового потока за счет теплопроводности со стороны тела на его поверхности от температур поверхности тела и окружающей среды.</p> <p>Примечания. 1. Если плотность теплового потока на поверхности тела пропорциональна разности температур поверхности и окружающей среды, то в этом случае граничные условия III рода называют «линейные граничные условия III рода», в противном случае — «нелинейные граничные условия III рода».</p> <p>2. К терминам 51 – 53. Кроме граничных условий I, II, III рода на практике встречаются и другие виды граничных условий. В настоящее время для них нет еще твердо установленной терминологии, поэтому в данную рекомендацию они не включены</p>
<p>54 Условия сопряжения</p>	<p>Условия, выражающие свойство непрерывности поля температуры и закон сохранения энергии на поверхности соприкосновения двух тел (или сред) в форме равенства температур и плотностей теплового потока в обоих телах (средах) за счет теплопроводности</p>

55 Внутреннее термическое сопротивление <i>D</i> Inneres Wärmeleitwiderstand <i>E</i> Internal heat transfer resistance	Величина, численно равная отношению разности температур между двумя изотермическими поверхностями тела к плотности теплового потока в какой-либо точке на одной из этих поверхностей
56 Контактное термическое сопротивление <i>D</i> Kontaktwarmeleitwiderstand <i>E</i> Thermal contact resistance <i>F</i> Résistance thermique de contact	Величина, численно равная отношению разности температур на границе соприкосновения двух шероховатых тел (обусловленной несовершенством их контакта) к плотности теплового потока на этой границе
57 Температурные волны <i>D</i> Temperaturwellen <i>E</i> Temperature wave <i>F</i> Ondes thermiques. Ondes d'agitation thermique	Распространение периодических, однократных или многократных колебаний температуры в теле (среде)
58 Регулярный режим теплопроводности Регулярный режим <i>D</i> Geregelt Abkühlung	Режим теплопроводности, характеризующийся тем, что пространственное распределение температуры (отсчитываемой от температуры окружающей среды) в теле сохраняется во времени подобным самому себе
59 Темп регулярного режима	Величина, входящая в уравнение температурного поля в условиях регулярного режима в качестве сомножителя при времени
60 Направляющая точка <i>D</i> Richtpunkt <i>F</i> Point directeur	Точка на линии нулевой избыточной температуры, находящаяся вне нагреваемого или охлаждаемого тела на расстоянии от его поверхности, численно равном отношению коэффициента теплопроводности тела к коэффициенту теплоотдачи. Примечание. Через направляющую точку проходит касательная к кривой распределения температуры в теле в точке, соответствующей поверхности тела
61 Число Фурье <i>D</i> Fourier-Zahl <i>E</i> Fourier number <i>F</i> Nombre de Fourier	Безразмерное число, определяемое тождеством $Fo \equiv \frac{a\tau}{l_0^2},$ где a — коэффициент температуропроводности; τ — время; l_0 — характерный размер
62 Число Бю <i>D</i> Biot-Zahl <i>E</i> Biot number <i>F</i> Nombre de Biot	Безразмерное число, определяемое тождеством $Bi \equiv \frac{\alpha l_0}{\lambda},$ где α — коэффициент теплоотдачи от поверхности тела к окружающей среде (или наоборот); l_0 — характерный размер; λ — коэффициент теплопроводности тела
63 Радиационное число Бю	Безразмерное число, определяемое тождеством $Bi_p \equiv \frac{\sigma_0 T_0^3 l_0}{\lambda},$ где σ_0 — постоянная Стефана—Больцмана; T_0 — характерная температура; λ — коэффициент теплопроводности тела; l_0 — характерный размер
64 Число Остроградского	Безразмерное число, определяемое тождеством $Os \equiv \frac{qJ_0^2}{\lambda(T_0 - T_1)},$ где q — мощность внутренних источников теплоты; λ — коэффициент теплопроводности среды (твердого тела, жидкости, газа); $T_0 - T_1$ — характерная для данной задачи разность температур

4. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН В ОДНОФАЗНОЙ СРЕДЕ	
65 Свободное движение Свободная конвекция <i>D</i> Freie Strömung <i>E</i> Free convection <i>F</i> Convection naturelle. Convection libre. Ecoulement naturelle	Движение жидкости в данной системе под действием неоднородного поля массовых сил, приложенных к частицам жидкости внутри системы и обусловленных внешними полями (гравитационным, магнитным, электрическим)
66 Гравитационное свободное движение Гравитационная свободная конвекция <i>D</i> Freie Konvektion <i>E</i> Free convection <i>F</i> Convection naturelle	Свободное движение под действием гравитационного поля в системе с неоднородным распределением плотности жидкости. Примечание. Неоднородное распределение плотности может быть вызвано неоднородным распределением температуры, концентрации какого-либо компонента в смеси или наличием фаз с разной плотностью
67 Вынужденное движение Вынужденная конвекция <i>D</i> Erzwungene Stromung <i>E</i> Forced convection <i>F</i> Convection forcee. Ecoulement forcee	Движение жидкости под действием внешних поверхностных сил, приложенных на границах системы, или однородного поля массовых сил, приложенных к жидкости внутри системы, или за счет кипетической энергии, сообщенной жидкости, вне системы
68 Ламинарное движение <i>D</i> Laminaire Strömung <i>E</i> Laminar flow <i>F</i> Écoulement laminaire. Regime laminaire	Движение жидкости, при котором возможно существование стационарных траекторий ее частиц
69 Вязкостно-гравитационное движение <i>D</i> Strömung hängt von den Zähigkeits- und Schwerkraften ab <i>E</i> Combined laminar free-and-force convection <i>F</i> Convection mixte	Движение жидкости, возникающее в результате наложения гравитационного свободного движения на вынужденное ламинарное движение при несущественном влиянии сил инерции
70 Турбулентное движение <i>D</i> Turbulente Strömung <i>E</i> Turbulent flow <i>F</i> Écoulement turbulent. Régime turbulent	Движение жидкости с хаотично изменяющимися во времени траекториями частиц, при котором в потоке возникают нерегулярные пульсации скорости давления и других параметров, неравномерно распределенные в потоке
71 Вязкостно-инерционно-гравитационное движение	Движение жидкости, возникающее в результате наложения гравитационного свободного движения на вынужденное турбулентное движение
72 Переходный режим движения <i>D</i> Laminarturbulente Umschlag. Übergangsströmung <i>E</i> Transient flow <i>F</i> Régime de transition. Regime transitoire	Форма движения жидкости, промежуточная между ламинарной и турбулентной
73 Расход жидкости <i>D</i> Durchflußmenge <i>E</i> Flow rate <i>F</i> Débit du liquide	Количество жидкости, протекающее через данное сечение потока за элементарный промежуток времени, отнесенное к этому промежутку. Примечания: 1. Если расход жидкости изменяется во времени, то при отнесении количества жидкости к конечному промежутку времени применяется термин «средний расход жидкости». 2. Различают: объемный расход жидкости, массовый расход жидкости

74 Массовая скорость <i>D</i> Massengeschwindigkeit <i>E</i> Mass velocity <i>F</i> Débit en masse par unité de section. Vitesse massique	Массовый расход жидкости через элементарную площадку, перпендикулярную к направлению вектора скорости, отнесенный к величине элементарной площадки
75 Критическая скорость <i>D</i> Kritische Geschwindigkeit <i>E</i> Critical velocity <i>F</i> Vitesse critique	Скорость газа в данном месте потока, равная скорости звука в газе в том же месте
76 Среднемассовая энтальпия потока <i>D</i> Mischungsenthalpie <i>E</i> Bulk enthalpy	Частное от деления энтальпии, переносимой всей массой движущейся жидкости в единицу времени через данное сечение потока, на массовый расход жидкости $\bar{h} = \frac{\int h \rho u ds}{\int \rho u ds}$ где h — энтальпия жидкости, отнесенная к единице массы; ρ — плотность жидкости; u — составляющая скорости, перпендикулярная к сечению потока; s — площадь сечения потока
77 Среднемассовая температура потока <i>D</i> Mischungstemperatur <i>E</i> Bulk temperature <i>F</i> Température moyenne. Température du fluide mélangée	Температура, соответствующая среднемассовой энтальпии потока
78 Температурный напор <i>D</i> Temperaturdifferenz <i>E</i> Temperature drop <i>F</i> Ecart de température. Difference de température	Разность характерных температур среды и стенки (или границы раздела фаз) или двух сред, между которыми происходит теплообмен
79 Местный температурный напор <i>D</i> Örtliche Temperaturdifferenz <i>E</i> Local temperature drop <i>F</i> Ecart local de température	Разность температур среды и местной температуры стенки (границы раздела фаз) либо разность температур двух сред в данном сочетании теплообменной системы. Примечания: 1. При внешнем обтекании тел в качестве температуры среды обычно принимается температура во внешнем потоке, а при течении в трубах — среднемассовая температура потока в данном сечении. 2. Под термином «трубы» здесь и далее понимаются трубы (или закрытые по всему периметру каналы) произвольного, но постоянного по длине поперечного сечения, в которых осуществляется напорное течение жидкости
80 Средний температурный напор <i>D</i> Mittlerer Temperaturdifferenz <i>E</i> Average temperature drop <i>F</i> Ecart de température moyen. Ecart moyen de température	Температурный напор, осредненный по поверхности теплообмена. Примечание. Различают: а) средний арифметический температурный напор $\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{2};$ б) средний логарифмический температурный напор $\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}};$ в) средний интегральный температурный напор $\bar{\Delta t} = \frac{1}{F} \int_F \Delta t dF,$ где Δt — местный температурный напор; $\Delta t_1, \Delta t_2$ — значения местного температурного напора в начале и в конце (по ходу потока теплоносителя) теплообменной системы; F — площадь поверхности теплообмена

81 Теплоотдача <i>D</i> Wärmeübergang <i>E</i> Heat transfer <i>F</i> Echange de chaleur. Echange thermique. Transfert de chaleur. Transfert thermique	Конвективный теплообмен между движущейся средой и поверхностью ее раздела с другой средой (твердым телом, жидкостью или газом)
82 Коэффициент теплоотдачи <i>D</i> Wärmeübergangszahl <i>E</i> Heat transfer coefficient <i>F</i> Coefficient d'échange de chaleur. Coefficient d'échange thermique. Coefficient d'échange. Coefficient de convection. Coefficient de transmission	Величина, характеризующая интенсивность теплоотдачи и равная плотности теплового потока на поверхности раздела, отнесенной к температурному напору между средой и поверхностью
83 Местный коэффициент теплоотдачи <i>D</i> Örtliche Wärmeübergangszahl <i>E</i> Local heat transfer coefficient <i>F</i> Coefficient local d'échange thermique. Coefficient local d'échange de chaleur	Коэффициент теплоотдачи в данной точке поверхности теплообмена, равный местной плотности теплового потока в этой точке (q_c), отнесенной к местному температурному напору (Δt) $\alpha = \frac{q_c}{\Delta t}$
84 Средний коэффициент теплоотдачи <i>D</i> Mittlere Wärmeübergangszahl <i>E</i> Average heat transfer coefficient <i>F</i> Coefficient d'échange moyen. Coefficient moyen d'échange de chaleur	Коэффициент теплоотдачи, равный тепловому потоку (Q) через поверхность теплообмена, деленному на средний температурный напор и площадь поверхности теплообмена (F) $\bar{\alpha} = \frac{Q_c}{\Delta t F}$
85 Внешнее термическое сопротивление <i>D</i> Wärmeübergangswiderstand <i>E</i> Heat transfer resistance (thermal resistivity)	Величина, численно равная обратному значению коэффициента теплоотдачи
86 Теплопередача <i>D</i> Wärmedurchgang <i>E</i> Heat transfer. Overall heat transfer <i>F</i> Transmission de chaleur. Transport de chaleur	Теплообмен между двумя теплоносителями через разделяющую их твердую стенку или через поверхность раздела между ними
87 Коэффициент теплопередачи <i>D</i> Wärmedurchgangszahl <i>E</i> Overall heat transfer coefficient	Величина, характеризующая интенсивность теплопередачи и равная плотности теплового потока на стенке (поверхности раздела), отнесенной к температурному напору между теплоносителями. Примечание. Различают: местный коэффициент теплопередачи и средний коэффициент теплопередачи (определяются аналогично терминам 83 и 84)
88 Общее термическое сопротивление <i>D</i> Wärmedurchgangswiderstand <i>E</i> Overall heat transfer resistance. Overall thermal resistance <i>F</i> Résistance de transmission thermique global. Résistance au flux calorifique global	Величина, обратная коэффициенту теплопередачи и численно равная сумме внешних и внутренних сопротивлений

89 Прямоток <i>D</i> Gleichstrom <i>E</i> Cocurrent flow. Parallel flow <i>F</i> Circulation parallele	Движение двух теплоносителей в теплообменной системе (например, в теплообменнике) параллельно друг другу в одном и том же направлении
90 Противоток <i>D</i> Gegenstrom <i>E</i> Countercurrent flow. Counterflow <i>F</i> Contre-courant. Circulation en sens inverse. Écoulement à contre-courant	Движение двух теплоносителей в теплообменной системе (например, в теплообменнике) параллельно друг другу в противоположных направлениях
91 Поперечный ток <i>D</i> Kreuzstrom <i>E</i> Cross flow <i>F</i> Courant croisé. Écoulement à courant croisé	Движение двух теплоносителей в теплообменной системе (например, в теплообменнике) во взаимно-перпендикулярных направлениях
92 Невозмущенный поток <i>D</i> Ungestörte Strömung <i>E</i> Main stream. Bulk of the stream <i>F</i> Écoulement principal	Область потока жидкости, находящаяся на таком удалении от обтекаемого тела, что возмущения параметров потока, обусловленные присутствием тела, пренебрежимо малы по сравнению с величиной самих параметров
93 Внешний поток <i>D</i> Außenströmung <i>E</i> External flow <i>F</i> Écoulement extérieur. Écoulement libre	Область потока жидкости, в которой влияние сил вязкости пренебрежимо мало и возмущение параметров течения (скорости и связанных с ней величин) обусловлено только деформацией линий тока вследствие вытеснения жидкости обтекаемым телом
94 Пограничный слой <i>D</i> Grenzschicht <i>E</i> Boundary layer <i>F</i> Couche limite	Область течения вязкой теплопроводной жидкости, характеризующаяся малой (по сравнению с продольными размерами области) толщиной и большим поперечным градиентом величины, изменением которой обусловлен процесс переноса количества движения, теплоты, вещества
95 Динамический пограничный слой <i>D</i> Geschwindigkeitsgrenzschicht <i>E</i> Velocity boundary layer <i>F</i> Couche limite dynamique	Пограничный слой, характеризующийся большим поперечным градиентом продольной составляющей скорости, под действием которого осуществляется поперечный перенос количества движения. Примечание. В зависимости от характера движения жидкости различают: ламинарный (динамический) пограничный слой и турбулентный (динамический) пограничный слой. Применяют также термин смешанный (динамический) пограничный слой, когда вдоль потока одновременно существуют области ламинарного движения и турбулентного движения, разделенные переходной областью, в пределах которой происходит перестройка режима течения
96 Тепловой пограничный слой <i>D</i> Temperaturgronzschicht <i>E</i> Thermal boundary layer <i>F</i> Couche limite thermique	Пограничный слой, характеризующийся большим поперечным градиентом температуры, под действием которого осуществляется поперечный перенос теплоты
97 Толщина пограничного слоя <i>D</i> Grenzschichtdicke <i>E</i> Thickness of boundary layer <i>F</i> Epaisseur de la couche limite	Условная величина, определяемая для динамического, теплового или диффузионного пограничных слоев как расстояние по нормали от стенки, на котором основная переменная величина (продольная составляющая скорости, температура или концентрация соответственно) с заданной точностью достигает своего предельного значения вдали от стенки (т.е. во внешнем потоке). Примечание. В приближенных методах теории пограничного слоя постулируется, что пограничный слой имеет конечную толщину, которая определяется из условий, что на его внешней границе основная переменная величина достигает предельного значения, а производная от этой переменной по нормали обращается в ноль

98 Толщина вытеснения <i>D</i> Verdrängungsdicke <i>E</i> Displacement thickness <i>F</i> Epaisseur de déplacement	Величина, определяемая тождеством $\delta^* \equiv \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\rho w_x}{\rho_1 w_1} \right) dy,$ где ρ и w_x — текущие значения плотности и продольной составляющей скорости в данном сечении пограничного слоя; ρ_1 и w_1 — значения ρ и w_x па внешней границе пограничного слоя в том же сечении; y — расстояние от поверхности обтекаемого тела по направлению внешней нормали
99 Толщина потери импульса <i>D</i> Impulsverlustdicke <i>E</i> Momentum thickness <i>F</i> Epaisseur de quantité de mouvement	Величина, определяемая тождеством $\delta^{**} \equiv \int_0^{\infty} \frac{\rho w_x}{\rho_1 w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy.$ Примечание. Буквенные обозначения см. термин 98
100 Толщина потери энтальпии <i>D</i> Enthalpieverlustdicke <i>E</i> Enthalpy-deficient <i>F</i> Epaisseur d'enthalpie	Величина, определяемая тождеством $\Delta^{**} \equiv \int_0^{\infty} \frac{\rho w_x}{\rho_1 w_1} \left(1 - \frac{h - h_c}{h_1 - h_c} \right) dy,$ где h , h_1 , h_c — текущее значение энтальпии и ее значения во внешнем потоке и на стенке в данном сечении пограничного слоя. Остальные обозначения см. термин 98 Примечание. Если под величинами h и h_1 понимать соответствующие энтальпии торможения (116), то величина, определяемая данным тождеством, называется толщиной потери энтальпии торможения (Δ_0^{**})
101 Начальный участок <i>D</i> Anlaufstrecke <i>E</i> Entrance region. Entry region <i>F</i> Zone d'établissement de régime. Longueur d'établissement de régime	Участок течения в трубе, на протяжении которого поле основной переменной величины (скорости, температуры или концентрации) зависит от условий на входе и на котором происходит нарастание пограничного слоя до заполнения поперечного сечения трубы. Примечание. В зависимости от природы процесса переноса различают: гидродинамический начальный участок, тепловой начальный участок и диффузионный начальный участок
102 Стабилизированное течение <i>D</i> Ausgebildete Strömung <i>E</i> Developed flow <i>F</i> Écoulement établi	Течение в трубе на таком удалении от входа, что поле скорости практически не зависит от характера распределения скорости на входе. Примечание. В случае постоянных физических свойств жидкости при стабилизированном течении распределение скорости по сечению не изменяется по длине трубы
103 Стабилизированный теплообмен <i>D</i> Ausgebildete Wärmeübertragung <i>E</i> Developed heat transfer <i>F</i> Echange de chaleur en régime thermique établi	Конвективный теплообмен в трубе на таком удалении от сечения, после которого сохраняется определенный закон изменения граничных условий на стенке по длине, что поле температуры практически не зависит от характера распределения температуры и скорости в этом сечении. Примечание. В случае постоянных свойств жидкости при некоторых типах граничных условий на стенке (например, при постоянной температуре стенки или постоянной плотности теплового потока на стенке) распределение температуры (отсчитанной от температуры стенки) по сечению потока при стабилизированном теплообмене остается подобным самому себе в разных сечениях трубы. При этом коэффициент теплоотдачи, отнесенный к местному температурному напору, не изменяется по длине трубы
104 Эквивалентный диаметр трубы <i>D</i> Gleichwertiger Durchmesser <i>E</i> Hydraulic equivalent diameter <i>F</i> Diamètre équivalent	Величина, равная отношению учетверенной площади поперечного сечения трубы к смоченному периметру
105 Шероховатость <i>D</i> Rauigkeit <i>E</i> Roughness <i>F</i> Rugosité	Высота бугорка (выступа) на поверхности твердого тела

106 Относительная шероховатость <i>D</i> Relative Rauigkeit <i>E</i> Relative roughness <i>F</i> Rugosité relative	Отношение средней шероховатости, т.е. средней высоты бугорков, к характерному размеру системы
107 Актуальное значение физической величины Актуальная величина <i>D</i> Momentalwert der physikalischen Größe <i>E</i> Instantaneous value <i>F</i> Grandeur instantanée	Мгновенное значение пульсирующей физической величины в данной точке турбулентного потока
108 Осредненное значение физической величины Осредненная величина <i>D</i> Zeitlicher Mittelwert <i>E</i> Time mean value <i>F</i> Grandeur moyenne	Среднее значение актуальной физической величины за некоторый интервал времени, выбранный таким образом, чтобы осредненное значение не зависело от величины интервала
109 Пульсация физической величины <i>D</i> Schwankungsgröße <i>E</i> Fluctuating value <i>F</i> Fluctuation. Oscillation	Разность между актуальным и осредненным значением физической величины
110 Степень турбулентности <i>D</i> Turbulenzgrad <i>E</i> Intensity of turbulence <i>F</i> Intensité de turbulence. Intensité relative de turbulence	Отношение средней квадратичной пульсаций составляющих вектора скорости в данной точке турбулентного потока к осредненному значению скорости в той же точке $\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{w_x'^2} + \overline{w_y'^2} + \overline{w_z'^2})}}{\overline{w}}$ где $\overline{w_x'}$, $\overline{w_y'}$, $\overline{w_z'}$ — пульсации составляющих вектора скорости; \overline{w} — осредненное значение скорости
111 Динамическая скорость <i>D</i> Schubspannungsgeschwindigkeit <i>E</i> Friction velocity <i>F</i> Vitesse de frottement	Величина, имеющая размерность скорости и численно равная корню квадратному из отношения касательного напряжения на стенке (σ_τ) к плотности жидкости на стенке (ρ_c) $v_\phi = \sqrt{\frac{\sigma_\tau}{\rho_c}}$
112 Коэффициент турбулентного переноса количества движения Коэффициент турбулентной вязкости <i>Hрк</i> Виртуальная вязкость <i>D</i> Turbulente Impulsaustauschgröße <i>E</i> Eddy diffusivity of momentum <i>F</i> Coefficient d'échange turbulente	Величина, характеризующая интенсивность турбулентного переноса количества движения и определяемая тождеством $A_o = \frac{\sigma_{\tau 6}}{\frac{\partial \overline{w_x}}{\partial y}}$ где $\sigma_{\tau 6} = -\rho w_x' w_y'$ — турбулентное касательное напряжение (т.е. напряжение, обусловленное турбулентным переносом) на некоторой элементарной площадке, выделенной в потоке; w_x' и w_y' — пульсации продольной и поперечной (по отношению к площадке) составляющих вектора скорости; $\frac{\partial \overline{w_x}}{\partial y}$ — производная по нормали к площадке от осредненного значения продольной составляющей вектора скорости

<p>113 Кинематический коэффициент турбулентного переноса количества движения</p> <p>Кинематический коэффициент турбулентной вязкости <i>D</i> Scheinbare kinematische Zähigkeit der turbulenten Strömung <i>E</i> Eddy kinematic viscosity <i>F</i> Viscosité cinématique turbulente. Viscosité cinématique tourbillonnaire</p>	<p>Величина, численно равная коэффициенту турбулентного переноса количества движения (A_v) в некоторой точке, деленному на плотность жидкости (ρ) в этой точке</p> $\varepsilon_v \equiv \frac{A_v}{\rho}$
<p>114 Коэффициент турбулентного переноса теплоты</p> <p>Коэффициент турбулентной теплопроводности <i>D</i> Turbulento Wärmeaustauschgröße <i>E</i> Eddy diffusivity of heat transfer <i>F</i> Coefficient d'échange thermique turbulente. Coefficient de diffusion des quantités de chaleur</p>	<p>Величина, характеризующая интенсивность турбулентного переноса теплоты и определяемая тождеством</p> $A_q \equiv -\frac{q_{\tau 6}}{\frac{\partial \bar{T}}{\partial z}}$ <p>где $q_{\tau 6} = \rho c_p \overline{w'_y T'}$ — плотность турбулентного теплового потока (т.е. теплового потока, обусловленного турбулентным переносом) на некоторой элементарной площадке, выделенной в потоке; ρ — плотность; w'_y — пульсация поперечной (по отношению к площадке) составляющей вектора скорости; T' — пульсация температуры; c_p — теплоемкость жидкости при постоянном давлении; $\frac{\partial \bar{T}}{\partial z}$ — производная по нормали к площадке от осредненного (по времени) значения температуры</p>
<p>115 Кинематический коэффициент турбулентного переноса теплоты</p> <p>Коэффициент турбулентной температуропроводности <i>D</i> Scheinbare Temperaturleit zahl der turbulenten Strömung <i>E</i> Eddy thermal diffusivity <i>F</i> Diffusivité thermique turbulente. Diffusivité thermique tourbillonnaire</p>	<p>Величина, численно равная коэффициенту турбулентного переноса теплоты (A_q) в некоторой точке, деленному на теплоемкость жидкости ρc_p в этой точке</p> $\varepsilon_q \equiv \frac{A_q}{\rho c_p}$ <p>Примечание. Термины 112, 113, 114 и 115 определены в предположении, что пульсациями физических свойств можно пренебречь</p>
<p>116 Энтальпия заторможенного потока</p> <p>Энтальпия торможения <i>H_{рк}</i> Полная энтальпия <i>D</i> Stauenthalpie. Gesamtenthalpie <i>E</i> Stagnation enthalpy <i>F</i> Enthalpie totale</p>	<p>Сумма энтальпии движущейся жидкости и ее кинетической энергии, относенная к единице массы</p> $h_0 \equiv h + \frac{w_x^2}{2}$ <p>где w_x — скорость движения жидкости</p>
<p>117 Температура заторможенного потока</p> <p>Температура торможения <i>D</i> Stautemperatur <i>E</i> Stagnation temperature <i>F</i> Température totale. Température de récupération. Température de stagnation</p>	<p>Температура, соответствующая энтальпии заторможенного (остановленного) потока</p>

118 Диссипация¹ энергии <i>D</i> Energiedissipation <i>E</i> Dissipation of energy <i>F</i> Dissipation d'énergie	Необратимое преобразование кинетической энергии жидкости в теплоту, обусловленное работой сил вязкости
119 Адиабатная температура стенки <i>Hрк</i> Собственная температура стенки; равновесная температура стенки <i>D</i> Eigentemperatur <i>E</i> Adiabatic wall temperature <i>F</i> Température de la paroi adiabatique	Температура, идеально изолированной, неизлучающей твердой поверхности, обтекаемой потоком жидкости с внутренними источниками теплоты или с выделением теплоты вследствие диссипации энергии
120 Адиабатная энтальпия на стенке <i>D</i> Eigenenthalpie <i>E</i> Adiabatic wall enthalpy	Энтальпия жидкости, обтекающей твердое тело, соответствующая адиабатной температуре стенки
121 Течение со скольжением <i>D</i> Schlüpfströmung <i>E</i> Slip flow <i>F</i> Écoulement en régime de glissement	Течение разреженного газа с длиной свободного пробега молекул, соизмеримой с размерами области, в пределах которой реализуется изучаемое течение (толщины пограничного слоя, радиуса трубы и т.п.), когда газ еще можно рассматривать как сплошную среду, но скорость газа на поверхности твердого тела отлична от скорости поверхности этого тела
122 Скачок скорости <i>D</i> Geschwindigkeitssprung <i>E</i> Velocity jump	Разрыв в значении скорости на границе раздела газ — твердое тело при течиении со скольжением
123 Температурный скачок на границе раздела фаз Температурный скачок <i>E</i> Temperature leap on the interphase surface	Разрыв в значении температур на границе раздела двух фаз (например, при теплообмене между твердым телом и разреженным газом, при конденсации и испарении)
124 Термическое сопротивление на границе раздела фаз Межфазное термическое сопротивление <i>E</i> Thermal resistance of the phase transition <i>F</i> Résistance superficielle	Условное термическое сопротивление на границе раздела фаз, определяемое соотношением $R_{\phi} = \frac{\Delta t_{\text{тр}}}{q},$ где $\Delta t_{\text{тр}}$ — некоторая условная разность температур на границе раздела фаз; q — плотность теплового потока через эту границу
125 Свободное молекулярное течение <i>D</i> Freie Molekularströmung <i>E</i> Free-molecule flow <i>F</i> Écoulement moléculaire	Течение разреженного газа с длиной свободного пробега молекул, существенно большей размеров области, в пределах которой изучается течение (толщины пограничного слоя, радиуса трубы и т.п.), когда газ уже нельзя рассматривать как сплошную среду
126 Коэффициент аккомодации энергии Коэффициент аккомодации <i>D</i> Akkomodationskoeffizient <i>E</i> Accomodation coefficient <i>F</i> Coefficient d'accomodation	Безразмерное число, характеризующее энергетическое взаимодействие молекул газа с поверхностью твердого тела и определяемое тождеством $\sigma = \frac{E_{\text{пад}} - E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}} - E_{\text{нов}}},$ где $E_{\text{пад}}$ и $E_{\text{отр}}$ — энергия молекул газа, падающих на стенку и отраженных от нее; $E_{\text{нов}}$ — энергия молекул того же газа при температуре поверхности

¹ Диссипация (лат. dissipatio), рассеяние. Например, диссипация газов земной атмосферы в межпланетное пространство. В физике важную роль играет диссипация энергии — переход части энергии упорядоченных процессов (кинетической энергии движущегося тела, энергии электрического тока и т.д.) в энергию неупорядоченных процессов, в конечном итоге — в тепло.

127 Коэффициент восстановления температуры <i>D</i> Rückgewinnfaktor <i>E</i> Recovery factor for temperature <i>F</i> Coefficient de reconversion. Facteur de récupération. Facteur thermique. Facteur thermique partiétal. Facteur thermique de paroi. Facteur enthalpique de paroi	Безразмерное число, определяемое тождеством $r = \frac{T_{ac} - T_1}{T_{01} - T_1},$ где T_{ac} — адиабатная температура стенки; T_1 и T_{01} — температура и температура торможения во внешнем потоке (в случае внешнего обтекания тела) или средние массовые температура и температура торможения в данном сечении потока (в случае течения в трубах)
128 Коэффициент восстановления энтальпии <i>D</i> Rückgewinnfaktor <i>E</i> Recovery factor for enthalpy	Безразмерное число, определяемое тождеством $r_h = \frac{h_{ac} - h_1}{h_{01} - h_1},$ где h_{ac} , h_1 и h_{01} — энтальпии потока, соответствующие температурам T_{ac} , T_1 и T_{01}
129 Число Нуссельта <i>D</i> Nusselt-Zahl <i>E</i> Nusselt number <i>F</i> Nombre de Nusselt. Nombre de Boit	Безразмерное число, определяемое тождеством $Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda},$ где α — коэффициент теплоотдачи; l_0 — характерный размер; λ — коэффициент теплопроводности жидкости
130 Число Стантона <i>D</i> Stanton-Zahl <i>E</i> Stanton number <i>F</i> Nombre de Stanton. Nombre de Margoulis	Безразмерное число, определяемое тождеством $St = \frac{\alpha}{\rho c_p w_0} = \frac{Nu}{Re Pr},$ где α — коэффициент теплоотдачи; ρ и c_p — плотность и удельная теплоемкость (при постоянном давлении) жидкости; w_0 — характерное значение скорости движения жидкости; Re — число Рейнольдса (см. термин 133); Pr — число Прандтля (см. термин 135)
131 Число Эйлера <i>D</i> Euler-Zahl <i>E</i> Euler number <i>F</i> Nombre d'Euler. Coefficient de pression. Nombre de Newton	Безразмерное число, определяемое тождеством $Eu = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho w_0^2},$ где Δp — разность давлений в двух точках потока; ρ — плотность жидкости; w_0 — характерное значение скорости потока (в случае течения в трубах — среднее по сечению значение, в случае внешнего обтекания тел — значение во внешнем потоке)
132 Коэффициент сопротивления трения <i>D</i> Reibungszahl (c_f). Widerstandszahl (ξ) <i>E</i> Friction factor. Skinfriction coefficient <i>F</i> Coefficient de frottement. Coefficient de perte de charge. Coefficient de Fanning. Coefficient de Darcy	Безразмерное число, характеризующее силу трения на границе между жидкостью и стенкой и определяемое тождеством: а) в случае течения в трубах $\xi = \frac{8\sigma_c}{\rho w_0^2};$ б) в случае внешнего обтекания тела $c_f = \frac{2\sigma_c}{\rho w_0^2},$ где σ_c — значение касательного напряжения на поверхности тела (стенки); ρ — плотность жидкости; w_0 — характерное значение скорости потока (в случае течения в трубах — среднее по сечению значение, в случае внешнего обтекания тел — значение во внешнем потоке). Примечания: 1. Различают: мгновенный местный коэффициент сопротивления трения, средний по поверхности мгновенный коэффициент сопротивления трения, средний во времени местный коэффициент сопротивления трения, средний во времени и по поверхности коэффициент сопротивления трения. 2. В случае стационарного течения жидкости коэффициент сопротивления трения характеризует также потери энергии на трение, при этом его не следует смешивать с коэффициентом сопротивления, включающим не только потери энергии на трение, но и потери энергии другой природы

133 Число Рейнольдса <i>D</i> Reynolds-Zahl <i>E</i> Reynolds number <i>F</i> Nombre de Reynolds	Безразмерное число, определяемое тождеством $Re \equiv \frac{\rho w_0 l_0}{\mu},$ где ρ и μ — плотность и динамический коэффициент вязкости; w_0 — характерное значение скорости движения жидкости; l_0 — характерный размер
134 Критическое число Рейнольдса <i>D</i> Kritische Reynolds-Zahl <i>E</i> Critical Reynolds number <i>F</i> Nombre critique de Reynolds	Значение числа Рейнольдса, при котором происходит изменение режима течения жидкости при переходе ламинарной формы течения в турбулентную. Примечание. Различают критическое число Рейнольдса, соответствующее потере устойчивости ламинарного течения и соответствующее переходу к развитому турбулентному течению
135 Число Прандтля <i>D</i> Prandtl-Zahl <i>E</i> Prandtl number <i>F</i> Nombre de Prandtl	Безразмерное число (физический параметр), определяемое тождеством $Pr \equiv \frac{\nu}{a} \equiv \frac{\mu c_p}{\lambda},$ где μ и ν — динамический и кинематический коэффициенты вязкости; c_p — теплоемкость при постоянном давлении; λ — коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности жидкости
136 Турбулентное число Прандтля <i>D</i> Turbulente Prandtl-Zahl <i>E</i> Turbulent Prandtl number	Безразмерное число, определяемое тождеством $Pr_{тб} \equiv \frac{\epsilon_\sigma}{\epsilon_q},$ где ϵ_σ — кинематический коэффициент турбулентного переноса количества движения; ϵ_q — кинематический коэффициент турбулентного переноса теплоты
137 Смешанное число Прандтля	Безразмерное число, определяемое тождеством $Pr_{см} \equiv \frac{\nu + \epsilon_\sigma}{a + \epsilon_q}.$ Примечание. Обозначения см. термины 135 и 136
138 Число Пекле <i>D</i> Peclet-Zahl <i>E</i> Peclet number <i>F</i> Nombre de Péclet	Безразмерное число, определяемое тождеством $Pe \equiv \frac{w_0 l_0}{a} = Re Pr,$ где w_0 — характерное значение скорости движения жидкости; l_0 — характерный размер; a — коэффициент температуропроводности жидкости; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля
139 Число Галилея <i>D</i> Gallilei-Zahl <i>E</i> Galileo number <i>F</i> Nombre de Galileo	Безразмерное число, определяемое тождеством $Ga \equiv \frac{g l_0^3}{\nu^2},$ где g — ускорение силы тяжести; l_0 — характерный размер; ν — кинематический коэффициент вязкости
140 Число Архимеда <i>D</i> Archimedes-Zahl <i>E</i> Archimed number	Безразмерное число, определяемое тождеством $Ar \equiv \frac{g l_0^3 \Delta \rho_0}{\nu^2 \rho_0},$ где g — ускорение силы тяжести; l_0 — характерный размер; $\Delta \rho_0$ — разность характерных значений плотности; ρ_0 — одно из характерных значений плотности; ν — кинематический коэффициент вязкости
141 Число Грасгофа <i>D</i> Grashof-Zahl <i>E</i> Grashof number <i>F</i> Nombre de Grashof	Безразмерное число, определяемое тождеством $Gr \equiv \frac{g \beta \Delta t_0 l_0^3}{\nu^2},$ где g — ускорение силы тяжести; β — коэффициент объемного расширения жидкости; Δt_0 — разность между характерными температурами жидкости и стенки. Примечание. Если задана не температура стенки, а плотность теплового потока на стенке (q_w), то $\Delta t_0 \equiv \frac{q_w l_0}{\lambda},$ где λ — коэффициент теплопроводности жидкости

142 Число Рейля <i>D</i> Rayleigh-Zahl <i>E</i> Rayleigh number <i>F</i> Nombre de Rayleigh	Безразмерное число, определяемое тождеством $Ra \equiv Gr \cdot Pr,$ где <i>Gr</i> — число Грасгофа; <i>Pr</i> — число Прандтля
143 Температурный фактор <i>D</i> Temperaturkennzahl <i>E</i> Temperature ratio parameter <i>F</i> Facteur de température	Отношение абсолютной температуры на поверхности тела (или на стенке T_c) к характерной абсолютной температуре потока (T_n) или адиабатной температуре стенки (T_{ac}) $\theta_c \equiv \frac{T_c}{T_n} \text{ или } \theta_c \equiv \frac{T_c}{T_{ac}}.$ Примечание. В качестве характерной температуры потока обычно принимают: в случае внешнего обтекания тел — температуру во внешнем потоке; в случае течения в трубах — среднemasсовую температуру газа в данном сечении
144 Число Маха <i>D</i> Mach-Zahl <i>E</i> Mach number <i>F</i> Nombre de Mach	Безразмерное число, равное отношению местной скорости потока (w) к скорости звука (a) в той же точке потока $M \equiv \frac{w}{a}$
145 Коэффициент скорости <i>D</i> Dimensionslose Geschwindigkeit <i>E</i> Modified Mach number	Безразмерное число, равное отношению местной скорости потока (w) к критической скорости ($a_{кр}$) в той же точке $\lambda \equiv \frac{w}{a_{кр}}$
146 Число Жуковского	Безразмерное число, определяемое тождеством $Zh \equiv \frac{v\tau}{l_0^2},$ где v — кинематический коэффициент вязкости; τ — время; l_0 — характерный размер
147 Число Кнудсена <i>E</i> Knudsen number	Безразмерное число, равное отношению средней длины свободного пробега молекул (l) к характерному размеру системы (l_0) $Kn \equiv \frac{l}{l_0}$
148 Число Гартмана <i>E</i> Hartman number	Безразмерное число, определяемое тождеством $Ha \equiv B_0 l_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}},$ где B_0 — характерное значение магнитной индукции; l_0 — характерный размер; σ и μ — удельная электрическая проводимость и динамический коэффициент вязкости
149 Магнитное число Рейвольдса <i>E</i> Magnetic Reynolds number	Безразмерное число, определяемое тождеством $Re_m \equiv \chi \chi_0 \sigma w_0 l_0,$ где χ и σ — относительная магнитная проницаемость и удельная электрическая проводимость; w_0 — характерное значение скорости жидкости; l_0 — характерный размер; $\chi_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гп/м — магнитная проницаемость вакуума
150 Магнитное число Прандтля <i>E</i> Magnetic Prandtl number	Безразмерное число, определяемое тождеством $Pr_m \equiv \chi \chi_0 \sigma \nu,$ где χ , σ , ν — относительная магнитная проницаемость, удельная электрическая проводимость и кинематический коэффициент вязкости; $\chi_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гп/м — магнитная проницаемость вакуума
151 Число Стюарта <i>E</i> Stewart number	Безразмерное число, определяемое тождеством $S \equiv \frac{B_0^2 l_0 \sigma}{\rho w_0} \equiv \frac{Ha^2}{Re},$ где B_0 и w_0 — характерные значения магнитной индукции и скорости движения жидкости; l_0 — характерный размер; σ и ρ — удельная электрическая проводимость и плотность жидкости. Примечание к терминам 148–151. Размерные величины, входящие и безразмерные числа Ha , Re_m , Pr_m и S , даны в системе единиц SI

152 Определяющая температура <i>D</i> Bezugstemperatur <i>E</i> Reference temperature <i>F</i> Température de référence. Température caractéristique	Температура, при которой выбираются значения физических свойств жидкости в безразмерных уравнениях для теплоотдачи, сопротивления и т.д. и которая отвечает условию, чтобы при переменных физических свойствах жидкости эти уравнения сохраняли тот же вид, что и при постоянных
5. ТЕПЛОБМЕН ПРИ ИСПАРЕНИИ, КИПЕНИИ И КОНДЕНСАЦИИ	
153 Парообразование <i>D</i> Verdampfung <i>E</i> Vaporization <i>F</i> Vaporisation	Переход вещества из жидкого или твердого состояния в газообразное (парообразное). Примечание. Парообразование из твердого состояния называется сублимацией ¹
154 Испарение <i>D</i> Verdunstung <i>E</i> Evaporation <i>F</i> Evaporation	Парообразование с поверхности раздела жидкой (твердой) и газообразной фаз, происходящее при любой температуре
155 Кипение <i>D</i> Sieden <i>E</i> Boiling <i>F</i> Ebullition. Vaporisation	Парообразование, характеризующееся возникновением новых свободных поверхностей раздела жидкой и паровой фаз внутри жидкости, нагретой выше температуры насыщения
156 Пузырьковое кипение <i>D</i> Blasenverdampfung <i>E</i> Nucleate boiling <i>F</i> Ebullition nucléée. Ebullition nucléaire. Ebullition par centres	Кипение, при котором пар образуется в виде периодически зарождающихся и растущих пузырей. Примечание. В зависимости от того, где возникают паровые пузыри: на поверхности нагрева или в объеме жидкости, различают поверхностное пузырьковое кипение и объемное пузырьковое кипение
157 Пленочное кипение <i>D</i> Filmverdampfung <i>E</i> Film boiling <i>F</i> Ebullition en filme. Ebullition par filme. Ebullition pelliculaire. Caléfaction	Кипение, при котором на поверхности нагрева образуется сплошная пленка пара, периодически прорывающегося в объем жидкости
158 Кипение с недогревом <i>Hрк</i> Поверхностное кипение; микрокипение <i>D</i> Verdampfung in unterkuhlter Flüssigkeit <i>E</i> Subcooled boiling <i>F</i> Ebullition locale. Ebullition de surface. Vaporisation superficielle. Vaporisation local	Кипение жидкости на поверхности нагрева в условиях, когда температура жидкости вне слоя, прилегающего к поверхности, ниже температуры насыщения
159 Кипение насыщенной жидкости	Кипение жидкости в условиях, когда основная масса жидкости нагрета до температуры насыщения. Примечание к терминам 158 и 159. Кипение с недогревом и кипение насыщенной жидкости может быть как пузырьковым, так и пленочным

¹ Сублимация (от лат. *sublimo* — возношу), переход вещества из твердого в газообразное состояние, минуя стадию жидкости (фазовый переход первого рода). Для сублимации к веществу необходимо подвести энергию, называемую теплотой сублимации.

160 Кипение в большом объеме <i>E</i> Pool boiling <i>F</i> Ébullition en vase. Ébullition libre	Кипение при свободном движении в объеме жидкости, размеры которого по всем направлениям велики по сравнению с отрывным диаметром пузыря
161 Зародыш новой фазы	Область, занимаемая новой фазой в момент ее возникновения внутри существующей фазы
162 Критический зародыш новой фазы	Зародыш новой фазы, радиус которого удовлетворяет условиям термодинамического равновесия фаз
163 Жизнеспособный зародыш новой фазы	Зародыш новой фазы, радиус которого больше радиуса критического зародыша
164 Центр образования новой фазы <i>D</i> Keimbildungskern <i>E</i> Nucleation site <i>F</i> Site de nucléation. Point de formation de germe	Место возникновения жизнеспособных зародышей новой фазы на поверхности нагрева (охлаждения) или в объеме существующей фазы
165 Отрывной диаметр пузыря <i>D</i> Abrißdurchmesser der Dampfblase <i>E</i> Diameter of bubble departure <i>F</i> Diamètre au départ d'une bulle. Diamètre de bulle au départ	Диаметр сферы, объем которой равен объему парового пузыря непосредственно после его отрыва от поверхности нагрева
166 Сфероидальное состояние	Состояние капли испаряющейся жидкости вблизи поверхности, нагретой выше температуры насыщения, характеризующееся тем, что капля имеет форму сфероида, отделенного от поверхности слоем пара
167 Кризис теплоотдачи при кипении <i>D</i> Ausbrennpunkt <i>E</i> Burnout. Transition heat flux. Peak heat flux. Departure from nucleate boiling (DNB) <i>F</i> Burnout. Burn-out	Изменение механизма (закономерностей) теплоотдачи в начале перехода от пузырькового кипения к пленочному или от пленочного кипения к пузырьковому. Примечание. Переход от пузырькового кипения к пленочному сопровождается ухудшением теплоотдачи; при течении газо(паро)жидкостной смеси к такому же эффекту может приводить и высыхание пленки жидкости на обогреваемой поверхности
168 Первая критическая плотность теплового потока <i>D</i> Erste kritische Heizflächenwärmelastung <i>E</i> Critical heat flux <i>F</i> Flux maximal en ébullition nucléé. Flux maximal	Максимально возможная (при данных условиях) плотность теплового потока при пузырьковом кипении. Примечание. При плотностях теплового потока, больших первой критической, чистая форма пузырькового кипения невозможна
169 Вторая критическая плотность теплового потока <i>D</i> Zweite kritische Heizflächenwärmelastung <i>E</i> Minimum heat flux <i>F</i> Flux minimal en ébullition en film. Flux minimal	Минимально возможная (при данных условиях) плотность теплового потока при пленочном кипении. Примечание. При плотностях теплового потока, меньших второй критической, чистая форма пленочного кипения невозможна
170 Двухфазный поток <i>E</i> Two-phase flow <i>F</i> Écoulement à deux phases. Écoulement diphasique. Écoulement à double phase	Поток среды, состоящей из двух фаз (например, газообразной и жидкой; газообразной и твердой; жидкой и твердой)

171 Термически равновесный двухфазный поток	Однокомпонентный двухфазный поток, в котором обе фазы вещества находятся при температуре насыщения
172 Термически неравновесный двухфазный поток	Однокомпонентный двухфазный поток, в котором либо одна, либо обе фазы имеют температуру, отличную от температуры насыщения
173 Пузырьковый режим движения <i>E Bubble flow</i>	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси, при которой газообразная фаза распределена в жидкости в виде пузырьков, меньших по сравнению с характерным размером поперечного сечения потока
174 Снарядный режим движения <i>E Slug flow</i>	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси, при которой газообразная фаза движется в виде крупных пузырей, поперечные размеры которых соизмеримы с характерным размером поперечного сечения потока
175 Эмульсионный режим движения <i>E Emulsified flow</i>	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси, при которой газообразная фаза распределена в потоке в виде мелких объемов, разделенных жидкими пленками
176 Дисперсно-кольцевой режим движения жидкой фазы Дисперсно-кольцевой режим движения <i>E Annular-dispersed flow</i> <i>F Régime annulaire dispersé.</i> <i>Écoulement dispersé avec film annulaire</i>	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси, при которой газообразная фаза образует ядро потока, а жидкая фаза движется в виде пленки по поверхности трубы и в виде мелких капель, распределенных в газообразном ядре. Примечание. В качестве предельных случаев различают: кольцевой режим движения жидкой фазы, когда вся жидкость движется в виде пленки, и дисперсный режим движения жидкой фазы, когда вся жидкость движется в виде мелких капель, распределенных в потоке
177 Дисперсно-кольцевой режим движения газовой фазы	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси, при которой жидкая фаза образует ядро потока, а газообразная движется в виде пленки по поверхности трубы и в виде мелких пузырей, распределенных в жидком ядре. Примечание. Аналогично случаю дисперсно-кольцевого движения жидкой фазы различают в качестве предельных случаев: кольцевой режим движения газовой фазы и дисперсный режим движения газовой фазы.
178 Расслоенный режим движения <i>E Stratified flow</i>	Форма движения газо(паро)жидкостной смеси в горизонтальной или наклонной трубе в поле силы тяжести, при которой в верхней части поперечного сечения трубы движется преимущественно газообразная фаза, а в нижней — жидкая. Примечание. В общем случае расслоенный режим движения может возникать под действием массовых сил другой природы
179 Истинная скорость фазы	Отношение среднего (во времени) объемного расхода данной фазы к площади сечения потока, занятой только этой фазой
180 Относительная скорость фазы <i>E Slip velocity</i> <i>F Vitesse relative</i>	Разность истинных скоростей фаз в двухфазном потоке
181 Приведенная скорость фазы	Отношение среднего (во времени) объемного расхода данной фазы через поперечное сечение потока к полной площади этого сечения
182 Скорость смеси <i>D Geschwindigkeit der Gemische</i> <i>E Mixture velocity</i> <i>F Vitesse du mélange</i>	Отношение объемного расхода смеси через поперечное сечение потока к площади этого сечения (иначе: сумма приведенных скоростей фаз)
183 Приведенная скорость смеси Скорость циркуляции	Отношение массового расхода смеси (т.е. суммы массовых расходов фаз) через поперечное сечение газо(паро)жидкостного потока к площади этого сечения и плотности жидкой фазы

184 Истинное, объемное газосодержание <i>F</i> Taux de vide	Отношение площади поперечного сечения, занимаемой газообразной фазой, к полной площади сечения газо(паро)жидкостного потока (иначе: отношение приведенной скорости газообразной фазы к ее истинной скорости)
185 Расходное объемное газосодержание	Отношение объемного расхода газообразной фазы к сумме объемных расходов фаз в газо(паро)жидкостном потоке
186 Расходное массовое газосодержание <i>F</i> Titre de vapeur. Titre en masse de vapeur	Отношение массового расхода газообразной фазы к сумме массовых расходов фаз в газо(паро)жидкостном потоке. Примечание к терминам 184–186. В случае однокомпонентного двухфазного потока жидкости с ее паром применяют термины: «истинное объемное паросодержание»; «расходное объемное паросодержание»; «расходное массовое паросодержание»
187 Конденсация <i>D</i> Kondensation <i>E</i> Condensation <i>F</i> Condensation	Переход вещества из газообразного состояния в жидкое или твердое. Примечания: 1. Конденсация в твердое состояние называется десублимацией. 2. Различают конденсацию в объеме пара или парогазовой смеси и конденсацию на поверхности твердого тела или жидкости, с которыми пар (парогазовая смесь) находится в контакте
188 Пленочная конденсация <i>D</i> Filmkondensation <i>E</i> Film condensation <i>F</i> Condensation en filme	Конденсация в жидкое состояние на гидрофильной (хорошо смачиваемой жидкостью) поверхности твердого тела, при которой образуется сплошная пленка конденсата
189 Капельная конденсация <i>D</i> Tropfenkondensation <i>E</i> Dropwise condensation <i>F</i> Condensation en gouttelettes	Конденсация в жидкое состояние на гидрофобной (не смачиваемой жидкостью) поверхности твердого тела, при которой на ней образуются отдельные капли конденсата
190 Смешанная конденсация <i>D</i> Mischkondensation	Конденсация в жидкое состояние на поверхности твердого тела, при которой на различных участках поверхности наблюдается как пленочная, так и капельная конденсация
191 Контактная конденсация Смешивающая конденсация; конденсация смешением <i>D</i> Mischkondensation <i>E</i> Direct contact condensation	Конденсация пара непосредственно на поверхности жидкости (капель, струй и т.д.)
192 Гидрофобизатор Активатор; промотор ¹ <i>D</i> Anti-Netzmittel <i>E</i> Promoter	Вещество, наносимое на поверхность тела с целью поддержания капельной конденсации (путем создания гидрофобного поверхностного слоя)
193 Волновое течение пленки жидкости (конденсата) <i>D</i> Wellenströmung des Kondensatfilmen <i>E</i> Wave liquid (condensate) falling film flow	Течение пленки жидкости (конденсата) на поверхности твердого тела, характеризующееся наличием волн, образующихся под влиянием сил поверхностного натяжения
194 Степень пересыщения пара <i>D</i> Dampfübersättigungsgrad <i>E</i> Degree of supersaturation of the vapour <i>F</i> Degré de supersaturation de vapeur	Отношение действительного давления пара (p) к давлению насыщенного пара при данной температуре (p_{II}) (при $p > p_{II}$). Примечание. Степень пересыщения, при которой обеспечивается непрерывная конденсация пара на зародышах, называется критической степенью пересыщения пара

¹ Промоторы (от лат. *promoveo* — продвигаю), вещества, добавление которых к катализаторам повышает их активность и избирательность, а иногда и устойчивость. Входят в большинство промышленных катализаторов; например, в синтезе аммиака катализатор (губчатое железо) в качестве промотора содержит Al_2O_3 , K_2O и др.

195 Коэффициент конденсации <i>D</i> Kondensationskoeffizient <i>E</i> Condensation coefficient	Отношение числа молекул пара, захватываемых конденсированной фазой, к общему числу молекул пара, достигающих поверхности конденсации
196 Число фазового перехода <i>D</i> Kondensationszahl <i>F</i> Critère de changement de phase	Безразмерное число, определяемое тождеством $\lambda_{\phi} = \frac{r}{c_p \Delta t},$ где r — удельная теплота фазового перехода; c_p — удельная теплоемкость жидкой (паровой) фазы; Δt — перепад температуры в жидкой (паровой) фазе
197 Число Вебера <i>D</i> Weber-Zahl <i>E</i> Weber number <i>F</i> Nombre de Weber	Безразмерное число, определяемое тождеством $We \equiv \frac{\sigma}{(\rho' - \rho'') g l_0^2},$ где σ — коэффициент поверхностного натяжения; ρ' и ρ'' — плотность жидкой и паровой фаз; g — ускорение силы тяжести; l_0 — характерный размер
198 Число Фруда <i>D</i> Froud-Zahl <i>E</i> Froud number <i>F</i> Nombre de Froude	Безразмерное число, определяемое тождеством $Fr \equiv \frac{w_0^2}{g l_0},$ где w_0 — характерное значение скорости движения среды; g — ускорение силы тяжести; l_0 — характерный размер
6. МАССООБМЕН	
199 Массообмен <i>D</i> Stoffübertragung <i>E</i> Mass transfer <i>F</i> Transfert de masse	Самопроизвольный необратимый процесс переноса массы данного компонента в пространстве с неоднородным полем химического потенциала этого компонента (в простейшем случае с неоднородным полем концентрации или парциального давления этого компонента). Примечание. В общем случае перенос массы может вызываться также неоднородностью полей других физических величин, например разностью температур (термодиффузия)
200 Молекулярная диффузия Диффузия <i>D</i> Diffusion <i>E</i> Molecular diffusion <i>F</i> Diffusion moléculaire. Diffusion naturelle	Перенос вещества в смеси, обусловленный тепловым движением микрочастиц. Примечание. При распространении понятия «диффузия» на однокомпонентную среду применяется термин «самодиффузия»
201 Концентрационная диффузия <i>E</i> Concentration diffusion <i>F</i> Diffusion libre. Diffusion isotherme	Молекулярная диффузия, вызываемая неоднородным распределением концентраций компонентов смеси
202 Термодиффузия <i>D</i> Thermodiffusion <i>E</i> Thermal diffusion <i>F</i> Thermodiffusion. Diffusion thermique	Молекулярная диффузия, вызываемая неоднородным распределением температуры
203 Конвективный массообмен <i>D</i> Konvektive Stoffübertragung <i>E</i> Convective mass-transfer	Массообмен, обусловленный совместным действием конвективного переноса вещества и молекулярной диффузии
204 Диффузионный пограничный слой <i>D</i> Diffusionsgrenzschiht <i>E</i> Diffusion boundary layer <i>F</i> Couche limite de diffusion	Пограничный слой, характеризующийся большим поперечным градиентом концентрации данного компонента в смеси, под действием которого (градиента) осуществляется поперечный перенос этого компонента

205 Массоотдача <i>D</i> Stoffübergang <i>E</i> Mass transfer <i>F</i> Transfert de masse	Конвективный массообмен между движущейся средой и поверхностью раздела с другой средой (твердым телом, жидкостью или газом)
206 Массопередача <i>D</i> Stoffdurchgang <i>E</i> Mass transfer	Массообмен через поверхность раздела или проницаемую стенку между двумя веществами или фазами
207 Поток массы <i>D</i> Mengenstrom. Massenstrom <i>E</i> Mass flux <i>F</i> Flux de masse	Масса данного компонента смеси, проходящая в единицу времени через произвольную поверхность
208 Диффузионный поток массы <i>D</i> Diffusionsstrom. Diffusionsmassenstrom <i>E</i> Diffusion mass flux	Поток массы, обусловленный молекулярной диффузией
209 Стефанов поток массы Стефанов поток <i>D</i> Stefan-Strom <i>E</i> Stefan flow	Поток массы по направлению нормали к поверхности раздела фаз, обусловленный разностью давлений в газовой смеси с неоднородным распределением концентраций ее компонентов, которая вызывается непроницаемостью поверхности раздела для части компонентов смеси. Примечание. Поверхность считается проницаемой для данного компонента и в том случае, если он конденсируется, адсорбируется или химически связывается на поверхности конденсированной (твердой, жидкой) фазы
210 Плотность потока массы <i>D</i> Massenstromdichte. Mengestromdichte <i>E</i> Mass flux per unit area. Mass density. Mass flowrate per unit area <i>F</i> Densité de flux de masse. Densité de flux de matière	Поток массы, отнесенный к единице площади поверхности. Примечание. Различают местную (локальную) и среднюю (осредненную по поверхности) плотность потока массы
211 Вектор плотности потока массы <i>D</i> Mengenfluß <i>E</i> Mass flux vector <i>F</i> Vecteur de flux de masse	Вектор, проекция которого на произвольное направление есть местная плотность потока массы, проходящего через площадку, перпендикулярную к выбранному направлению
212 Коэффициент диффузии <i>D</i> Diffusionszahl. Diffusionskoeffizient <i>E</i> Diffusion coefficient. Diffusivity. Concentration diffusion coefficient <i>F</i> Diffusivité moléculaire. Coefficient de diffusion isotherme. Coefficient de diffusion ordinaire. Coefficient de diffusion	Физический параметр, имеющий смысл коэффициента пропорциональности при градиенте концентрации определенного компонента смеси в уравнении, устанавливающем зависимость плотности диффузионного потока массы данного компонента от градиентов концентрации всех компонентов смеси. Примечания: 1. В зависимости от количества компонентов смеси различают коэффициент диффузии бинарной смеси и коэффициент диффузии многокомпонентной смеси. 2. Для однокомпонентной среды применяется термин «коэффициент самодиффузии», под которым понимается физический параметр, характеризующий диффузию одних молекул среды по отношению к другим
213 Коэффициент термодиффузии <i>D</i> Thermodiffusionszahl. Thermodiffusionskoeffizient <i>F</i> Coefficient de diffusion thermique	Физический параметр, имеющий смысл коэффициента пропорциональности в уравнении, устанавливающем зависимость термодиффузионного потока массы данного компонента смеси от отношения градиента температуры к абсолютной температуре. Примечание. Отношение коэффициента термодиффузии к коэффициенту концентрации диффузии называется термодиффузионным отношением

<p>214 Коэффициент турбулентного переноса вещества</p> <p><i>D</i> Turbulente Stoffaustauschgröße. Turbulente Stoffaustauschkoeffizient. Turbulente Stoffaustauschzahl</p> <p><i>E</i> Eddy mass diffusivity. Coefficient of eddy mass transfer</p>	<p>Величина, характеризующая интенсивность турбулентного переноса массы данного компонента в смеси и определяемая тождеством</p> $\varepsilon_j = \frac{j_{t0}}{\rho \frac{\partial c}{\partial y}}$ <p>где $j = \rho w', c'$ — плотность потока массы данного компонента на некоторой элементарной площадке, выделенной в потоке, обусловленная турбулентным переносом; ρ — плотность смеси; w'_y — пульсация поперечной (по отношению к площадке) составляющей вектора скорости; c' — пульсация массовой доли данного компонента; $\frac{\partial c}{\partial y}$ — производная по нормали к площадке от осредненного (во времени) значения массовой доли данного компонента</p>
<p>215 Коэффициент массоотдачи</p> <p><i>D</i> Stoffübergangszahl. Stoffaustauschkoeffizient</p> <p><i>E</i> Mass-transfer coefficient</p> <p><i>F</i> Coefficient de transfert de masse</p>	<p>Величина, характеризующая интенсивность массоотдачи и равная плотности потока массы данного компонента на поверхности раздела (на стенке), отнесенной к разности его массовых долей (или в случае газовой смеси его парциальных давлений) в среде и на поверхности раздела со стороны данной фазы.</p> <p>Примечание. При массообмене между жидкой средой и поверхностью ее раздела с газом массовая доля данного компонента на поверхности жидкости определяется из условия равновесия фаз как частное от деления его массовой доли в газовой фазе на константу газового равновесия (коэффициент распределения) с учетом, в случае необходимости, сопротивления переносу вещества на границе раздела фаз</p>
<p>216 Местный коэффициент массоотдачи</p> <p><i>D</i> Örtliche Stoffübergangszahl</p> <p><i>E</i> Local mass-transfer coefficient</p> <p><i>F</i> Coefficient de transfert de masse local</p>	<p>Коэффициент массоотдачи в данной точке поверхности раздела (стенки), равный местной плотности потока массы данного компонента на поверхности (j_c), отнесенной к местной разности его массовых долей (Δc) (или в случае газовой смеси парциальных давлений (Δp))</p> $\beta_c = \frac{j_c}{\Delta c}; \quad \beta_p = \frac{j_c}{\Delta p}$
<p>217 Средний коэффициент массоотдачи</p> <p><i>D</i> Mittlere Stoffübergangszahl</p> <p><i>E</i> Average mass-transfer coefficient</p> <p><i>F</i> Coefficient de transfert de masse moyen</p>	<p>Коэффициент массоотдачи, равный потоку массы (J_c) через поверхность раздела (стенки), деленному на среднюю разность массовых долей ($\bar{\Delta c}$) (или в случае газовой смеси парциальных давлений ($\bar{\Delta p}$) в среде и на поверхности и на площадь поверхности (F))</p> $\bar{\beta}_c = \frac{J_c}{\bar{\Delta c} F}; \quad \bar{\beta}_p = \frac{J_c}{\bar{\Delta p} F}$ <p>Примечание. Средняя разность массовых долей (или парциальных давлений) может быть определена как средняя арифметическая, средняя логарифмическая или средняя интегральная, подобно тому как определяется средний температурный напор (см. раздел «Конвективный теплообмен в однофазной среде», т. 80)</p>
<p>218 Коэффициент массопередачи</p> <p><i>D</i> Stoffdurchgangszahl</p> <p><i>E</i> Overall mass-transfer coefficient</p>	<p>Величина, характеризующая интенсивность массопередачи и равная плотности потока массы данного компонента через поверхность раздела (или проникаемую стенку), отнесенной к разности его массовых долей в средах по обе стороны поверхности раздела (стенки).</p> <p>Примечание. Различают местный коэффициент массопередачи и средний коэффициент массопередачи</p>
<p>219 Температура адиабатного испарения</p> <p>Температура влажного термометра</p> <p><i>D</i> Temperatur des feuchten Thermometers</p> <p><i>E</i> Wetbulb temperature</p>	<p>Температура, которую принимает жидкость, омываемая влажным газом, при ее адиабатном испарении (т.е. в условиях, когда теплота, необходимая для испарения, подводится к жидкости только вследствие теплоотдачи от газа)</p>

220 Температура адиабатного насыщения <i>D</i> Adiabatische Sättigungstemperatur <i>E</i> Adiabatic saturation temperature	Предельная температура, которая устанавливается при достижении термодинамического равновесия в изолированной двухфазной системе (жидкость — парогазовая смесь) при условии, что теплота, необходимая для испарения жидкости, подводится к ней только от газа. Примечание к терминам 219 и 220. Температура адиабатного испарения зависит как от состояния влажного газа, так и от условий тепло- и массообмена между газом и жидкостью, а температура адиабатного насыщения — только от начального состояния влажного газа. Когда число Льюиса $Le \approx 1$, эти две температуры практически совпадают
221 Химически равновесный поток <i>D</i> Gleichgewichtsströmung <i>E</i> Equilibrium flow	Предельный случай течения смеси химически реагирующих газов, когда скорости химических реакций настолько велики, что при данных плотностях потоков массы (конвективных и диффузионных) в каждой точке среды существует химическое равновесие. Примечание. Пограничный слой, обладающий свойствами равновесного потока, называется равновесным пограничным слоем
222 Замороженный поток <i>D</i> Gefrorene Strömung <i>E</i> Frozen flow	Предельный случай течения смеси химически реагирующих газов, когда скорости химических реакций настолько малы, что состав смеси в каждой точке среды полностью определяется плотностями потоков массы (конвективных и диффузионных) различных компонентов. Примечание. Пограничный слой, обладающий свойствами замороженного потока, называется замороженным пограничным слоем
223 Каталитическая поверхность <i>D</i> Katalytische Fläche <i>E</i> Catalytic surface <i>F</i> Surface catalitique	Поверхность тела (стенки), на которой протекает каталитическая реакция в химически реагирующей смеси, соприкасающейся с поверхностью. Примечание. Если скорость каталитической реакции настолько мала, что состав смеси на поверхности полностью определяется процессами диффузии и конвекции (не связанными с реакцией на стенке), то такая поверхность называется некаталитической поверхностью
224 Идеально каталитическая поверхность <i>D</i> Volkommen katalytische Fläche	Каталитическая поверхность, на которой химически реагирующая смесь, соприкасающаяся с поверхностью, находится в состоянии химического равновесия при температуре и давлении на поверхности
225 Диффузионное число Нуссельта <i>D</i> Nusselt-Zahl zweiter Art Nusselt-Zahl Stoffübertragung <i>E</i> Sherwood number <i>F</i> Nombre de Nusselt relatif au transfert de masse	Безразмерное число, определяемое тождеством $Nu_d = \frac{\beta_c l_0}{D} \text{ или } Nu_d = \frac{\beta_p RT l_0}{D},$ где β_c и β_p — коэффициенты массоотдачи для данного компонента смеси, отнесенные соответственно к разности массовых долей (β_c) и разности парциальных давлений (β_p); l_0 — характерный размер; D — коэффициент диффузии; R — газовая постоянная для рассматриваемого компонента смеси; T — абсолютная температура смеси
226 Число Льюиса—Семенова <i>D</i> Lewis-Zahl <i>E</i> Lewis number <i>F</i> Nombre de Lewis	Безразмерное число (физический параметр), определяемое тождеством $Le = \frac{D}{a},$ где D — коэффициент диффузии; a — коэффициент температуропроводности смеси
227 Турбулентное число Льюиса—Семенова	Безразмерное число, определяемое тождеством $Le_{тб} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_q},$ где ϵ_j — коэффициент турбулентного переноса вещества; ϵ_q — кинематический коэффициент переноса теплоты
228 Диффузионное число Прандтля <i>D</i> Prandtl-Zahl zweiter Art <i>E</i> Schmidt number <i>F</i> Nombre de Schmidt	Безразмерное число (физический параметр), определяемое тождеством $Pr_d = \frac{\nu}{D},$ где ν — кинематический коэффициент вязкости смеси; D — коэффициент диффузии

229 Диффузионное число Пекле	Безразмерное число, определяемое тождеством $Pe_d \equiv \frac{w_0 l_0}{D},$ где w_0 — характерное значение скорости жидкости; l_0 — характерный размер; D — коэффициент диффузии
230 Диффузионное число Фурье	Безразмерное число, определяемое тождеством $Fo_d \equiv \frac{D\tau}{l_0^2},$ где D — коэффициент диффузии; τ — время; l_0 — характерный размер
231 Относительное время реакции	Безразмерное число, определяемое тождеством $K_t \equiv \frac{\tau_p}{\tau_n},$ где τ_p — значение времени, характеризующее скорость перехода жидкости (газа) из данного состояния в равновесное; τ_n — характерное время потока, т.е. время, необходимое для того, чтобы частица жидкости прошла расстояние, равное характерной длине в рассматриваемой задаче. Примечание. Для течений с гомогенными ¹ химическими реакциями значение $K_t = 0$ отвечает случаю равновесного потока, а $K_t \rightarrow \infty$ — замороженного. Для течения с гетерогенными ² каталитическими реакциями при $K_t = 0$ поверхность называется идеально каталитической, а при $K_t \rightarrow \infty$ — некаталитической
7. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ	
232 Энергия излучения <i>D Strahlungsenergie</i> <i>E Quantity of radiant energy</i> <i>F Energie du rayonnement</i>	Энергия фотонов или электромагнитных волн, излучаемых телом (или средой). Примечания: 1. Здесь и далее под термином «излучение» («радиация») понимается совокупность электромагнитных волн или фотонов. 2. Различают: собственное излучение, падающее излучение, поглощенное излучение, отраженное излучение, эффективное излучение, результирующее излучение, пропускаемое излучение
233 Испускание <i>D Emission</i> <i>E Emission</i> <i>F Emission</i>	Процесс возникновения излучения за счет превращения внутренней энергии излучающего тела (среды) в энергию излучения
234 Поглощение <i>D Absorption</i> <i>E Absorption</i> <i>F Absorption</i>	Процесс превращения энергии излучения во внутреннюю энергию поглощающего тела (среды)
235 Рассеяние <i>D Streuung</i> <i>E Scattering</i> <i>F Dissipation</i>	Процесс перераспределения энергии излучения по направлениям без преобразования энергии излучения в другие виды энергии. Примечание. Различают изотропное рассеяние и анизотропное рассеяние
236 Отражение <i>D Reflexion</i> <i>E Reflection</i> <i>F Reflexion</i>	Процесс распространения части энергии излучения, падающего на границу между двумя средами, обратно в среду, со стороны которой падает излучение. Примечание. Различают предельные случаи: диффузное отражение и зеркальное отражение

¹ Гомогенная система (от греч. *homogenes* — однородный), система, химический состав и физические свойства которой во всех частях одинаковы или меняются непрерывно, без скачков (между частями системы нет поверхностей раздела).

² Гетерогенная система, макроскопически неоднородная физико-химическая система, состоит из различных по своим свойствам частей, разграниченных поверхностями раздела.

237 Пропускание <i>D</i> Durchlässigkeit <i>E</i> Transmission <i>F</i> Transmission	Процесс прохождения излучения через тело (среду)
238 Перенос излучения	Процесс распространения излучения в пространстве
239 Тепловое излучение <i>D</i> Wärmestrahlung <i>E</i> Thermal radiation <i>P</i> Rayonnement thermique. Rayonnement d'origine thermiquo. Incandescence	Излучение, определяемое только температурой и оптическими свойствами излучающего тела
240 Равновесное тепловое излучение Равновесное излучение Черное излучение <i>D</i> Gleichgewicht-Wärmestrahlung <i>E</i> Black body radiation <i>F</i> Rayonnement du corps noir	Тепловое излучение тел в замкнутых изотермических системах (т.е. системах, находящихся в термодинамическом равновесии)
241 Неравновесное тепловое излучение <i>E</i> Non-equilibrium radiation	Тепловое излучение тел в неизоотермических системах
242 Монохроматическое излучение <i>D</i> Monochromatische Strahlung <i>E</i> Monochromatic radiation <i>F</i> Emission monochromatique. Radiation monochrometique	Излучение, соответствующее достаточно узкому интервалу частот (длин волн), которое можно характеризовать данным значением частоты (длины волны)
243 Интегральное излучение <i>D</i> Gesamtstrahlung <i>E</i> Total radiation. Global radiation. Integrated radiation <i>F</i> Rayonnement totale. Emittance energetique total	Излучение, соответствующее всему спектру частот (длин волн) в пределах от нуля до бесконечности. Примечание. Иногда под интегральным излучением понимают излучение, соответствующее конечному интервалу частот (длин волн)
244 Полусферическое излучение <i>E</i> Hemispherical radiation	Излучение, распространяющееся по различным направлениям в пределах полусферического телесного угла ($= 2\pi$)
245 Объемное излучение <i>E</i> Volumetric radiation	Излучение, испускаемое элементами поглощающей и рассеивающей среды, распространяющееся по различным направлениям в пределах сферического телесного угла ($= 4\pi$)
246 Изотропное излучение <i>E</i> Isotropic radiation <i>F</i> Rayonnement isotrope	Излучение, испускаемое и распространяющееся по различным направлениям с одинаковой интенсивностью (269). Примечание. Изотропное излучение, выходящее с поверхности твердого тела, называют идеально диффузным излучением
247 Анизотропное излучение <i>E</i> Anisotropic radiation <i>F</i> Rayonnement anisotropc	Излучение, интенсивность (269) которого зависит от направления переноса излучения
248 Серое излучение <i>D</i> Graue Strahlung <i>E</i> Non-selective radiation <i>F</i> Rayonnement du corps grie	Излучение с распределением энергии в спектре, подобным распределению энергии в спектре равновесного теплового излучения при той же температуре

<p>249 Несерое излучение Селективное излучение <i>D</i> Selective Strahlung <i>E</i> Selectiv radiation <i>F</i> Rayonnement sélectif. Emission sélective</p>	<p>Излучение, характеризующееся произвольным (в частности, дискретным) распределением энергии в спектре</p>
<p>250 Несерое поглощение Селективное поглощение <i>D</i> Selective Absorption <i>E</i> Selective absorption <i>F</i> Absorption selective</p>	<p>Поглощение, характеризующееся зависимостью спектральной поглощательной способности (266) от длины волны</p>
<p>251 Абсолютно черное тело Черное тело <i>D</i> Schwarzer Strahler <i>E</i> Black body. Full radiator <i>F</i> Corps noir</p>	<p>Тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение независимо от направления падающего излучения, его спектрального состава и поляризации, ничего не отражая и не пропуская через себя. Примечание. Абсолютно черное тело при данной температуре характеризуется наибольшей энергией излучения для всех частот по сравнению с собственным излучением других (нечерных) тел</p>
<p>252 Серое тело Серая среда <i>D</i> Grauer Strahler <i>E</i> Grey body. Non-selective radiator <i>F</i> Corps gris</p>	<p>Тело (среда), спектральная поглощательная способность (266) которого не зависит от длины волны (частоты) падающего излучения. Примечание. Серое тело при данной температуре характеризуется непрерывным распределением энергии в спектре собственного излучения, подобным распределению энергии в спектре абсолютно черного тела при той же температуре</p>
<p>253 Прозрачная среда Диатермическая среда <i>D</i> Diathermisches Medium <i>E</i> Transparent media <i>F</i> Milieu transparent</p>	<p>Среда, полностью пропускающая любое падающее на нее излучение</p>
<p>254 Ослабляющая среда <i>F</i> Milieu partiellement transparent</p>	<p>Среда, в которой происходят процессы поглощения и рассеяния энергии излучения</p>
<p>255 Поглощающая среда <i>D</i> Absorbens <i>E</i> Absorbing media <i>F</i> Milieu absorbant. Substance absorbante</p>	<p>Среда, в которой происходят процессы поглощения и испускания энергии излучения</p>
<p>256 Рассеивающая среда <i>E</i> Translucent medium. Scattering medium</p>	<p>Среда, в которой происходит перераспределение энергии излучения по различным направлениям (в общем случае и по частотам), не сопровождающееся процессами энергетического превращения</p>
<p>257 Поток излучения <i>D</i> Strahlungsstrom <i>E</i> Radiant flux <i>F</i> Flux rayonnement. Flux de rayonnement. Flux énergétique</p>	<p>Количество энергии излучения, переносимой в единицу времени через произвольную поверхность. Примечание. Различают монохроматический поток излучения и интегральный поток излучения</p>
<p>258 Поток собственного излучения <i>D</i> Emissionsvermogen <i>F</i> Flux énergétique émis par la source</p>	<p>Поток излучения, испускаемого телом (средой) и зависящего только от температуры и оптических свойств данного тела (среды)</p>

259 Поток падающего излучения <i>D</i> Auftreffende Strahlung <i>E</i> Incident radiant flux <i>F</i> Flux de rayonnement incident	Поток излучения, падающего на произвольную поверхность в поле излучения
260 Поток поглощенного излучения <i>E</i> Absorber radiant flux <i>F</i> Flux de rayonnement absorbee	Часть потока падающего излучения, поглощенная телом (средой)
261 Поток отраженного излучения <i>D</i> Reflexionstrahlung <i>F</i> Flux de rayonnement réfléchi	Часть потока падающего излучения, отраженная от поверхности тела
262 Поток эффективного излучения <i>E</i> Radiosity	Сумма потоков собственного и отраженного излучений
263 Поток результирующего излучения	Разность между потоками излучения, падающими на различные стороны данной поверхности. Примечание. В частности, поток результирующего излучения на поверхности тела есть разность между потоками поглощенного и собственного излучений тела (или между потоками падающего и эффективного излучений в случае непрозрачных тел)
264 Поток пропускаемого излучения <i>F</i> Flux de rayonnement transparent	Часть потока падающего излучения, проходящая через частично прозрачное тело (среду)
265 Степень черноты <i>D</i> Schwärzegrad <i>E</i> Emittance <i>F</i> Coefficient d'émission. Emissivité propre. Pouvoir emissif. Facteur d'émission	Отношение потока собственного излучения тела (среды) к потоку черного излучения при той же температуре. Примечание. Различают: спектральную степень черноты, соответствующую данной длине волны (данной частоте), и интегральную степень черноты, соответствующую всему спектру частот или конечному его интервалу
266 Поглощательная способность Поглощаемость <i>D</i> Absorptionsgrad <i>E</i> Absorption capacity. Absorptivity <i>F</i> Pouvoir absorbant. Coefficient d'absorption. Facteur d'absorption	Отношение потока излучения, поглощенного телом (средой), к потоку излучения, падающему на тело (среду). Примечание. Различают: спектральную поглощательную способность и интегральную поглощательную способность
267 Отражательная способность Отражаемость <i>D</i> Reflexionsgrad <i>E</i> Reflectance. Reflectivity <i>F</i> Coefficient de réflexion. Facteur de réflexion	Отношение потока излучения, отраженного поверхностью тела (среды), к потоку излучения, падающему на эту поверхность. Примечание. Различают: спектральную отражательную способность и интегральную отражательную способность

<p>268 Пропускательная способность Пропускаемость <i>D</i> Durchlaßzahl <i>E</i> Transmittance. Transmissivity <i>F</i> Coefficient de transmission</p>	<p>Отношение потока излучения, пропущенного телом (средой), к потоку излучения, падающему на поверхность этого тела (среды). Примечание. Различают: спектральную пропускательную способность и интегральную пропускательную способность</p>
<p>269 Интенсивность излучения Яркость излучения <i>D</i> Strahlungsintensität <i>E</i> Radiance <i>F</i> Brillance. Brillance énergétique. Luminance. Luminance énergétique. Intensité spécifique de rayonnement</p>	<p>Поток излучения, распространяющийся в данном направлении, отнесенный к единице элементарного телесного угла, осью которого является выбранное направление, и к единице поверхности, расположенной в данной точке перпендикулярно к этому направлению. Примечание. Различают: интенсивность падающего излучения, интенсивность собственного излучения, интенсивность отраженного излучения и интенсивность эффективного излучения</p>
<p>270 Спектральная интенсивность излучения Спектральная яркость излучения <i>D</i> Spektralische Strahlungsintensität <i>E</i> Spectral concentration of radiometric quantity <i>F</i> Brillance spectrale. Luminance spectrale</p>	<p>Отношение интенсивности излучения, взятой в бесконечно малом интервале длин волн (частот), включающем данную длину волны (частоту), к этому интервалу</p>
<p>271 Поверхностная плотность потока излучения Плотность потока излучения <i>D</i> Strahlungsstromdichte <i>E</i> Irradiance <i>F</i> Radiance. Densité de flux de rayonnement. Emittance énergétique</p>	<p>Поток излучения, проходящий через единицу поверхности по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла. Примечание. Различают: поверхностную плотность потока собственного излучения, поверхностную плотность потока падающего излучения, поверхностную плотность потока поглощенного излучения, поверхностную плотность потока отраженного излучения, поверхностную плотность потока эффективного излучения и поверхностную плотность потока результирующего излучения</p>
<p>272 Плотность потока объемного излучения Плотность объемного излучения <i>D</i> Energiedichte <i>F</i> Énergie rayonnée par unité de volume. Densité d'énergie rayonnante</p>	<p>Поток объемного излучения, отнесенный к единице объема излучающей среды. Примечание. Различают: плотность собственного объемного излучения, плотность поглощенного объемного излучения, плотность рассеянного объемного излучения, плотность эффективного объемного излучения и плотность результирующего объемного излучения</p>
<p>273 Объемная плотность энергии излучения <i>E</i> Radiant energy density</p>	<p>Количество энергии излучения, заключенное в единице объема</p>
<p>274 Пространственная плотность падающего излучения</p>	<p>Интеграл от интенсивности (яркости) падающего излучения по всевозможным направлениям в пределах сферического телесного угла (4π)</p>
<p>275 Вектор плотности потока излучения Вектор излучения <i>E</i> Radiation flux vector</p>	<p>Вектор, проекция которого на произвольное направление есть поверхностная плотность потока результирующего излучения, проходящего через площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно к выбранному направлению</p>
<p>276 Угловая плотность собственного объемного излучения Угловая плотность излучения</p>	<p>Количество энергии собственного излучения, испускаемого в единицу времени единицей объема излучающей среды в пределах единичного телесного угла</p>

277 Коэффициент поглощения <i>E</i> Volumetric absorption coefficient <i>F</i> Coefficient d'absorption d'un volume. Facteur d'absorption d'un volume	Доля падающего в данном направлении излучения, поглощенная элементарным слоем среды, деленная на толщину этого слоя
278 Коэффициент рассеяния <i>E</i> Volumetric scattering coefficient	Доля падающего в данном направлении излучения, рассеянная элементарным слоем среды, деленная на толщину этого слоя
279 Коэффициент ослабления <i>H_{рк}</i> Коэффициент экстинкции среды <i>E</i> Volumetric extinction coefficient	Доля падающего в данном направлении излучения, поглощенная и рассеянная элементарным слоем среды, деленная на толщину этого слоя
280 Тензор напряжений излучения <i>E</i> Radiative pressure tensor	Аффинный ортогональный симметричный тензор второго ранга, диагональные компоненты которого представляют нормальные напряжения излучения, а педиагональные компоненты — касательные напряжения, действующие на площадки, перпендикулярные к соответствующим осям координат. Примечание. В состоянии термодинамического равновесия тензор напряжений выражается в скалярное напряжение (давление) равновесного излучения, одинаковое для всех точек и всевозможных ориентаций площадки
281 Тензор излучения <i>E</i> Radiative tensor	Произведение скалярной величины скорости света в данной среде на тензор напряжений излучения
282 Элементарный угловой коэффициент излучения Элементарный угловой коэффициент <i>F</i> Facteur d'angle	Отношение потока излучения от элементарной площадки одного тела на элементарную площадку другого тела к потоку собственного излучения, выходящему с элементарной площадки первого тела по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла (расстояние между площадками предполагается конечным)
283 Локальный угловой коэффициент излучения Локальный угловой коэффициент <i>E</i> Local angle factor <i>F</i> Facteur d'angle local	Отношение потока излучения от элементарной площадки одного тела на конечную поверхность другого тела к потоку собственного излучения, выходящему с элементарной площадки первого тела по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла
284 Средний угловой коэффициент излучения Средний угловой коэффициент <i>D</i> Winkelverhältnis <i>E</i> Angle factor <i>F</i> Facteur d'angle moyen	Отношение потока излучения от поверхности одного тела на поверхность другого тела к полному потоку собственного излучения, выходящему со всей поверхности первого тела по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла. Примечание к терминам 282–284. Предполагается, что излучающее тело (элементарная площадка) имеет одинаковую яркость во всех точках и по всем направлениям, а разделяющая среда — прозрачна
285 Разрешающий угловой коэффициент излучения	Отношение потока излучения от поверхности (элементарной площадки) одного тела на поверхность (элементарную площадку) другого тела с учетом многократных отражений в системе к потоку собственного излучения, выходящему с поверхности (элементарной площадки) первого тела по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла. Примечания: 1. Различают: элементарный разрешающий угловой коэффициент излучения, локальный разрешающий угловой коэффициент излучения, средний разрешающий угловой коэффициент излучения. 2. Среда, заполняющая систему, предполагается прозрачной

286 Взаимная поверхность пары тел	Произведение площади поверхности одного из тел на средний угловой коэффициент излучения от этого тела на другое. Примечание. Различают: взаимную поверхность пары элементарных площадок, взаимную поверхность элементарной площадки и конечной поверхности
287 Разрешающая взаимная поверхность пары тел	Произведение площади поверхности одного из тел на средний разрешающий угловой коэффициент излучения от этого тела на другое тело. Примечание. Различают: разрешающую взаимную поверхность пары элементарных площадок и разрешающую взаимную поверхность элементарной площадки в конечной поверхности
288 Коэффициент многократных отражений пары тел	Отношение разрешающего углового коэффициента излучения (элементарного, локального или среднего) к соответствующему угловому коэффициенту излучения для данной пары тел
289 Взаимная поглощательная способность пары тел	Произведение коэффициента многократных отражений на поглощательные способности данной пары тел
290 Обобщенный угловой коэффициент излучения	Отношение потока излучения от поверхности (элементарной площадки) данного тела на поверхность (элементарную площадку) другого тела с учетом ослабления излучения промежуточной средой к полусферическому потоку собственного излучения, выходящему с поверхности данного тела. Примечания: 1. Различают: элементарный обобщенный угловой коэффициент излучения, локальный обобщенный угловой коэффициент излучения, средний обобщенный угловой коэффициент излучения. 2. Излучающие тела предполагаются черными
291 Разрешающий обобщенный угловой коэффициент излучения	Отношение потока излучения от поверхности (элементарной площадки) данного тела на поверхность (элементарную площадку) другого тела с учетом ослабления излучения промежуточной средой и многократных отражений в рассматриваемой системе тел к полусферическому потоку собственного излучения, выходящему с поверхности данного тела. Примечание. Различают: элементарный разрешающий обобщенный угловой коэффициент излучения, средний разрешающий обобщенный угловой коэффициент излучения
292 Локальное лучистое равновесие <i>E</i> Local radiative equilibrium <i>F</i> Equilibre thermodynamique local	Состояние излучающей среды, в каждой точке которой плотность потока результирующего объемного излучения равна нулю
293 Монохроматическое лучистое равновесие <i>F</i> Equilibre thermodynamique monochromatique	Состояние излучающей среды, при котором для каждой частоты излучения имеет место локальное лучистое равновесие
294 Индикатриса полусферического испускания	Функция, характеризующая закон распределения относительной интенсивности собственного излучения по различным направлениям в пределах полусферического телесного угла ($= 2\pi$) в данной точке излучающей поверхности для данного направления выходящего луча
295 Индикатриса объемного испускания	Функция, характеризующая закон распределения относительной интенсивности собственного излучения по различным направлениям в пределах полного телесного угла ($= 4\pi$) для данной точки среды и данного направления выходящего луча
296 Индикатриса отражения	Функция, характеризующая закон распределения относительной интенсивности отраженного излучения по различным направлениям в пределах полусферического телесного угла ($= 2\pi$) в данной точке отражающей поверхности для данного направления падающего луча

297 Индикатриса рассеяния <i>F</i> Indicatrice de réflexion	Функция, характеризующая закон распределения относительной интенсивности рассеянного излучения по различным направлениям в пределах полного телесного угла ($= 4\pi$) для данной точки среды и данного направления падающего луча
298 Эффективная длина луча <i>D</i> Gleichwertiger Halbmesser <i>E</i> Beam length	Длина луча, равная радиусу полусферы, объемное излучение которой на ее центральную площадку равно излучению данного объема среды при условии, что среда изотермична
299 Яркостная температура <i>D</i> Schwarze Temperatur <i>E</i> Luminance temperature <i>F</i> Température de luminance monochromatique	Температура абсолютно черного тела, при которой его спектральная интенсивность (спектральная яркость) излучения для данной частоты равна спектральной интенсивности излучения данного тела для той же частоты
300 Цветовая температура <i>D</i> Farbetemperatur. Verteilungstemperatur <i>E</i> Colour temperature <i>F</i> Temperature de couleur	Температура абсолютно черного тела, при которой распределения его спектральной интенсивности (спектральной яркости) и интенсивности излучения данного тела практически совпадают в видимой области спектра
301 Радиационная температура <i>D</i> Gesamtstrahlungstemperatur <i>E</i> Full radiator temperature	Температура абсолютно черного тела, при которой его интегральная интенсивность (яркость) по всему спектру равна интегральной интенсивности излучения данного тела
302 Число Бугера <i>E</i> Buger number	Безразмерное число, определяемое тождеством $B_u = k l_0,$ где l_0 — характерный размер ослабляющей (поглощающей, рассеивающей) среды; k — среднее интегральное значение коэффициента ослабления (поглощения, рассеяния) в пределах длины l_0
303 Число Больцмана <i>D</i> Boltzmann-Zahl <i>E</i> Boltzmann number	Безразмерное число, определяемое тождеством $B_o = \frac{\rho c_p w_0}{\sigma_0 T^3},$ где ρ — плотность среды; c_p — удельная теплоемкость среды при постоянном давлении; w_0 — характерная скорость движения среды; σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; T — характерная абсолютная температура среды
304 Число Кирпичева	Безразмерное число, определяемое тождеством $K_i = \frac{\sigma_0 T_0^3}{\lambda k},$ где σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; T_0 — характерная абсолютная температура среды; λ — коэффициент теплопроводности среды; k — коэффициент ослабления среды

БУКВЕННЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ (В АЛФАВИТНОМ ПОРЯДКЕ)

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Вектор плотности потока излучения; вектор излучения (275*)	E	
Вектор плотности теплового потока (19)	$Ч$	
Время	τ	
Время реакции, относительное (231)	K_{τ}	
Газосодержание (паросодержание), истинное объемное (184)	φ	
Газосодержание (паросодержание), расходное массовое (186)	x	
Газосодержание (паросодержание), расходное объемное (186)	β	
Давление	p	
Диаметр	d	
Длина луча, эффективная (298)	$l_{эф}$	
Доля массовая	υ	
Интенсивность излучения; яркость излучения (269)	I	
Коэффициент аккомодации энергии; коэффициент аккомодации (126)	σ	
Коэффициент восстановления температуры (127)	r	
Коэффициент восстановления энтальпии (128)	r_h	
Коэффициент вязкости, динамический	μ	
Коэффициент вязкости, кинематический	ν	
Коэффициент диффузии (212)	D	
Коэффициент излучения, угловой	φ_{ik}	
Коэффициент конденсации (195)	j	
Коэффициент массоотдачи, местный (216)	β_c и β_m	
Коэффициент массопередачи (218)	K_m	

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Коэффициент многократных отражений пары тел (288)	s	
Коэффициент объемного расширения жидкости	β	
Коэффициент ослабления (279)	k	
Коэффициент поглощения (277)	α	
Коэффициент рассеяния (278)	β	
Коэффициент скорости (145)	λ	
Коэффициент сопротивления трения (при течении в трубах) (132)	ξ	
Коэффициент сопротивления трения, местный (при внешнем обтекании тел) (312)	c_f	
Коэффициент сопротивления трения, средний (при внешнем обтекании тел)	C_f	
Коэффициент температуропроводности; температуропроводность	a	
Коэффициент теплоотдачи, местный (83)	α	
Коэффициент теплоотдачи, средний (84)	$\bar{\alpha}$	
Коэффициент теплопередачи (87)	k	
Коэффициент теплопроводности (48)	λ	
Коэффициент теплоусвоения (50)	b	
Коэффициент термодиффузии (213)	D_{τ}	
Коэффициент турбулентного переноса вещества (214)	ε_j	
Коэффициент турбулентного переноса количества движения, кинематический; кинематический коэффициент турбулентной вязкости	ε_n	
Коэффициент турбулентного переноса количества движения; коэффициент турбулентной вязкости (112)	A_0	
Коэффициент турбулентного переноса теплоты; коэффициент турбулентной теплопроводности	A_q	
Коэффициент турбулентного переноса теплоты, кинематический; коэффициент турбулентной температуропроводности	ε_q	

Продолжение табл.

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Мощность внутренних источников теплоты (21)	q_v	
Напор, местный температурный (79)	Δt	
Напор, средний температурный (80)	$\overline{\Delta t}$	
Объем	V	
Плотность	ρ	
Плотность падающего излучения, пространственная (274)	$\eta_{пад}$	
Плотность потока излучения, поверхностная; плотность потока излучения (271)	E	
Плотность потока массы (210)	j	
Плотность потока объемного излучения; плотность объемного излучения	η	
Плотность собственного объемного излучения, угловая; угловая плотность излучения	ε	
Плотность теплового потока; тепловая нагрузка (18)	q	
Плотность энергии излучения, объемная (273)	u	
Площадь поверхности теплообмена	F	
Площадь сечения потока	f	
Поверхность пары тел (t и k), взаимная (286)	H_{ik}	
Показатель изоэнтропы	χ	
Постоянная Стефана – Больцмана	σ_0	
Поток излучения (257)	Q_M	
Поток массы (207)	j	
Поток, тепловой (17)	Q	
Проекция вектора скорости w на оси прямоугольной системы координат	w_x, w_y, w_z	
Проекция вектора скорости w на оси цилиндрической системы координат	w_t, w_r, w_φ	
Пульсация любой физической величины (109)	ϕ'	
Размер тела, характерный (46)	l_0	

Продолжение табл.

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Расход жидкости, массовый (73)	G	
Расход жидкости, объемный (73)	V	
Скорость движения жидкости	w	
Скорость, динамическая (111)	v_ϕ	
Скорость звука	a	
Скорость, критическая (75)	$a_{кр}$	
Сопротивление, контактное термическое (50)	R_k	
Сопротивление на границе раздела фаз, термическое (124)	R_ϕ	
Сопротивление, термическое	R	
Способность, отражательная; отражаемость (267)	R	
Способность пары тел (i и k), взаимная поглощательная (289)	A_{ik}	
Способность, поглощательная; поглощаемость (266)	A	
Способность, пропускательная; пропускасмость (268)	D	
Степень пересыщения пара (194)	Π	
Степень турбулентности (110)	ε'	
Степень черноты (265)	ε	
Темп регулярного режима (59)	m	
Температура (°C)	t	
Температура, абсолютная (K)	T	
Температура заторможенного потока; температура торможения (117)	T_0	T_T
Температура потока, среднemasсовая (77)	\bar{t}, \bar{T}	
Температура стенки, адиабатная (119)	T_{ac}	
Тензор излучения (281)	Π	
Тензор напряжений излучения (280)	P	
Теплосмкость удельная	c	
Толщина вытеснения (98)	δ^*	
Толщина динамического пограничного слоя	δ	

Продолжение табл.

Окончание табл.

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Толщина диффузионного пограничного слоя	Δ_d	
Толщина потери импульса (99)	δ^{**}	
Толщина потери энтальпии (100)	Δ^{**}	
Толщина потери энтальпии торможения (100)	Δ_o^{**}	Δ_t^{**}
Толщина теплового пограничного слоя	Δ	
Фактор, температурный (143)	θ_c	
Число Архимеда (140)	Ar	
Число Био (62)	Bi	
Число Био, радиационное (63)	Bi_p	
Число Больцмана (303)	Bo	
Число Бугера (302)	Bu	
Число Вебера (197)	We	
Число Галилея (139)	Ga	
Число Гартмана (148)	Ha	
Число Грасгофа (141)	Gr	
Число Жуковского (146)	Zh	
Число Кирпичева (304)	Ki	
Число Кнудсена (147)	Kn	
Число Льюиса – Семенова (226)	Le	
Число Льюиса – Семенова, турбулентное (227)	$Le_{тб}$	
Число Маха (144)	M	
Число Нуссельта (129)	Nu	
Число Нуссельта, диффузионное (225)	Nu_d	
Число Остроградского (64)	Os	
Число Пекле (138)	Pe	
Число Пекле, диффузионное (138)	Pe_d	
Число Прандтля (135)	Pr	
Число Прандтля, диффузионное (228)	Pr_d	
Число Прандтля, магнитное (150)	Pr_M	
Число Прандтля, смешанное (137)	$Pr_{см}$	
Число Прандтля, турбулентное (136)	$Pr_{тб}$	
Число Рейнольдса (133)	Re	

Термин	Буквенные обозначения	
	основные	запасные
Число Рейнольдса, критическое (134)	$Re_{кр}$	
Число Рейнольдса, магнитное (149)	Re_M	
Число Реля (142)	Ra	
Число Стантона (130)	St	
Число Стюарта (151)	S	
Число фазового перехода (196)	$\lambda_{ф}$	
Число Фруда (198)	Fr	
Число Фурье (61)	Fo	
Число Фурье, диффузионное (230)	Fo_d	
Число Эйлера (131)	Eu	
Энтальпия заторможенного потока; энтальпия торможения (116)	h_o	h_t
Энтальпия на стенке, адиабатная (120)	h_{ac}	
Энтальпия потока, среднemasсовая (76)	\bar{h}	

Раздел I. Part I

Основные положения и определения

Fundamental Principles and Definitions

Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Chapter 1. GENERAL PRINCIPLES

Глава 2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ

Chapter 2. TEMPERATURE FIELD

Глава 3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА (КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ)

Chapter 3. CONDITIONS FOR DEFINITIVE SOLUTION OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER (BOUNDARY CONDITIONS)

Глава 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛООБМЕНА

Chapter 4. DIFFERENTIAL EQUATIONS OF HEAT TRANSFER

Глава 5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Chapter 5. MAIN SIMILARITY THEORIES

*Что труднее всего на свете
видеть своими глазами?
То, что лежит перед нами.*

Гете

Наука о переносе (распространении) теплоты зарождалась как инструмент для решения многих задач, касающихся строительства теплового двигателя и стационарных теплотехнологий. Сегодня она является также инструментом для решения конкретных вопросов о переносе теплоты и массы вещества практически во всех теплотехнологиях промышленного производства.

Освоив приемы термодинамического анализа технических систем и основные принципы практического его приложения при создании теплового двигателя, а также реализации экономичных процессов современного производства, приходится констатировать, что для успешной реализации технических решений в энергетике и промышленности этих знаний вовсе недостаточно. Нужны дополнительные знания и навыки, которые обеспечивали бы реальную основу таких решений. Эти навыки и знания могут быть получены при изучении курса лекций «Тепло- и массообмен». При этом нужно помнить, что только сочетание принципов термодинамического анализа с условиями практического их осуществления, что связано с теплообменом при подводе и отводе теплоты в циклах и отдельных процессах, позволяет успешно строить современные и экономически целесообразные энергетические комплексы (см. рис. 2...4) и заводы промышленного производства.

Глава 1. Общие положения

1.1. МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА СТАНЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕПЛОТЕХНОЛОГИЙ	1
1.2. СИСТЕМА. ВИДЫ ТЕПЛООБМЕНА В ПРОЦЕССАХ СТАНЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕПЛОТЕХНОЛОГИЙ	1
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 1	1
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 1	1

Chapter 1. GENERAL PRINCIPLES

Глава 1. Общие положения

1.1. Метод изучения процессов тепло- и массообмена стационарных и промышленных теплотехнологий

Основой всех процессов, протекающих в окружающем нас мире, являются превращения и перетоки энергии (термомеханические, химико-термические, электротермические, физико-термические и др.). При этом все материальные изменения, представляющие сущность большинства технологических процессов, протекающих в любой технологической системе преобразования энергии либо преобразования вещества, нужно рассматривать как вторичные, вытекающие из энергетических преобразований.

В итоге практически во всех сферах деятельности человека приходится анализировать, изучать процессы и законы преобразования и распределения энергии (*в том числе и тепловой*).

Разработка методов проведения исследований, связанных с распределением (передачей в технических системах между отдельными их элементами) тепловой энергии и сопутствующим этому перетоком массы вещества, является задачей тепло- и массообмена, и это придает науке всеобщее методологическое значение.

Весь математический аппарат науки о теплообмене (тепло- и массообмене) базируется на эксперименте, что служит основой его исключительной достоверности, а слияние результатов эксперимента (чувственное познание вещей) с методами математической физики делает метод достаточно общим, дающим основания распространять его на многие (обобщенные определенными правилами) явления тепло- и массообмена (теория подобия).

Подводя итог вышеизложенному, нужно сказать, что методология изучения тепло- и массопереноса направлена от экспериментального и физического познания к физико-математическому анализу теплообмена. При этом физико-математическое познание (модель) протекает в соответствии с физическим пониманием происходящих процессов, с учетом всех обстоятельств, обуславливающих такое понимание, и строгим соблюдением всех правил математического аппарата.

В одних случаях физико-математические модели процессов получаются попроще (тела классической формы) и решаются они существующими аналитическими методами с большой точностью результата (классические решения). Другие, более сложные, реализуются лишь приближенно аналитически, а в отдельных случаях — только числен-



Галилей Галилео
(1564—1642)

Итальянский физик, механик и астроном. Родился в Пизе. В 1581 г. поступил в Пизанский университет, где изучал медицину. С 1586 г. продолжил образование во Флоренции, где изучал математику в Пизе, с 1592 г. — в Падуе. С 1611 г. жил в Риме, где занимался главным образом разработкой и пропагандой гелиоцентрической системы мира, обоснование которой он начал еще в Падуанский период жизни. Был членом академии деи Линчен.

В истории науки остался как изобретатель термоскопа, предшественника современного термометра.

но на ЭВМ. Сегодня разработаны методы аналитических и численных приближенных решений, которые позволяют получить результат с невысокой погрешностью, которую, однако, нужно предвидеть до реализации физико-математической модели процесса теплообмена, что делает их пригодными для решения задач только определенного класса, к примеру, задач теплопроводности.

Что же касается эксперимента (инструментальный метод исследования), то он является тестом, способным подтвердить или опровергнуть данные реализации (решения) физико-математической модели.

Для отдельных задач теплообмена физико-математические модели имеют различную форму как в части их записи, так и в части сложности решения. Так, задачи с одномерными потоками теплоты и постоянными теплофизическими параметрами λ, c_p, ρ , имеют точные аналитические решения, другие же, к примеру, с внутренними источниками, точных решений не имеют, и все полученные результаты, позволяющие рассчитывать температурные поля и время продолжительности процесса, — приближенные решения. К примеру, для неограниченного цилиндра (диаметром) $2R (2R = S)$ и $T_c > T_0$ (нагревание), а также граничными условиями 1-го рода физико-математическая модель процесса нагревания во времени τ может быть представлена следующим образом:

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial r(r, \tau)}{\partial r} \right); \quad (1.1)$$

$$\tau > 0; 0 < r < R; T(r, 0) = f(r);$$

$$T(r, 0) = T_0 = \text{const}; \quad \frac{\partial T(0, r)}{\partial r} = 0; \quad T(0, \tau) \neq \infty.$$

Решение (1.1) в безразмерных величинах (точное аналитическое решение) запишется

$$\frac{T_r - T(r, \tau)}{T_r - T_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (1.2)$$

$$\text{где } A_n = \frac{2}{(\mu_n J_1(\mu_n))};$$

$$\frac{T_r - T(r, \tau)}{T_r - T_0} \text{ и } Fo \text{ — безразмерные величины.}$$

В свою очередь для неограниченной (одномерный поток теплоты q) пластины толщиной $2R (\delta = 2R)$ с внутренним источником теплоты L и граничными условиями 3-го рода ($T_c > T_0$ — нагрев пластины) находится за пределами точного решения и при практической реализации полученных результатов всегда появляется та или иная погрешность (в зависимости от методики решения). Постановка такой задачи имеет вид:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{L}{c\rho} (r > 0; -R < x < +R); \quad (1.3)$$

$$T(x, 0) = T_0; \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (1.5)$$



Ломоносов Михаил Васильевич
(1711—1765)

Русский ученый-энциклопедист. Родился в д. Денисовка Архангельской губ. Образование получил вначале самостоятельно, затем в Московской славяно-греко-латинской академии (1731 г.). С 1736 по 1741 г. изучал физику, химию и горное дело в Германии. С 1745 г. академик и профессор химии в Петербургской Академии наук. Инициатор и организатор Московского университета (1755 г.). Один из основоположников молекулярно-кинетической теории на ранней стадии ее развития. Его работы, направленные против теории теплорода, сыграли большую роль в формировании современных взглядов на природу теплоты.

$$-\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial x} + H [T_c - T(R, \tau)] = 0, \quad (1.6)$$

где L — внутренний источник теплоты; H — коэффициент теплоотдачи между греющей жидкой средой и поверхностью пластины (далее коэффициент теплоотдачи будем обозначать греческой буквой α).

При условии, что начало координат находится в середине пластины и $L = \text{const}$, решение (1.3)... (1.6) в безразмерных величинах запишется

$$\frac{T(x, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 + \frac{1}{2} \text{Po} \left(1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{\text{Bi}} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\text{Po}}{\mu_n^2} \right) A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}), \quad (1.7)$$

где Po , Bi — безразмерные величины.

Для более простых случаев, когда теплообмен совершается в уже установившемся поле температур (тепловой поток q постоянен, $q = \text{const}$ — стационарный режим теплообмена), решения получаются более простыми в сравнении с (1.2) и (1.7).

Нужно сказать, что, используя физико-математические модели (даже в достаточно простой постановке (1.3) и (1.3)...(1.6), мы сталкиваемся с определенным затруднением при их решении. Эксперимент же позволяет получить точный результат, который не может подвергаться сомнению.

Для запоминания еще раз отметим. **Изучение явлений теплообмена возможно методами экспериментальной (инструментальной) и математической физики.** Исключительная **достоверность** первого и **общность** второго при их совместном использовании (теория подобия) дают основание получить замечательный аппарат анализа, который называется **теорией подобия**.

1.2. Система. Виды теплообмена в процессах стационарных и промышленных теплотехнологий

1.2.1. Система

Под системой нужно понимать элементы теплообменного оборудования и машин стационарных и промышленных те-

плотехнологий в их взаимодействии с окружающей средой¹.

Если в системе (изолированной или неизолированной) существует неоднородное поле температур, то в ней будет происходить теплообмен, под которым понимают самопроизвольный необратимый процесс переноса теплоты в пространстве с неоднородным полем температуры².

На рис. 1.1...1.6 иллюстрируются различные промышленные системы, в которых совершается теплообмен между отдельными их элементами. Установка с газопоршневым двигателем показана на рис. 1.1. Теплообмен происходит в самом двигателе, системе охлаждения и дополнительных теплообменниках (рис. 1.2). Система (техническая) может изображаться диаграммами $p\tau$ и Ts (рис. 1.3), где процессы теплообмена заданы процессами отвода и подвода теплоты. Обычно такие диаграммы позволяют подкрепить физическую сущность процессов, происходящих в технической системе (рис. 1.1 и 1.2).

Техническая система также может быть представлена принципиальной схемой с ее последовательно работающими элементами (рис. 1.2 и 1.4). Такое отображение отличается большей наглядностью.

Теплообмен (отвод и подвод теплоты) достаточно четко (рис. 1.4) иллюстрирован системой с абсорбционной холодильной машиной. Потoki теплоты Q_a , Q_r , Q_k , Q_o могут быть рассчитаны только при наличии результатов анализа теплообмена в элементах K , K_d , I , A , H системы. При этом изучение теплообмена может быть направлено не только на выполнение технического расчета, но и на совершенствование работы самой системы, как это показано на рис. 1.5 и 1.6. (совершенствование теплообмена в элементах сушила позволило сократить удельный расход топлива на сушку пищевого зерна).

¹ Теория теплообмена. Терминология, вып. 83. — М.: «Наука», 1971.

² 1. В общем случае перенос теплоты может вызываться также неоднородностью полей других физических величин, например, разностью концентраций (диффузионный термоэффект).

2. Под процессом переноса теплоты здесь и далее понимается процесс обмена внутренней энергией между элементами системы в форме теплоты.

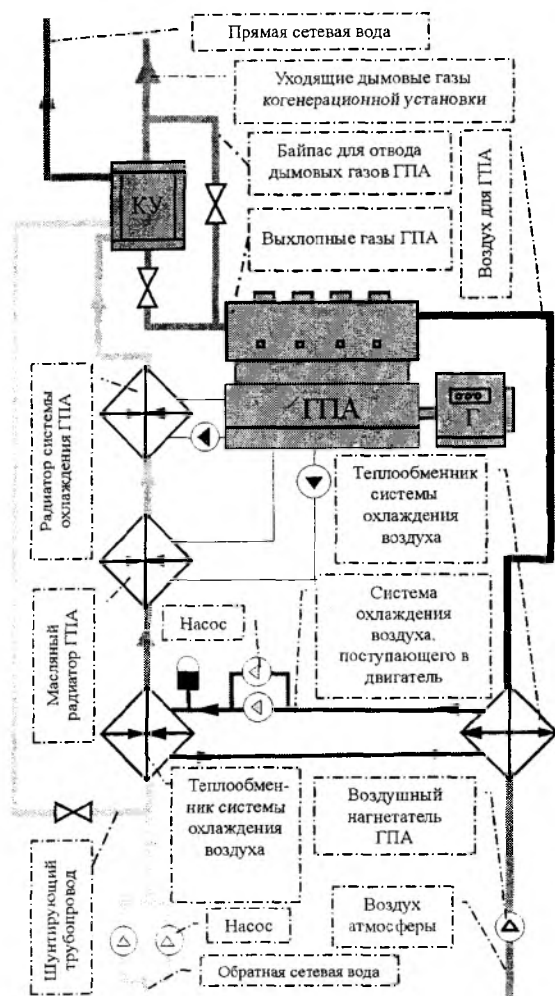


Рис. 1.1. Вариант принципиальной тепловой когенерационной схемы:

ГПА — газопоршневой агрегат; Г — электрогенератор;
КУ — котел-утилизатор¹

Как видим, влияние на теплообмен (в понимании изменения его интенсивности) способно изменить свойства системы (снижение удельного расхода топлива) и извлечь из этого материальную пользу. Техногенная деятельность людей способна не только изменить свойства системы, но и поменять саму систему, в которой происходит теплообмен. Ярким примером тому может служить Солнечная система, в которой теплообмен происходит между телами «Солнце — Земля» и газами в промежутке между этими телами: вода, аргон и незначительное содержание газообразного диок-

сида углерода, способного накапливаться в атмосфере, O_2 и N_2 (обычное содержание порядка $0,031\%$ ¹). Сегодня сжигание органического топлива повысило на порядок содержание CO_2 в атмосфере Земли, что существенно изменило климатические условия и поставило под сомнение дальнейшее существование всего живого. В результате изменения системы изменились ее свойства, которые выразились в глобальном изменении климата на Земле.

1.2.2. Виды теплообмена и способы передачи теплоты

1. Понятие потока теплоты

Результатом теплообмена является **тепловой поток (поток энергии, самопроизвольно возникающий в вещественной среде с неоднородным температурным полем) — количество теплоты, проходящее в единицу времени через произвольную поверхность.**

В простейшем случае, когда нет физико-химических превращений, взаимной диффузии разнородных веществ, больших скоростей и т.п., тепловой поток направлен из области с более высокой температурой в область с низкой температурой. В сложных ситуациях это определение можно сохранить, вводя специально сконструированные эффективные температуры (например, при больших скоростях течения вводится температура торможения).

Величина теплового потока устанавливается в соответствии с законом Ж.Фурье². Изучая явление теплопроводности в твердых телах, Фурье установил, что количество переданного тепла пропорционально падению температуры, времени и площади сечения, перпендикулярного направлению распространения тепла. Если количество переданного тепла отнести к единице площади и единице времени, то установившую зависимость можно записать так:

$$q = -\lambda \text{grad}t \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right], \quad (1.8)$$

где q — тепловой поток; t — градиент температуры.

Уравнение (1.8) является математическим выражением основного закона распространения теплоты путем теплопроводности — закона Фурье.

¹ Техническая термодинамика: Учебник в 2-х ч., ч. 1. / Б.М. Хрусталева, А.П. Нессичук, В.Н. Ромашук и др. — Мн.: УП «Технопринт», 2004.

² Фурье закон, закон теплопроводности изотропных сред, связывающий градиент температуры в среде с плотностью теплового потока; установлен Ж.Фурье (1822).

¹ Системы производства и распределения энергоснабжателей промышленных предприятий: Учебник / Б.М. Хрусталева, В.А. Седшиц, В.Д. Аксельс и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Нессичука. — Мн.: УП «Технопринт», 2005.

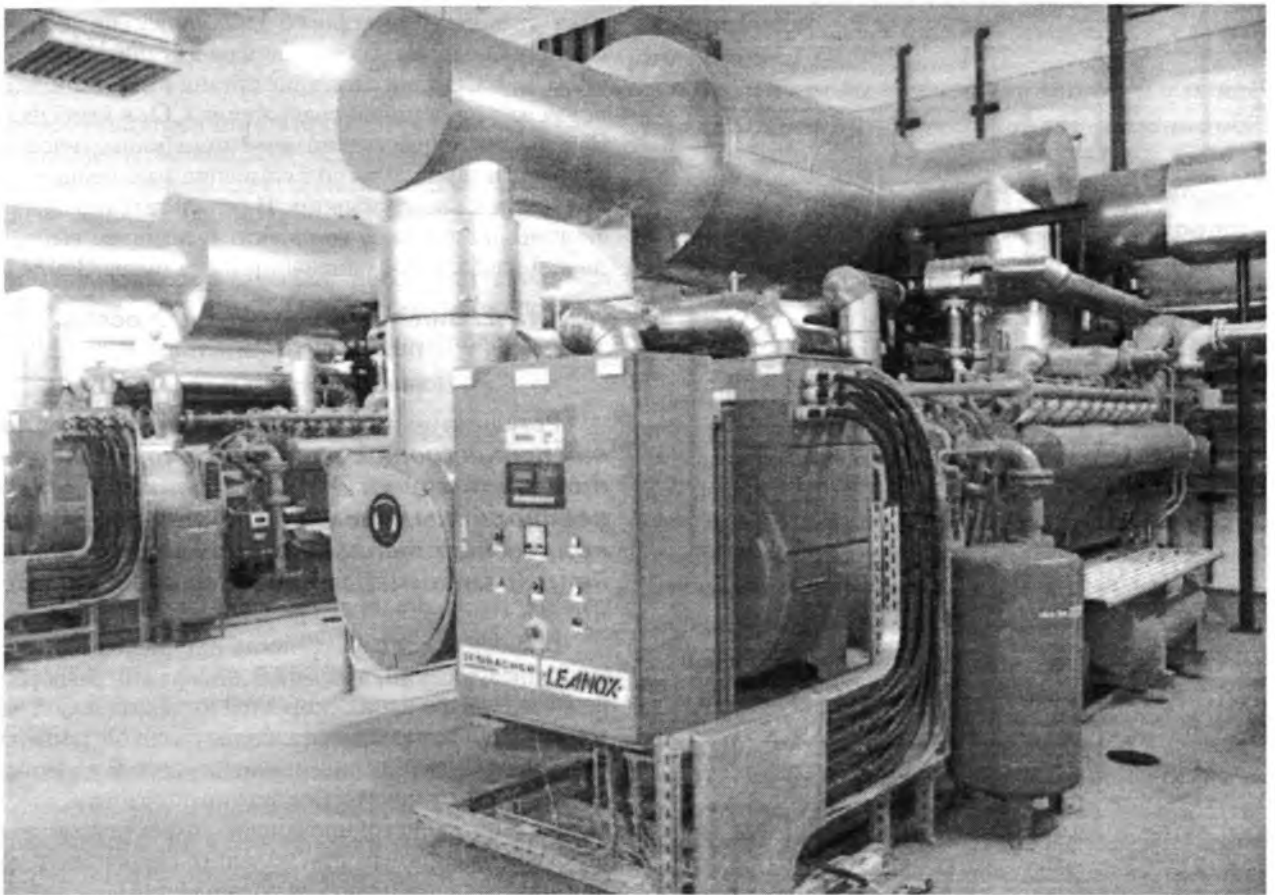


Рис. 1.2. Общий вид когенерационной установки на базе ГПА электрической мощностью 3 МВт¹

Изменение температуры в теле наблюдается лишь в направлениях x (рис. 1.7). При этом наиболее резкое изменение получается в направлении нормали n к изотермическим поверхностям. **Предел отношения изменения температуры к расстоянию между изотермами по нормали Δn называется температурным градиентом**, который обозначается одним из следующих символов:

$$\lim \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right)_{\Delta n \rightarrow 0} = \frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad}t \text{ [K/м]}. \quad (1.9)$$

Температурный градиент является вектором, направленным по нормали к изотермической поверхности. Его положительным направлением считается направление в сторону возрастания температуры. **Значение температурного гради-**

ента, взятое с обратным знаком, называется падением температуры.

2. Виды теплообмена

В природе существуют процессы распространения теплоты:

- теплопроводность² (кондукция³) – молекулярный перенос теплоты в сплошной среде;
- теплопроводность (конвекция) – перенос теплоты в неоднородной среде. Такой теплообмен обусловлен совместным действием конвективного и молекулярного переноса теплоты. Обычно он называется конвекцией (конвективный теплообмен)⁴;

² Теплопроводность не включает перенос теплоты вследствие диффузии вещества.

³ Кондукция (от англ. слова conductivity – электропроводность) – перенос теплоты под воздействием электрических (электромагнитных) сил микрочастиц (молекул, атомов).

⁴ Перенос теплоты, вещества, количества движения в среде с неоднородным распределением скорости, температуры, концентрации, осуществляемый макроскопическими элементами среды при их перемещении.

¹ Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: Учебник / Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Нессенчука. – Мн.: УП «Техноприт», 2005.

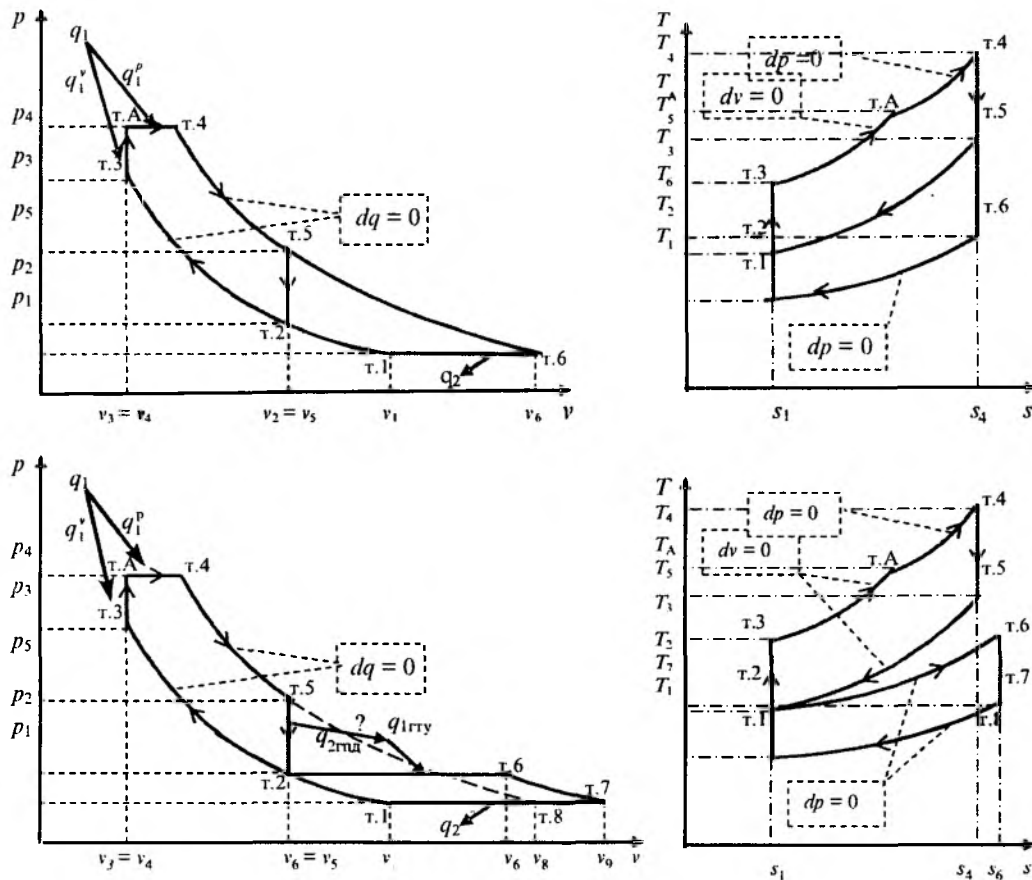


Рис. 1.3. Изображение комбинированного цикла двигателя внутреннего сгорания с турбонаддувом и продолженным расширением при переменном давлении газов перед турбиной (в качестве основного используется цикл Тринклера) в термодинамических p - v - и T - s -диаграммах¹

– тепловое излучение – процесс распространения теплоты, обусловленный превращением внутренней энергии вещества в энергию излучения (232), переносом излучения (238) и его поглощением (234)² веществом.

Существует понятие **простого и сложного теплообмена**. В случае **простого теплообмена** нагревание (охлаждение) происходит только теплопроводностью и конвекцией либо тепловым излучением, а в случае **сложного** – несколькими способами, к примеру, конвекцией и одновременно с ней излучением.

Как нам уже известно, процессы конвективно-теплопереноса всегда связаны с теплопроводно-

стью внутри перемещающихся значительных (молярных) элементов потока вещества. Радиационный (лучистый) теплообмен может сочетаться как с кондукцией, так и с конвекцией.

3. Теплоотдача и теплопередача

Теплоотдача и теплопередача – это комбинация элементарных (простых) способов распространения теплоты.

Теплоотдачей называется процесс теплообмена (теплопереноса) от твердой поверхности и (или к твердой поверхности) к жидкости капельной или газообразной (или от жидкости к твердой поверхности) путем тепловой конвекции и излучения (либо только тепловой конвекцией).

Теплопередача – процесс теплообмена между средами, разделенными некоторой твердой перегородкой.

Для практических расчетов стационарных процессов теплообмена с не очень сложными гранич-

¹ Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: Учебник / Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Несенчука. – Мн.: УП «Технопринт», 2005.

² Теория теплообмена. Терминология, вып. 83. – М.: «Наука», 1971.

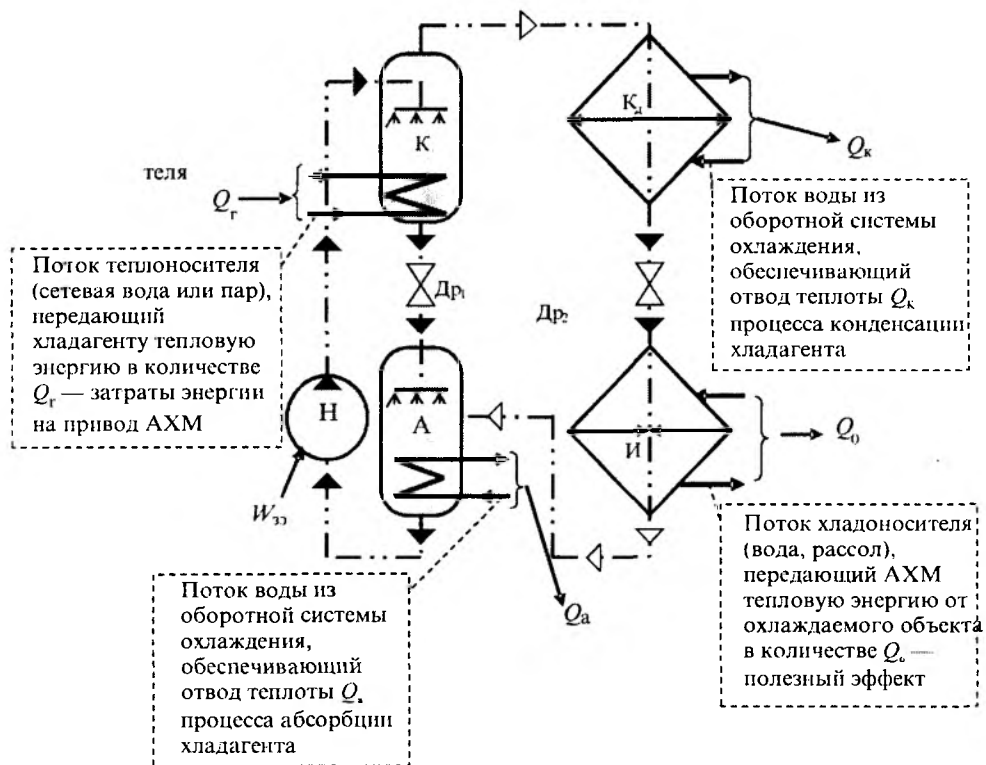


Рис. 1.4. Принципиальная схема простейшей абсорбционной холодильной машины: К — кипятыльник; К_д — конденсатор; И — испаритель; А — абсорбер; Др₁, Др₂ — дроссельные устройства; Н — насос, W_{зв} — затраты энергии на привод насоса, поскольку W_{зв} < Q_r при расчете энергетического КПД, АХМ — теплового коэффициента = Q_o/Q_r может не учитываться¹

ными условиями исторически установились формулы:

$$Q^* = Q\tau = \alpha(T_{ст} - T_0)F\tau, \quad (1.10)$$

$$Q^* = Q\tau = k(T_{01} - T_{02})F\tau, \quad (1.11)$$

где Q* — количество теплоты, отданной или полученной данной средой, Дж;

Q — тепловой поток, Вт;

T_{ст}, T₀ — некоторым образом осредненная температура поверхности тела (стенки) и характерная температура окружающей среды (например, температура газа (воздуха) на бесконечном удалении от погруженного в него тела или средняя по сечению канала температура жидкости), К;

T₀₁, T₀₂ — характерные температуры греющей и обогреваемой сред, разделенных перегородкой (неподвижной или подвижной), К;

F — расчетная площадь поверхности теплообмена, м²;

τ — время протекания процесса, с.

Множители пропорциональности α и k, Вт/(м²·К), называются соответственно коэффициентами теплоотдачи и теплопередачи. Формулы (1.10) и (1.11) в основном отражают тот важный факт, что не имеющие прямого физического смысла α и k значительно слабее зависят от разности температур и размеров поверхности теплообмена, чем собственно тепловой поток Q.

В качестве примера сложного теплообмена (теплоотдача, теплопередача) рассмотрим тепловой трубчатый рекуперативный теплообменник (рис. 1.8) для подогрева воздуха-окислителя, идущего на смешение с горючим газом в нагревательной металлургической печи. Греющие газы (продукты сгорания топлива) поступают слева направо, омывая секцию II петлевых стальных труб. Газы в борове (дымоходе) имеют начальную температуру порядка 600...900 °С. При омывании

¹ Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: Учебник/Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Несенчука. — Мн.: УП «Технопринт», 2005.

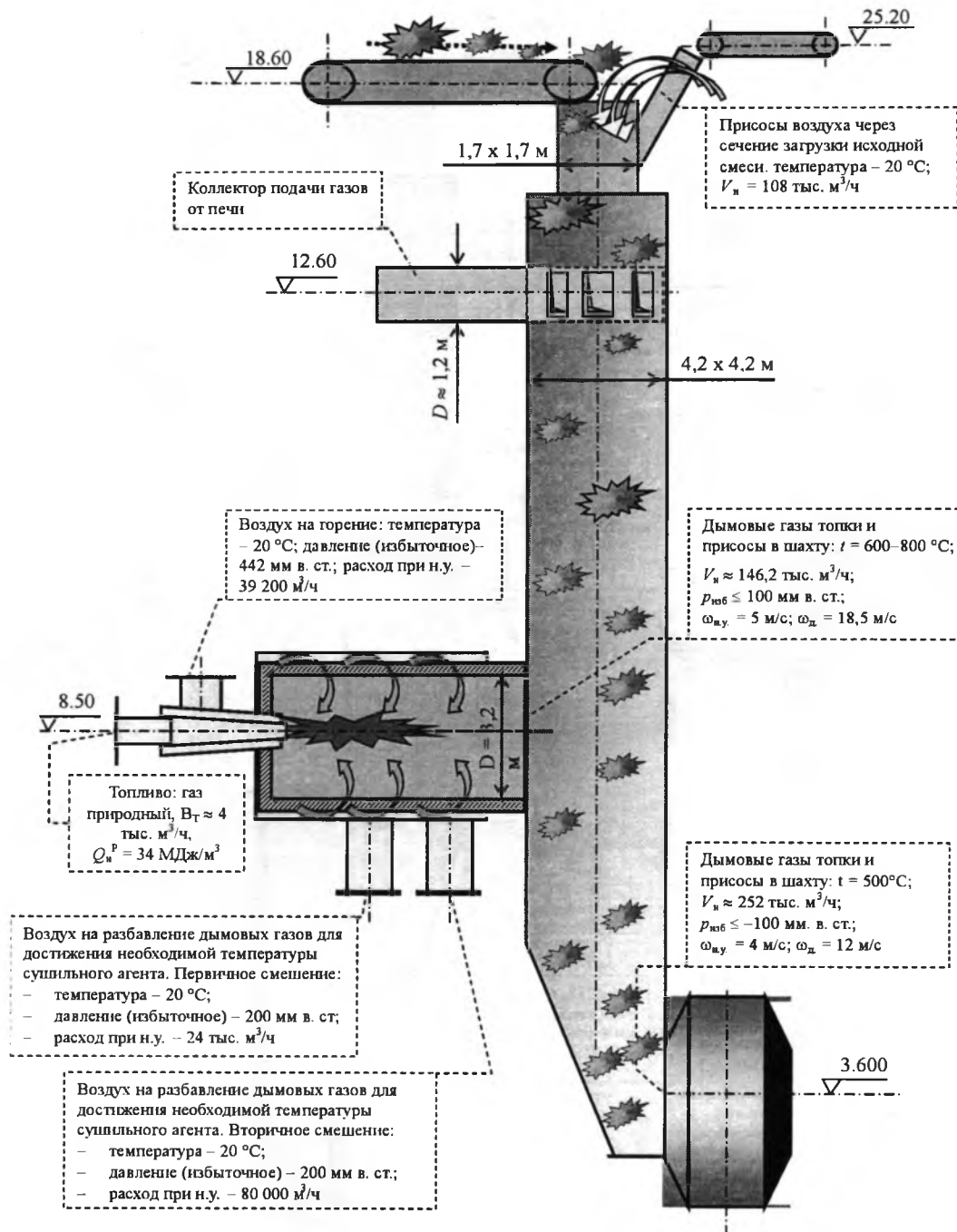


Рис. 1.5. Схема существующей подачи сушильного агента в «Азрофол»¹

¹ Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: Учебник / Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Нессенчука. – Мн.: УП «Технопринт», 2005.

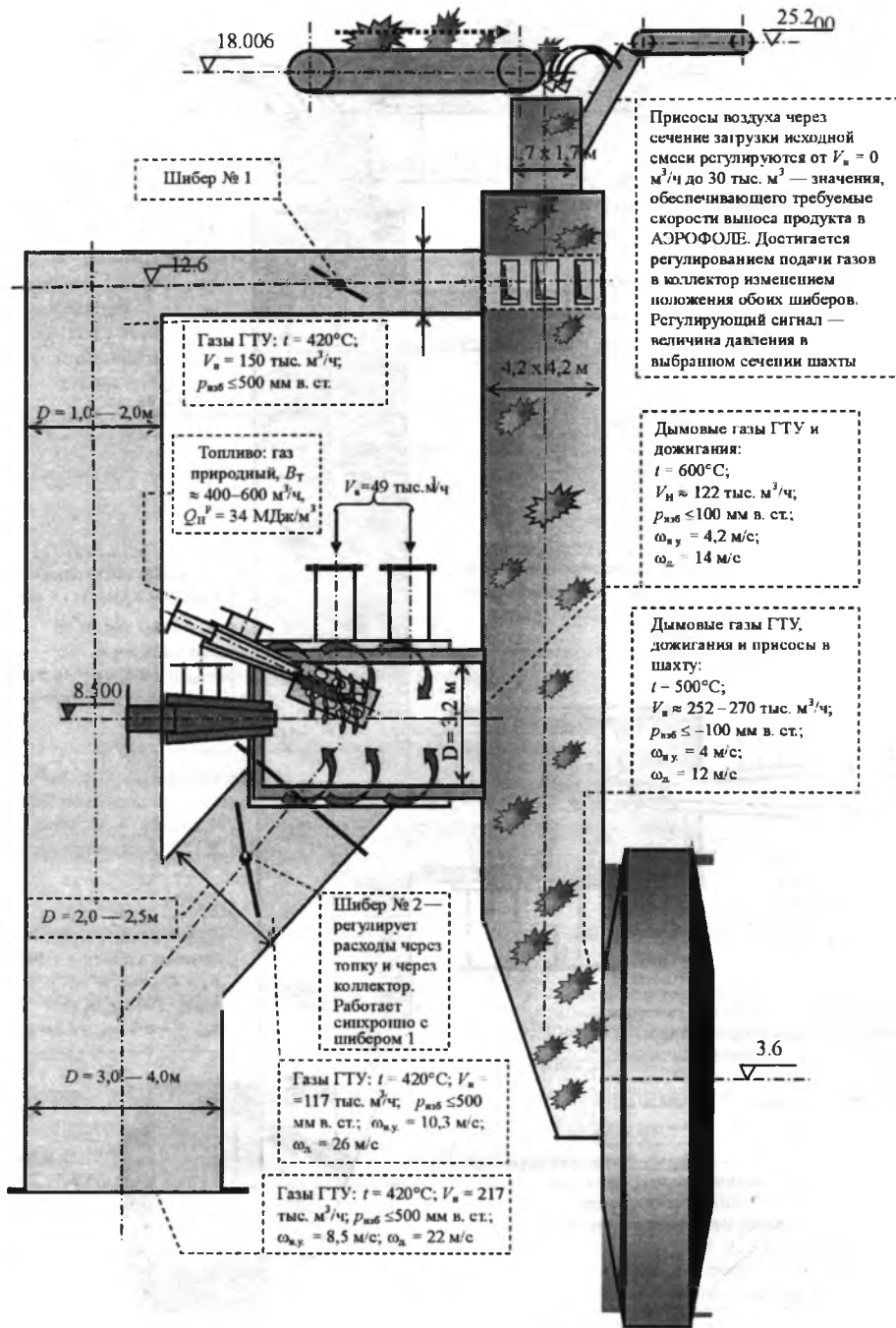


Рис. 1.6. Схема проектируемой подачи сушильного агента в «Аэрофол»¹

¹ Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: Учебник / Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев и др.; Под общ. ред. проф. А.П. Нессенчука. — Мн.: УП «Технопринт», 2005.

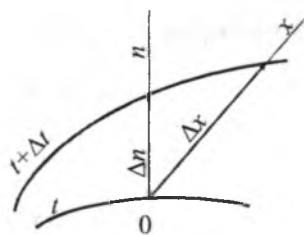


Рис. 1.7. Понятие температурного градиента

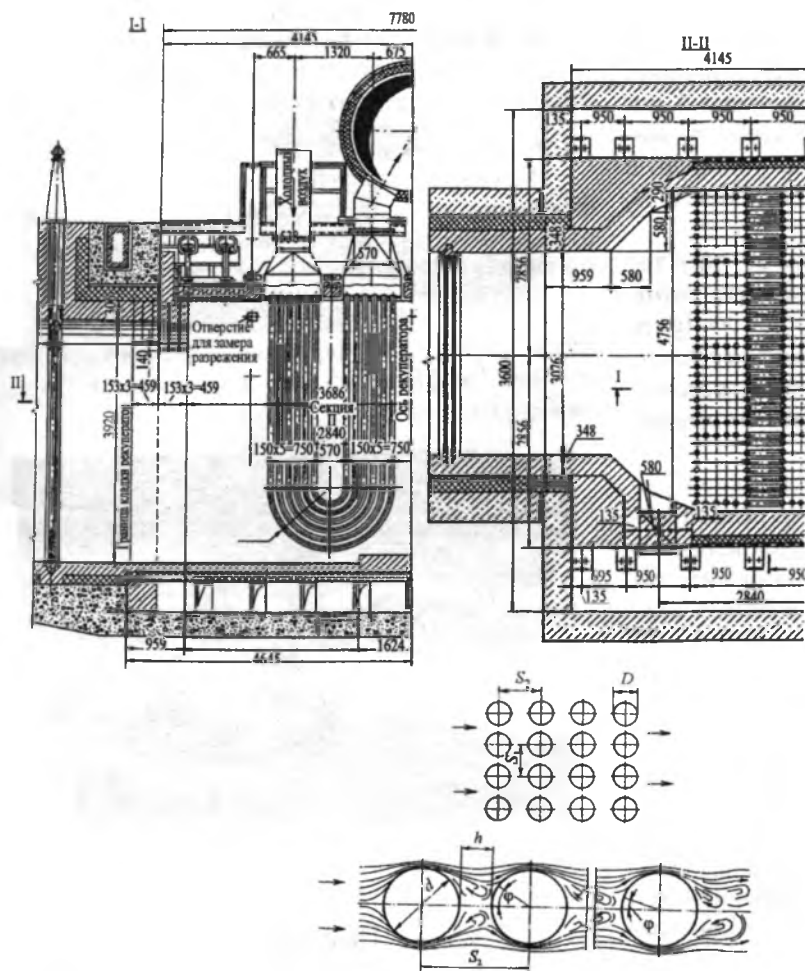


Рис. 1.8. Общие виды компоновки петлевого трубчатого металлического рекуператора



Фурье Жан Батист Жозеф (1768—1830)

Французский математик и физик, член Парижской АН (1817 г.), с 1822 г. — ее секретарь. Родился в Осере, где, окончив военную школу, работал преподавателем. В 1796—1798 гг. преподавал в Политехнической школе.

Основные исследования в области математической физики. Основатель учения о теплопроводности, автор известной работы «Аналитическая теория тепла» (1822 г.), сыгравшей значительную роль в развитии математики. Развил метод представления функции тригонометрическими рядами, так называемыми рядами Фурье, широко применяемый в различных разделах физики.

Вывел дифференциальное уравнение распространения тепла внутри твердого тела, дал точные определения тепловых единиц. Построил первую математическую теорию теплового излучения. Первый применил формулы размерностей. Член Петербургской АН (1829 г.) и Лондонского королевского общества.

пучка труб с внешней стороны в результате теплопередачи температура газов снижается до 450...550 °С, а температура воздуха-окислителя, движущегося внутри стальных трубок пучка, возрастает с 20 до 300...350 °С. При этом теплообмен между продуктами сгорания и нагреваемым воздухом реализуется по схеме:

- теплообмен от дыма к поверхности стенки трубки совершается путем теплоотдачи от газов и теплового излучения и характеризуется коэффициентами теплоотдачи $\alpha_1 = \alpha_k + \alpha_l$ (здесь α_k и α_l — соответственно коэффициенты теплоотдачи конвекцией и лучеиспусканием);

- от наружной поверхности трубки к ее внутренней поверхности — за счет теплопроводности;

- от внутренней поверхности единичной цилиндрической трубки пучка к нагреваемому воздуху — опять конвекцией (воздух не участвует в лучистом теплообмене, так как состоит из азота N_2 и кислорода O_2).

Суммарный эффект передачи теплоты от греющих продуктов сгорания топлива к нагреваемому воздуху следует классифицировать как теплопередачу. Интенсивность теплопередачи характеризуется коэффициентом теплопередачи k ($Вт/(м^2 \cdot К)$).

Коэффициенты теплоотдачи к внешней поверхности трубок пучка и от ее внутренней поверхности к нагреваемому воздуху-окислителю сильно зависят от температур теплоносителей (лучистая составляющая), характера движения продуктов сгорания и вторичного теплоносителя, а также от конструктивных характеристик трубчатого рекуперативного воздушнонагревателя (рис. 1.8).

Литература к главе 1

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа» Головное издат., 1988.

Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.

Хрусталеv Б.М. Техническая термодинамика: Учебн. в 2-х ч., ч. 1. /Б.М. Хрусталеv, А.П. Нещенчук, В.Н. Романюк и др. — Мн.: УП «Технопринт», 2004.

Хрусталеv Б.М. Техническая термодинамика: Учебник в 2-х ч., ч. 2. /Б.М. Хрусталеv, А.П. Нещенчук, В.Н. Романюк и др. — Мн.: УП «Технопринт», 2004.

Примеры решения задач к главе 1

Пример 1.1

Температура на поверхности изоляции трубы теплофикационного трубопровода составляет 27°С ($t_{\text{пов.тр}} = 27^\circ\text{С}$). Температура окружающего воздуха также равна 27°С ($t_{\text{о.в}} = 27^\circ\text{С}$). Нужно установить наличие потока теплоты и его направление при условии, что $t_{\text{пов.тр}} = 27^\circ\text{С}$ и $t_{\text{о.в}} = 19^\circ\text{С}$.

Решение. При условии $t_{\text{пов.тр}} = 27^\circ\text{С}$ и $t_{\text{о.в}} = 27^\circ\text{С}$ тепловой поток будет отсутствовать (одноуровневое поле температур).

Если же $t_{\text{пов.тр}} > t_{\text{о.в}}$, то поток теплоты будет направлен от поверхности трубы. Поток теплоты q можно рассчитать по формуле

$$q = \alpha_{\text{эфф}} (t_{\text{пов.тр}} - t_{\text{о.в}}); q = \alpha_{\text{эфф}} (27 - 19) \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

В формуле для теплового потока $\alpha_{\text{эфф}}$ — эффективное значение коэффициента теплоотдачи от поверхности тепловой изоляции к окружающему воздуху с температурой $t_{\text{о.в}} = 19^\circ\text{С}$:

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_k + \alpha_l,$$

где α_k и α_l — коэффициенты теплоотдачи конвекцией (α_k [$Вт/(м^2 \cdot К)$]) и тепловым излучением (α_l [$Вт/(м^2 \cdot К)$]).



Рис. 1 (к примеру 1.2). Непрерывнолитая остывающая заготовка ($t_{\text{заг}}^n = 1150^\circ\text{С}$). На поверхности заготовки видны механические дефекты

Пример 1.2

На рис. 1 (к примеру 1.2) показана остывающая в атмосферном воздухе стальная заготовка. Первоначальная температура поверхности заготовки составляет 1150 °С ($t_{\text{заг}}^n = 1150^\circ\text{С}$). Температура окружающего воздуха 30°С ($t_{\text{о.в}} = 30^\circ\text{С} = \text{const}$).

Требуется установить, какими видами теплообмена совершается теплоотдача от поверхности нагретой заготовки к воздуху.

Решение. От поверхности стальной нагретой заготовки к воздуху окружающей среды теплота передается теплоотдачей лучистой и конвективной. Эффективное (действующее) значение коэффициента, характеризующего такую теплоотдачу (коэффициента теплоотдачи), будет

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Пример 1.3

Требуется установить механизм передачи теплоты в двигателе Стирлинга (рис. 1 (к примеру 1.3)).

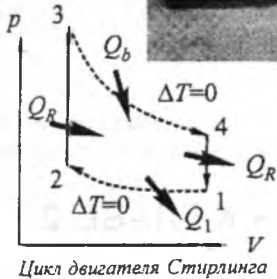
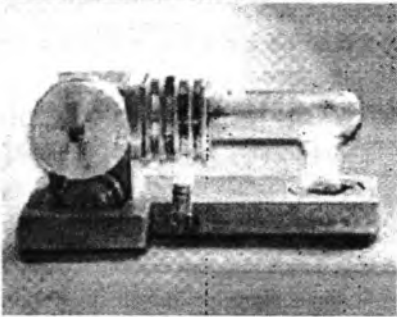
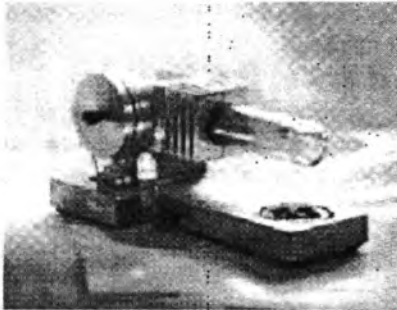


Рис 1 (к примеру 1.3). Действующая модель двигателя Стирлинга: одноцилиндровый двигатель, помещающийся на ладони, способен заменить пару батареек. Он работает некоторое время и после отключения от источника теплоты

Решение. Поток теплоты в цикле двигателя Стирлинга иллюстрируются p - v -диаграммой. Нагрев рабочего тела (воздух) происходит путем лучеиспускания и конвекции (теплообмен на поверхности), затем — теплопроводность в стенке стеклянной трубки и от стенки конвекцией к воз-

духу; к внутренней поверхности ребристого цилиндра излучением и конвекцией. Отвод теплоты к окружающему воздуху (окружающей среде) от наружной оребренной поверхности — путем излучения и конвекции. Такой сложный процесс называется теплопередачей.

Пример 1.4

На рис. 1 (к примеру 1.4) даны температурные графики заготовок размерами $125 \times 125 \times 12000$ мм и $250 \times 300 \times 4000$ мм из стали 70К. Нужно установить направления тепловых потоков в заготовках (одно- или многомерные).

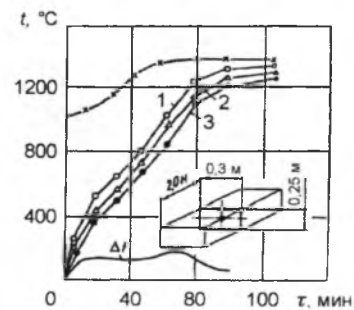
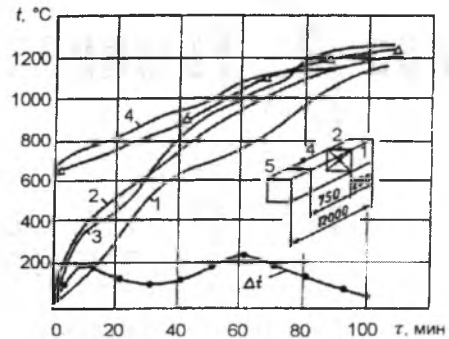


Рис. 1 (к примеру 1.4). Температурные графики нагрева заготовок размерами $125 \times 125 \times 12000$ мм и $250 \times 300 \times 4000$ мм

Решение. Обратимся к рис. 1 (к примеру 1.4). Сравниваем стороны $125/12000 < 0,1$ и видим, что поток теплоты одномерен.

Глава 2. Температурное поле

2.1. ОДНО- И МНОГОМЕРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ
2.2. КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМЫ (СОВОКУПНОСТИ ТЕЛ), В КОТОРОЙ ПРОИСХОДИТ ТЕПЛООБМЕН
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 2



2.1. ОДНО- И МНОГОМЕРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ



2.2. КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМЫ (СОВОКУПНОСТИ ТЕЛ), В КОТОРОЙ ПРОИСХОДИТ ТЕПЛООБМЕН



ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 2



Chapter 2. TEMPERATURE FIELD

Глава 2. Температурное поле

Температура в изучаемом нами курсе — исключительно важная величина, так как является параметром состояния системы и позволяет характеризовать процесс теплообмена.

2.1. Одно- и многомерное температурное поле

В общем случае температура t является функцией пространственных координат x , y и z и времени τ :

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (2.1)$$

Совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек пространства называется температурным полем. Уравнение (2.1) является математической формулировкой такого поля. При этом если температура зависит от времени, то поле называется **неустановившимся** или **нестационарным**. Если же температура во времени не меняется, то поле называется **установившимся (стационарным)**.

Температурное поле может быть функцией трех, двух и одной пространственной координаты. Соответственно оно называется **трех-, двух- и одномерным**. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля

$$t = f(x). \quad (2.2)$$

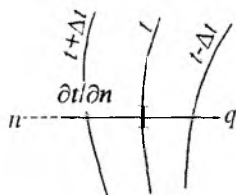


Рис. 2.1. Неоднородное поле температур с указанием направления потока теплоты и градиента температур

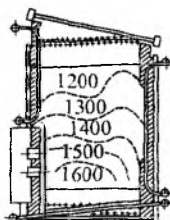


Рис. 2.2. Стационарное неоднородное поле температур в топке парогенератора

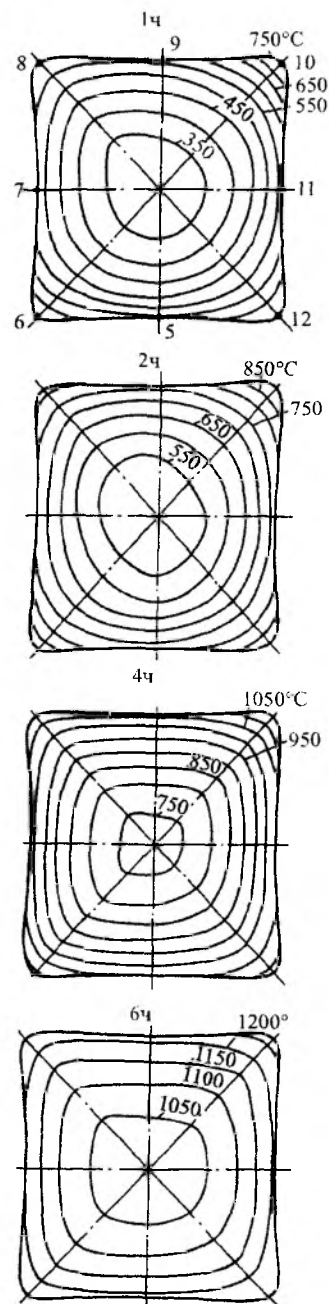


Рис. 2.3. Поле температур (неоднородное нестационарное) в нагреваемой металлургической заготовке¹

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.З. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Двухмерное (в плоскости x и y) с указанием нормали (n) к изолинии t показано на рис. 2.1. На

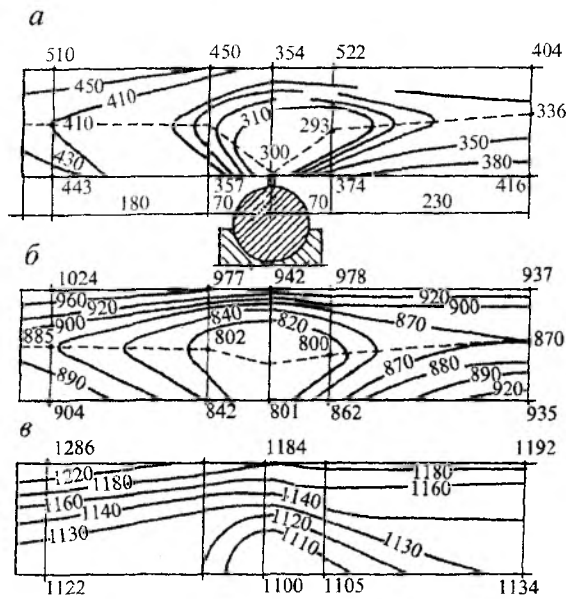


Рис. 2.4. Расположение изотерм ($^{\circ}\text{C}$) в продольном сечении опытной заготовки в различное время нагрева на неохлаждаемых опорах: а — время от начала нагрева 0,17 ч; б — то же. 0,83 ч; в — после нагрева в течение 1,28 ч и выдержки на монолитном поду 0,55 ч

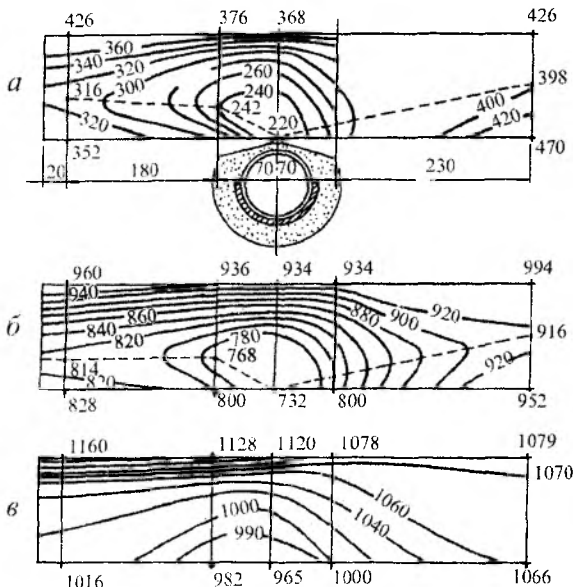


Рис. 2.5. Расположение изотерм ($^{\circ}\text{C}$) в продольном сечении опытной заготовки в различное время нагрева на охлаждаемых опорах: а — время от начала нагрева 0,1 ч; б — то же, 1,0 ч; в — после нагрева в течение 1,28 ч и выдержки на монолитном поду 0,4 ч

этом рисунке видно, что направления градиента $\frac{\partial t}{\partial n}$ в любой точке поля противоположно потоку теплоты, который наблюдается только в неоднородных полях (наличие градиентов температуры).

Плоское двумерное стационарное поле также показано на рис. 2.2 как состоящее из изолиний (изотермы, места точек с одинаковой температурой) t ($t = 1200; 1300; \dots; 1600^{\circ}\text{C}$). Такое же (двухмерное) поле температур иллюстрировано рис. 2.3. Как видим, это поле температур нестационарное, так как в моменты времени $\tau = 1; 2; 4$ и 6 часов температуры в одноименных точках конкретного сечения нагреваемого в печи тела имеют различные значения ($t = f(x, y, \tau)$). На рис. 2.4 и 2.5 показаны двумерные нестационарные поля температур в различные моменты при нагревании металлургической заготовки. Два последних рисунка наглядно свидетельствуют, что конструктивные особенности устройства (глиссажных труб) влияют на расположение изолиний температур в теле заготовки.

2.2. Классификация системы (совокупности тел), в которой происходит теплообмен

До выполнения расчетов, связанных с определением температур, тепловых потоков, времени нагрева до заданной температуры и пр., система должна быть подвергнута определенному анализу, определенной классификации, которая заключается в установлении целого ряда ее признаков, а именно:

- стационарен или нестационарен теплообмен (устанавливается по характеру температурного поля);
- вид теплообмена (теплопроводность, конвекция, тепловое излучение либо это сложный теплообмен — теплопередача (теплоотдача));
- система, в которой происходит теплообмен, или ее отдельные части должны быть отнесены к телам массивным или точкам (в термическом понимании);
- условия, в которых происходит взаимодействие внутреннего и внешнего теплообмена (граничные условия);
- направления потоков теплоты в системе декартовых координат (одно- или многомерное температурное поле).

Производя такую классификацию, нетрудно заметить, что в основном она выполняется путем анализа температурного поля.

2.2.1. Тела классической и произвольной формы

Итак, при классификации теплообменной системы вначале устанавливаются характер теплообмена: **стационарен** он или **нестационарен**. Затем нужно определить, **одномерен** он или **многомерен** (тепловые потоки направлены только в одном направлении или в нескольких). Классификация одно- или многомерности теплообмена дает основание задуматься о предпочтительности потоков q_x , q_y , q_z в декартовой системе координат и выделить основное (основные) направление. Традиционно (использовался анализ температурных полей) выявлены тела (системы тел), в которых поток теплоты всегда будет одномерен, что очень важно для решения многих задач (к примеру, теплопроводности в однородной среде). При условии одномерности теплового потока задачи о теплопроводности при постоянстве теплофизических величин нагреваемого (охлаждаемого) тела имеют точные аналитические решения. Задачи с многонаправленными потоками такого решения не имеют; они решаются аналитически приближенно или численно с использованием вычислительной техники, так как нет возможности установить предпочтительность потоков q_x , q_y , q_z друг относительно друга. В этом случае, как было уже отмечено, исходное задание для решения приходится устанавливать, используя не прямые, а косвенные соображения, и решение получается приближенным. Существует много аналитических и численных методов приближенного решения задач о теплообмене, и отличаются они величиной погрешности полученного результата. При этом уже заранее известно (сделано это в результате оценки возникающей погрешности), какие существующие методы пригодны для решения той или иной задачи.

Вековой анализ позволяет считать, что все объекты, в которых теплообмен совершается за счет теплопроводности (твердые тела), целесообразно разделить на две группы:

– тела, в которых теплообмен происходит только по одному направлению, к примеру q_x , а потоки q_y , q_z отсутствуют или пренебрежимо малы в сравнении с q_x . Такой теплообмен (температурное поле) считается одномерным, имеющим точное аналитическое решение о поле, времени нагревания. Сами же тела называются телами **классической формы**.

Формула $Q = q_x + q_y + q_z$ трансформируется в выражение

$$Q = q_x; \quad q_y = q_z = 0; \quad (2.3)$$

– тела, не относящиеся к вышеуказанным, называются телами **произвольной формы**. В таких телах потоки двух- либо трехмерны:

$$Q = q_x + q_y$$

$$Q = q_x + q_y + q_z. \quad (2.4)$$

или

При этом соотношение между величиной потоков только предположительно.

Существует три тела классической формы:

– **пластина**;
 – **цилиндр**;
 – **шар** (шар всегда представлен классической формой, и поток теплоты в нем направлен по его радиусу).

Прямоугольная призма со сторонами X_1 , X_2 и X_3 считается телом классической формы, если самая малая ее сторона ($X_{\min} = \delta$ – толщина), отнесенная к меньшей из оставшихся сторон (рис. 2.6), дает кратность $\leq \frac{1}{10}$.



Вейник Альберт Иосифович
(1919–1998)

Отечественный ученый, теоретик и экспериментатор. Имеет неоспоримое мировое признание в области термодинамики обратимых и необратимых процессов.

Основатель теории тепловой теории металлургических процессов, автор ряда монографий по термодинамике и тепловой теории литья. Книги А.И. Вейника переведены на многие языки мира.

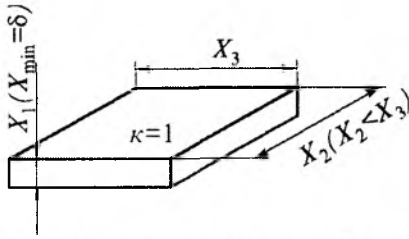


Рис. 2.6. Понятие классического тела (пластина)

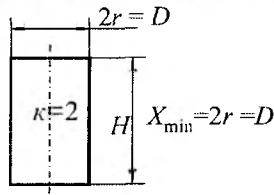


Рис. 2.7. Понятие классического тела (цилиндр)

В нашем случае (рис. 2.6) имеем

$$\frac{\delta}{X_2} \leq 0,1. \quad (2.5)$$

При этом чем больше отношение $\frac{\delta}{X_2}$ отличается

в сторону увеличения от условия (2.5), тем больше будет величина потоков в направлениях X_2 и X_3 и пластина перестает быть телом классической формы.

Для пластины:

$$q = q_{X_1=\delta}; q_{X_2} = q_{X_3} = 0.$$

При несоблюдении (2.5):

$$q < q_{X_1=\delta}; q_{X_2} \neq 0 \text{ и } q_{X_3} \neq 0.$$

Как видим, при несоблюдении условия (2.5) теплота Q распределяется по направлениям X , Y , Z (тело произвольной формы с трехмерным температурным полем). В случае классической пластины (рис. 2.6) поток теплоты одномерен и направлен по нормали к поверхности $X_2 \times X_3$. Небольшое отклонение от условия (2.5) все же позволяет производить вычисления.

Для цилиндра (рис. 2.7) (2.5) переписывается

$$\frac{2r}{H} \leq 0,1, \quad (2.6)$$

где $2r$ и H — соответственно диаметр и высота цилиндра.

Еще раз обращаем внимание на то обстоятельство, что в телах классической формы весь тепловой поток направлен по δ (пластина) и радиусу r (цилиндр и шар). В телах произвольной формы, где условия (2.5) и (2.6) не соблюдаются, потоки теплоты не одномерны (в прямоугольной пластине он двух- или трехмерен, а в цилиндре — двухмерен).

Следует заметить, что выполнить классификацию реального нагреваемого (охлаждаемого) объекта по **признаку формы** (отнести и рассматривать его как тело классической или произвольной формы) достаточно непросто, так как от этого зависят дальнейший расчет и точность полученных в нем результатов. Одномерная задача (тело классической формы) **реализуется достаточно быстро и четко, двух- и трехмерная — более сложным путем**, требующим специальных знаний методик численных решений.

В тех случаях, когда очень точные решения не требуются, расчет нагревания можно упростить, подменив трехмерную задачу двухмерной, а двухмерную — одномерной. Делать это нужно с соблюдением реальных условий нагрева (охлаждения), имея профессиональный навык анализа расчета и реальных условий, при которых происходит теплообмен. И все же далее мы увидим, что такая подмена может дать решение очень неточное, результаты которого сильно расходятся с результатами фактического положения дел (результатами эксперимента). В большинстве таких случаев замена модели становится невозможной, и для изучения процесса должен использоваться более точный и предсказуемый результат.

Используя понятие коэффициента формы k (для тел классических $k = 1, 2$ и 3 соответственно для пластины, цилиндра и шара) и обращаясь к табл. 2.1, можно оценить погрешность такого решения.

Таблица 2.1

Влияние отношений $\frac{\delta}{X_2}$ и $\frac{2r}{H}$ (где H — высота цилиндра диаметром $2r$) на величину коэффициента k

Форма изделия	k
Прямоугольная призма с отношением меньшей стороны к толщине:	
1	1,7
1,25	1,41
1,5	1,22
1,75	1,14
2	1,1
10 и более	1
Цилиндр с отношением высоты к диаметру:	
1	2,49
1,25	2,14
1,5	2,04
10 и более	2

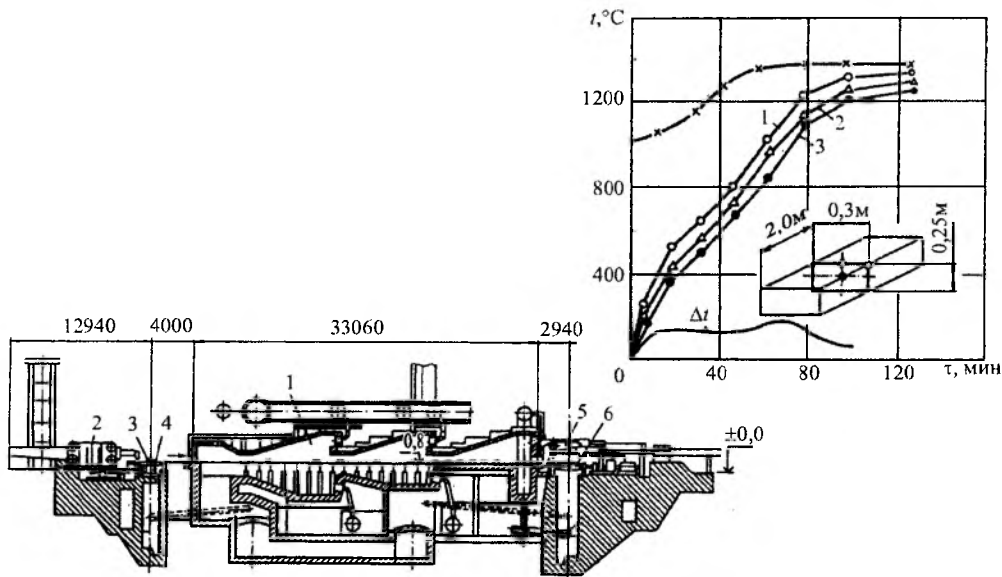


Рис. 2.8. Общий вид трехзонной методической печи стана 3600 завода «Азовсталь»¹ (нагрев стали 70К, продольный разрез): 1 — печь; 2 — толкатель; 3 — загрузочный рольганг; 4 — упор; 5 — приемник слэбов²; 6 — разгрузочный рольганг

Как видим, при отношении $\frac{X_2}{\delta} \geq 10$ прямоугольная призма может рассматриваться как пластина (тело классической формы), а погрешность устанавливается отношением k и $\frac{X_2}{\delta}$. Аналогичное заключение можно сделать и относительно цилиндра. При несоблюдении условия $k = 1, 2$ и 3 (соответственно для пластины, цилиндра и шара) тело классифицируется как имеющее произвольную форму. Для таких тел используются (как уже неоднократно отмечалось) приближенные аналитические или численные методы решения, отличные от методов решения одномерных (классических) задач.

На рис. 2.8 показана нагревательная методическая печь толкательного типа для нагрева (двухрядный посад) заготовок из стали 70К размерами $0,25 \times 0,3 \times 2,0$ м. Такие заготовки могут классифицироваться как тела произвольной формы, причем потоки теплоты направлены по координатам x, y, z (трехмерная физико-математическая модель нагрева). Модели такой задачи реализуются с большими трудностями приближенно путем численного решения. Однако анализ нагрева заготовок в печи (рис. 2.8) позволяет упрос-

тить задачу о температурном поле. Дело в том, что при плотном посаде заготовок в печи они вплотную соприкасаются стороной $2,0 \times 0,25$ м, образуя составную плиту сечением $2,0 \times 0,25$ м достаточной протяженности, для которой справедливо отношение $\frac{0,25}{2,0} \approx 0,1$. В этом случае садку можно рассчитывать по формулам, записанным для пластины ($\frac{\delta}{X_{\min}} \leq 0,1$, где $\delta = 0,25$ и $X_{\min} = 2,0$ м).

Похожий посад заготовок размером $0,15 \times 0,15 \times 6,5$ м показан на рис 2.9 а–в. Такое прикрытие садки (заготовок) при расчете нагрева позволяет рассматривать ее **как пластину (классическая форма)** с тепловым потоком в направлении толщины ($\delta = 0,15$ м).

Нагрев заготовки (блюма³) размером $250 \times 300 \times 5000$ мм (рис. 2.10) из стали 45 дан в коор-

¹Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

²Сляб (англ. slab — букв. плита), полупродукт металлургического производства — стальная заготовка прямоугольного сечения с большим отношением ширины к высоте, служащая исходным материалом для прокатки листовой стали. Слябинг (англ. slabbing), в металлургии — прокатный обжимной стан для проката крупных стальных слитков в плоские заготовки (слябы).

³Блум (англ. bloom), полупродукт металлургического производства — стальная заготовка квадратного сечения, исходный материал для прокатки круглого профиля, трубы и др. Блюминг (англ. blooming), мощный прокатный стан для обжима крупных стальных слитков в заготовки квадратного сечения (блюмы).

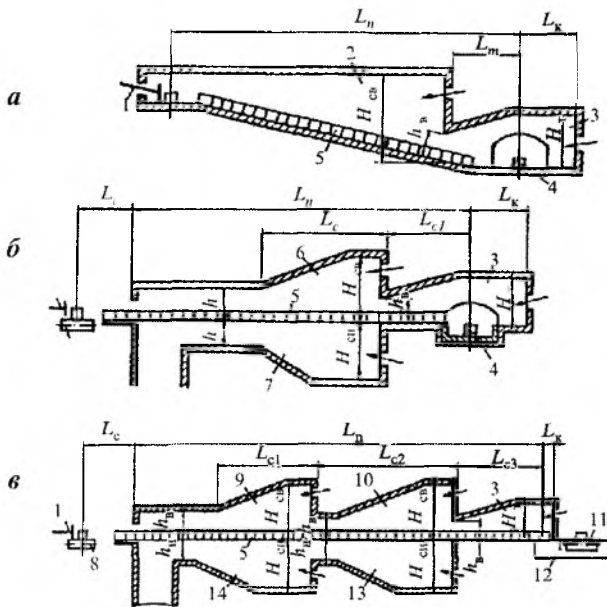


Рис. 2.9. Методические нагревательные печи: а — с двумя верхними отсеками горения (боковая загрузка и выгрузка); б — с двумя верхними и одним нижним отсеками горения (торцевая загрузка и боковая выгрузка); в — с пятью отсеками горения (три верхних и два нижних, торцевая загрузка и торцевая выгрузка); 1 — толкатель; 2 — сварочная зона; 3 — томильная зона (зона выдержки); 4 — окно выдачи; 5 — нагреваемая садка; 6, 10 — верхний отсек сварочной зоны; 7, 13 — нижний отсек сварочной зоны; 8 — рольганг загрузки; 9 — верхний отсек методической зоны; 11 — рольганг выдачи; 12 — штанги машины выдачи; 13 — нижний отсек сварочной зоны; 14 — нижний отсек методической зоны

дишатах $t - \tau$. Тепловые потоки в единичной заготовке (рис. 2.11) направлены по нормальям к поверхностям 250×5000 и 300×5000 мм, что соответствует двумерному (произвольная форма) нагреву. И здесь задачу, в которой рассчитывается время нагрева в печи с шагающими балками, можно в значительной мере упростить, если сечение блюма 250×300 мм как цилиндрическое по эквивалентному диаметру $d_{\text{экв}}$. Конечно, такая замена внесет существенную погрешность во время нагрева и параметры температурного поля заготовки, так как вместо двумерной задачи (рис. 2.12) будет рассмотрена задача одномерная (одномерное поле цилиндра с размерами $d_{\text{экв}}$ и $l = 5000$ мм).

Исходя из вышеизложенного абсолютно очевидно, что выбор методики расчета нагрева (температурного поля) на основании классификации нагреваемого изделия и отнесения его к телам

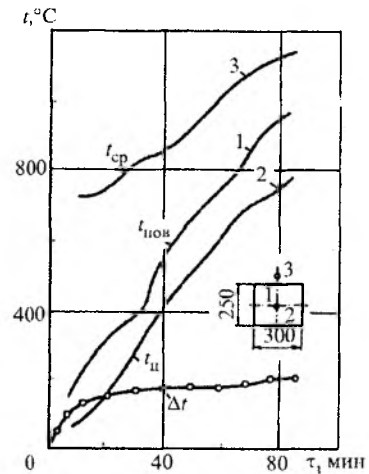


Рис. 2.10. Динамика нагрева заготовки (сталь 45, размер $0,25 \times 0,3 \times 5$ м при использовании базового режима, предложенного фирмой «Фест-Альпине»: 1, 2 — соответственно для температур на поверхности и в центре заготовки; 3 — температура продуктов сгорания

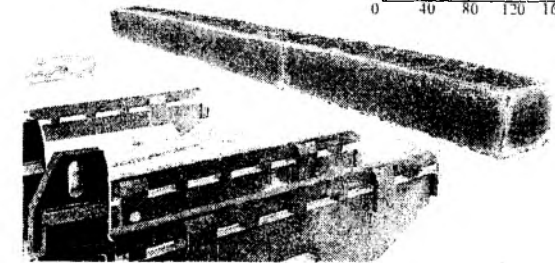
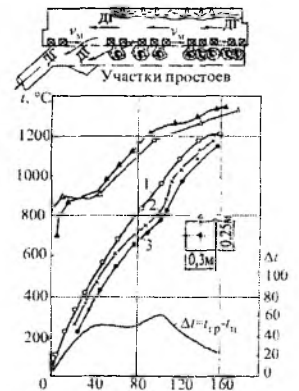


Рис. 2.11. Общий вид непрерывнолитой заготовки (блюма) на выходе из методической печи после ее нагрева. Температурный график нагрева

классической либо произвольной формы является непростой задачей, от правильности постановки которой зависит достоверность расчетных данных. Реальные примеры установления одно- или многомерности задачи теплообмена (кристаллизации слитка) проиллюстрированы рис. 2.13 и 2.14.

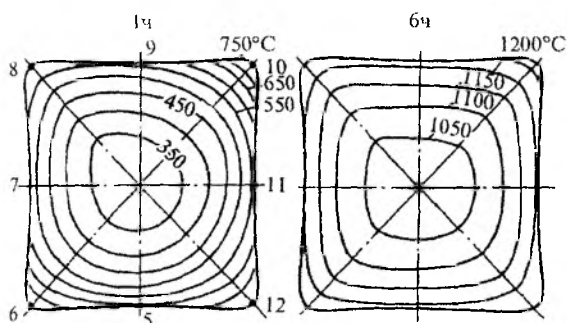


Рис. 2.12. Двухмерное температурное поле крупного стального слитка из стали ЗКП¹

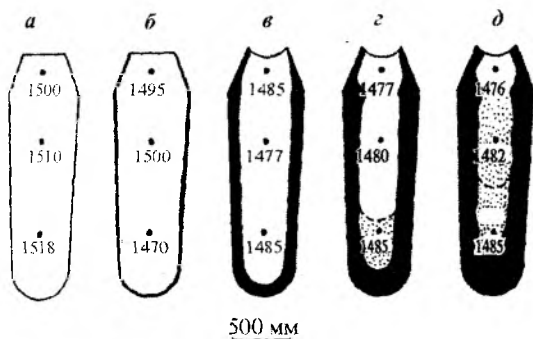


Рис. 2.13. Изменение температуры по высоте затвердевающего слитка стали (6Г2С, температура ликвидуса 1485 °С) массой 5,5 т. Время после конца разлива: а — 1 мин; б — 5 мин; в — 20 мин; г — 40 мин; д — 55 мин

На них представлены фактические (полученные в эксперименте поля температур и структуры) данные, которые дают основание для установления адекватности результатов расчета. В таких сложных случаях (трехмерный теплообмен, слиток прямоугольной формы) расчеты, связанные с определением времени нагрева и температурного поля, выполняются численно на ЭВМ. Упрощение здесь неуместно.

Литература к главе 2

Вейник А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1965.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1965.

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

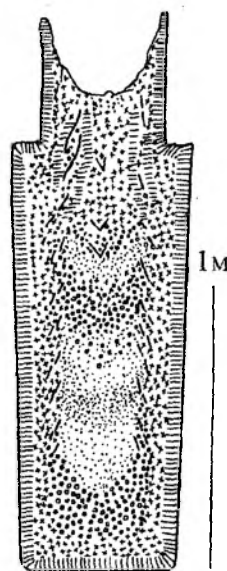


Рис. 2.14. Схема осевой периодической кристаллизации стального слитка массой 3,5 т¹

Примеры решения задач к главе 2

Пример 2.1

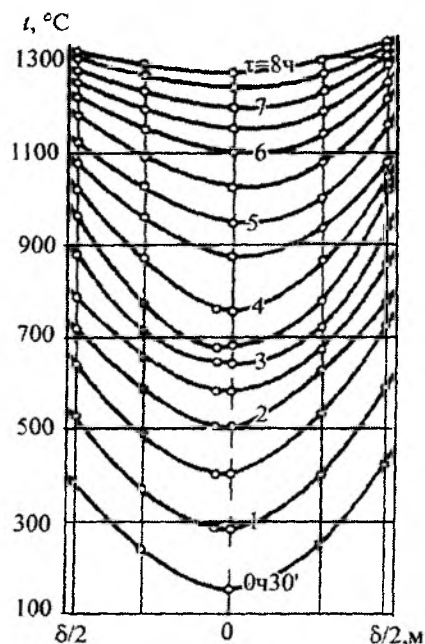


Рис. 1 (к примеру 2.1). Температурное поле стального слитка

¹Самойлович Ю.А., Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Филиппов В.В. Стальной слиток. В 3-х т. Т.2. Затвердевание и охлаждение; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.



Рис. 1 (к примеру 2.2). Общий вид стеновых конструкций жилого здания

Нужно ответить на вопрос: стационарное или нестационарное поле температур показано на рис. 1 (к примеру 2.1)?

Решение. Анализ изотерм (изолиний температуры) (рис. 1 (к примеру 2.1)) показывает, что, к примеру, в центре пластины температура с течением времени τ возрастает. Такая картина наблюдается во всех точках нагреваемого тела, что свидетельствует о нестационарности неоднородного поля температур.

Пример 2.2

Требуется установить направление потоков теплоты в элементе стеновой конструкции жи-

лого здания (рис. 1 (к примеру 2.2)). Стеновая конструкция имеет следующие размеры:

$$\delta_{\Sigma} = 300 \text{ мм}, H = 5 \text{ м и } L = 6,5 \text{ м.}$$

Решение. Сравнивая толщину пластины (многослойная стенка толщиной δ_{Σ}) с наименьшим ее размером $X_{\min} = 5 \text{ м}$, имеем

$$\frac{\delta_{\Sigma}}{X_{\min}} = \frac{0,3}{5} = 0,06; 0,06 < 0,1.$$

В такой стенке поток одномерен и направлен по ее толщине δ_{Σ} . Потоки в направлении X_{\min} и X_{\max} практически отсутствуют, и учитывать их при расчетах не нужно.

Глава 3. Условия однозначности решения физико-математической модели процесса теплообмена (краевые условия)

3.1. ПОНЯТИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ
3.2. ТЕРМИЧЕСКИ МАССИВНЫЕ И ТОНКИЕ ТЕЛА
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 3

Chapter 3. Conditions for definitive solution of physical and mathematical model of heat transfer (boundary conditions)

Глава 3. Условия однозначности решения физико-математической модели процесса теплообмена (краевые условия)

Реализация физико-математической модели должна давать одно-единственное решение, присущее только конкретному объекту.

Единственность (однозначность) решения может быть получена только при наличии **специальных условий**, характеризующих теплообмен, — **условий однозначности**.

3.1. Понятие граничных условий

В качестве примера рассмотрим процесс нагревания металлического слитка (рис. 3.1) в нагревательной печи, отапливаемой природным горючим газом. Нагрев поверхности такого слитка происходит за счет теплового излучения продуктов сгорания и конвекции, нагрев же самого слитка — за счет теплопроводности от поверхности к его центру. При этом теплопроводность (внутренний теплообмен) и теплоотдача к поверхности слитка (внешний теплообмен) — процессы взаимно влияющие друг на друга.

Физико-математическая модель внутреннего теплообмена (дифференциальное уравнение теплопроводности), описывающая процесс внутреннего теплообмена (3.1), устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры тела; она математически описывает перенос тепла внутри тела. Для того чтобы найти температурное поле **внутри тела** в любой момент времени, т.е. чтобы решить дифференциальное уравнение, надо знать распределение температуры внутри тела в начальный момент времени (начальное условие), **геометрическую форму тела и закон взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела (граничное условие)**.

Совокупность начального и граничного условий называется **краевыми условиями**, начальное условие — **временным краевым** условием, а граничное условие — **пространственным краевым** условием.

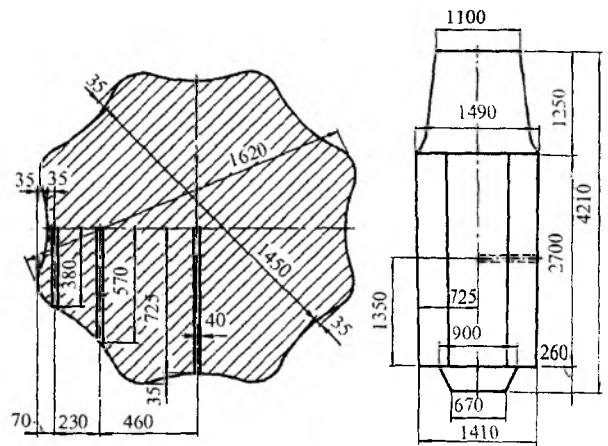


Рис. 3.1. Стальной слиток массой 45 т с отверстиями для установки термпар (измерение температур в центре слитка и на его поверхности, а также на расстоянии 460 мм от центра)

Начальное условие устанавливает распределение температуры в начальный момент времени τ :

$$t(x, y, z, \tau = 0) = f(x, y, z), \quad (3.1)$$

где $f(x, y, z)$ — известная функция.

Обычно принимают равномерное распределение температуры в начальный момент времени

$$t(x, y, z, \tau = 0) = t_0 = \text{const}. \quad (3.2)$$

Граничное условие — это закон взаимодействия поверхности нагреваемого тела (рис. 3.1) с греющей (охлаждающей) средой. Граничные условия могут задаваться **графически** с использованием температурных графиков нагрева либо аналитически. Совершенно очевидно, что граничные условия бывают различных видов, так как отражают отличающиеся между собой условия взаимодействия поверхности тела с греющей (охлаждающей) средой.

3.1.1. Граничное условие 1-го рода

Граничное условие первого рода (1-го рода) состоит в задании распределения температуры нагреваемого (охлаждаемого) твердого тела на его поверхности в любой момент времени (рис. 3.2а)

$$t_{\text{нт}}^{\text{н}} = f(\tau),$$

где $t_{\text{нт}}^{\text{н}}$ — температура на поверхности тела (рис. 3.2).

Как показано на рис. 3.2 (в частном, наиболее простом случае задания), граничное условие 1-го рода может быть записано так:

$$t_{\text{нт}}^{\text{н}} = \text{const} \text{ (рис. 3.2а)}. \quad (3.3)$$

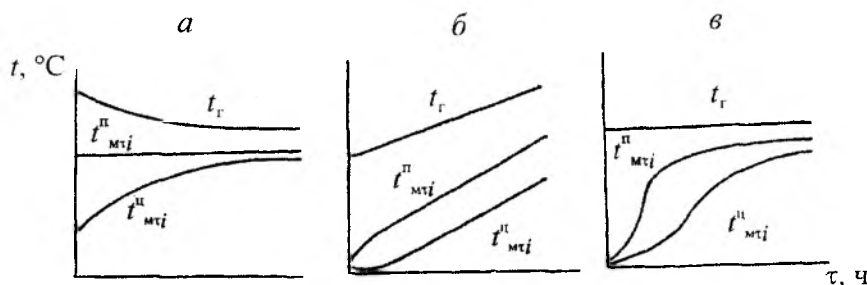


Рис. 3.2. Наиболее простые случаи граничных условий 1-го (а), 2-го (б) и 3-го (в) рода при нагревании массивного металлического тела продуктами сгорания органического топлива

3.1.2. Граничное условие 2-го рода

Граничное условие второго рода (2-го рода) состоит в задании плотности теплового потока для каждой поверхности тела как функции времени

$$q_n(\tau) = f(\tau) \quad (\text{рис. 3.2б}). \quad (3.4)$$

Простейший случай граничного условия второго рода состоит в постоянстве плотности теплового потока

$$q_n(\tau) = \text{const}. \quad (3.5)$$

Такой теплообмен (3.5) имеет место при нагревании тел в высокотемпературных печах, где передача тепла в основном происходит при помощи излучения по закону Стефана–Больцмана, когда температура тела значительно меньше температуры излучающих поверхностей и др.

3.1.3. Граничное условие 3-го рода

Обычно граничное условие третьего рода (3-го рода) характеризует закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой при постоянном потоке тепла (стационарное температурное поле). В этом случае количество тепла, передаваемого в единицу времени с единицы площади поверхности тела в окружающую среду с температурой (t_c) в процессе охлаждения ($t''_{m\tau i} > t_c$) прямо пропорционально разности температур между поверхностью тела и окружающей средой, т.е.

$$q_n = \alpha(t''_{m\tau i} - t_c), \quad (3.6)$$

где α — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, Вт/(м²·К).

Для процесса нагревания твердого тела можно предложить аналогичное соотношение, поменяв местами $t''_{m\tau i}$ и t_c .

Помня, что $q_n = -\lambda \Delta t$, (3.6) можно переписать

$$-\lambda \Delta t = \alpha(t_c - t''_{m\tau i}). \quad (3.7)$$

Совершенно очевидно, что дифференциальное уравнение теплопроводности (физико-математическая модель) имеет бесконечное множество решений. Для получения единственного решения (применительно к конкретному случаю) необходимо кроме основного уравнения задать дополнительные характерные условия однозначности: геометрические (форма и размеры), физические (соответствующие свойства тела и его параметры), начальные и граничные. Совокупность двух последних называется краевыми условиями, а отыскание решений с учетом этих условий — краевой задачей математической физики.

Начальное распределение температур в теле может быть различным. Наиболее простой случай, имеющий практическое значение, соответствует одинаковым значениям t по всему объему нагреваемого тела (в нашем случае слитка) $f(x, y, z, \tau) = 0) = \text{const}$.

К такому условию сводится, к примеру, нагрев или охлаждение металла после стационарного режима.

Во многих задачах используют начальное параболическое распределение температур по объему тела

$$t(x, \tau = 0) = t''_{m\tau=0} + \Delta t_{\tau=0} \left(\frac{x}{X} \right)^2, \quad (3.8)$$

где $t''_{m\tau=0}$ — температура середины (центра) заготовки (материала) в начальный момент ($\tau = 0$);

$\Delta t_{\tau=0}$ — начальный перепад температур между поверхностью $t''_{m\tau=0}$ и центром нагреваемого (охлаждаемого) тела $t''_{m\tau=0}$.

Возможны предельные случаи, когда начальными условиями в нестационарных задачах можно пренебречь. Так, для тел произвольной формы начальные условия влияют лишь в инерционном

периоде: с некоторого момента наступает регулярный режим, при котором распределение температур в металле определяется только граничными условиями и не зависит от начальных.

Граничные условия можно задавать различными способами, но нужно помнить, что на них влияет характер взаимодействия поверхности тела с окружающей средой. Как отмечалось, известны четыре рода указанных условий. Еще раз напоминаем, что граничное условие первого рода состоит в задании изменения температур на поверхности тела как функции координат и времени:

$$t_{\text{м}}^n = f(x, y, z, \tau = 0).$$

Примером граничных условий первого рода является линейное изменение температуры поверхности во времени, т.е.

$$t_{\text{м}}^n = t_0 + C_n \cdot \tau, \quad (3.9)$$

где C_n — скорость нагрева.

К описанному условию можно отнести задачу разогрева кладки печи либо задачу нагрева (охлаждения) тел при термообработке с заданной скоростью. Другим примером граничных условий первого рода (как уже было сказано) является постоянство температуры поверхности твердого тела

$$t_{\text{м}}^n = \text{const.}$$

К этому условию сводятся задачи нагрева или охлаждения с мгновенным повышением (снижением) температуры поверхности тела (для процессов в жидких средах, при закалке, выдержке и т.п.).

Граничное условие второго рода предполагает изменение плотности теплового потока на поверхности тела (тоже как функции координат и времени)

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm S} = \pm f(x, y, z, \tau = 0). \quad (3.10)$$

Примером граничных условий второго рода является постоянство указанной плотности

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm S} = \pm q^{\text{пов}} = \text{const.} \quad (3.11)$$

Нагрев постоянным тепловым потоком в сочетании с другими способами находит практическое применение в камерных печах, нагревательных колодцах и других установках.

Частным случаем граничных условий второго рода является отсутствие потока на поверхности тела

$$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm S} = 0. \quad (3.12)$$

К этому условию можно свести задачу нагрева (охлаждения), когда одна из поверхностей теплоизолирована (условие адиабатности), или же так называемую симметричную задачу, когда система, представляющая собой тело с геометрической симметрией, обогревается равномерно (условие симметрии)

$$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = 0. \quad (3.13)$$

Граничное условие третьего рода определяет температуру источника энергии как функцию времени и условия теплообмена между



Био Жан Батист
(1774—1862)

Французский физик, член Парижской АН. Родился в Париже. Окончил Политехническую школу (1797 г.).

С 1800 г. профессор Коллеж де Франс, а в 1808—1849 гг. — Парижского университета.

Работы посвящены оптике, электромагнетизму, акустике, истории науки. Определял скорость звука в твердых телах (1809, 1823 гг.). В 1811 г. открыл поляризацию при преломлении, в 1815 г. — круговую поляризацию.

Исследовал поляризационные свойства многих веществ. Обнаружил оптическую активность многих жидкостей (в частности, в 1815 г. у скипидара), установив, что они обладают способностью вращать плоскость поляризации. Открыл закон вращения плоскости поляризации света (закон Био) и установил существование право- и левовращательных веществ (1815 г.). В 1820 г. вместе с Ф. Саваром открыл закон, определяющий напряженность магнитного поля прямого тока (закон Био — Савара). Совместно с Араго выполнил измерения плотности и показателя преломления различных газов (1806 г.). Переоткрыл (1814 г.) поляризационные свойства турмалина. Автор широко известного в свое время курса физики.

Член Лондонского королевского общества (1815 г.), Петербургской АН (1819 г.). Медаль Б. Румфорта (1840 г.).

источником и поверхностью тела. В качестве такого источника принимаются значения t : для дымовых газов — t_r , печи — $t_{\text{печь}}$, кладки — $t_{\text{кл}}$, электронагревателя — t_s и др. Если в качестве источника тепла принять температуру греющей среды, взаимодействующей с поверхностью материала по закону Стефана — Больцмана, то граничное условие третьего рода запишется так:

$$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm S} = \pm \sigma (t_r^4 - t_{\text{пов}}^4). \quad (3.14)$$

К условию (3.14) сводятся задачи нагрева тел в высокотемпературных печах или зонах (при $t_r > 1000$ К).

Используя теорию подобия и размерностей, а также принимая величину t_r постоянной, имеем

$$-\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=\pm 1} = \pm Sk(1 - \theta_{\text{пов}}^4). \quad (3.15)$$

Здесь $X = x/S$; $\theta = T/T_r$; $Sk = \sigma T_r^3/S/\lambda$.

При конвективном теплообмене к граничному условию

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\pm S} = \pm \alpha (t_r - t_{\text{м}}^n) \quad (3.16)$$

относятся задачи нагрева тел в низкотемпературных печах или зонах ($t_r < 1000$ К), жидких средах, слое и др.

Приведя уравнение (3.16) к безразмерному виду, получим

$$-\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=\pm 1} = \pm Bi(1 - \theta_{\text{пов}}). \quad (3.17)$$

Для сложного теплообмена

$$-\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=\pm 1} = \pm Sk(1 - \theta_{\text{пов}}^4) \pm Bi(1 - \theta_{\text{пов}}). \quad (3.18)$$

Из граничных условий третьего рода, являющихся наиболее общими, вытекают (как частные случаи) условия первых двух. Так, при $Bi = \infty$ условие (3.17) переходит в условие первого рода. К последнему сводятся задачи нагрева тел при бесконечно большой интенсивности теплообмена, так как величина $t_{\text{м}}^n$ в этом случае мгновенно принимает значение температуры окружающей среды. При $Bi = 0$ граничное условие третьего рода переходит в граничное условие второго рода, что отвечает задаче с тепловой изоляцией на поверхности материала.

Граничное условие четвертого рода состоит в задании на границе двух идеально соприкасающихся тел, непрерывности температур и тепловых потоков:

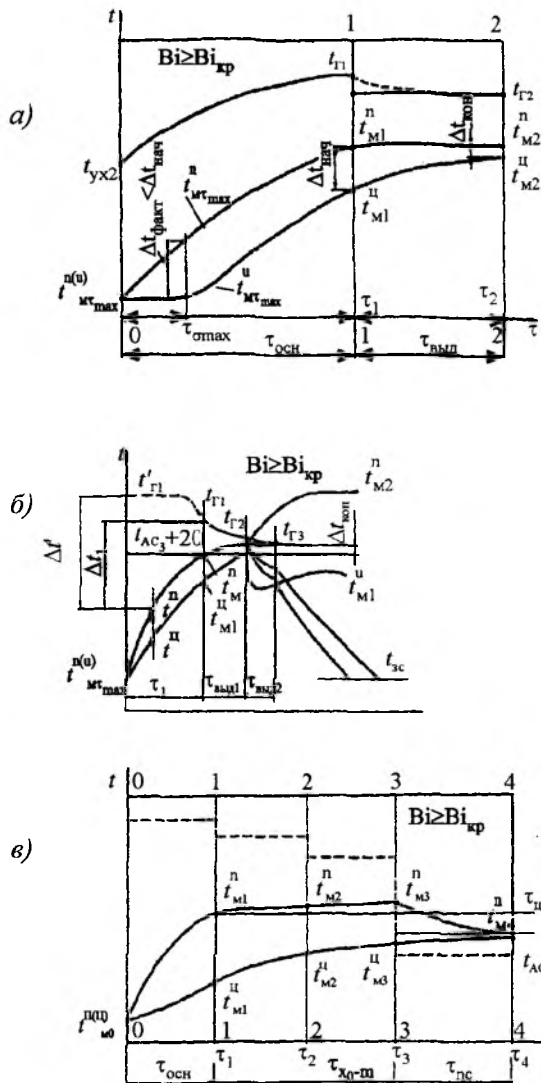


Рис. 3.3. Температурные поля (графики) для поверхности t'' , середины $t_{\text{м}}^n$, продуктов сгорания органического топлива: а — температурный график двухзонной нагревательной методической печи; б — температурный график термообработки (закалка полная); в — температурный график цементационной термической печи

$$t_1(x = S_1) = t_2(x = S_1); \quad \lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial x} \right)_{x=S_1} = \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial x} \right)_{x=S_1}, \quad (3.19)$$

где S_1 — граница двух тел.

При наличии фазовых превращений (промерзания, плавления) условие (3.19), охватывающее сопряженные задачи внутреннего теплообмена, в частности, по определению соответствующего тем-

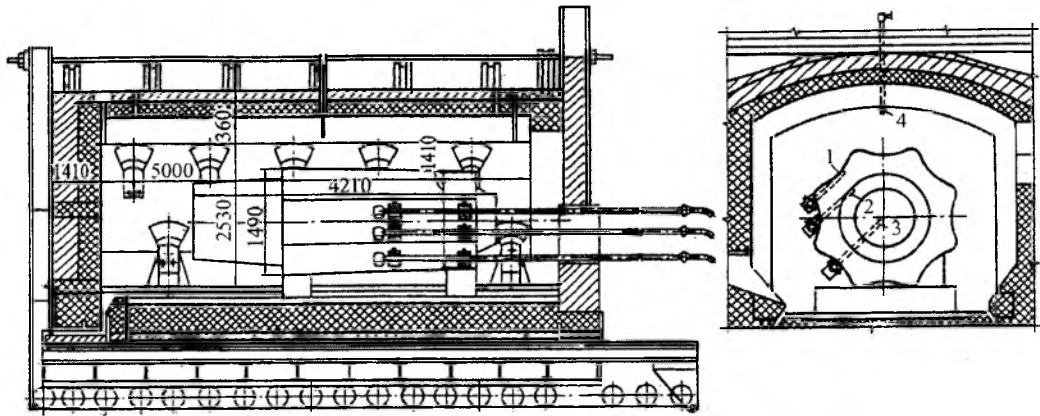


Рис. 3.4. Схема расположения 45-тонного массивного слитка в печи в опытах В.Н. Соколова — В.А. Куроедова (продольный и поперечный разрезы¹): 1, 2 и 3 — термопары в слитке; 4 — термопара в своде печи

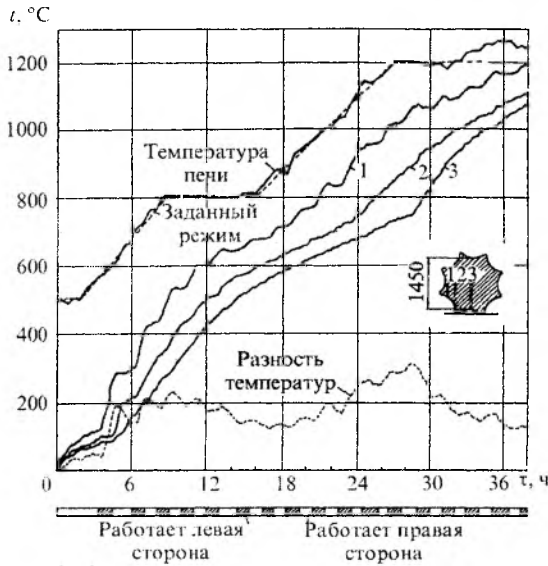


Рис. 3.5. Изменение температур 45-тонного холодного слитка при нагреве по существующему режиму (опыт № 1)¹

пературного поля в многослойных материалах, заменяется следующим:

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial x} \right)_{x=S_1} - \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial x} \right)_{x=S_1} = Q_{\text{фаз}} \frac{\partial S_1}{\partial \tau}, \quad (3.20)$$

где $Q_{\text{фаз}}$ — теплота фазовых превращений.

Краевые задачи теплопроводности подразделяются на линейные и нелинейные. Источниками нелинейности последних являются зависимость

¹ Самойлович Ю.А., Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Филиппов В.В. Стальной слиток. В 3-х т. Т.2. Затвердевание и охлаждение; / Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мп.: «Белорусская паука», 2001.

теплофизических свойств от температуры и координат, учет теплообмена излучением и др.

Краевые задачи с граничными условиями типа (3.15), (3.18) и (3.20) принято называть задачами с внешней нелинейностью (нелинейностью 2-го рода в отличие от внутренней (нелинейности 1-го рода), т.е. при переменных теплофизических свойствах). Точные аналитические решения с нелинейными условиями отсутствуют.

3.2. Термически массивные и тонкие тела

Все нагреваемые (охлаждаемые) тела в термическом понимании подразделяются на:

- **термически массивные;**
- **термически тонкие.**

Термически массивные тела подчиняются условию

$$Bi \geq Bi_{\text{кр}}, \quad (3.21)$$

где Bi — число (критерий) Био, $Bi = \frac{\alpha_{\text{эфф}} \cdot X}{\lambda_{\text{эфф}}}$;

$Bi_{\text{кр}}$ — критическое значение числа Био, $Bi_{\text{кр}} = 0,5$.

Если условие (3.21) не выполняется, объект пужно рассматривать как **тонкое тело**. Расчет температурных полей и нагревания тонких тел сильно отличается от расчета при $Bi \geq Bi_{\text{кр}}$. Существенное различие наблюдается и при рассмотрении поля температур (температурный график нагрева). При нагревании массивного тела (рис. 3.4) температура поверхности увеличивается быстрее, чем это имеет место при нагревании середины (центра) изделия (рис. 3.3 а–в).

На рис. 3.4 приведен реальный случай нагрева 45-тонного стального слитка в камерной печи, а на рис. 3.5 — изменение температуры слитка во времени при таком нагреве (температурный график нагрева).

Литература к главе 3

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа». Головное издательство, 1988.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача. Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Примеры решения задач к главе 3

Пример 3.1

Требуется установить граничные условия, при которых совершается нагрев металлических слитков под последующую обжимку (рис. 1 (к примеру 3.1)). Нагрев выполняется в трех зонах, которые рассчитываются индивидуально. Для такого расчета нужно для каждой зоны установить граничные условия, что при расчетах даст основание получить однозначность решения.

Решение. Слитки нагреваются в камерной печи и расположены на выкатном поду. Как видим, в течение первых 4...5 ч температурный напор между продуктами сгорания ($t_{\text{печ}}$) и поверхностью слитка (заштрихованная область рисунка) сохраняется практически неизменным, что позволяет сделать заключение о том, что на отрезке времени 4...5 ч справедливо соотношение

$$q_{4...5 \text{ ч}} \approx \text{const} \text{ (граничное условие 2-го рода).}$$

Последующий этап нагрева слитка происходит при постоянной температуре продуктов сгорания ($t_{\text{печ}}$), что также дает основание для $\tau = 4...12 \text{ ч}$ записать

$$q_{\text{печ } 4...12 \text{ ч}} \approx \text{const} \text{ (граничное условие 3-го рода).}$$

Выводы сделаны на основании графиков, построенных по опытным (экспериментальным) данным¹.

Расчет же см. рис. 1 (к примеру 3.1), пунктирные линии) произведен в соответствии с выполненным анализом граничных условий. Наблюдается неплохое согласование результатов расчета и натурального эксперимента.

Итак, на отрезке времени $\tau = 4...5 \text{ ч}$ реализованы граничные условия 2-го рода и на отрезке $\tau = 4...12 \text{ ч}$ — граничные условия 3-го рода.

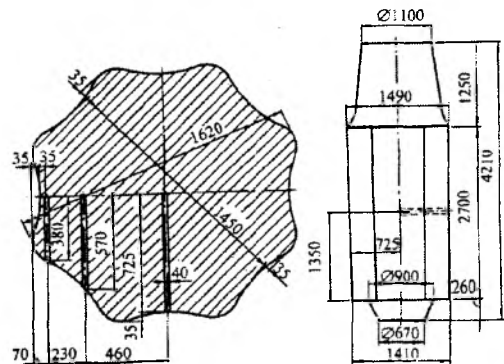
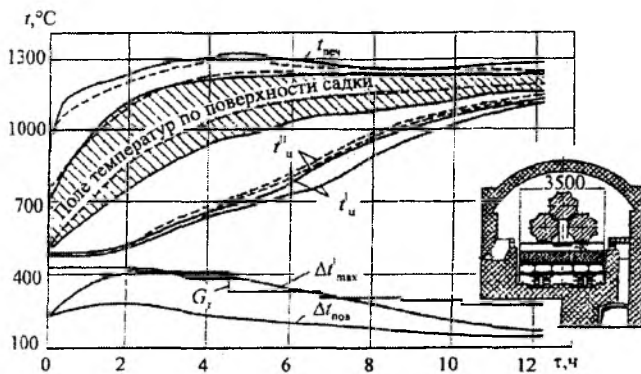


Рис. 1 (к примеру 3.1)¹. График нагрева слитка из трех слитков (ПО «Ижорский завод»): $t_{\text{ц}}^I$ и $t_{\text{ц}}^{II}$ — температуры в центре нижнего I и верхнего II слитков; G_f — расход топлива (газа); $\Delta t_{\text{пак}}^I$ — максимальный перепад температур в слитке I (— — опытные данные; --- — расчетные). Масса слитка — 10 т

¹Стальной слиток. В 3-х т. Г.З. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Глава 4. Дифференциальные уравнения теплообмена

4.1. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООБМЕНА	1
4.2. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	1
4.3. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ	1
4.4. УРАВНЕНИЕ СПЛОШНОСТИ	1
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 4	1
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 4	1

Chapter 4. DIFFERENTIAL EQUATIONS OF HEAT TRANSFER

Глава 4. Дифференциальные уравнения теплообмена

Для изучения теплообмена (равно как и другого явления) широко используется экспериментальный метод. Этот метод всегда ложится в основу изучения как обладающий исключительной достоверностью в части изучаемого объекта. Экспериментальное (инструментальное) исследование и его результаты служат тестом для результатов физико-математического изучения (по данным эксперимента устанавливается адекватность физико-математического метода исследования). **Физико-математическое изучение еще называют методом физико-математического моделирования процесса.**

Физико-математическая модель разрабатывается на основе самых общих (порой очень сложных) представлений о процессе, как правило, в дифференциальной форме¹. Порой записанная таким образом (как будет показано ниже) система дифференциальных уравнений, описывающих процесс, не имеет до настоящего времени ни одного достаточно точного аналитического либо численного решения. Это относится и к записанной в настоящей главе дифференциальной модели, состоящей из:

- **дифференциального уравнения теплообмена;**
- **дифференциального уравнения теплопроводности;**
- **движения;**
- **сплошности.**

Условия однозначности задаются индивидуально для конкретного изучаемого явления (процесса).

Вопросам математического моделирования нелинейных теплотехнологических процессов в машиностроении и металлургии уделяли ранее и

уделяют внимание сегодня многие ученые бывшей крупнейшей в мире державы — Союза Советских Социалистических Республик, государства, к концу семидесятых годов вышедшего на первое место в мире по объему выплавленной стали и достигшего рекордной цифры 150 млн т стали в год.

Наиболее выдающимися учеными, внесшими неоценимый вклад в теплоэнергетику, металлургическую теплотехнику и теплофизику, являются А.В. Лыков, С.С. Кутателадзе, М.А. Михеев, А.А. Гухман, Г.А. Аксельруд, А.Г. Темкин, Б.И. Китаев, Ф.Р. Шкляр, А.В. Кавадеров, В.Н. Тимофеев (г. Екатеринбург), Н.Ю. Тайц, И.Д. Семикин, Ю.И. Розенгард, Э.М. Гольдфарб, Н.М. Беляев (г. Днепропетровск), А.И. Вейлик (г. Минск), Г.П. Иванцов, М.А. Глинков, Э.И. Спивак (г. Москва), А.А. Жукаускас, И.И. Новиков, Б. Блакуэл, Л.А. Бровкин (г. Иваново), Н.Н. Доброхотов, В.Ф. Копытов (г. Киев), Ю.Г. Ярошенко, Ю.А. Самойлович, В.Г. Лисенко, Н.И. Иванов (г. Магнитогорск), В.И. Губинский, С.И. Аверин, А.С. Телегин, В.М. Ольшанский, Н.П. Свинолобов (г. Днепропетровск), Ю.С. Постольник (г. Днепропетровск), В.А. Арутюнов, Б.С. Мاستрюков, Ю.П. Филимонов, А.Е. Лифшиц (г. Москва), Б.И. Медовар, А.Е. Еришов, Б.С. Сорока (г. Киев) и многие другие.

Авторы приносят свои извинения ученым, которых они не упомянули.

4.1. Уравнение теплообмена

Понятие теплообмена должно ассоциироваться у студента, изучающего курс, с передачей теплоты между твердым объектом (телом) и газообразной либо капельной жидкостью, нагревающей (охлаждающей) этот объект (тело). Поэтому в механизме процесса должны участвовать как теплопроводность тела, так и коэффициент теплообмена (его эффективное значение $\alpha_{эфф}$).

В процессе изучения явления устанавливаются зависимости между величинами, **характеризующими это явление**, к примеру, для сложных явлений (обжиг CaCO_3 с целью получения извести CaO).

Умение рассчитывать явления теплопроводности в самом твердом теле и теплоотдачи на его поверхность предопределяет качество продукции, получаемой в процессах нагрева и охлаждения, и, что не менее важно, удельные энергетические затраты на реализацию этих процессов.

¹ Промышленные теплотехнологии: Моделирование нелинейных процессов: Учебник / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, А.П. Нессенчук и др.; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, А.П. Нессенчука. — Мн.: «Высшая школа», 2001.

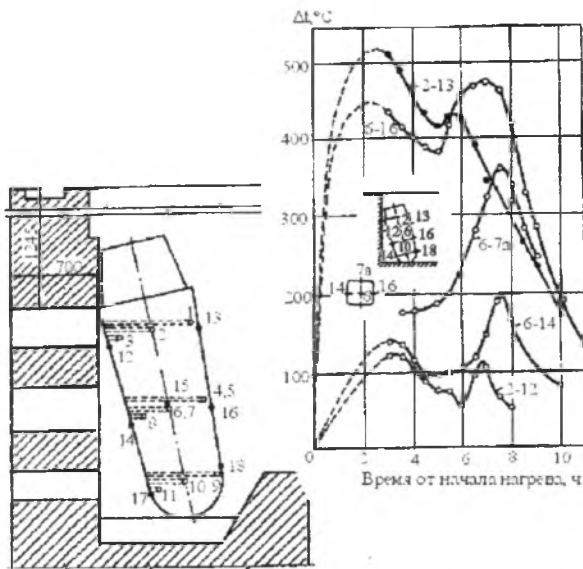


Рис. 4.1. Схемы расположения точек измерения температуры в опытном слитке (справа) и расположения слитка в ячейке (слева)¹



Рис. 4.2. Распределение температуры (изотермы) в среднем поперечном сечении опытном слитка: а – через 4 ч от начала нагрева; б – через 7 ч; в – через 12 ч¹

На рис. 4.1 показан мартеновский стальной слиток, который должен быть нагрет в специальной печи (нагревательном колодце) перед прокаткой (вначале обжимкой в блюминговом стане). Нагрев в колодце (на рис. 4.1 слева) не должен повлечь образования целого ряда дефектов, сопутствующих такому нагреву (перегрев, пережог, образование кристаллической структуры с термонапряжениями, превышающими предел упругости). Умение рассчитывать поля температур (рис. 4.2), параметры термонапряженного состояния струк-

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.З. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

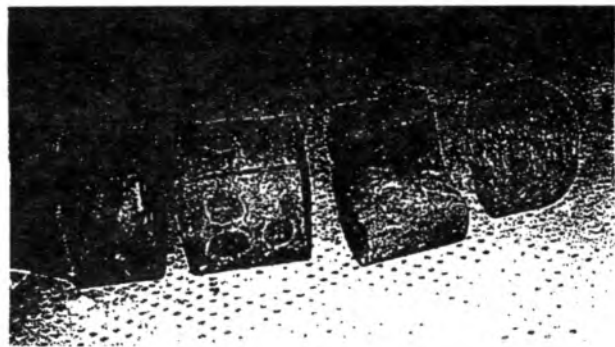


Рис. 4.3. Вид слитка стали P18 массой 310 кг, разрушенного термическими напряжениями при посадке в печь, нагретую до 1273 K¹

туры слитка (на рис. 4.1 справа), а также коэффициенты теплоотдачи, обеспечивающие приток теплоты к поверхности слитка, становится задачей первостепенной важности такой отрасли, как металлургия. Не имея хорошего аппарата математического моделирования, нельзя достичь желаемой цели. Следует также иметь в виду, что пренебрежение методами расчета свойств физико-математической модели может привести к таким нежелательным результатам, как разрушение уже нагретого слитка (рис. 4.3), который пригоден только для переплавки.

Аналогичные задачи при их детальном рассмотрении позволят сделать заключение о важности наличия физико-математических моделей и методов их практической реализации.

Дифференциальные уравнения могут быть составлены для любого процесса, в частности, для процесса теплоотдачи, но так как теплоотдача определяется не только тепловыми, но и гидродинамическими явлениями, то вся совокупность этих явлений описывается (как уже отмечалось) не одним, а системой дифференциальных уравнений — **уравнение теплообмена, уравнение теплопроводности, уравнение движения и сплошности.**

Для записи дифференциального уравнения теплообмена используется формула Ньютона

$$Q = \alpha F (t_0 - t_\infty) \text{ Вт}, \quad (4.1)$$

где количество теплоты Q , передаваемое от жидкости к стенке или, наоборот, от стенки к жидкости, пропорционально поверхности теплообмена F и разности температур $t_0 - t_\infty$. Условия же теплообмена между жидкостью и поверхностью твердого

тела здесь характеризуются коэффициентом пропорциональности α , который называется **коэффициентом теплоотдачи**. Он определяет собой интенсивность теплообмена, Вт/(м²·К). Следовательно, значение коэффициента теплоотдачи равно количеству тепла, переданного в единицу времени через единицу поверхности при разности температур между поверхностью и жидкостью 1 °С (1 К). Применение формулы Ньютона никаких принципиальных упрощений не дает. Вся сложность процесса теплоотдачи и трудности расчета переносятся и концентрируются на коэффициенте теплоотдачи.

Как видим, чтобы по (4.1) определить Q , надо иметь значение коэффициента теплоотдачи α . Связь коэффициента теплопередачи с условиями теплообмена может быть установлена из анализа этих условий на границе тела. В самом деле, так как через ламинарный пограничный слой жидкости тепло передается лишь путем теплопроводности, то согласно закону Фурье имеем

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF. \quad (4.2)$$

С другой стороны, по (4.1) количество переданного тепла

$$dQ = \alpha (t_0 - t_x) dF = \alpha \Delta t dF. \quad (4.3)$$

Приравнявая (4.2) и (4.3), запишем

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (4.4)$$

Выражение (4.4) принято называть дифференциальным уравнением теплообмена. Оно описывает (устанавливает) процесс теплоотдачи на границах нагреваемого (охлаждаемого) тела.

4.2. Уравнение теплопроводности

Оценка коэффициента теплоотдачи α (4.4) возможна, но для этого нужно знать $\frac{\partial t}{\partial n}$ и температурное поле (распределение температуры в жидкости, контактирующей с твердым телом). Такое распределение температуры получается из дифференциального уравнения теплопроводности, которое выводится из закона сохранения энергии.

В потоке жидкости выделим элемент $dx \cdot dy \cdot dz$. Полагая теплофизические величины $\lambda = \text{const}$, $c_p = \text{const}$ и $\rho = \text{const}$, запишем для этого элемента (рис. 4.4) уравнение теплового баланса.

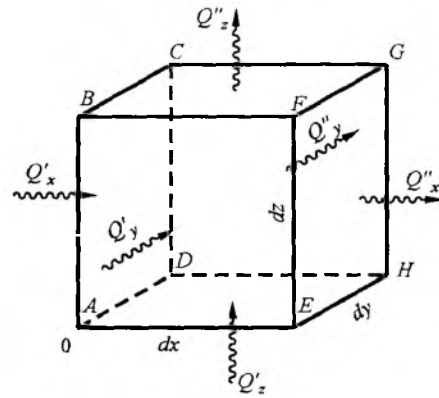


Рис. 4.4. Физико-математическая модель теплообмена. К выводу дифференциального уравнения теплопроводности

Если изменением давления пренебречь, то согласно первому началу термодинамики **количество подведенного тепла равно изменению теплосодержания тела.**

Представим приток тепла через грани элемента вследствие теплопроводности. Согласно закону Фурье количество теплоты, проходящее за время τ в направлении оси x через грань $ABCD$ (рис. 4.4),

$$Q'_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy \cdot dz \cdot d\tau, \quad (4.5)$$

а через грань $EFGH$, имеющую температуру

$$t + \frac{\partial t}{\partial x} dx, \text{ за то же время равно}$$

$$Q''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.6)$$

Почленно вычитая из (4.5) (4.6), запишем

$$dQ_x = Q'_x - Q''_x = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.7)$$

Для направлений по осям y и z

$$dQ_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau; \quad (4.8)$$

$$dQ_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.9)$$

Количество теплоты, оставшееся в элементе объема за время τ , равно сумме выражений (4.7), (4.8) и (4.9):

$$\begin{aligned} dQ &= dQ_x + dQ_y + dQ_z = \\ &= \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Вследствие такого притока теплоты температура элемента изменится на величину $\frac{Dt}{d\tau} d\tau$, а теплосодержание — на величину

$$dQ = c\rho \frac{Dt}{d\tau} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.11)$$

Изменение любой величины φ (давления, скорости, плотности или температуры) элемента движущейся жидкости является следствием двух обстоятельств — изменения во времени и изменения вследствие перемещения элемента из одной точки пространства в другую.

Обращаясь к понятию полной производной, имеем

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + \frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{dx}{d\tau} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \frac{dz}{d\tau},$$

где $\frac{dx}{d\tau}$, $\frac{dy}{d\tau}$ и $\frac{dz}{d\tau}$ имеют смысл компонентов скорости w_x , w_y и w_z .

Такую производную, связанную с движущейся материей или субстанцией, называют **субстанциальной производной** и обозначают символом

$$\frac{D\varphi}{d\tau} = \frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + w_x \frac{\partial\varphi}{\partial x} + w_y \frac{\partial\varphi}{\partial y} + w_z \frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Здесь $\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}$ представляет **локальное**, а $w_x \frac{\partial\varphi}{\partial x} + w_y \frac{\partial\varphi}{\partial y} + w_z \frac{\partial\varphi}{\partial z}$ —

конвективное изменение величины φ .

Приравниваем выражения (4.10) и (4.11):

$$c\rho \frac{Dt}{d\tau} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.12)$$

Выполнив сокращение на $dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau$ и перенеся $c\rho$ в правую часть, уравнение (4.12) перепишется так:

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = a \nabla^2 t. \quad (4.13)$$

Выражение (4.13) и есть дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье—Кирхгофа. Оно устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры в любой точке движущейся среды.

В (4.13) a — коэффициент температуропроводности, $a = \frac{\lambda}{c\rho}$, м²/с; а ∇^2 — оператор Лапласа.

Так как

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial\tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z},$$

то, подставляя это значение в уравнение (4.13), перепишем

$$\frac{\partial t}{\partial\tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (4.14)$$

В виде (4.14) уравнение используется при изучении процесса теплопроводности в движущихся жидкостях. Применяя его к твердым телам, уравнение (4.14) запишем

$$\frac{\partial t}{\partial\tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (4.15)$$



Кирхгоф Густав Роберт
(1824—1887)

Немецкий физик, член Берлинской АН (1875 г.). Родился в Кенигсберге. Окончил Кенигсбергский университет (1846 г.).

Работы посвящены электричеству, механике, оптике, математической физике, теории упругости, гидродинамике. В 1845—1847 гг. открыл закономерности в протекании электрического тока в разветвленных электрических цепях (правила Кирхгофа), в 1857 г. построил общую теорию движения тока в проводниках. Совместно с Р. Бунзеном в 1859 г. разработал метод спектрального анализа и открыл новые элементы — цезий (1860 г.) и рубидий (1861 г.).

Установил (1859 г.) один из основных законов теплового излучения, согласно которому отношение испускаемой способности тела к поглощаемой не зависит от природы излучающего тела (закон Кирхгофа), предложил (1862 г.) концепцию черного тела и дал его модель.

Выражение (4.15) называется дифференциальным уравнением Фурье. Наиболее простой вид этого уравнения получается для стационарного одномерного процесса, а именно: $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$; $\frac{\partial^2 t}{\partial \tau} = 0$.

4.3. Уравнение движения

В (4.14) наряду с температурой t имеются еще три переменные: w_x , w_y и w_z . Это говорит о том, что в движущейся жидкости температурное поле зависит от распределения скоростей. Последнее описывается дифференциальным уравнением движения, вывод которого основан на втором законе Ньютона: **сила равна массе, умноженной на ускорение**.

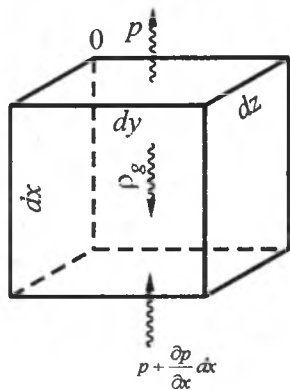


Рис. 4.5. К выводу дифференциального уравнения движения жидкости

Выделим в потоке движущейся жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy и dz (рис. 4.5). На выделенный элемент действуют три силы: сила тяжести, сила давления и сила трения. Найдем проекции этих сил на ось x (направление осей см. на рис. 4.5).

Сила тяжести приложена в центре тяжести элемента dv . Ее проекция на ось x равна произведению проекции ускорения силы тяжести g_x , [м/сек²] на массу элемента $m = \rho dv$, а именно

$$g_x \rho dv = g_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (4.16)$$

Сила давления определяется на основе следующих соображений. Если на верхней грани элемента удельное давление жидкости равно p [кг/м²], то на площадку $dx \cdot dz$ действует сила $p \cdot dx \cdot dz$. На нижней грани удельное давление жидкости равно $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$, и на эту грань действует сила $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy \cdot dz$. Здесь знак минус указывает на то, что эта сила действует против направления движения жидкости. Равнодействующая этих сил равна их алгебраической сумме

$$p \cdot dy \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy \cdot dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz. \quad (4.17)$$

При движении жидкости всегда возникает сила трения. Выражение для этой силы проще всего может быть установлено из рассмотрения плоского ламинарного потока, в котором скорость w_x из-



Ньютон Исаак
(1643—1727)

Английский физик и математик. Родился в Вулсторпе вблизи Кембриджа. Образование получил в Кембриджском университете, который окончил в 1665 г. С 1669 г. профессор этого университета. С 1672 г. член Лондонского Королевского общества, а с 1703 г. — его президент. Работы Ньютона охватывают широкий круг вопросов физики, математики, механики и астрономии.

В истории термодинамики остался как автор исследований процесса теплообмена нагретых тел с окружающей средой и распространения звука в воздухе. Полученные Ньютоном результаты легли в основу дальнейших исследований.

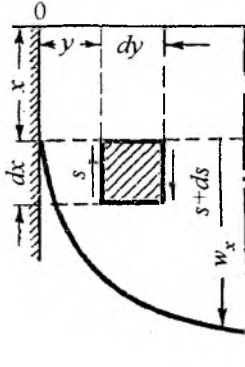


Рис. 4.6. Сила трения, действующая на элемент движущейся жидкости

меняется лишь в направлении оси y . В этом случае сила трения возникает только на боковых гранях элемента (рис. 4.6). Около левой грани скорость движения частиц меньше, чем в самом элементе, поэтому здесь в сечении y сила трения направлена против движения и равна $-s dx dz$. Около правой грани элемента, наоборот, скорость движения частиц жидкости больше, чем в самом элементе, в сечении $y + dy$ сила трения направлена в сторону движения и равна

$$\left(s + \frac{ds}{dy} dy\right) dx \cdot dz.$$

Равнодействующая этих сил равна их алгебраической сумме

$$\left(s + \frac{ds}{dy} dy\right) dx \cdot dz - s \cdot dx \cdot dz = \frac{ds}{dy} dx \cdot dy \cdot dz, \quad (4.18)$$

где s — сила трения на единицу поверхности и согласно закону Ньютона $s = \mu \frac{dw_x}{dy}$. Подставляя это значение в (4.18), окончательно перепишем

$$\frac{ds}{dy} dv = \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} dv. \quad (4.19)$$

Такое сравнительно простое выражение получается лишь для одномерного движения. В общем же случае, когда w_x изменяется по всем трем направлениям, проекция силы трения на ось x определяется следующим соотношением:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) dv = \mu \nabla^2 w_x dv. \quad (4.20)$$

Суммируя (4.5), (4.6) и (4.20), получим проекцию на ось x равнодействующей всех сил, приложенных к объему dv :

$$\left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dv. \quad (4.21)$$

Равнодействующая согласно второму закону механики равна произведению массы элемента ρdv на его ускорение $\frac{Dw_x}{dt}$:

$$\rho \frac{Dw_x}{dt} dv = \rho \left[\frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right] dv. \quad (4.22)$$

Приравняв друг к другу (4.21) и (4.22) и произведя сокращение на dv , окончательно запишем

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_x}{dt} + \rho \left[w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right] = \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Все уравнения типа (4.23) имеют размерность силы, отнесенной к единице объема, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Аналогично могут быть получены выражения и для проекций равнодействующих сил на оси y и z :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_y}{dt} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) = \\ = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_z}{dt} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = \\ = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Система из трех уравнений (4.23)...(4.25) и есть дифференциальное уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости — уравнение **Навье—Стокса**. Это уравнение справедливо как для ламинарного, так и турбулентного движения. При свободном движении жидкости сила давле-

ния $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0$, а вместо силы тяжести в

уравнение (4.23) войдет так называемая **подъемная сила**, определяемая разностью плотностей нагретых и холодных частиц жидкости. Пусть температура нагретых частиц жидкости равна $t^\circ\text{C}$, температура холодных — $t_0^\circ\text{C}$; ρ и ρ_0 — соответствующие этим температурам плотности. Тогда вес единицы объема при температуре t будет равен ρg , при температуре t_0 — $\rho_0 g$, а их разность

$A = g(\rho - \rho_0)$. Введя коэффициент теплового расширения жидкости β $1/^\circ\text{C}$ и обозначая разность температур через $\Delta t = t - t_0$ (температурный напор), получим: $\rho_0 = \rho(1 + \beta\Delta t)$ и $\rho - \rho_0 = -\rho\Delta t$.

Окончательно для подъемной силы единицы объема жидкости имеем следующее выражение:

$$A = -g\rho\beta\Delta t. \quad (4.26)$$

Для газов

$$\beta = \frac{1}{T} \text{ и } A = -\rho \frac{\Delta t}{T}. \quad (4.27)$$

4.4. Уравнение сплошности

Так как в уравнении движения появилась новая неизвестная — давление p , то число неизвестных стало больше числа уравнений, т.е. система уравнений оказалась незамкнутой. Чтобы получить замкнутую систему, необходимо к имеющимся уравнениям присоединить еще одно — **уравнение сплошности**, которое выводится на основе закона сохранения массы.

Выделим в потоке движущейся жидкости элементарный параллелепипед со сторонами dx , dy и dz и подсчитаем массу жидкости, протекающей через него за время $d\tau$ (рис. 4.7).

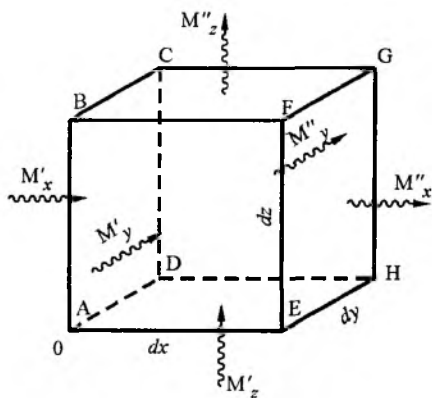


Рис. 4.7. К выводу дифференциального уравнения сплошности

Как видим, в направлении x через грань ABCD вытекает масса жидкости M'_x , равная

$$M'_x = \rho w_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.28)$$

Через противоположную грань EFGH вытекает масса M''_x

$$M''_x = \left[\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx \right] dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.29)$$

Вычитая (4.28) из (4.29), получим излишек массы жидкости, вытекающей из объема в направлении x :

$$dM_x = M''_x - M'_x = \frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.30)$$

По аналогии для направлений y и z имеем:

$$dM_y = \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau; \quad (4.31)$$

$$dM_z = \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (4.32)$$

Полный избыток массы вытекающей жидкости равен сумме выражений (4.30), (4.31) и (4.32):

$$dM = \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) \right] dv \cdot d\tau. \quad (4.33)$$

Масса dM обуславливается уменьшением плотности жидкости в объеме dv и равна изменению массы данного объема во времени.

Имеем

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) \right] dv \cdot d\tau = -\frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv \cdot d\tau. \quad (4.34)$$

Выполнив перегруппировку и перенеся все члены в левую часть равенства, окончательно запишем

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.35)$$

В конечном итоге (4.35) — **дифференциальное уравнение сплошности или непрерывности в самом общем виде**. Для несжимаемых жидкостей плотность ρ постоянна. В этом случае уравнение (4.35) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (4.36)$$

Так как дифференциальные уравнения получены на основе общих законов физики, то они описывают явления в самом общем виде. Существует бесчисленное число процессов теплоотдачи, которые описываются указанными уравнениями, но вместе с тем отличаются друг от друга некоторыми частностями. Чтобы ограничить задачу, из бесчисленного количества выделить рассматриваемый процесс и определить его однозначно, т.е. дать полное математическое описание, к системе дифференциальных уравнений необходимо присоединить математическое описание всех частных особенностей, которые называются **условиями**

однозначности или **краевыми условиями**.

Условия однозначности состоят из:

– **геометрических условий**, характеризующих форму и размеры тела, в котором протекает процесс;

– **физических условий**, характеризующих физические свойства среды и тела;

– **граничных условий**, характеризующих особенности протекания процесса на границах тела;

– **временных условий**, характеризующих особенности протекания процесса во времени.

Условия однозначности могут быть заданы в виде числового значения, в виде функциональной зависимости или в виде дифференциального уравнения. Пусть, например, рассматривается случай теплоотдачи при движении жидкости в трубе. В этом случае могут быть заданы такие условия однозначности:

– труба круглая, гладкая, диаметр трубы d и длина ее l ;

– рабочим телом, т.е. теплоносителем, является вода, которая несжимаема, ее физические параметры равны: $\lambda(t)$, $c(t)$ и $\rho(t)$. Если же зависимостью физических параметров от температуры можно пренебречь, тогда они задаются просто в виде числовых значений λ , c , μ и ρ . Если теплоносителем является сжимаемая жидкость (газы), то должно быть составлено уравнение состояния этой жидкости;

– температура жидкости при входе равна t'_0 , а на поверхности трубы – t_∞ . Скорость при входе равна w , а у самой стенки $w = 0$. Если же температура и скорость при входе не постоянны, то должен быть задан закон их распределения по сечению;

– **для стационарных процессов временные условия однозначности отпадают.**

Итак, математическое описание процесса теплообмена состоит из: уравнения теплообмена; уравнения теплопроводности; уравнения движения; уравнения сплошности; условий однозначности.

Использование математического анализа в задачах конвективного теплообмена в большинстве случаев ограничивается лишь формулировкой задачи, т.е. составлением дифференциальных уравнений и установлением краевых условий. Решение же этих уравнений возможно лишь для некоторых частных случаев и при целом ряде упрощающих предпосылок; такие решения имеются. При решении, например, задачи о теплоотдаче при движении жидкости в трубе были приняты следу-

ющие упрощающие предпосылки: *труба абсолютно гладкая, круглого сечения; жидкость несжимаемая; движение установившееся, ламинарное, с параболическим распределением скоростей; температура жидкости во входном сечении постоянна; физические параметры жидкости постоянны и от температуры не зависят*¹. Так как эти предпосылки действительным условиям процесса не отвечают, то и полученное решение с опытом согласуется плохо. Поэтому аналитический метод в изучении явлений теплообмена большого и решающего значения пока не имеет.

В полной записи и для самого общего случая система дифференциальных уравнений (физико-математическая модель) теплообмена может быть представлена:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \cdot \frac{\partial t}{\partial n}; \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right); \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = \\ & = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(w_x \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + w_x \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + w_x \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) = \\ & = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(w_x \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + w_x \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + w_x \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = \\ & = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(w_x \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + w_x \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + w_x \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.42)$$

Для однозначности решения системы (4.37)...(4.42) необходимо записать условия однозначности. Однако, записав их, (4.37)...(4.42) не имеет ни одного точного решения.

¹ Г. Гребер, С. Эрк. Основы учения о теплообмене. ЦНТИ. 1936.

Система дифференциальных уравнений теплообмена (4.37)...(4.42) получена из самых общих посылок сохранения энергии и массы, и, следовательно, отдельные ее уравнения могут быть использованы при разработке более простых физико-математических моделей процессов, протекающих в стационарных (выработка электроэнергии и теплоты) и промышленных теплотехнологиях (производство стали и стального проката, машин и пищевых продуктов и т.п.).

Более узкая задача теплообмена (классическая задача теплопроводности, имеющая точное аналитическое решение) с заданными граничными условиями (3-го рода) и постоянными теплофизическими свойствами ($\lambda = \text{const}$, $c_p = \text{const}$, $\rho = \text{const}$) нагреваемого металла (рис. 4.8) в качестве наглядного примера использования системы (4.37)...(4.42) рассмотрена ниже.

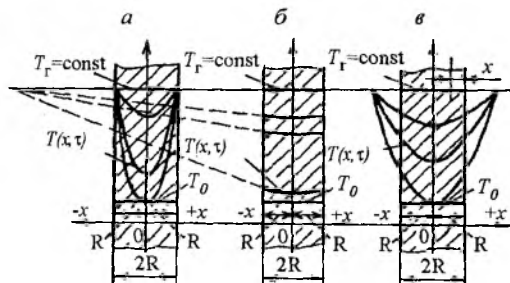


Рис. 4.8. Температурное поле классической пластины:
а — $Bi \rightarrow \infty$; б — $Bi \rightarrow 0$; в — $0 < Bi < \infty$

Как видим (рис. 4.8), тело классической формы — стальная пластина ($Bi_{кр} < Bi \leq Bi_{кр}$) помещена в печь, где она нагревается симметрично. Физико-математическое описание задачи выполняется с использованием дифференциальных уравнений (4.37) и (4.38) и дополнено, естественно, условиями однозначности.

Применительно к пластине (нагрев симметричный, тело классической формы $\frac{\delta}{X_{min}} < 0,1$; $\delta = 2R$) записываем физико-математическую модель (дифференциальное уравнение и условия однозначности его решения):

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2};$$

$$\tau > 0; -R < x < R; T(x, 0) = f(x);$$

$$-\lambda \frac{\partial T(+R, \tau)}{\partial x} + \alpha(T_r + T(+R, \tau)) = 0;$$

$$+\lambda \frac{\partial T(+R, \tau)}{\partial x} + \alpha(T_r - T(-R, \tau)) = 0. \quad (4.43)$$

Решение для пластины толщиной $2R$ при граничных условиях третьего рода имеет вид

$$\frac{T(x, \tau) - T_0}{T_r - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (4.44)$$

где

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \beta_n \cos \mu_n} = (-1)^{n+1} \frac{2Bi \sqrt{Bi^2 + \mu_n^2}}{\mu_n (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)}. \quad (4.45)$$

Температурное поле классической пластины показано на рис. 4.8.

Рассмотрим другую физико-математическую модель нагрева (имеет место при нагреве пластины (4.43)). Нагреву подвергается тело произвольной формы — стальной металлургический слиток с жидкой сердцевинной (рис. 4.9). При таком нагреве сердцевина слитка отдает теплоту внешним слоям кристаллизуясь, а внешние слои получают дополнительную теплоту от печи (нагревательный колодец, отапливаемый газообразным топливом). Как видим, эта задача более сложная в сравнении с (4.43), но несоизмеримо проще (4.37)...(4.42). Задача о нагреве слитка с жидкой сердцевинной (в отличие от (4.43)) имеет только приближенное численное решение¹.

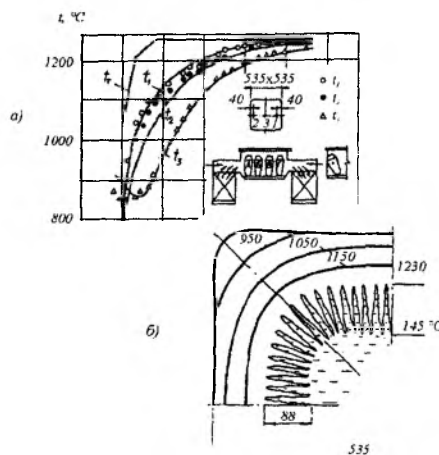


Рис. 4.9. Нагрев слитка с жидкой сердцевинной в нагревательном колодце (блужинговый стальной слиток 535 × 535 мм, горячий посад): а — схема расположения слитков в нагревательном колодце; б — слиток с жидкой сердцевинной (1/4 его часть)

¹ Рассмотренные примеры (4.43), (4.44), а также (4.37)...(4.42) несут только иллюстративную нагрузку. Более детально вопросы математического моделирования будут рассмотрены в соответствующих главах первой и второй частей книги.

Физико-математическая модель задачи (рис. 4.9) может быть представлена так:

$$c_1(t)\rho(t)\frac{\partial t_1(x, y, \tau)}{\partial \tau} = \operatorname{div}[\lambda(t)\operatorname{grad}t_1(x, y, \tau)];$$

$$t_1(x, y, 0) = f_1(x, y);$$

$$\lambda_1(t)\frac{\partial t_1(z, \tau)}{\partial n} = \rho L\frac{\partial z(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

где $z(x, y, \tau)$ — положение границы раздела фаз;

n — вектор нормали z ,

$$z(x, y, \tau) = z_0(x, y).$$

Литература к главе 4

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Примеры решения задач к главе 4

Пример 4.1

Для слитка (рис. 1 (к примеру 4.1)) записать дифференциальное уравнение теплопроводности.

Решение. Рассмотрение схематического изображения слитка позволяет сделать заключение о том, что перед нами тело произвольной формы, в котором потоки теплоты направлены по оси z (высота слитка 1835 мм) и оси x ($x = 340$ мм).

Задача о двумерной нестационарной теплопроводности (только дифференциальное уравнение) может быть сформулирована

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right).$$

К этому дифференциальному уравнению должны быть записаны условия однозначности решения (граничное условие и начальные условия).

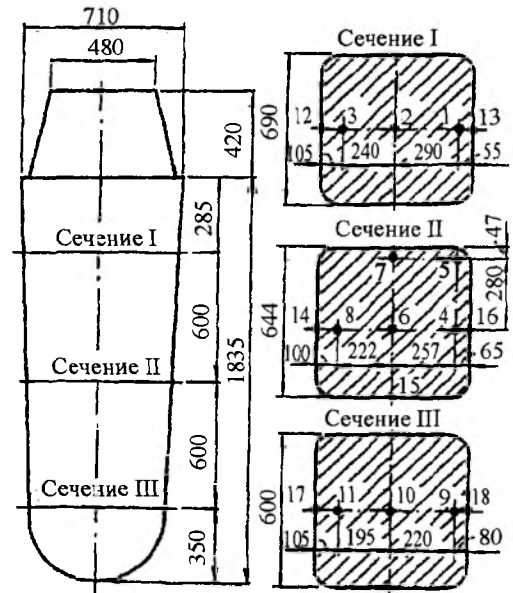


Рис. 1 (к примеру 4.1). Стальной слиток, нагреваемый в нагревательном колодце (размеры слитка 640 × 640 × 1835)¹

¹ Промышленные теплотехнологии: Моделирование нелинейных процессов: Учебник / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, А.П. Несенчук и др.; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, А.П. Несенчука. — Мн.: «Вышэйшая школа», 2001.

Глава 5. Основы теории подобия

100	▶	5.1. СУЩНОСТЬ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ
101	▶	5.2. ТЕОРЕМЫ ПОДОБИЯ
102	▶	5.3. МЕТОДЫ ОБОБЩЕНИЯ ДАННЫХ ОПЫТА
103	▶	5.4. МЕТОД АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ
104	▶	5.5. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
105	▶	5.6. ТЕПЛОВОЕ ПОДОБИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
106	▶	ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 5
107	▶	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 5

Chapter 5. MAIN SIMILARITY THEORIES

Глава 5. Основы теории подобия

Теория подобия — универсальный инструмент изучения и анализа процессов гидромеханики и теплообмена, объединяющий методы экспериментально-инструментальной и математической физики. Теория подобия, таким образом, является носителем положительных качеств этих методов — общности аналитико-математического и исключительной достоверности единичного эксперимента. Однако, к сожалению, используя метод подобия, количество исследуемых с помощью аналитико-математического метода явлений, на которые распространяются полученные результаты, сужается до группы подобных явлений. В противовес этому результаты единичного инструментального эксперимента в пределах группы подобных явлений можно использовать на всю группу подобных явлений и ожидать хороших результатов. Отсюда видна исключительная роль чувственно-экспериментального познания в изучении окружающих нас процессов. Человечество сегодня отводит исключительное значение эксперименту, эксперименту инструментальному¹.

Как известно, начало термодинамики целиком связано со знакомством с таким понятием, как «температура тела (системы)» (сегодня пользуются практической температурной шкалой²). В первой половине XVIII века различий между по-

нятиями «температура» и «количество теплоты» не существовало. Источником первых сведений о температуре явились ощущения теплоты и прохлады, жары и холода со всеми непрерывными усилениями и послаблениями этих ощущений. Широко распространено мнение: тепловые ощущения ошибочны, им нельзя доверять, тепловые ощущения не годятся для количественного измерения температуры. К такой оценке тепловых ощущений привели, конечно, наблюдения. Они были сделаны давно, несравненно раньше, чем были записаны. Но уже Ф. Бэкон¹ изложил (1620 г.) те наблюдения, на которых основано представление об ошибочности тепловых ощущений. «Применительно к человеческому чувству (чувственное познание²) и ощущению тепло есть разнообразная и относительная вещь. Так, теплая вода покажется горячей, если опустить в нее охваченную холодом руку, и холодной, если рука будет нагрета. В этом может, конечно, убедиться каждый».

Следуя Локку³ (1690 г.), рассмотрим простой опыт. Погрузим одну руку, для конкретности правую, в сосуд с горячей водой, а левую — в сосуд с холодной водой. Затем перенесем обе руки в сосуд

¹ Бэкон Фрэнсис (1561–1626), английский философ, родоначальник английского материализма. Лорд-канцлер при короле Якове I. В трактате «Новый органон» (1620 г.) провозгласил целью науки увеличение власти человека над природой, предложил реформу научного метода — очищение разума от заблуждений («идолов», или «призраков»), обращение к опыту и обработка его посредством индукции, основа которой — эксперимент. Автор утопии «Новая Атлантида».

² Познание (гносеология, эпистемология), раздел философии, в котором изучаются закономерности и возможности познания, отношения знания к объективной реальности, исследуются ступени и формы процесса познания, условия и критерии его достоверности в истинности. Обобщая методы и приемы, используемые современной наукой (эксперимент, моделирование, анализ и синтез и т.д.), познание выступает в качестве ее философско-методологической основы.

³ Локк Джон (1632–1704), английский философ, основатель либерализма. В «Опыте о человеческом разуме» (1690 г.) разработал эмпирическую теорию познания. Отвергая существование врожденных идей, утверждал: все человеческое знание происходит из опыта. Развил учение о первичных и вторичных качествах и теорию образования общих идей (абстракций). Социально-политическая концепция Локка опирается на теорию естественного права и теорию общественного договора. В педагогике исходил из решающего влияния среды на воспитание. Основоположник ассоциативной психологии.

¹ Инструментализм, направление в философии и методологии науки, рассматривающее научные понятия, теории и гипотезы как инструменты, необходимые для ориентации человека в его взаимодействии с природой и обществом. Инструментализм тесно связан с *прагматизмом, операционализмом и конвенционализмом*. Развернутую концепцию инструментализма сформулировал Дж. Дьюи. Идея инструментализма оказала определенное влияние на позиции ряда ученых (Г.Р. Кирхгоф, Г. Герц, П.У. Бриджмен, А.С. Эддингтон).

² Международная практическая температурная шкала (МПТШ-68), установлена в 1968 г. Международным комитетом мер и весов на основе 11 первичных воспроизводимых температурных точек (тройная точка воды, точки кипения неона, затвердевания Ag, Au и др.), каждой из которых присвоено определенное значение температуры. В МПТШ-68 различают международную практическую температуру Кельвина (Т68) и температуру Цельсия (t68), причем $t68 = T68 - 273,15 \text{ К}$, $1^\circ \text{C} = 1 \text{ К}$.

с водой, которую получили смешением горячей и холодной воды из первых двух сосудов. Для правой руки эта вода покажется холодной, а для левой — теплой.

Мах¹ излагает опыт Локка, впрочем, без ссылки на него и не приводя его объяснения. Мах видит доказательство ошибочности тепловых ощущений в том, что одна и та же вода кажется правой руке холодной, а левой — теплой. В опыте с тремя сосудами с водой обе руки, конечно, испытывают различные тепловые ощущения. Но так нельзя проводить опыт для измерения температуры или хотя бы для суждения о ней. В чем ошибочность постановки опыта, можно понять, проведя опыт с заменой двух рук двумя термометрами. Перенесем оба термометра из первых двух сосудов в третий. В одной и той же воде уровень столбика жидкости в одном термометре будет понижаться, а в другом — повышаться, и оба уровня будут различны. Но всякий знает: для измерения температуры пужно выждать до тех пор, пока уровни столбиков жидкости в термометрах не перестанут перемещаться. Когда это случится, в одной и той же воде оба термометра покажут одну и ту же температуру. То, что является необходимым при измерении температуры термометрами, является необходимым и при измерении температуры руками. Надо дать обеим рукам некоторое время побыть в третьем сосуде. Тогда тепловые ощущения для обеих рук станут одинаковыми.

Открытие Америки (1492 г.), морского пути в Индию (1498 г.) и первое кругосветное путешествие (1519—1522 гг.) создали условия для далеких продолжительных и опасных путешествий на ненадежных судах. Остро встал вопрос об обеспечении безопасности судовождения. Для этого надо было научиться хотя бы примитивно предсказывать погоду. Давно было замечено, что изменение погоды связано в какой-то степени с изменением тепловых ощущений. Нужды метеорологии вызвали потребность в изобретении прибора, по которому можно было бы судить о температуре независимо от тепловых ощущений.

В конце XVI века Галилей изобрел первый в истории цивилизации термометр (не считая Герона Александрийского и Филона Византийского).

Термометр состоял из стеклянного шарика и припаянной к нему узкой стеклянной трубки. Нагревали шарик в руках и опускали конец трубки в воду, налитую в сосуд. После охлаждения шарика вода поднималась в трубке выше уровня воды в сосуде. К трубке для удобства наблюдения прикрепляли шкалу с произвольно нанесенными делениями. Такой прибор, конечно, не являлся термометром, а мог служить лишь термоскопом. Он позволял качественно судить о повышении или понижении температуры по понижению или повышению уровня воды в трубке. Впрочем, и ка-



Цельсий Андерс
(1701—1744)

Шведский астроном и физик. Родился в Упсале. С 1730 г. профессор Упсальского университета, а с 1740 г. директор обсерватории там же. Автор большого числа работ по астрономии и физике.

В истории термодинамики остался как автор стоградусной температурной шкалы (шкала Цельсия).



Томсон (лорд Кельвин) Вильям
(1824—1907)

Английский физик. Родился в Белфасте (Ирландия). После предварительных занятий по математике под руководством своего отца, профессора математики Джемса Томсона, в 1841 г. становится студентом Кембриджского университета. С 1846 по 1899 г. руководитель кафедры физики университета в Глазго. В 1890—1895 гг. президент Лондонского Королевского общества. Титул лорда Кельвина за научные заслуги получил в 1892 г.

Один из основоположников термодинамики, автор основополагающих работ, связанных со вторым началом и его применением к конкретным физическим проблемам.

¹ Мах Эрнст (1838—1916), австрийский физик, философ, один из основателей эмпириокритицизма (махизма). Труды по механике, газовой динамике, физиол. акустике и оптике. Открыл и исследовал ударные волны. Считал, что исходные понятия классической физики («пространство», «время», «движение») субъективны по своему происхождению; мир — «комплекс ощущений», задача науки — их описание («Анализ ощущений»).

чественное суждение об изменении температуры могло быть однозначным только тогда, когда при изменении температуры не изменялось атмосферное давление. И тем не менее можно без преувеличения сказать: научная термометрия и, следовательно, термодинамика ведут свое начало со времени изобретения Галилеем первого термоскопа.

Произошла эволюция чувственного познания (эксперимента) к более совершенному — эксперименту инструментальному (эксперименту над единичным явлением). Дальше эволюционный путь развития инструментального познания не пошел. Сегодня основой анализа, его достоверной базой остался **инструментальный эксперимент**.

Исчерпав путь развития возможностей анализа, человечество свои усилия направило на развитие метода аналитико-математического исследования явлений.

Появились две возможности изучать явления и процессы, наблюдаемые в природе:

— **метод инструментального эксперимента**;

— **метод аналитической физики**.

Однако этого оказалось недостаточно, так как оба метода далеко не совершенны. Первый метод позволяет получить результаты, пригодные только для того объекта (процесса), в рамках которого выполнен эксперимент (метод инструментального эксперимента не обладает общностью, возможностью распространять полученные результаты на другие объекты (процессы)). Этого недостатка нет у метода аналитической физики, но полученные результаты не обладают нужной достоверностью, что с избытком присуще первому очень древнему методу познания истины — эксперименту инструментальному.

В итоге появился третий инструмент анализа — **метод подобия**, исключая отрицательные стороны первых двух. Однако, как будет показано далее, пользоваться им нужно очень осторожно, проявляя определенные навыки.

5.1. Сущность теории подобия

5.1.1. Класс, группа и единичное явление

Класс явлений — это бесконечное множество однотипных по своей природе явлений. Их свойства с успехом описываются физико-математической моделью, в основе которой лежат дифференциальное уравнение и условия однозначности. В качестве примера можно сослаться на класс явлений нестационарной одномер-

ной теплопроводности с постоянными теплофизическими характеристиками (к примеру, при граничных условиях 1-го рода).

Единичное явление, его свойства познаются в эксперименте, результаты которого принадлежат только этому изучаемому явлению. Распространять полученные в эксперименте результаты нельзя на другие явления (даже очень похожие). К примеру, эксперимент с остыванием чашки горячего кофе на открытом воздухе нельзя распространять на процесс остывания того же горячего кофе, но в стакане.

Как видим (мы к этому уже обращались), класс и единичное явление познаются (изучаются) по-разному. В первом случае — это анализ математический, во втором — анализ инструментальный.

Существует понятие группы явлений. Группа больше единичного явления, но гораздо уже класса. Однако их также бесчисленно много, и обладать они могут различными свойствами, описать которые невозможно. Но если группу явлений рассматривать с определенных позиций, подчиненных теории подобия, то свойства каждого явления становятся предсказуемыми и подчиняющимися определенным правилам (законам).

Такая группа явлений в рамках законов и правил теории подобия называется группой подобных явлений, и, проведя даже один эксперимент в пределах **такой группы**, его результаты удастся распространить (применить) для всех других явлений (конечно, в пределах группы явлений, подобных между собой).

В этом, собственно, и кроется сущность теории подобия: **из класса нужно выделить группу подобных друг другу явлений и разработать математический расчетный аппарат для этих явлений**.

5.1.2. К выводу математического аппарата теории подобия

Мы неоднократно замечали, что при выводе дифференциальных уравнений теоретической физики используются общие законы природы, которые являются результатом широкого обобщения опытных данных, которые позволяют получить общие связи между физическими параметрами явления, например, дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье, которое получено без учета конкретной обстановки явления, рассматривался только выделенный дифференциальный объем тела. Для его вывода был необходим единственный опытный факт, заключающийся в том, что

перераспределение теплоты в среде возможно при наличии градиентов температуры, не равных нулю.

Поэтому дифференциальное уравнение теплопроводности — это общая связь между существенными для явления величинами и характеризует свойства, присущие всем явлениям данного класса (класса явлений теплопроводности). В дифференциальном уравнении отсутствуют сведения о конкретных значениях отдельных величин, характерных для единичного явления, которые отвечают какому-то единичному явлению.

Следовательно, дифференциальное уравнение (система уравнений) — это математическая модель целого класса явлений (совокупности явлений, которые характеризуются одинаковым механизмом процесса и общей физической природой). Явления, входящие в класс, подчиняются одинаковым уравнениям по форме записи, физическому содержанию входящих в него величин. Например, дифференциальное уравнение теплопроводности описывает целый класс явлений нестационарной теплопроводности, которые имеют общий механизм процессов. Можно записать также дифференциальное уравнение для нестационарного процесса переноса вещества (закон Фика) в виде

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right), \quad (5.1)$$

где D — коэффициент диффузии;

C — концентрация какого-либо вещества;

τ — время.

Уравнение (5.1) по форме напоминает уравнение теплопроводности, но описывает другой класс явлений, и величины, входящие в него, имеют иное физическое содержание.

При интегрировании дифференциального уравнения получаются различные решения, удовлетворяющие этому уравнению. Чтобы выбрать из множества решений одно частное, нужно знать характерные особенности этого явления, которые вместе с дифференциальным уравнением однозначно определяют единичное явление.

Дифференциальные уравнения и условия однозначности определяют конкретное единичное явление. Из-за сложности изучаемых явлений найти решение, удовлетворяющее дифференциальным уравнениям и условиям однозначности, бывает достаточно сложно.

Мы уже знаем, что кроме класса и единичного явления в теории подобия введено особое понятие группы явлений. **Группа явлений** объединяет совокупность физических процессов,

описываемых одинаковыми по форме и содержанию дифференциальными уравнениями и одинаковыми по форме и содержанию условиями однозначности (т.е. и те и другие должны быть тождественны). Различие между отдельными физическими процессами, отнесенное к данной группе явлений, будет состоять только в различии численных значений величин, входящих в размерные условия однозначности. Группа явлений объединяет все процессы, на которые возможно распространение результатов единичного опыта. **Понятие группы явлений (как отмечалось ранее) уже понятия класса явлений, но шире понятия единичного явления.**

В теории подобия необходимо различать условия подобия рассматриваемых явлений:

— понятие подобия в отношении физических явлений применимо только к явлениям одного и того же рода, которые качественно одинаковы и описываются одинаковыми уравнениями как по форме, так и по содержанию. Если же аналитические описания двух каких-либо явлений одинаковы по форме, но различны по физическому содержанию, то такие явления называются **аналогичными**, к примеру, **теплопроводность** и **диффузия** и т.н.;

— предпосылкой подобия физических явлений должно быть геометрическое подобие, т.е. когда подобные явления протекают в геометрически подобных системах;

— при анализе подобных явлений нужно сопоставлять между собой только однородные величины в сходных точках пространства и в сходственные моменты времени (**однородными называются такие величины, которые имеют один и тот же физический смысл и одинаковую размерность**);

— подобие двух физических явлений предусматривает подобие всех величин, характеризующих рассматриваемые явления. Это означает, что в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени любая величина φ первого явления пропорциональна однородной величине φ' второго явления, т.е.

$$\varphi'' = c_\varphi \varphi', \quad \varphi'' = k_\varphi \varphi', \quad (5.2)$$

где c_φ, k_φ — константы подобия (множители подобного преобразования), величины c_φ и k_φ ни от координат, ни от времени не зависят.

В теории подобия группа явлений выделяется путем умножения каждой величины, входящей в условия однозначности, на постоянные числен-

ные множители. Для различных физических величин эти множители различны.

Способ построения группы подобия явлений можно пояснить на примере движения жидкости.

Известно, что скорость движения жидкости — отношение пути l , пройденного частицей за промежуток времени τ .

Имеем

$$w = \frac{l}{\tau}. \quad (5.3)$$

Применяя (5.3) к сходственным частицам двух подобных между собой потоков жидкости, прошедших подобные расстояния, можно записать:

$$- \text{ для первой системы } w' = \frac{l'}{\tau'}; \quad (5.4)$$

$$- \text{ для второй системы } w'' = \frac{l''}{\tau''}. \quad (5.5)$$

Разделив почленно (5.4) и (5.5), получим

$$\frac{w''}{w'} = \frac{l''}{l'} \cdot \frac{\tau'}{\tau''}. \quad (5.6)$$

На основании определения подобия (уравнение (5.2)) для нашего случая имеем:

$$\frac{w''}{w'} = k_w; \quad (5.7)$$

$$\frac{l''}{l'} = k_l; \quad (5.8)$$

$$\frac{\tau''}{\tau'} = k_\tau. \quad (5.9)$$

Подставляя в уравнение (5.6) вместо отношения величин их константы подобия из уравнений (5.7)...(5.9), запишем

$$k_w = \frac{k_l}{k_\tau}. \quad (5.10)$$

Или

$$\frac{k_w k_\tau}{k_l} = 1. \quad (5.11)$$

Выражения (5.10) и (5.11) — искомые условия подобия, которыми ограничивается произвольный выбор констант подобия, которые можно представить в более удобном виде, если в (5.11) вместо констант подобия подставить их значения из соотношений (5.7)...(5.9) и все величины со знаком (') сгруппировать в левой части, а со знаком (") — в правой.

Тогда будем иметь

$$\frac{w' \tau'}{l'} = \frac{w'' \tau''}{l''} \cdot \frac{k'' k^\tau}{k_l}. \quad (5.12)$$

Или

$$\frac{k_w k_\tau}{k_l} = \frac{w \tau}{l} = idem^1. \quad (5.13)$$

Уравнения (5.12) и (5.13) иллюстрируют основные свойства подобных между собой систем — существование особых величин, называемых **инвариантами или критериями подобия, которые для всех подобных между собой явлений сохраняют одно и то же числовое значение**. Критерии подобия являются **безразмерными комплексами**, составленными из величин, характеризующих явление. **Безразмерность** — основное свойство критериев подобия.

Критерии подобия принято называть именами ученых, работавших в соответствующей области науки, и обозначать двумя начальными буквами их фамилий.

Рассмотрим еще примеры построения группы подобных явлений. Мы уже знаем, что при образовании модели, подобной образцу, исключительную роль играют множители подобного преобразования. Подчиняясь вполне определенным закономерностям, методика выбора таких множителей должна оставлять возможность произвольного выбора ряда параметров, характеризующих модель.

В качестве конкретного примера приведем случай, когда требуется создать модель явления теплопередачи через ограждающую конструкцию точного устройства парогенератора.

Формулируем задачу:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \neq 0; \quad t = f(x);$$

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (5.14)$$

где $\frac{1}{\alpha_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2}$ — соответственно эффективные термические сопротивления теплоотдачи со стороны печных газов и окружающей среды.

Уравнение (5.14) преобразуем к виду (вывод (5.14) будет сделан позже)

$$q \frac{1}{\alpha_1} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + q \frac{1}{\alpha_2} = t_1 - t_2.$$

Или

$$q \frac{1}{\alpha_1} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + q \frac{1}{\alpha_2} - (t_1 - t_2) = 0.$$

¹ *idem* — одно и то же.

Перепишем

$$q \frac{1}{\alpha_1 (t_1 - t_2)} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} \frac{1}{t_1 - t_2} + q \frac{1}{\alpha_2 (t_1 - t_2)} - 1 = 0. \quad (5.15)$$

Выражение (5.15) для образца и модели запишется:

$$q' \frac{1}{\alpha_1' (t_1' - t_2')} + q' \sum \frac{\delta_i'}{\lambda_i'} \frac{1}{(t_1' - t_2)'} + q' \frac{1}{\alpha_2'} \frac{1}{(t_1' - t_2)'} - 1 = 0; \quad (5.16)$$

$$q'' \frac{1}{\alpha_1'' (t_1'' - t_2)''} + q'' \sum \frac{\delta_i''}{\lambda_i''} \frac{1}{(t_1'' - t_2)''} + q'' \frac{1}{\alpha_2''} \frac{1}{(t_1'' - t_2)''} - 1 = 0.$$

Последнее уравнение выражаем через формулу (5.16)

$$k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} q' \frac{1}{\alpha_1' (t_1' - t_2)'} + k_q \frac{k_\delta}{k_\lambda k_t} q' \sum \frac{\delta_i'}{\lambda_i'} \frac{1}{(t_1' - t_2)'} + k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} q' \frac{1}{\alpha_2' (t_1' - t_2)'} - 1 = 0. \quad (5.17)$$

Как мы уже заметили, выражение (5.17) записано для модели. При этом если образец и модель подобны, то уравнения (5.17) и (5.16) тождественны. Тождественность выражений (5.17) и (5.16) выполняется лишь при условии, если:

$$\begin{aligned} k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} &= 1; \\ k_q \frac{k_\delta}{k_\lambda k_t} &= 1. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Как видно, в конкретном случае образование модели должно ограничиваться условиями (5.18). Причем в соответствии с выражениями (5.18) выбираются множители подобного преобразования k .

Рассмотрим задачу, касающуюся нагревания металлической заготовки в печи при граничных условиях третьего рода. Формулируем задачу:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0;$$

$$\alpha \Delta t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

и

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Применительно к данному случаю задача несколько упрощается:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0;$$

$$\alpha \Delta t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \tau}; \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Для образца записываем:

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'};$$

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} = a' \frac{\partial^2 t'}{\partial (x^2)'}$$

То же, но для модели:

$$\alpha'' \Delta t'' = -\lambda'' \frac{\partial t''}{\partial x''};$$

$$\frac{\partial t''}{\partial \tau''} = a'' \frac{\partial^2 t''}{\partial (x^2)''}.$$

Или

$$k_\alpha k_t (\alpha' \Delta t') = k_\lambda \frac{k_t}{k_x} \left(-\lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'} \right);$$

$$\frac{k_t}{k_\tau} \left(\frac{\partial t'}{\partial \tau'} \right) = k_\alpha \frac{k_t}{k_x^2} \left(\alpha' \frac{\partial^2 t'}{\partial (x^2)'} \right).$$

Если образец и модель подобны, то можно записать:

$$k_\alpha k_t = 1; \quad k_\lambda \frac{k_t}{k_x} = 1; \quad \frac{k_t}{k_\tau} = 1; \quad k_\alpha \frac{k_t}{k_x^2} = 1.$$

И

$$k_\alpha k_t = k_\lambda \frac{k_t}{k_x} = \frac{k_t}{k_x} = k_\alpha \frac{k_t}{k_x^2},$$

а также

$$k_\alpha k_t = k_\lambda \frac{k_t}{k_x} \quad \text{и} \quad \frac{k_t}{k_\tau} = k_\alpha \frac{k_t}{k_x^2}.$$

Выражения (5.20) преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} \frac{k_\alpha k_x}{k_\lambda} &= 1; \\ \frac{k_\alpha k_\tau}{k_x^2} &= 1. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Как и в случае теплопередачи через стенку печи, при нагреве садки (внутренняя задача) выбор множителей подобного преобразования подчиняется условиям (5.20).

Для образования гидродинамического подобия моделирование выполняется на «холодных» моделях. В таких случаях задача о теплообмене может не ставиться и условия формулируются (записываем для несжимаемой жидкости) так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} &= 0; \\ \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) &= \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \\ \rho \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) &= \\ = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \\ \rho \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) &= \\ = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right). \end{aligned}$$

Ограничиваем задачу $\left(\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \text{ и } \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \right)$. Перепишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x}{\partial x} &= 0; \\ \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) &= \\ = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right). \end{aligned}$$

Соответственно для образца и подобной ему модели запишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x'}{\partial x'} &= 0; \\ \rho' \frac{\partial w_x'}{\partial \tau'} + \rho' \left(w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial w_x'}{\partial z'} \right) &= \\ = \rho' g_x' - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial (z')^2} \right). \end{aligned}$$

И

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x''}{\partial x''} &= 0; \\ \rho'' \frac{\partial w_x''}{\partial \tau''} + \rho'' \left(w_x'' \frac{\partial w_x''}{\partial x''} + w_y'' \frac{\partial w_x''}{\partial y''} + w_z'' \frac{\partial w_x''}{\partial z''} \right) &= \\ = \rho'' g_x'' - \frac{\partial p''}{\partial x''} + \mu'' \left(\frac{\partial^2 w_x''}{\partial (x'')^2} + \frac{\partial^2 w_x''}{\partial (y'')^2} + \frac{\partial^2 w_x''}{\partial (z'')^2} \right). \end{aligned}$$

Производим замену:

$$\begin{aligned} \frac{k_w}{k_x} \left(\frac{\partial w_x'}{\partial x'} \right) &= 0; \\ k_p \frac{k_w}{k_\tau} \left(\rho' \frac{\partial w_x'}{\partial \tau'} \right) + \\ + k_p \frac{k_w^2}{k_x^2} \left[\rho' \left(w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial w_x'}{\partial z'} \right) \right] &= \\ = k_p k_g (\rho' g_x') - \frac{k_p}{k_x} \left(\frac{\partial p'}{\partial x'} \right) + \\ + k_\mu \frac{k_w}{k_x^2} \left[\mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial (z')^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Совершенно очевидно, что

$$\frac{k_w}{k_x} = k_p \frac{k_w}{k_\tau} = k_p \frac{k_w^2}{k_x^2} = k_p k_g = \frac{k_p}{k_x} = k_\mu \frac{k_w}{k_x^2}.$$

Или:

$$\begin{aligned} \frac{k_p}{k_p k_w^2} &= 1; \quad \frac{k_p k_w k_x}{k_\mu} = i; \\ \frac{k_p k_w k_x}{k_p k_w k_x} &= 1; \quad \frac{k_w k_x}{k_v} = 1. \end{aligned}$$

Переходя к критериям подобия, запишем:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho w^2} &= \text{idem}; \\ \frac{\Delta p}{\rho w^2} &= \text{idem} \end{aligned}$$

и

$$\frac{w x}{v} = \text{idem}.$$

Полученные выражения имеют исключительно важное значение при разработке «холодных» моделей.

Все приведенные выше положения относительно выбора множителей подобного преобразования остаются справедливыми при тепловом и огневом моделировании.

Комплекс знаний, обобщенный теорией моделирования, может быть расчленен на две составляющие: **теория точного и приближенного** моделирования. При этом нужно иметь в виду, что условия построения точной модели на практике, как правило, не могут быть выполнены из-за трудностей в постановке эксперимента. Учитывая это обстоятельство, далее будут рассмотрены лишь вопросы, касающиеся приближенного моделирования.

В основе расчета моделей лежат фундаментальные уравнения:

$$Re = idem;$$

$$Eu = idem,$$

где Re и Eu — соответственно критерии Рейнольдса и Эйлера.

При этом считается, что значения v и ρ жидкости образца и модели заданы. Из условия $Re = idem$ можно записать

$$\frac{w''}{w'} = \frac{l' v''}{l'' v'}.$$

Скорость жидкости в модели

$$w'' = w' \frac{l' v''}{l'' v'}.$$

Аналогичным образом анализируя выражение $Eu = idem$, можно записать уравнение для перепада давлений в модели

$$\Delta p'' = \Delta p' \frac{\frac{\rho'}{g}(w^2)'}{\frac{\rho''}{g}(w^2)'}$$

Множители подобного преобразования (масштабы), с которыми приходится иметь дело при расчете модели, разделяются на основные (исходные) и производные, которые легко выражаются через основные.

К основным множителям относятся:

1) множитель геометрического подобного преобразования

$$k_x = \frac{l''}{l'};$$

2) множитель преобразования плотностей

$$k_p = \frac{\rho''}{\rho'};$$

3) множитель подобного преобразования коэффициента кинематической вязкости

$$k_\nu = \frac{\nu''}{\nu'};$$

4) множитель преобразования критерия Рейнольдса

$$k_{Re} = \frac{Re''}{Re'}.$$

Производные множители подобного преобразования («холодная» модель):



Рейнольдс Осборн
(1842—1912)

Английский физик и инженер, член Лондонского Королевского общества (1877 г.). Родился в Белфасте. Окончил Кембриджский университет (1867 г.).

В 1868—1905 гг. профессор Манчестерского университета.

Исследования посвящены механике, гидродинамике, теплоте, электричеству, магнетизму, астрофизике, но в основном теории турбулентности, теории динамического подобия течения вязкой жидкости и теории смазки. Внес вклад в законы течения воды в трубах. В 1883 г. установил, что переход ламинарного течения в турбулентное происходит тогда, когда безразмерная величина превышает некоторое критическое значение (число Рейнольдса). При изучении турбулентного движения вывел дифференциальные уравнения осредненного движения жидкости. Развил (1886 г.) гидродинамическую теорию смазки. Определил механический эквивалент теплоты, сконструировал ряд турбин и центробежных насосов. Изучал явление кавитации. Дал теорию радиометра.

- 1) множитель площадей и живых сечений

$$k_F = k_x^2;$$

- 2) множитель объемов

$$k_v = k_x^3;$$

- 3) множитель времени

$$k_t = \frac{k_x^2}{k_v k_{Re}};$$

- 4) множитель скорости

$$k_w = \frac{k_v k_{Re}}{k_x};$$

- 5) множитель расходов

$$k_Q = k_x k_v k_{Re};$$

- 6) множитель перепада давлений

$$k_{\Delta p} = k_p \left(\frac{k_v k_{Re}}{k_x} \right);$$

- 7) множитель сил и количеств движения

$$k_I = k_v^2 k_p k_{Re}^2;$$

- 8) множитель работы и живых сил

$$k_E = \frac{k_v^3 k_p k_{Re}^3}{k_x}.$$



Эйлер Леонард
(1707—1783)

Родился в Базеле. Окончил Базельский университет (1724 г.). Ученик Бернулли. В 1726 г. был приглашен в Петербургскую АН и в мае 1727 г. прибыл в Петербург. С 1731 г. профессор физики и теоретической механики, в 1731—1741 гг. — профессор математики. В 1741 г. переехал в Берлин, где прожил 25 лет. С 1744 г. директор математического класса Берлинской АН. В 1766 г. возвратился в Петербург. Вскоре почти полностью потерял зрение.

Является одним из основоположников гидродинамики и гидравлики как отдельных наук. Написал «Введение в исчисление бесконечно малых» (1848 г.), «Дифференциальное исчисление» (тт. 1, 2, 1755 г.) и «Интегральное исчисление» (тт. 1—3, 1768—1770 гг.). Ввел двойные интегралы. Вывел основные уравнения теории упругости исходя из закона сохранения энергии, примененного к деформированному упругому телу.

Почетный иностранный член Петербургской АН (1742—1766 гг.), член Парижской АН, Берлинской АН, Лондонского Королевского общества и многих других академий наук и научных обществ.

Автомодельность процесса оценивается в соответствии с условием $Re \geq 5000$. (5.21)

Если (5.21) соблюдается, то процесс считается автомодельным и соблюдение условия $Re = idem$ не обязательно. В этих случаях для модели можно записать, что

$$Re'' = Re'. \quad (5.22)$$

Наряду с изучением гидромеханики движения жидкости интересно рассмотреть вопросы теплообмена. Многие вопросы, касающиеся теплообмена, удастся решить в результате изучения тепловых моделей.

При тепловом моделировании наряду с гидромеханическим подобием необходимо осуществить тепловое подобие образца и модели. Для этого в модели должно создаваться температурное поле, подобное температурному полю в образце. Трудности осуществления этого условия исключительно велики. Однако, базируясь на свойствах, локальности, стабильности и автомодельности, можно предложить метод (конечно, приближенный) локального теплового моделирования.

Метод локального теплового моделирования предполагает, что образец и модель в гидромеханическом отношении подобны. Это условие нетрудно осуществить приближенно. Однако полное моделирование теплообмена (получение подобия конвективного теплообмена во всех точках рабочего пространства образца) потребовало бы создания в рабочем пространстве подобного температурного пара во всех его точках, что практически выполнить трудно.

Но если поставить более узкую задачу, т.е. создать подобие не полное, а локальное, в одном лишь интересующем месте модели, то будут соблюдаться условия:

$$Pr = \text{idem} \text{ и } Nu = \text{idem}.$$

Причем критерий Pr — определяющий, а критерий Nu — определяемый.

Моделируя теплообмен, вполне уместно рабочую жидкость образца (дымовые газы) в модели заменить воздухом. Выполняя такую замену, практически соблюдаем условие

$$Pr = \text{idem}.$$

Установление же гидромеханического подобия автоматически приводит к выполнению условия

$$Nu = \text{idem}$$

(конечно, в рассматриваемом месте).

При соблюдении условий $Pr = \text{idem}$ и $Re = \text{idem}$ коэффициент теплоотдачи конвекцией определяется просто. Для этого рассматриваемый участок (зону) представляют в виде калориметра, который обычно нагревается электрическим током.

Зная расход теплоты и перепад температур, по формуле

$$\alpha'' = \frac{q''}{\Delta t''}$$

находят коэффициент теплоотдачи для модели, а затем и критерий Nu'' ($Nu'' = Nu' = Nu$):

$$Nu = \frac{\alpha'' x''}{\lambda''}.$$

После этого для образца можно записать

$$\alpha' = \frac{Nu \cdot \lambda'}{x'}.$$

Определяя локальные коэффициенты теплоотдачи, метод локального теплового подобия позволяет точка за точкой оценить эффективность теплообмена во всем рабочем пространстве образца.

Как уже отмечалось ранее, соблюдение условий:

$$Re = \text{idem}; t = \text{idem}$$

и физических свойств жидкости — idem обеспечивает гидромеханическое подобие. Сущность же теплового подобия заключается в том, что в каждой паре сходственных точек образца и модели направления тепловых потоков одинаковы (подобие траекторий тепловых потоков); отношение абсолютных тепловых потоков в любой паре сходственных точек равно постоянной величине — множителю подобного преобразования потоков. При этом должно быть соблюдено подобие физических свойств образца и модели, тождественное распределению температур во входном сечении потока.

Записываем выражение для множителя подобного преобразования тепловых потоков. При $k_\lambda = 1$ ($\lambda = \text{idem}$) и $k_{\Delta t} = 1$ ($t = \text{idem}$) имеем

$$k_q = \frac{1}{k_x}. \quad (5.23)$$

В самом общем случае при $k_\lambda \neq 1$ и $k_{\Delta t} \neq 1$

$$k_q = \frac{k_\lambda k_{\Delta t}}{k_x}. \quad (5.24)$$

Уравнение (5.23) показывает, что все потоки теплоты в модели увеличиваются в $\frac{1}{k_x}$ раз.



Прандтль Людвиг
(1875—1953)

Немецкий ученый в области механики, один из основателей экспериментальной аэродинамики. Родился во Фрейзинге. Окончил Высшую техническую школу в Мюнхене (1899 г.). Ученик А. Фепля. В 1900—1904 г. профессор Высшего технического училища в Ганновере, с 1904 г. — Геттингенского университета, в 1925—1947 гг. — директор Института гидроаэродинамики в Геттингене.

Основные работы относятся к теории упругости и гидроаэромеханике, газовой динамике. Развил экспериментальную технику теории упругости.

С 1904 г. в круг интересов Прандтля входит гидроаэродинамика. В работе «О движении жидкости с весьма малым трением» (1904 г.) дал представление о пограничном слое. В 1908 г. в Геттингене под руководством Прандтля была построена аэродинамическая труба, около 1915 г. — вторая. Написал ряд работ по теории крыла, в том числе крыла конечного размаха, крыла с наиболее благоприятным распределением циркуляций. Изучил турбулентность свободной атмосферы, турбулентность в трубах, переход от ламинарного течения к турбулентному. В области газовой динамики изучал сверхзвуковое истечение газов и паров под давлением, предложил линеаризованную теорию крыла в дозвуковом потоке сжимаемого газа. Ряд работ посвящен строительной механике и теории пластичности. Учеником Прандтля был Т. Карман.

В случае неустановившихся процессов нагрева множитель подобного преобразования времени имеет вид:

$$k_\tau = k_x^2 \quad (5.25)$$

$$(Fo = \frac{a' \tau'}{(x^2)'} = \frac{a'' \tau''}{(x^2)''});$$

$$k_\tau = \frac{\tau''}{\tau'} = \frac{a''}{a'} \left(\frac{x''}{x'} \right)^2 = \frac{k_x^2}{k_a},$$

при $a = \text{idem}$, $k_a = 1$ и $k_\tau = k_x^2$.

При преобладании лучистого теплообмена тепловой поток имеет вид:

— для образца

$$q_{1,2}' = \varphi_{1,2}' C_{1,2}' \left[\left(\frac{T_1'}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2'}{100} \right)^4 \right]; \quad (5.26)$$

— для модели

$$q_{1,2}'' = \varphi_{1,2}'' C_{1,2}'' \left[\left(\frac{T_1''}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2''}{100} \right)^4 \right] \quad (5.27)$$

или

$$k_q q_{1,2}' = \varphi_{1,2} k_C k_T^4 C_{1,2}' \left[\left(\frac{T_1'}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2'}{100} \right)^4 \right], \quad (5.28)$$

где $\varphi_{1,2}' = \varphi_{1,2}'' = \varphi_{1,2}'''$ — геометрический фактор.

Сопоставляя (5.27) и (5.28), нетрудно заметить, что

$$k_q = 1; k_C k_T^4 = 1$$

или

$$k_q = k_C k_T^4.$$

Полагая $k_C = 1$ ($C = \text{idem}$), получаем

$$k_q = k_T^4.$$

Используя методику масштабов и учитывая изложенные положения подобного гидромеханического и теплового преобразования, можно создать как «холодные», так и «горячие» модели, изучение которых позволит решить круг вопросов гидромеханики и теплообмена.

5.2. Теоремы подобия

В теории подобия физических явлений известны три теоремы.

5.2.1. Первая теорема подобия

Первая теорема подобия сформулирована Ньютоном в 1686 году. Она гласит: **у подобных явлений числа подобия тождественны, а комплексы типа (5.12) и (5.13), состоящие из критериев подобия, равны единице:**

$$\frac{w' \tau'}{l'} = \frac{w'' \tau''}{l''} = 1. \quad (5.29)$$

Доказательство (5.29) первой теоремы подобия было выполнено Ж. Бертраном в 1848 году.

Как видим, первая теорема подобия устанавливает связь между константами подобия и позволяет записать уравнения для чисел подобия.

5.2.2. Вторая теорема подобия

Вторая теорема подобия позволяет полагать: **если физическое явление описывается системой дифференциальных уравнений, то всегда существует возможность представления их в виде уравнений подобия, или интеграла дифференциального уравнения (системы уравнений) и может быть представлен как функция чисел подобия дифференциального уравнения.**

К примеру:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}; \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} = a' \frac{\partial^2 t'}{\partial (x')^2}; \quad (5.31)$$

$$\frac{k_t}{k_\tau} \frac{\partial t'}{\partial \tau'} = k_a \frac{k_t}{k_x^2} \cdot a' \frac{\partial^2 t'}{\partial (x')^2}. \quad (5.32)$$

При

$$\frac{k_t}{k_\tau} = k_a \frac{k_t}{k_x^2} = 1, \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial t''}{\partial \tau''} = a'' \frac{\partial^2 t''}{\partial (x'')^2}. \quad (5.34)$$

Из второй теоремы подобия следует, что если результаты эксперимента представить в виде чисел подобия, то зависимость между ними следует представить в виде уравнения подобия. Уравнение подобия — это уравнение, которое любую зависимость между величинами (характеризующими данное явление) представляет зависимостью между числами подобия.

5.2.3. Третья теорема подобия

Третья теорема подобия устанавливает условия, из которых следует, что явления подобны друг другу, когда

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} = a' \frac{\partial^2 t'}{\partial (x')^2} = \frac{\partial t''}{\partial \tau''} = a'' \frac{\partial^2 t''}{\partial (x'')^2} = \text{idem}$$

и

$$\frac{k_t}{k_\tau} = k_a \frac{k_t}{k_x^2} = 1. \quad (5.35)$$

Эта теорема была сформулирована А.А. Гухманом и М.В. Кирпичевым и доказана М.В. Кирпичевым в 1933 году.

Формулировка третьей теоремы подобия: *подобны те явления, условия однозначности которых подобны, и комплексы, составленные из чисел подобного преобразования, численно одинаковы (равны между собой).*

5.3. Методы обобщения данных опыта

Подобие физических процессов предполагает, что они описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями и условиями однозначности, имеют подобие во времени и пространстве, а также равны безразмерные комплексы характерных физических величин, определяющих этот процесс.

Безразмерные комплексы физических величин, характеризующие процесс, называются **критериями, числами подобия**.

При обобщении экспериментальных данных вместо сравнения соответственных величин для всех сходственных точек подобных систем сравнивают критерии, в которые входят средние значения величин в рассматриваемом диапазоне.

Равенство определяемых критериев (**определяемые критерии**) — это критерии, в которых содержатся искомые величины. Например, числа Nu , Eu состоит в равенстве остальных критериев (**определяющих критериев**). Поскольку определяющие критерии описывают явление однозначно, то каждый из определяемых критериев является однозначной функцией определяющих критериев.

Обработка экспериментальных данных требует знания численных значений, входящих в критерии подобия. Результаты эксперимента представляются в виде зависимости между критериями (рис. 5.1):

$$K_0^a = f(K_{\text{опр}_1}; K_{\text{опр}_2}), \quad (5.36)$$

где K_0^a — определяемый критерий; $K_{\text{опр}}$ — определяющий критерий (рис. 5.1).

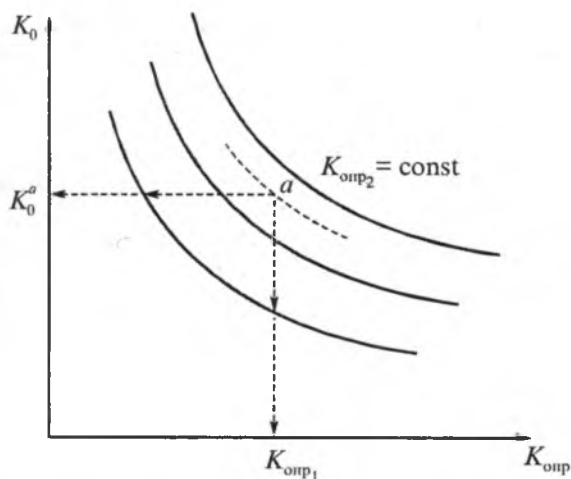


Рис. 5.1. Зависимость $K_0 = f(K_{\text{опр}})$



Вильгельм Нуссельт
(1882—1957)

Немецкий физик. Основоположник науки о конвективном теплообмене. В. Нуссельт первым из ученых понял, что зависимость экспериментальных результатов от характера жидкости выходила за пределы влияния выражаемого числом Рейнольдса. Поэтому положение в области конвективного теплообмена в течение многих лет напоминало положение в области гидромеханики, существовавшее до 1880 г.

В статье, опубликованной в 1909 г., Нуссельт сообщает о результатах экспериментально-теоретического исследования теплообмена в условиях турбулентного течения в трубе. Он использовал коэффициент теплоотдачи h , введенный ранее Ньютоном и определяемый уравнением

$$Q = hA\theta_w,$$

в котором Q обозначает тепловой поток на поверхности A , а θ_w — разность характерных температур стенки трубы и жидкости. Нуссельт предположил, что коэффициент теплоотдачи можно представить в виде произведения влияющих на него параметров, каждый из которых возведен в характерную для него степень. Приняв дополнительно, что свойства жидкости и стенки, от которых зависит теплообмен, могут считаться постоянными, Нуссельт с помощью анализа размерностей вывел следующее уравнение:

$$h = C \frac{k_w}{a} \left(\frac{\rho v d}{\mu} \right)^m \left(\frac{\mu c}{k} \right)^n,$$

в котором C — постоянная, k — коэффициент теплопроводности; c — удельная теплоемкость жидкости.

Обрабатывая результаты экспериментов в критериальной форме, **можно распространять результаты единичного опыта** на группы подобных явлений.

Критерии подобия при этом получают смысл обобщенных координат. Во многих случаях зависимость между K_0 и $K_{\text{опр}}$ степенная, например, зависимость между числами Nu , Re и Pr при вынужденном движении имеет вид

$$Nu = A \cdot Re^n \cdot Pr^m, \quad (5.37)$$

где A , n , m — эмпирические величины.

При обработке экспериментальных данных (5.22) целесообразно строить график вида $\lg Nu = f(\lg Re)$, при $Pr = \text{const}$. Тангенс угла наклона $\lg Nu$ **равен постоянной n** . Аналогичным путем находят показатели степени других определяющих критериев.

Теория подобия чаще используется в тех случаях, когда сложно проинтегрировать дифференциальные уравнения и установить окончательную связь между переменными. Исследование тепловых процессов может быть проведено на модели. При этом моделирование основано на том, что любое явление, описанное в безразмерных переменных, отражает признаки группы ему подобных. Моделировать можно только те процессы, **которые имеют одинаковую физическую природу**, описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями. Условия однозначности должны быть одинаковы во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях.

При этом (еще раз напоминаем) обязательно нужно соблюдать: **геометрическое подобие образца и модели; подобие условий движения жидкости во входных сечениях образца и модели; физических параметров в сходственных точках образца и модели; температурных полей на границах жидкой среды**, а также одноименные определяющие числа подобия в сходственных сечениях образца и модели должны быть численно одинаковы. При изучении тепловых явлений соблюдение теплового подобия также обязательно. Перечисленные условия подобия для образца и модели являются необходимыми и достаточными. Однако точное соблюдение этих условий моделирования выполнить достаточно сложно. Тогда прибегают к **приближенному моделированию**.

Нужно сказать, что геометрическое подобие образца и модели осуществить нетрудно. Подобное распределение скоростей во входном сечении также может быть выполнено относительно просто. Подобие физических параметров в потоке жидкости для модели и образца выполняется приближенно, а температурных полей у поверхности нагрева в модели и образце осуществить очень трудно. В связи с этим применяют приближенный **метод локального моделирования**, заключающийся в том, что подобие температурных полей выполняется не во всем объеме системы, а в отдельных ее местах — сечениях, где производится исследование (об этом было уже сказано ранее, и мы заостряем ваше внимание еще раз).

Выполняя описанные процедуры, связанные с моделированием, вводим понятия **стабильности** и **автомодельности**.

Стабильностью называют свойства вязкой жидкости всегда принимать на некотором расстоянии от входа одно и то же распределение скоростей по сечению вне



Кирпичев Михаил Викторович
(1879—1955)

Крупнейший теплофизик и тепло-техник, академик, действительный член АН СССР, профессор. Родился в Санкт-Петербурге в семье профессора. Среднее образование получил в 3-й гимназии. высшее — в Петербургском технологическом университете, который закончил в 1907 г.

Впервые в СССР исследовал физическую сущность процессов в котельных агрегатах. Является создателем теории теплового моделирования, позволившей изучать работу паровых котлов и других паровых агрегатов на моделях. Его работы стимулировали в свое время широкий размах теплотехнических исследований, подготовку высококвалифицированных специалистов в области теплотехники и теплофизики в нашей стране. Государственная премия СССР (1940 г.).

зависимости от распределения скоростей во входном сечении.

Явление автомодельности заключается в том, что при движении жидкости для довольно широкого диапазона скоростей имеет место почти не изменяющийся профиль скорости в сечении.

5.4. Метод анализа размерностей

Числа (критерии) подобия, общий вид уравнения подобия можно подобрать и без анализа дифференциальных уравнений, используя метод анализа размерностей. Для этого нужно иметь полный перечень физических величин, существенных для рассматриваемого явления, т.е. тех величин, которые вошли бы в дифференциальные уравнения и условия однозначности.

Величины, численные значения которых зависят от принятой системы единиц измерения, называются **размерными**, например: длина, скорость, сила, время, энергия, температура и т.д. Величины, численные значения которых не зависят от применяемой системы единиц измерения, называются **безразмерными**. Например, ускорение обычно рассматривается как размерная величина, размерность которой — длина, деленная на время в квадрате. Выбрав ускорение свободного падения ($9,81 \text{ м/с}^2$) за единицу измерения, любое ускорение будет измеряться отношением его величины к величине ускорения свободного падения, и оно не будет изменяться при переходе от одних единиц измерения к другим. Это отношение называют **перегрузкой**, и оно является величиной безразмерной.

Зависимость единицы измерения производной величины от единицы измерения основных величин может быть представлена в виде так называемой **формулы размерности**. В разных системах единиц измерения **формула размерности** для одной и той же величины может иметь различный вид.

Под размерностью физической величины понимают выражение, отражающее связь рассматриваемой величины с основными величинами системы, если коэффициент пропорциональности в этом выражении равен единице. Размерность физической величины зависит не только от природы этой физической величины, но и от выбора системы единиц.

Известно, что большинство размерностей может быть выражено через размерность **основных величин**. Размерности, которые выражаются согласно определенным физическим уравнениям через основные величины, называются **производными величинами**. В теории теплообмена в качестве основных принимают **длину** (размерность l), **температуру** (размерность t), **время** (размерность τ) и **массу** (размерность m). Размерности всех других могут быть выражены через них.

Основным положением, которое используется в **методе анализа размерностей** при нахождении количества (числа) и вида критериев (чисел) подобия, служит аксиома о том, что складываться и вычитаться могут только величины и комплексы величин, имеющие **одинаковую размерность**, а также то обстоятельство, что одни размерности выражаются через другие в виде их произведения в **соответствующих степенях**. Следовательно, если какая-либо физическая величина N является функцией других физических величин A, B, C, \dots , то эта зависимость может быть представлена в виде произведения этих размерностей в степенной зависимости:

$$N = f(A, B, C, D, \dots) = kA^a B^b C^c D^d, \quad (5.38)$$

где k — постоянная.

Тогда, выражая каждую из размерностей (A, B, C, D, \dots) через размерности основных величин, можно установить соответствующие значения показателей степеней a, b, c, d, \dots и обеспечить равенство левой и правой частей (5.38). Для этого в полученном уравнении размерностей показатель степени у определенной размерности в левой части уравнения должен быть равен сумме показателей степеней у соответствующей размерности в правой части. Это обстоятельство дает возможность объединить физические величины в безразмерные комплексы-критерии подобия. При этом оказывается, что между количеством физических величин и количеством получающихся безразмерных комплексов существует отношение, **определяемое π -теоремой**.

Ниже иллюстрируем метод получения критериев подобия и содержание π -теоремы. Выражая каждую из размерностей уравнения (5.38) через размерности l, τ, t, m , записываем:

$$N = l^{n_0} \tau^{m_0} t^{k_0} M^{r_0}; \quad A = l^{n_1} \tau^{m_1} t^{k_1} M^{r_1}; \quad B = l^{n_2} \tau^{m_2} t^{k_2} M^{r_2};$$

$$C = l^{n_3} \tau^{m_3} t^{k_3} M^{r_3}; \quad D = l^{n_4} \tau^{m_4} t^{k_4} M^{r_4},$$

где n, m, k, r — показатели степеней у соответствующих размерностей основных величин, через

которые выражены размерности N, A, B, C, D . Подставляя эти выражения в уравнение (5.38), получим

$$l^{n_0} \tau^{m_0} t^{k_0} M^{r_0} = k(l^{n_1} \tau^{m_1} t^{k_1} M^{r_1})^a (l^{n_2} \tau^{m_2} t^{k_2} M^{r_2})^b \quad (5.39)$$

На основе равенства показателей степеней у соответствующих размерностей в левой и правой частях (5.39) можно составить следующую систему уравнений для степеней:

$$\begin{aligned} n_0 &= an_1 + bn_2 + cn_3 + dn_4 + \dots ; \\ m_0 &= am_1 + bm_2 + cm_3 + dm_4 + \dots ; \\ k_0 &= ak_1 + bk_2 + ck_3 + dk_4 + \dots ; \\ r_0 &= ar_1 + br_2 + cr_3 + dr_4 + \dots . \end{aligned} \quad (5.40)$$

Число уравнений для степеней равно числу основных величин m . Число неизвестных степеней в системе a, b, c, d, \dots равно числу членов в правой части уравнения и, следовательно, на единицу меньше общего числа всех физических величин, существенных для явления n , т.е. равно $n - 1$. Так как в общем случае $n - 1 > m$, то число неизвестных величин в данной системе уравнений оказывается больше числа уравнений, и поэтому $n - 1 - m$ степеней не могут быть определены из этой системы. Однако (5.40) позволяет выразить определенное количество степеней, равное числу уравнений, через остальные $n - m - 1$, которые не могут быть определены.

После подстановки в (5.38) получим уравнение, в котором все размерности окажутся либо в первой степени, либо в степенях, через которые другие степени выражались. Физические величины, оказавшиеся в первой степени, среди которых будет, очевидно, и искомая величина N , образуют определяемый критерий в левой части уравнения. Другие физические величины с одинаковыми степенями могут быть сгруппированы в безразмерные комплексы — определяющие критерии подобия (в правой части уравнения).

Число определяющих критериев будет, очевидно, равно числу неизвестных степеней $n - m - 1$. Общее число критериев, один из которых определяемый, на единицу больше числа определяющих $n - m$.

Полученный результат составляет содержание π -теоремы, которая утверждает, что **число безразмерных комплексов, характеризующих процесс, равно числу всех физических величин, существенных для процесса, минус число основных размерностей $n - m$** . Нулевое или отрицательное значение разности $n - m$ означает, что совокупность рассматриваемых физи-

ческих величин не может быть приведена к безразмерному виду. Эта совокупность величин не удовлетворяет условиям анализа размерностей. В ней отсутствуют какие-то величины, которые позволили бы привести эту систему величин к безразмерному виду. Такие системы называются **неполными**. При составлении системы определяющих параметров всегда нужно проверять полноту системы.

При $n - m = 1$ уравнение подобия будет содержать только один определяемый критерий, который будет, очевидно, постоянной величиной. Условие $n - m = 1$ представляет безусловный интерес, так как сводит решение рассматриваемой задачи к отысканию одного постоянного множителя.

В качестве примера рассмотрим задачу о течении жидкости через водослив.

Установившееся течение жидкости через рассматриваемый водослив полностью определяется параметрами ρ, g, h . Расход жидкости G через водослив в единицу времени может быть функцией только этих параметров. Выбирая в качестве основных размерностей l, τ, m (длину, время, массу), получаем $n - m = 1$. Таким образом, в рассматриваемых условиях в соответствии с π -теоремой должен быть один безразмерный критерий, включающий в себя искомый расход жидкости G .

Единственной безразмерной комбинацией из исходных величин является

$$\frac{G}{\rho g^2 h^2} = c. \quad (5.41)$$

Величину критерия c можно найти из опыта. В том случае, когда

$$n - m = 2, \quad (5.42)$$

безразмерное уравнение подобия содержит только два безразмерных критерия: π_1 и π_2 , т.е.

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0. \quad (5.43)$$

Следовательно,

$$\pi_1 = \Phi(\pi_2). \quad (5.44)$$

Если $n - m = 3$, то безразмерное уравнение подобия должно содержать три критерия, и т.д.

Рассмотрим полученные формы уравнения подобия для определения коэффициента теплоотдачи в случае вынужденного движения жидкости в трубе.

На основе общих физических представлений полагаем, что коэффициент теплоотдачи α зави-

сит от диаметра трубы D , скорости потока w_0 , плотности ρ , вязкости μ , теплопроводности λ и теплоемкости c_p жидкости.

Имеем

$$\alpha = f(D, w_0, \rho, \mu, \lambda, c_p). \quad (5.45)$$

Как видим, общее число физических величин равно семи ($n = 7$). Для анализа размерностей (5.45) может быть записано

$$\alpha = k D^a w_0^b \rho^c \mu^d \lambda^e c_p^f. \quad (5.46)$$

Все размерности величин, входящих в (5.46), можно выразить через размерности основных величин l, τ, t, m :

$$[\alpha] = m\tau^{-3}t^{-1}; [\lambda] = lm\tau^{-3}t^{-1}; [c] = l^2m\tau^{-2}t^{-1};$$

$$[w_0] = l\tau^{-1}; [\rho] = ml^{-3}; [D] = l; [\mu] = m\tau^{-1}l^{-1}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (5.46), получим уравнение размерностей в виде

$$m\tau^{-3}t^{-1} = kl^a (l\tau^{-1})^b (m\tau^{-1}l^{-1})^d \times \\ \times (ml^{-3})^c (m\tau^{-3})^e (l^2\tau^{-2}t^{-1})^f. \quad (5.47)$$

Из условия равенства степеней при соответствующих размерностях в левой и правой частях (5.47) можно записать следующую систему уравнений для показателей степеней:

$$\text{при } l: 0 = a + b - 3c - d + e + 2f; \quad (5.48)$$

$$\text{при } \tau: -3 = -b - d - 3e - 2f; \quad (5.49)$$

$$\text{при } m: 1 = c + d + e; \quad (5.50)$$

$$\text{при } t: -1 = -e - f. \quad (5.51)$$

Система (5.48)... (5.51), состоящая из четырех уравнений ($m = 4$), содержит шесть неизвестных показателей степеней ($n - 1 = 6$). Следовательно, два показателя степени не могут быть определены ($n - m - 1 = 2$). Принимая за неопределимые показатели степени c и f , можно выразить остальные (a, b, d, e) через них следующим образом.

$$\text{Из (5.51) } e = 1 - f.$$

Подставляя e в (5.50), получим $d = f - c$; подставляя e и d в (5.49), будем иметь $b = c$, и наконец, имеем $a = c - 1$.

Подставляя соответствующие показатели степени в уравнение (5.46), запишем выражение для коэффициента теплоотдачи

$$\alpha = k \frac{D^c}{D} w_0^c \rho^c \frac{\mu^f}{\mu^c} \cdot \frac{\lambda}{\lambda^f} c_p^f. \quad (5.52)$$

Объединяя величины с одинаковыми показателями степени, находим уравнение в безразмерном виде

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = k \left(\frac{D w_0 \rho}{\mu} \right)^c \left(\frac{\mu c}{\lambda} \right)^f. \quad (5.53)$$

Полученные безразмерные комплексы (5.53) можно представить в виде чисел (критериев) подобия:

$$\frac{D w_0 \rho}{\mu} = \frac{D w_0}{\nu} = \text{Re}; \frac{\mu c}{\lambda} = \frac{\mu c \rho}{\lambda \rho} = \frac{\nu}{a} = \text{Pr}; \frac{\alpha D}{\lambda} = \text{Nu}. \quad (5.54)$$

Как видим (5.54), уравнение подобия для рассматриваемого случая теплоотдачи при вынужденном движении в трубе может быть записано

$$\text{Nu} = k \text{Re}^c \text{Pr}^f. \quad (5.55)$$

Уравнение (5.55) находится в соответствии с π -теоремой: число критериев (Nu, Re, Pr) равно разнице между числом размерных параметров $n = 7$ ($\alpha, D, w_0, \rho, \mu, \lambda, c$) и числом основных размерностей $m = 4$ (l, t, τ, m). Константа k и неизвестные показатели степени при определяющих критериях c и f в полученном уравнении находятся экспериментально.

Критерии, записанные методом анализа размерностей, не всегда по форме совпадают с критериями, полученными на основе теории подобия. Однако системы критериев, найденные разными способами, эквивалентны друг другу. Нужно помнить, теория подобия и анализ размерностей являются по существу **разными методами одной и той же системы исследования**, основанной на использовании обобщенных безразмерных переменных, различие которых обусловлено только объемом предварительных знаний об исследуемом процессе. Для применения теории подобия необходим больший объем предварительных знаний, достаточный для вывода уравнений, определяющих процесс. И если использование теории подобия возможно, то ей следует отдать предпочтение.

В рамках теории подобия выясняется физический смысл критериев подобия. Если математическая постановка задачи невозможна, то применение анализа размерностей становится неизбежным. В этом случае не всегда есть полная уверенность в безошибочности составленного перечня существенных для процесса величин и правильности принятой системы размерностей. В тех случаях, когда перечень величин, существовавших для процесса, и их связь с первичными размерностями установлены точно, метод анализа размерностей обеспечивает результаты, эквивалентные результатам, получаемым с помощью теории подобия.

5.5. Гидродинамическое подобие физических процессов

Гидродинамическое подобие определяет собой условия, при которых в геометрически подобных системах имеют место подобные течения.

Рассмотрим две подобные системы. Для первой подобной системы уравнения сплошности (неразрывности) и уравнения движения имеют вид:

$$\frac{\partial w_x'}{\partial x'} + \frac{\partial w_y'}{\partial y'} + \frac{\partial w_z'}{\partial z'} = 0; \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} & \rho' \frac{\partial w_x'}{\partial \tau'} + \rho' \left(w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial w_x'}{\partial z'} \right) = \\ & = \rho' g_x' - \frac{\partial \rho'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 w_y'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 w_z'}{\partial (z')^2} \right). \end{aligned} \quad (5.57)$$

Для второй подобной системы эти уравнения можно представить в виде:

$$\frac{\partial w_x''}{\partial x''} + \frac{\partial w_y''}{\partial y''} + \frac{\partial w_z''}{\partial z''} = 0; \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} & \rho'' \frac{\partial w_x''}{\partial \tau''} + \rho'' \left(w_x'' \frac{\partial w_x''}{\partial x''} + w_y'' \frac{\partial w_x''}{\partial y''} + w_z'' \frac{\partial w_x''}{\partial z''} \right) = \\ & = \rho'' g_x'' - \frac{\partial \rho''}{\partial x''} + \mu'' \left(\frac{\partial^2 w_x''}{\partial (x'')^2} + \frac{\partial^2 w_y''}{\partial (y'')^2} + \frac{\partial^2 w_z''}{\partial (z'')^2} \right), \end{aligned} \quad (5.59)$$

где w_x, w_y, w_z — проекции скоростей на координатные оси x, y, z , м/с;

ρ — плотность, кг/м³;

g_x, g_y, g_z — проекции ускорения силы тяжести на координатные оси x, y, z , м/с²;

μ — коэффициент динамической вязкости, Па·с.

Так как системы (5.56), (5.57) и (5.58), (5.59) подобны, их переменные связаны между собой константами подобия (множителями подобного преобразования) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{x''}{x'} &= \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = k_l; \\ \frac{w''}{w'} &= k_w; \\ \frac{\tau''}{\tau'} &= k_\tau; \\ \frac{\rho''}{\rho'} &= k_\rho; \\ \frac{\mu''}{\mu'} &= k_\mu. \end{aligned} \quad (5.60)$$

Выразим переменные системы (5.58) и (5.59) через множители k :

$$\begin{aligned} x'' &= k_l \cdot x'; \\ w'' &= k_w \cdot w'; \\ \tau'' &= k_\tau \cdot \tau'; \\ \rho'' &= k_\rho \cdot \rho'; \\ g_x'' &= k_g \cdot g_x'; \\ p'' &= k_p \cdot p'; \\ \mu'' &= k_\mu \cdot \mu'. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Подставив эти значения в уравнения (5.55) и (5.56), получим:

$$\frac{k_w}{k_l} \left(\frac{\partial w_x'}{\partial x'} + \frac{\partial w_y'}{\partial y'} + \frac{\partial w_z'}{\partial z'} \right) = 0; \quad (5.62)$$

$$\begin{aligned} & \frac{k_\rho \cdot k_w}{k_\tau} \cdot \rho' \frac{\partial w_x'}{\partial \tau'} + \frac{k_p \cdot k_w}{k_l} \times \\ & \times \rho' \left(w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial w_x'}{\partial z'} \right) = \\ & = k_\rho \cdot k_g \cdot \rho' g_x' - \frac{k_p}{k_l} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{k_\mu \cdot k_w}{k_l^2} \times \\ & \times \mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 w_y'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 w_z'}{\partial (z')^2} \right). \end{aligned} \quad (5.63)$$

Переменные в уравнениях (5.62) и (5.63) выражены через переменные уравнений (5.53) и (5.54). Определение их одинаковым образом возможно при их тождественности, т.е. при равенстве комплексов, составленных из констант подобия:

$$\frac{k_w}{k_l} = \text{const}; \quad (5.64)$$

$$\frac{k_\rho \cdot k_w}{k_\tau} = \frac{k_\rho \cdot k_w}{k_l} = k_\rho \cdot k_g = \frac{k_p}{k_l} = \frac{k_\mu \cdot k_w}{k_l^2}. \quad (5.65)$$

Также можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{k_\rho \cdot k_w}{k_\tau} &= 1; & \frac{k_\rho \cdot k_w}{k_l} &= 1; & k_\rho \cdot k_g &= 1; \\ \frac{k_p}{k_l} &= 1; & \frac{k_\mu \cdot k_w}{k_l^2} &= 1. \end{aligned} \quad (5.66)$$

А следовательно, безразмерные комплексы, составленные из множителей подобного преобразования (так как каждый из них равен единице), можно рассматривать произвольно (попарно), что позволит получить числа (критерии) подобия (см. параграф 5.6).

5.6. Тепловое подобие физических процессов

Тепловое подобие означает подобие температурных полей и тепловых потоков. Пусть имеются две подобные между собой системы уравнений:

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w_x' \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial t'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial (z')^2} \right); \quad (5.67)$$

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' \left(\frac{\partial t'}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial y'} + \frac{\partial t'}{\partial z'} \right). \quad (5.68)$$

Для второй системы:

$$\frac{\partial t''}{\partial \tau''} + w_x'' \frac{\partial t''}{\partial x''} + w_y'' \frac{\partial t''}{\partial y''} + w_z'' \frac{\partial t''}{\partial z''} = a'' \left(\frac{\partial^2 t''}{\partial (x'')^2} + \frac{\partial^2 t''}{\partial (y'')^2} + \frac{\partial^2 t''}{\partial (z'')^2} \right); \quad (5.69)$$

$$\alpha'' \Delta t'' = -\lambda'' \left(\frac{\partial t''}{\partial x''} + \frac{\partial t''}{\partial y''} + \frac{\partial t''}{\partial z''} \right). \quad (5.70)$$

Запишем константы подобия:

$$\begin{aligned} \frac{x''}{x'} &= \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = k_l; \\ \frac{\tau''}{\tau'} &= k_\tau; \\ \frac{w_x''}{w_x'} &= \frac{w_y''}{w_y'} = \frac{w_z''}{w_z'} = k_w; \\ \frac{t''}{t'} &= \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = k_t; \\ \frac{a''}{a'} &= k_a; \\ \frac{\alpha''}{\alpha'} &= k_\alpha; \end{aligned} \quad (5.71)$$



Уатт Джеймс
(1736—1819)

Заменяя переменные второй системы через переменные первой, можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{k_l}{k_\tau} \cdot \frac{\partial t'}{\partial \tau'} + \frac{k_w \cdot k_l}{k_l} \left(w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial w_y'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial w_z'}{\partial z'} \right) &= \\ = \frac{k_a \cdot k_l}{k_l^2} \cdot a' \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial (x')^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial (z')^2} \right); \end{aligned} \quad (5.72)$$

$$k_a k_l a' \Delta t = -\frac{k_\lambda \cdot k_l}{k_l} \lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'}. \quad (5.73)$$

Из условий тождественности уравнений (5.67)...(5.70) следует:

$$\frac{k_l}{k_\tau} = \frac{k_w \cdot k_l}{k_l} = \frac{k_a \cdot k_l}{k_l^2}; \quad (5.74)$$

$$k_a \cdot k_l = \frac{k_\lambda \cdot k_l}{k_l}. \quad (5.75)$$

Родился в Шотландии. В 1754 г. был отправлен в Глазго для обучения профессии механика, но переехал в Лондон, а затем опять вернулся в Глазго и работал в качестве университетского механика. Там он поддерживал отношения со многими учеными и основательно изучал литературу по паротехнике. Уже около 1760 г. начинает заниматься самостоятельными разработками в области паротехники.

Изобрел (1774—1784 гг.) паровую машину с цилиндром двойного действия, в которой применил центробежный регулятор, передачу от штока цилиндра к балансиру с параллелограммом и др. (патент 1784 г.). Машина Уатта сыграла большую роль в переходе к машинному производству.

Из (5.74) имеем:

$$\frac{k_l}{k_\tau} = \frac{k_w \cdot k_l}{k_l}; \quad (5.76)$$

$$\frac{k_w \cdot k_\tau}{k_l} = 1. \quad (5.77)$$

Этому индикатору соответствует число гоморности

$$H_0 = \frac{w\tau}{l}. \quad (5.78)$$

Из равенства

$$\frac{k_l}{k_\tau} = \frac{k_a \cdot k_l}{k_l^2} \quad (\text{см. (5.74)}) \quad (5.79)$$

получим индикатор подобия

$$\frac{k_a \cdot k_\tau}{k_l^2} = 1, \quad (5.80)$$

которому соответствует число Фурье

$$Fo = \frac{\alpha\tau}{l^2}. \quad (5.81)$$

Из равенства (см. (5.74))

$$\frac{k_w \cdot k_l}{k_l} = \frac{k_a \cdot k_l}{k_l^2} \quad (5.82)$$

получим индикатор (комплекс) подобия

$$\frac{k_w \cdot k_l}{k_a} = 1, \quad (5.83)$$

которому соответствует число Пекле

$$Pe = \frac{wl}{a}. \quad (5.84)$$

Из уравнения (5.75) запишем индикатор подобия

$$\frac{k_a \cdot k_l}{k_\lambda} = 1, \quad (5.85)$$

из которого можно получить число Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}. \quad (5.86)$$

Число Прандтля находится при делении чисел Пекле и Рейнольдса:

$$Pr = \frac{wl}{a} \frac{\nu}{wl} = \frac{\nu}{a}.$$

При тепловом подобии в любых сходственных точках и в сходственные моменты времени числа Fo , Pe и Nu должны иметь одинаковые значения.

Характеристики наиболее известных чисел (критериев) подобия представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Характеристики чисел (критериев) подобия

№ п/п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
1	Число Архимеда	Ar	$Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho}$	Отношение подъемных сил к силам вязкости. Модификация числа Gt при предположении постоянства коэффициента объемного расширения в заданном интервале температур. Используется при анализе процессов конвективного теплообмена в двухфазных жидкостях
2	Число Био	Bi	$Bi = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_0}$	Характеризует связь между полем температур в теле и условиями теплоотдачи на его поверхности, мера соотношения внутреннего $\frac{l}{\lambda_0}$ и внешнего $\left(\frac{1}{\alpha_x}\right)$ термических сопротивлений
3	Число Вебера	We	$We = \frac{\rho w l}{\sigma}$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения	Отношение сил инерции к силам поверхностного натяжения в двухфазном потоке

№ п/п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
4	Число Галилея	Ga	$Ga = \frac{gl^3}{\nu^2} = Re^2 \cdot Fr$	Отношение массовых сил к силам вязкости
5	Критерий гомохропности (критерий Струхала)	Ho (Sh)	$Ho = \frac{w\tau}{l}$	Характеризует временную однородность, мера отношения переносимого (конвективного) ускорения к ускорению в данной точке. Отношение времени протекания процесса ко времени перемещения элемента жидкости со скоростью w на расстояние l
6	Число Грасгофа	Gr	$Gr = \beta \frac{gl^3}{\nu^2} (t_o - t_\infty)$, где β – коэффициент объемного расширения жидкости, $\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p$; g – ускорение свободного падения	Характеризует взаимодействие сил молекулярного трения и подъемной силы, обусловленной разностью плотностей в отдельных точках неизотермического потока, или кинематическое подобие при свободном движении жидкости
7	Число Гухмана	Gu	$Gu = \frac{t_\infty - t_m}{t_\infty}$, где t_∞ и t_m – абсолютная температура парогазовой смеси по сухому и мокрому термометрам	Термодинамический критерий испарения, характеризует влияние массопереноса на теплообмен
8	Число Кондратьева	K	$K = Bi_v \psi = \frac{\alpha}{\lambda} l_v \psi$, где $\psi = \frac{t_\infty - t_0}{t_\infty - t}$ – параметрический критерий; t – средняя по объему температура; l_v – обобщенный размер тела, отношение объема к поверхности тела	Характеризует неравномерность температурного поля и интенсивность взаимодействия поверхности тела с окружающей средой
9	Число Кирпичева	Ki	$Ki = \frac{q_0 l}{\lambda (t_x - t_o)}$, где q_0 – удельный тепловой поток на поверхности тела; $Ki = \frac{\sigma l T^3}{\lambda}$, где σ – постоянная Стефана–Больцмана; t_x – средняя температура системы (газов в печи и т.д.)	Используется в тех случаях, когда поток теплоты не может быть определен исходя из граничных условий. Отношение плотности потока теплоты q_0 , подводимого (отводимого) к телу, к максимально возможной плотности потока теплоты в точке за счет теплопроводности при условии, что градиент температуры в данной точке максимален

№ п/п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
10	Диффузионное число Кирпичева	Ki_D	$Ki_D = \frac{l}{D\rho\Delta t}$	Характеризует соотношение между интенсивностями внешнего и внутреннего переноса массы
11	Число Кнудсена	Kn	$Kn = \frac{l}{r}$, где l — длина свободного пробега	Отношение средней длины свободного пробега молекул к характерному размеру тела
12	Число Льюиса—Семенова (Лыкова)	Lu	$Lu = \frac{D}{a}$, где D — коэффициент диффузии; a — коэффициент температуропроводности	Характеризует инерционность поля влажности по сравнению с инерционностью температурного поля. Мера интенсивности изменения химических потенциалов в смеси, или подобие концентрационных и температурных полей относительно поля температур в потоке жидкости. Подобие безразмерных температур и концентраций
13	Число Маха	Ma	$Ma = \frac{w}{w_0}$	Отношение скорости потока к скорости звука. Характеризует сжимаемость среды
14	Число Нуссельта	Nu	$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$	Безразмерный коэффициент теплоотдачи, характеризует конвективный теплообмен на границе поверхность—жидкость. Характеризует соотношение между конвективным переносом теплоты от жидкости к поверхности тела и переносом теплоты теплопроводностью через слой жидкости. Можно сказать, что Nu — это отношение коэффициента теплоотдачи к термической проводимости слоя жидкости толщиной l . Характеризует связь между интенсивностью теплоотдачи и температурным полем в пограничном слое
15	Диффузионное число Нуссельта	Nu_D	$Nu_D = \frac{\alpha_D l}{D}$	Характеризует соотношение между интенсивностью массообмена и теплопроводностью в пограничном слое
16	Число Остроградского	Os	$Os = \frac{q_v l^2}{\lambda \Delta t} = \frac{q_v l^3}{\left(\frac{\lambda \Delta t}{l}\right) l^2}$	Отношение количества теплоты $q_v l^3$, генерируемой в теле, к количеству теплоты $(\lambda \Delta t / l) l^2$, прошедшей через тело вследствие теплопроводности
17	Число Пекле	Pe	$Pe = (Re \cdot Pr) = \frac{wl}{a} = \frac{w c_p \rho \Delta t}{\lambda \Delta t / l}$	Мера отношения молекулярного и конвективного переносов теплоты в потоке. Характеризует кинематическую обстановку процесса. Выражает соотношение между интенсивностью переноса теплоты конвекцией и интенсивностью переноса теплоты теплопроводностью. Отношение конвективного (молярного) теплопереноса к молекулярному. В числителе данного выражения стоит величина теплового потока, который переносится через единицу площади жидкостью, движущейся со скоростью w . В знаменателе — величина теплового потока, передаваемого через слой толщиной l теплопроводностью. Мера соотношения конвективного и кондуктивного переноса теплоты

№ п/п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
18	Число Поснова	Pr_n	$Pr_n = \frac{\delta \cdot \Delta t}{\Delta u}$	Характеризует относительный перепад удельного влагосодержания (Δu), вызванного перепадом температуры в стационарном состоянии. Критерий Поснова характеризует отношение потока тепла, подводимого к поверхности тела, к потоку теплоты, отводимого внутрь тела
19	Число Прандтля	Pr	$Pr = \frac{v}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{Re}{Pr_c}$	Характеризует физические свойства жидкости и способность распространения теплоты в ней. Мера подобия температурных и скоростных полей в потоке. Комбинация физических параметров, зависящих от температуры. Безразмерная величина, представленная отношением скорости диффузии $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ к коэффициенту температуропроводности a . При $Pr = 1$ $Pr = Pr_c$. В зависимости от величины Pr : $Pr < 1$ — жидкие металлы, $Pr = 1$ — газы и неметаллические капельные жидкости, при больших температурах, $Pr > 1$ — неметаллические капельные жидкости. Для газов Pr мало зависит от температуры
20	Диффузионное число Прандтля	Pr_D	$Pr_D = \frac{v}{D}$ — диффузионный критерий	То же, но по отношению к диффузии
21	Число Предводителя	Pd	$Pd = \frac{d\theta}{dF_0} = \frac{wl^2}{at_0}$ где w — скорость изменения температуры жидкости; $\theta = \frac{t_\infty - t_0}{t_0}$ — относительная температура жидкости; $t_\infty (\tau = 0)$ — начальная температура жидкости	Характеризует интенсивность повышения температуры окружающей среды
22	Число Рейнольдса	Re	$Re = \frac{wl}{\nu} = \frac{\rho wl}{\mu}$ где w — скорость жидкости; l — характерный размер; ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости	Характеризует гидродинамический режим. Характеризует течение вязкой жидкости и представляет собой отношение инерционных сил (ρw^2) и сил вязкости $\left(\frac{\mu w}{l}\right)$. Определяет характер движения жидкости, ее гидродинамический режим. Входящие в число Re силы вязкого трения и инерционные силы оказывают противоположное действие. Если преобладают силы вязкого трения, то оказывают тормозящее воздействие на движение жидкости (течение — ламинарное); если преобладают инерционные силы, возникают местные пульсации скорости, приводящие к пульсациям температуры, давления и других параметров процесса, и течение становится неупорядоченным, турбулентным

№ п/п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
23	Число Стентона	St	$St = \frac{Nu}{Re} = \frac{d \cdot \alpha}{\lambda w} =$ $= \frac{\alpha}{c_p \rho w} = \frac{q_0}{c_p \rho w (t_\infty - t_0)}$	Отношение теплового потока в системе к тому конвективному потоку, который может быть перенесен потоком жидкости при уменьшении ее температуры от t_∞ до t_0 . St — это отношение интенсивности теплоотдачи к удельной энтальпии потока
24	Число фазового перехода	K	$K = \frac{r}{c_p \Delta t''},$ <p>где $\Delta t''$ — перегрев (переохлаждение); r — теплота фазового перехода</p>	Соотношение теплоты фазового перехода и теплоты перегрева (переохлаждения) вновь образующейся фазы
25	Число Фруда	Fr	$Fr = \frac{gl}{w^2}$	Соотношение между силами тяжести и инерционными силами в потоке
26	Число Шервуда	Sh	$Sh = Nu_m = \frac{\alpha_m l}{D},$ <p>где α_m — коэффициент массоотдачи; D — коэффициент диффузии</p>	Увеличение конвективного массообмена по сравнению с молекулярным переносом
27	Число Шмидта	Sc	$Sc = \frac{\nu}{D};$ $Sc = Pr_D = \frac{\nu}{D}$	Устанавливает соотношение между переносом вещества и количеством движения в процессе массообмена. Мера подобия полей скоростей и концентрации при массообмене
28	Число Фурье	Fo	$Fo = \frac{a\tau}{l^2} =$ $= \frac{\left(\frac{\lambda}{l} \Delta T\right) l^2 \tau}{c_p (\rho l^3) \Delta t}$	Характеризует связь между скоростью изменения температурного поля, физическими свойствами и размерами тел. Обобщенное время. Число тепловой гомохронности (гомохронность — однородность по времени; если для двух систем отношение $\frac{l^2}{a}$ имеет одно и то же значение, то гомохронность рассматривается как синхронность). Все критерии подобия, в которые входит время, называют критериями гомохронности, так как ими определяются множители преобразования времени через множители других физических величин. Число Фурье — это отношение теплоты вследствие теплопроводности за время τ к теплоте, необходимой для изменения температуры тела. Мера скорости изменения температуры тела при неустановившемся тепловом состоянии. Число Fo — отношение между темпом изменения условий в окружающей среде и темпом перестройки температурного поля внутри тела
29	Диффузионное число Фурье	Fo _D	$Fo_D = \frac{D\tau}{l^2}$	Характеризует связь между физическими свойствами, размерами тела и скоростью изменения в нем полей концентраций

№ п. п	Наименование	Обозначение	Формула	Физический смысл
30	Число Эккерта	Ec	$Ec = \frac{w^2}{c_p \Delta t} = \frac{\rho w^2}{\rho c_p \Delta t}$	Устанавливает отношение кинетической энергии потока к количеству теплоты, необходимой для изменения температуры. Является характеристикой процесса диссипации ¹ , так как устанавливает связь между механической энергией движущегося потока и теплотой, в которую переходит энергия механическая, вызывая нагревание жидкости
31	Число Эйлера	Eu	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$	Устанавливает отношение перепада статических давлений в потоке к его динамическому напору (соотношение сил давления и инерционных сил в потоке). При исследовании гидродинамических процессов Eu является определяемым

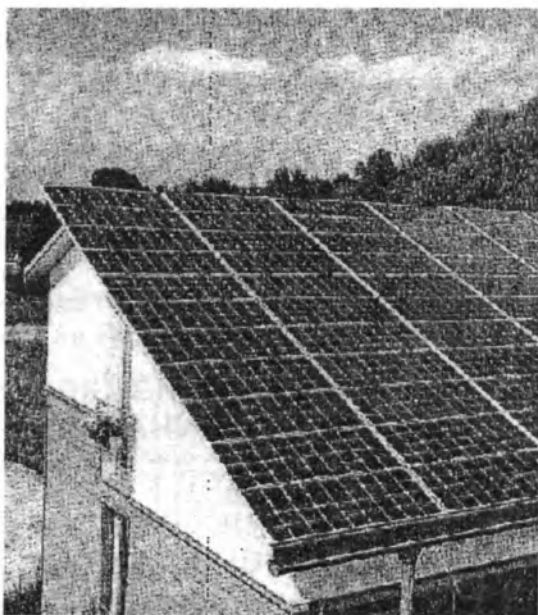


Рис. 1 (к примеру 5.1). Образец трехслойной кровельной конструкции (верхний слой — солнечные элементы)



**Остроградский
Михаил Васильевич
(1801—1862)**

Отечественный математик и механик, член Петербургской АН (1830 г.). Родился в Пашенном (ныне Пашеновка Полтавской обл.). Учился в Харьковском университете (1816—1820 гг.), совершенствовал знания в Париже (1822—1827 гг.). С 1828 г. профессор в высших учебных заведениях Петербурга.

Основные работы в области математического анализа, математической физики, теоретической механики. Решил ряд важных задач гидродинамики, теории теплоты, упругости, баллистики, электростатики, в частности, задачу распространения волн на поверхности жидкости (1826 г.). Получил дифференциальное уравнение распространения тепла в твердых телах и жидкостях. Доказал в 1828 г. теорему о преобразовании интегралов. Известен теоремой Гаусса—Остроградского в электростатике. Работы посвящены также теории чисел, алгебре и теории вероятностей. Член ряда зарубежных академий наук.

¹Диссипация (лат. dissipatio), рассеяние. В физике важную роль играет диссипация энергии — переход части энергии упорядоченных процессов (кинетическая энергия движущегося тела, энергия электрического тока и т.д.) в энергию неупорядоченных процессов, в конечном итоге — в теплоту.

Литература к главе 5

Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Примеры решения задач к главе 5

Пример 5.1

С помощью теории подобия нужно записать безразмерные комплексы, состоящие из множителей подобного преобразования, при изучении явления теплопередачи через трехслойную кровельную конструкцию (верхний слой — солнечные элементы) (рис. 1 (к примеру 5.1)). Безразмерные комплексы необходимы для создания модели теплопередачи через кровельную конструкцию, подобную образцу (рис. 1 (к примеру 5.1)). Получив число безразмерных комплексов, согласно теории подобия ряд параметров, характеризующих теплопередачу, можно выбирать произвольно (по числу комплексов). Остальные же находятся расчетным путем.

Решение. Процесс теплопередачи (теплоотдача — теплопроводность — теплоотдача) описывается дифференциальным уравнением и условиями однозначности ее реализации.

В нашем случае процесс теплопередачи стационарен $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$ и одномерен $\frac{\partial t}{\partial x} \neq 0$; $\frac{\partial t}{\partial y} = 0$ и $\frac{\partial t}{\partial z} = 0$.

Как мы уже заметили, при образовании модели, подобной образцу, исключительную роль играют множители подобного преобразования. Подчиняясь вполне определенным закономерностям, методика выбора таких множителей должна составлять возможность произвольного выбора ряда параметров, характеризующих модель.

Для стационарной теплопередачи имеем

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (1)$$

где $\frac{1}{\alpha_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2}$ — соответственно эффективные термические сопротивления теплоотдачи со стороны помещения и окружающей среды.

Уравнение (1) преобразуем к виду

$$q \frac{1}{\alpha_1} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + q \frac{1}{\alpha_2} = t_1 - t_2.$$

Или

$$q \frac{1}{\alpha_1} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + q \frac{1}{\alpha_2} - (t_1 - t_2) = 0.$$

Последнее выражение переписываем в виде

$$q \frac{1}{\alpha_1 (t_1 - t_2)} + q \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} \frac{1}{t_1 - t_2} + q \frac{1}{\alpha_2 (t_1 - t_2)} - 1 = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) для образца запишется:

$$q' \frac{1}{\alpha_1' (t_1 - t_2)'} + q' \sum \frac{\delta_i'}{\lambda_i'} \frac{1}{(t_1 - t_2)'} + q' \frac{1}{\alpha_2' (t_1 - t_2)'} - 1 = 0. \quad (3)$$

Для модели

$$q'' \frac{1}{\alpha_1'' (t_1 - t_2)''} + q'' \sum \frac{\delta_i''}{\lambda_i''} \frac{1}{(t_1 - t_2)''} + q'' \frac{1}{\alpha_2'' (t_1 - t_2)''} - 1 = 0.$$

Выражение (3) переписываем

$$k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} q' \frac{1}{\alpha_1' (t_1 - t_2)'} + k_q \frac{k_\delta}{k_\lambda k_t} q' \sum \frac{\delta_i'}{\lambda_i'} \frac{1}{(t_1 - t_2)'} + k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} q' \frac{1}{\alpha_2' (t_1 - t_2)'} - 1 = 0. \quad (4)$$

Как уже заметили, выражение (4) записано для модели. При этом если образец и модель подобны, то уравнения (4) и (3) тождественны. Тождественность выражений (4) и (3) выполняется лишь при условии, если

$$\left. \begin{aligned} k_q \frac{1}{k_\alpha k_t} &= 1; \\ k_q \frac{k_\delta}{k_\lambda k_t} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Как видно, в конкретном случае образование модели должно ограничиваться условиями (5). Причем в соответствии с (5) и выбираются множители подобного преобразования k . В (5) входит пять множителей:

$$k_q; k_\alpha; k_t; k_\lambda \text{ и } k_\delta.$$

Из них три при образовании модели, подобной образцу (рис. 1 (к примеру 5.1)) (например, k_λ, k_t и k_δ), выбираются произвольно, а оставшиеся k_q и k_α — из выражений, входящих в систему (5).

Раздел II Part II

Теплопроводность, конвекция, тепловое излучение, теплопередача и теплообменные аппараты

Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

.....

Глава 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НЕСТАЦИОНАР- НОМ РЕЖИМЕ

.....

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

.....

Глава 4. ЕСТЕСТВЕННАЯ ТЕП- ЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ

.....

Глава 5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫ- НУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

.....

Глава 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

.....

Глава 7. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

.....

Глава 8. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АП- ПАРАТЫ

.....

Heat Conduction, Convec- tion, Thermal Radiation, Heat Transfer and Heat- Exchange Apparatus

Chapter 1. HEAT CONDUCTION UNDER STEADY CONDITION

.....

Chapter 2. HEAT CONDUCTION UNDER UNSTEADY CONDITION

.....

Chapter 3. ELEMENTS OF BOUN- DARY LAYER THEORY

.....

Chapter 4. NATURAL THERMAL CONVECTION

.....

Chapter 5. HEAT TRANSFER WITH FORCED CONVECTION

.....

Chapter 6. THERMAL RADIATION

.....

Chapter 7. HEAT TRANSFER

.....

Chapter 8. HEAT-EXCHANGE APPARATUS

.....



Больцман Людвиг
(1844—1906)

Австрийский физик-теоретик, один из основоположников классической статистической физики, член Австрийской Академии наук (1895 г.). Родился в Вене. Окончил Венский университет в Граце (1869—1873 гг. и 1876—1889 гг.), Вене (1873—1876 гг., 1894—1900 гг. и с 1903 г.), Мюнхене (1889—1894 гг.), Лейпциге (1900—1902 гг.).

Основные работы в области кинетической теории газов, термодинамики и теории излучения. Вывел в 1866 г. закон распределения газовых молекул по скоростям (статистика Больцмана). Формула равновесного больцмановского распределения легла в основу классической статистической физики. В 1871 г. высказал эргодическую гипотезу. Вывел (1872 г.) основное кинетическое уравнение газов. Связал энтропию физической системы с вероятностью ее состояния (1872 г.) и доказал статистический характер второго начала термодинамики, чем был нанесен удар идеалистической гипотезе тепловой смерти Вселенной. Сформулировал в 1872 г. H-теорему (теорема Больцмана).

Впервые применил к излучению принципы термодинамики, в 1884 г. теоретически открыл закон теплового излучения. Этот закон был экспериментально установлен в 1879 г. Й. Стефаном (закон Стефана—Больцмана). В 1884 г. вывел существование давления света.

Уделял внимание также философским вопросам естествознания, активно отстаивал атомистическую теорию. Непрерывные нападки со стороны противников кинетической теории газов вызвали у него манию преследования. Возможно, поэтому он покончил жизнь самоубийством.

Если более теплое тело А находится в соприкосновении с другим телом В, менее теплым, то находящиеся в точках соприкосновения частицы тела А, вращаясь быстрее, чем соседние с ними частицы тела В, более быстрым вращением ускоряют вращательное движение частиц тела В, т.е. передают им часть своего движения —

М.В. Ломоносов

Создание теплового двигателя требовало ответа на многие вопросы, связанные с практической реализацией процессов превращения теплоты в работу. Техническая же термодинамика давала ответы на многие вопросы, но, к сожалению, только в теоретическом плане и совершенно не касалась наиболее главного — возможности практической передачи теплоты при ее подводе и отводе от технической системы, а совершенство двигателя в значительной степени определялось теплообменом. В итоге теория теплообмена стала совершенно необходимой для правильного понимания и совершенствования рабочего процесса тепловых двигателей. Стремление к наиболее эффективному использованию теплоты и желание увеличить надежность работы двигателя привели к появлению в силовых установках ряда дополнительных теплообменных аппаратов (регенеративные подогреватели, экономайзеры, конденсаторы для отработавшего в цикле пара, аппараты для утилизационного использования тепловых вторичных энергетических ресурсов и др.). В результате учение о теплоте сформировалось в самостоятельную науку, основателем которой следует считать М.В. Ломоносова.

На основе корпускулярной теории строения вещества им дано правильное представление о механизме процесса передачи теплоты (работа «Размышления о причине теплоты и холода», 1750 г.).

Основы математической теории теплопроводности в однородных средах и теплового излучения были последовательно сформулированы Ж. Фурье (1822 г.) и немецким теоретиком-естествоиспытателем Л. Больцманом (1884 г.). Что касается теплопроводности в неоднородной среде (теплоотдача), то она оказалась очень сложным физическим явлением с большими трудностями его описания математическим аппаратом (физико-математическая модель и ее реализация).

Конец XIX века ознаменовался развитием учения о теплообмене, явления теплоотдачи были описаны системой дифференциальных уравнений, не разрешимых в общем виде средствами современной математики. С другой стороны, имелось много опытных данных, которые не могли быть распространены за пределы единичных опытов. Все это способствовало разработке метода обобщения результа-

тов непосредственного опыта, который позволил бы распространить эти результаты на все процессы, подобные исследованному. Такой метод был разработан в форме теории подобия физических явлений. Он объединял в себе средства математического анализа и физического эксперимента. Были сформированы основы теории подобия (членом французской академии наук *Ж. Бертраном* в 1948 г., а также российскими учеными *А. Федерманом* в 1911 г., *М.В. Кирпичевым* и *А.А. Гухманом* в 1930 г.).

Первым (одним из первых) для практических целей использовал теорию подобия *О. Рейнольдс*, получив обобщенную формулу для оценки коэффициентов гидравлического сопротивления, пригодную для различных жидкостей. К исследованию процессов теплообмена теория подобия была впервые применена *В. Нуссельтом* в 1915 г. Теория подобия широко используется и сегодня для обобщения опытных данных и результатов численных расчетов по теплоотдаче.

В XX столетии исключительное развитие получили аналитические методы моделирования процессов теплоотдачи на базе теории пограничного слоя, основанной *Л. Прандтлем* в 1904 г. Нужно сказать, что два первых десятилетия теория пограничного слоя использовалась только для расчета сопротивления трения, позднее она становится также средством исследования процессов теплоотдачи.

Советские исследователи внесли большой вклад в науку о теплообмене. Академик *М.А. Михеев* провел значительную работу по систематизации и обобщению опытных данных по теплоотдаче.

Теория пограничного слоя получила новое развитие в работах профессора *Л.Г. Лойтянского*, членов-корреспондентов АН СССР *В.С. Авдуевского*, *Г.Н. Кружилина*, *В.М. Иевлева*, *С.С. Кутателадзе* и профессора *А.И. Леонтьева*.

Советскими учеными проведены большие исследования по теплоотдаче при изменении агрегатного состояния вещества. Наибольшее значение среди этих работ имеют исследования члена-корреспондента АН СССР *Г.Н. Кружилина*, профессора *Д.А. Лабушова* и члена-корреспондента АН СССР *С.С. Кутателадзе*.

Оригинальные методы расчета нестационарной теплопроводности разработаны членом-корреспондентом АН СССР *А.П. Ваничевым* и профессором *Г.М. Кондратьевым*.

Конец XX века ознаменовался колоссальными событиями. Наряду с гениальной и убедительной теорией относительности *А. Эйнштейна*, ужасами Первой мировой войны стоит Октябрьская революция, которая по сути отрезала одну шестую часть суши от всего остального мира не только своей идеологией. Ведь не секрет, что наиболее выдающиеся умы — двигатели прогресса находились именно на этой самой одной шестой части суши, имя которой было Союз Советских Социалистических Республик. После 1917 г., в последующие десятилетия, весь остальной мир ощутил на себе могущество великой державы по всем направлениям: в области науки и культуры, в области промышленного комплекса и в области космических исследований, в области военной индустрии, в области спорта, в области образования и образованности народов, населяющих СССР. Но началась Вторая мировая, а затем Великая Отечественная война 1941 — 1945 гг. Многие нынешние историки и идеологи ут-



Ландау Лев Давыдович
(1908—1968)

Советский физик-теоретик. Родился в Баку. Образование получил в местном университете и на физическом факультете Ленинградского университета. Позже стажировался в Англии и Швейцарии, а также в Институте теоретической физики (Копенгаген) у Нильса Бора. До 1937 г. работал в физических институтах Харькова и Ленинграда, а затем в Москве, где заведовал теоретическим отделом Института физических проблем. Академик с 1946 г. Лауреат Нобелевской премии по физике 1962 г. Ряд его работ имеет прямое отношение к термодинамике и статистической физике.



Эйнштейн Альберт
(1879—1955)

Немецкий физик. Родился в Ульме (Германия). Образование получил в Цюрихском политехникуме. В 1902—1909 гг. эксперт патентного бюро в Берне. С 1909 по 1911 г. профессор Цюрихского университета. С 1914 по 1933 г. жил и работал в Берлине, занимая пост директора физического института и профессора университета.

В 1933 г. эмигрировал в США и поселился в Принстоне, где состоял членом института высших исследований. Лауреат Нобелевской премии по физике (1921 г.).

В истории термодинамики и статистической физики остался как автор работ по теории броуновского движения, статистическому обоснованию термодинамики и квантовой статистики.



**Канторович Леонид Васильевич
(1912—1986)**

Математик, академик (с 1964 г.), член-корреспондент АН СССР (с 1958 г.), окончил Ленинградский университет (1930 г.). Основные направления исследований — теория функций, теория множеств, функциональный анализ, вариационное исчисление, приближенные и численные методы, программирование, теория ЭВМ, математические методы в экономике.

Разработал новый вариационный метод решения граничных задач для эллиптических уравнений. Положил начало (1939—1940 гг.) теории и методам линейного программирования. Установил важное значение возникающих при анализе оптимальных экономических моделей объективно обусловленных оценок. Разработал общую теорию приближенных методов анализа, решил ряд задач в области прикладной математики и механики. Ленинская премия (1965 г.), Нобелевская премия (1975 г.).

верждают, что в этой войне если кто и проиграл, так это СССР. Ведь не дошли мы до вод Атлантического океана, не вошли в Италию, от фашистской Германии нам досталась лишь небольшая территория и т.д. Более того, весь бывший социалистический лагерь в Восточной Европе в период перестройки полностью развалился. В начале 90-х годов откололась Прибалтика. В 1992 г. все бывшие пятнадцать союзных республик стали суверенными государствами, которые вошли в Содружество Независимых Государств.

Но не во всем мы проиграли в период Второй мировой войны и в последующие годы. Ведь были и потрясающие периоды в истории одной шестой части суши. В 1943 г. академиком П. Капицей был открыт и внедрен в производство (что существенно повлияло на ход Второй мировой войны), наверное, самый прогрессивный способ производства кислорода. Был 1948 г., когда Михаил Ботвинник доказал, что самый умный человек живет в СССР. Был 1958 г., когда Юрий Власов доказал, что самый сильный человек планеты живет в СССР. Были 1957 и 1961 гг. — годы самоотверженных побед в космосе и 1972 год, когда Валерий Борзов доказал, что самый быстрый человек планеты живет в СССР. Были Нобелевские премии мира академика А. Сахарова и Генерального секретаря ЦК КПСС М. Горбачева, в области физики ученых И. Тамма, Л. Ландау, П. Капицы, в области литературы писателей Б. Пастернака, М. Шолохова, А. Солженицына, поэта И. Бродского и др. А в 1975 г. в Советском Союзе выплавляли 155 млн т стали, разлитой в слитки и заготовки, — больше всех в мире. И только единицы знают, что этот рекорд никогда никто не превзошел. По крайней мере и в первые 10 лет XXI века не превзойдет ни одна страна.

Все это паша с вами, дорогие читатели, история. Величайшие теплофизики, энергетика и металлурги в области сталелитейных технологий всегда жили (за небольшим исключением) в России и СССР. У нас нет сомнения в том, что производство стали и чугуна, электроэнергия и жидкого топлива, машин и станочного оборудования предопределяет показатели экономики любого государства. И в этом отношении цифры говорят сами за себя.

Можно ли сегодня представить экономику США, Японии, Италии, Франции, Чехии, Бельгии, Голландии, Китая, Кореи, Тайваня, Югославии, Люксембурга, Индии, Бразилии и многих других стран без развитых энергетика, металлургии и машиностроения? Что же тогда говорить о России, Украине, Казахстане и Беларуси, где эти вопросы поставлены во главу угла всех экономических концепций: и при утверждении бюджета на каждый текущий год, и при экспортно-импортном товарообороте?

Далее мы хотим поклониться многим замечательным, выдающимся ученым, чей научный подвиг позволил нам представить на суд читателям это скромное издание — двухтомник курса лекций под общим названием «Тепло- и массообмен». Здесь следует отметить русских ученых М.А. Михеева, С.С. Кутателадзе, А.В. Лыкова, А.А. Гухмаица, П.П. Аносова, Д.К. Чернова, В.Е. Грум-Гржимайло, А.А. Байкова, Н.Н. Доброхотова, И.П. Бардина, А.М. Самарина, И.М. Губкина, С.С. Штейнберга, М.М. Карпоухова, А.И. Вейника, Н.Ю. Тайца, И.Д. Семикина, Э.М. Гольдфарба, Н.М. Беляева и многих других.

Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

1.1. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ И ОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ (КАПЕЛЬНЫХ И ГАЗООБРАЗНЫХ ЖИДКОСТЕЙ)
1.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛАСТИНЫ (ПЛО- СКАЯ СТЕНКА)
1.3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРА (ЦИЛИН- ДРИЧЕСКАЯ СТЕНКА)
1.4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ШАРОВОЙ СТЕНКИ
1.5. КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕАЛИЗАЦИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕСТА- ЦИОНАРНОЙ ОДНОМЕРНОЙ ТЕПЛОПРОВОД- НОСТИ С ПОСТОЯННЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИ- МИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 1
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 1

Chapter 1. HEAT CONDUCTION UNDER STEADY CONDITION

Глава 1. Теплопроводность при стационарном режиме

В этой главе будут рассмотрены случаи распространения теплоты в телах классической формы (пластина, цилиндр и шар), где поток теплоты одномерен. Для случая тел произвольной формы полученные нами решения будут либо совсем непригодны, либо давать при расчетах определенную погрешность. Все выводы, записанные в главе 1, будут справедливы для неоднородного установившегося (стационарного) температурного поля.

Задачу стационарной теплопроводности не следует недооценивать. Практически все теплопотери теплообменных аппаратов и устройств (ограждающая конструкция топочных устройств и нагревательных печей, теплообменные аппараты различного типа и пр.), передача теплоты от греющей жидкости к нагреваемой через разделяющую их твердую поверхность совершаются путем стационарной теплопроводности. И если учесть, что промышленные теплообменные аппараты и устройства (практически всегда) работают при установившемся режиме (с постоянной мощностью теплового потока), то нетрудно заметить важность такого теплообмена.

Для примера, на рис. 1.1 показан конденсатор отработавшего в турбине водяного пара. Поверхность теплообмена такого аппарата состоит из горизонтального шахматного пучка труб, в которых пере-



Капица Петр Леонидович
(1894—1984)

Физик, один из основателей физики низких температур и физики сильных магнитных полей, академик АН СССР (1939 г.), дважды Герой Социалистического Труда (1945 г., 1974 г.). В 1921—1934 гг. в научной командировке в Великобритании. Организатор и первый директор (1935—1946 гг. и с 1955 г.) Института физических проблем АН СССР. Открыл сверхтекучесть жидкого гелия (1938 г.). Разработал способ сжижения воздуха с помощью турбодетандера, новый тип мощного СВЧ-генератора. Обнаружил, что при ВЧ-разряде в плотных газах образуется стабильный плазменный шнур с температурой электронов 10^5 — 10^6 К. Государственная премия СССР (1941 г., 1943 г.), Нобелевская премия (1978 г.). Золотая медаль имени Ломоносова АН СССР (1950 г.).

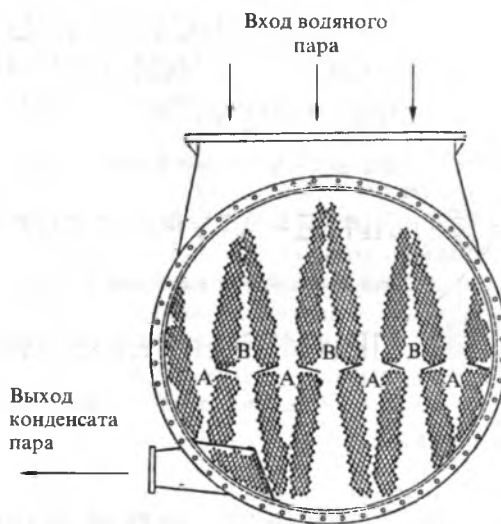


Рис. 1.1. Схема конденсатора паровой турбины тепловой электрической станции с трубчатой поверхностью теплообмена (внутри трубок трубного пучка движется техническая вода, а снаружи в межтрубном пространстве — пар. Теплота к охлаждающей воде передается через стенку трубки теплопроводностью)

мешается охлаждающая вода (в межтрубном пространстве — пар), теплообмен от пара к воде совершается через латунную трубку пучка, а через стенку трубки — теплопроводностью. При постоянной нагрузке конденсатора (рис. 1.1) и параметрах пара теплообмен и теплопроводность совершаются при неизменном режиме (стационарный одномерный режим). Длина трубки пучка в сравнении с ее диаметром подчиняется условию

$$L > 10d.$$

Если же изменяется тепловая нагрузка турбины, то на этот момент стационарность теплопроводности через стенку трубки (рис. 1.1) нарушается, но через некоторое время режим теплообмена (теплопроводность в цилиндрической стенке) опять будет стационарным. Вышесказанное свидетельствует о том, что многие промышленные теплотехнологии широко востребуют процессы стационарной теплопроводности.

Не менее убедительный пример стационарной теплопроводности иллюстрируется рис. 1.2, где показана теплотехнология нагрева стального слитка в нагревательном колодце (рис. 1.2а и б). При таком нагреве часть подводимой теплоты теряется теплопроводностью через стенку колодца, которая изготовлена из огнеупорного и теплоизоляционного кирпича и имеет толщину 850 мм (см. рис. 1.2а и б). При установившемся режиме нагрева слитка теплопроводность через стенку будет стационарной. Нагреваемый слиток показан на рис. 1.2в. Аналогичных примеров можно привести очень много, что свидетельствует о полезности знаний, касающихся стационарной теплопроводности через стенки плоские, цилиндрические и шаровые (тела классической формы).

В заключение нужно отметить: **при стационарных режимах и неизменных параметрах работы энергетического и промышленного оборудования тепловые потери в окружающую среду описываются стационарной теплопроводностью** (ограждающая конструкция паровых котлов, печей, жилых и промышленных зданий, химических реакторов и многое другое). Поэтому материал этой главы фактически будет посвящен теплопотерям через твердую стенку одно- и многослойную. Попутно при рассмотрении теплопотерь в окружающую среду определенное внимание должно быть уделено коэффициенту теплопроводности.

1.1. Коэффициент теплопроводности твердых тел и однородных жидкостей (капельных и газообразных)

Нужно сказать, что из всех теплофизических характеристик веществ (c_p , ρ и λ) коэффициент теплопроводности (рис. 1.3—1.8) — наиболее коварная и подчас непредсказуемая его характеристика. Принято считать, что с ростом температуры он снижается или растет. Однако это не всегда подтверждается в натурном эксперименте, и этого следует ожидать. Так, у углеродистых сталей λ до температур 100 °С увеличивается, а в интервале 100—700 °С — сильно падает (рис. 1.5). Теплопроводность (Вт/(м·К)) огнеупорных материалов (рис. 1.3), как правило, с ростом температуры материалов увеличивается, но высокоглиноземистый огнеупор ведет себя аномально — его тепло-



Лейбензон Леонид Самуилович
(1879—1951)

Механик, академик (1943 г.), член-корреспондент АН СССР (1933 г.). Родился в Харькове. Окончил Московский университет (1901 г.). Ученик Н.Е. Жуковского, под руководством которого работал в Кучинском аэродинамическом институте и одновременно учился в Московском техническом училище, которое окончил в 1906 г.

Основные исследования относятся к гидродинамике, прикладной механике, математическим методам в механике, теории дифференциальных уравнений, истории механики.

Основатель подземной гидравлики. Принимал участие в создании научных основ разработки нефтяных месторождений. Разработал теорию глубинного насоса, решил задачу о движении нефти и газа по каналам с проницаемыми стенками, создал теорию движения газа в пористой среде. Основатель теории фильтрации газированных жидкостей. Вывел дифференциальное уравнение движения газа. В области прикладной механики разработал теорию безбалочных перекрытий (1915 г.), приближенные методы решения задач теории упругости (1943 г.). С помощью вариационных методов теории упругости оценил влияние неоднородности Земли на значение модуля твердости земного шара в целом. Один из основоположников теории вязкой жидкости.

Государственная премия СССР (1943 г.).

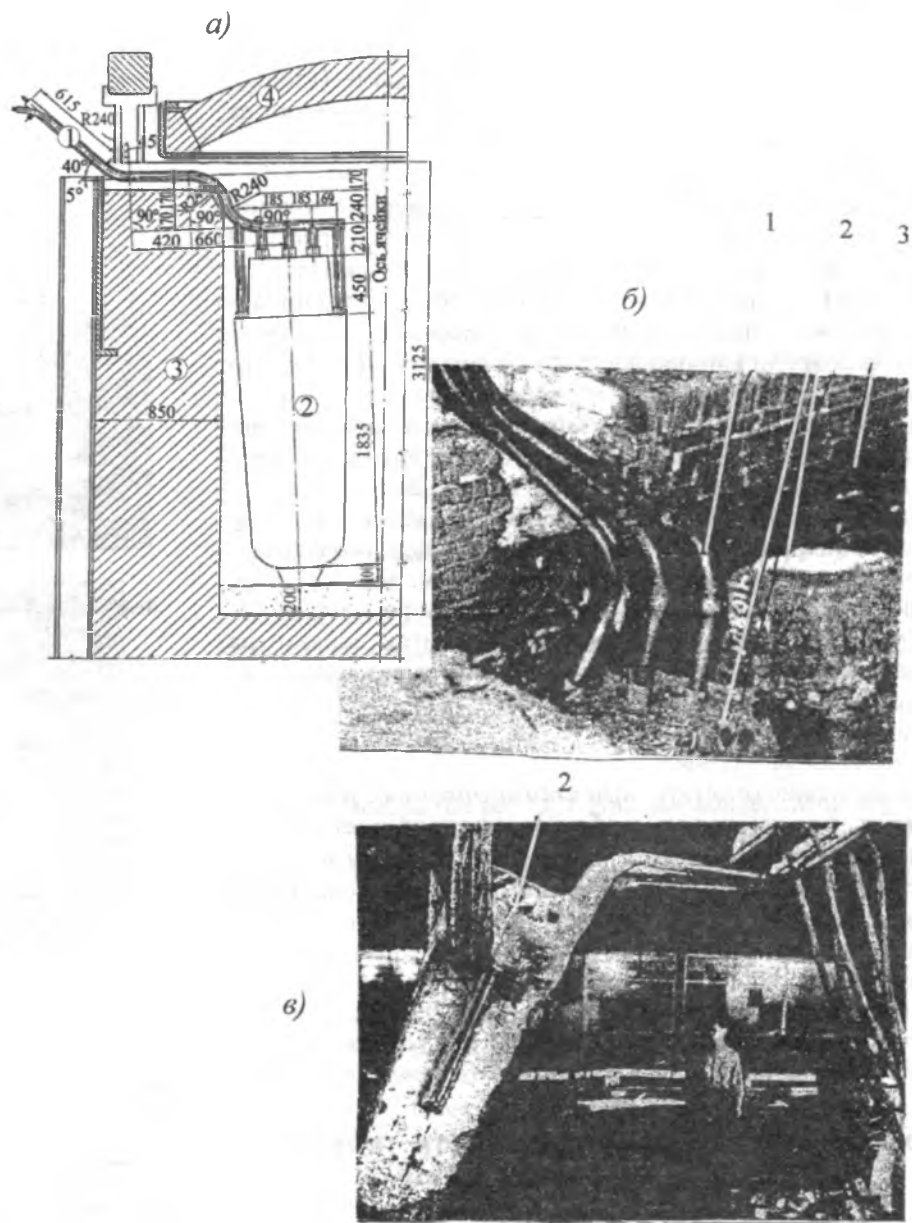
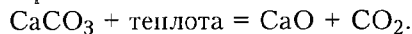


Рис. 1.2. Схема расположения стального слитка в нагревательном колодце¹:

a — схема колодца; *б* — общий вид колодца (крышка колодца снята) с экспериментальными слитками; *в* — общий вид слитка в нагревательном отделении прокатного (блужингового) стана металлургического завода: 1 — термопары для измерения температуры в слитке; 2 — стальной блужинговый слиток; 3 — стенка (ограждающая конструкция колодца); 4 — крышка колодца

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.З. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филипов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

проводность падает. Интересная картина зависимости между λ материала и его температурой наблюдается при нагревании кальцита CaCO_3 до 1100°C . Вначале до 900°C λ_{CaCO_3} увеличивается, а затем теплопроводность слоя сильно снижается, что соответствует реакции термической диссоциации при $t > 900^\circ\text{C}$



1.1.1. Коэффициент теплопроводности огнеупорных и теплоизоляционных материалов

Характеристики, касающиеся коэффициента теплопроводности этих материалов, представлены рис. 1.3, 1.4.

Для огнеупорных и теплоизоляционных материалов справедливы формулы, устанавливающие зависимость $\lambda = f(t)$:

Динасовые огнеупорные материалы	$1,047 + 0,93t \cdot 10^{-3}$
Магнезитовые огнеупорные материалы	$4,3 - 0,51t \cdot 10^{-3}$
Шамотные огнеупорные материалы	$0,698 + 0,64t \cdot 10^{-3}$
Хромомagneзитовые огнеупорные материалы	$1,97 - 0,215t \cdot 10^{-3}$
Диатомовый кирпич (ГОСТ 2694–78)	$0,1128 + 0,23t \cdot 10^{-3}$
Севелитовые плиты	$0,079 + 0,186t \cdot 10^{-3}$
Диатомит (порошок)	$0,0907 + 0,28t \cdot 10^{-3}$
Совелит	$0,0901 + 0,087t \cdot 10^{-3}$
Асбестовая мелочь	$0,0233 + 0,186t \cdot 10^{-3}$ Вт/(м·К)

1.1.2. Коэффициент теплопроводности металлов

Коэффициент теплопроводности металлов лежит в пределах значений от $\lambda = 2$ до $\lambda = 360$ ккал/(м·ч·°C). Самым теплопроводным металлом является серебро ($\lambda = 360$), затем: красная медь ($\lambda = 340$), золото ($\lambda = 260$), алюминий ($\lambda = 180$) и т.д.

Для большинства металлов с повышением температуры коэффициент теплопроводности убывает.

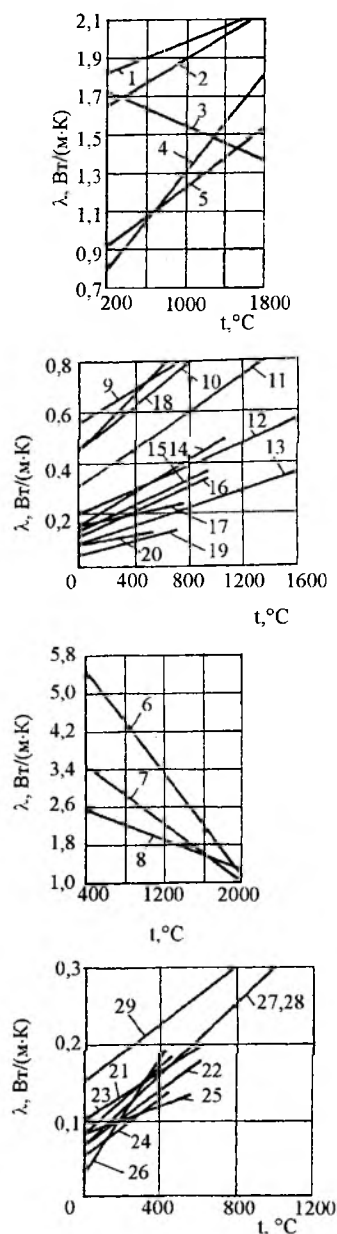


Рис. 1.3. Значения коэффициентов теплопроводности обмурочных материалов, применяемых при строительстве рабочей камеры теплотехнологического высокотемпературного оборудования (кривые 1–13 – для огнеупорных и 14–29 – для теплоизоляционных материалов): 1 – каолиновый кирпич; 2 – динасовый; 3 – высокоглиноземистый; 4 – шамотный; 5 – полукислый; 6 – магнезитовый; 7 – магнезитохромитовый; 8 – хромомagneзитовый; 9 – динасовый легковесный; 10–13 – шамот легковесный (1–1,3 т/м³); 14 – динасовый «700»; 15 – динасовый «600»; 16 – динасовый «500»; 17 – асбестовый картон; 18 – глиняный строительный кирпич; 19, 20 – севелитовые плиты (19 – «400», 20 – «350»); 21 – асбест хризотилловый; 22, 23 – асбестовермикулит (22 – «250», 23 – «300»); 24 – маты минераловатные «250»; 25 – совелитовая мелочь; 26 – стекловата; 27, 28 – вермикулит обожженный (27 – «250», 28 – «150»); 29 – асбозурит «600»

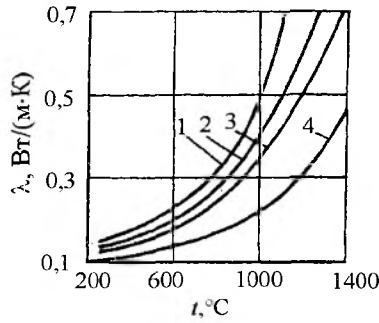


Рис. 1.4. Зависимость коэффициента теплопроводности волокнистых материалов от температуры:

1 — муллитокремнеземистый МКРВ-200; 2 — муллитокремнеземистый рулонный материал МКРП-130; 3 — плиты из муллитокремнеземистого волокна МКРП-340; 4 — плиты из шамотного волокнистого материала ШВП-350

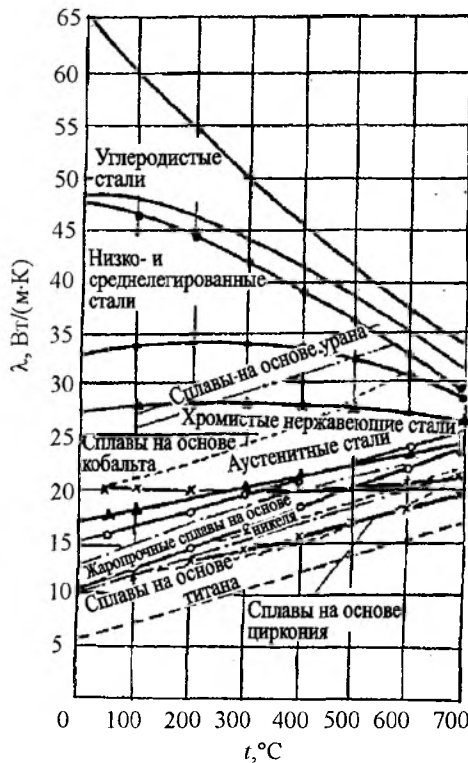


Рис. 1.5. Значение коэффициента теплопроводности стали¹

Так как теплопроводность металлов, так же как и их электропроводность, в основном опреде-

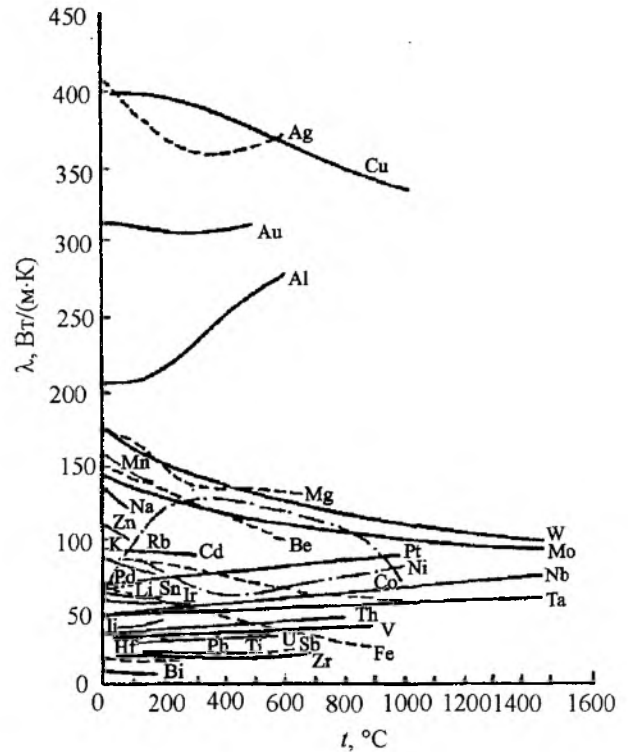


Рис. 1.6. Значение коэффициента теплопроводности металлов¹

ляется диффузией свободных электронов, то эти величины для чистых металлов пропорциональны друг другу (**закон Видемана — Франца**).

При наличии разного рода примесей коэффициент теплопроводности чистых металлов резко убывает. Так, например, для чистой меди $\lambda = 340$, для той же меди, но со следами мышьяка $\lambda = 122$ ккал/(м · ч · °С). Для железа с 0,1 % углерода $\lambda = 45$, с 1,0 % углерода $\lambda = 34$ и с 1,5 % углерода $\lambda = 31$ ккал/(м · час · °С). Для закаленной углеродистой стали коэффициент теплопроводности на 10...25 % ниже, чем для мягкой. Однако установить какую-либо общую закономерность влияния примесей пока невозможно. Поэтому для металлов и их сплавов непосредственный опыт является единственно достоверным способом определения значений коэффициента теплопроводности.

Для некоторых металлов на рис. 1.5 и 1.6 приведены зависимости $\lambda = f(t)$.

¹ Промышленные теплотехнологии: Методики и инженерные расчеты оборудования высокотемпературных теплотехнологий машиностроительного и металлургического производства: Учебник / В.И. Тимошпольский, А.П. Нессенчук, И.А. Трусова; Под общ. ред. А.П. Нессенчука, В.И. Тимошпольского. — Мн.: «Вышэйшая школа», 1998.

1.1.3. Коэффициент теплопроводности капельных и газообразных жидкостей

Нам уже известно, что для разных веществ и их агрегатных состояний коэффициент теплопроводности различен и для каждого из них зависит от структуры, объемной массы, влажности, давления и температуры. Все вместе взятое сильно затрудняет правильный выбор значения коэффициента теплопроводности. При технических расчетах величины коэффициента теплопроводности обычно выбираются из справочных таблиц. При этом надо следить за тем, чтобы физические характеристики материала (структура, объемная масса, влажность, температура) были соответственны. Для жидкостей такие данные приведены в приложениях. Для ответственных расчетов значения коэффициента теплопроводности следует определять в эксперименте.

Так как при распространении тепла температура в различных частях тела различна, то в первую очередь важно знать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Как показал опыт, для подавляющего большинства материалов получается линейная зависимость

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt), \quad (1.1)$$

где λ_0 — значение коэффициента теплопроводности при 0°C ;

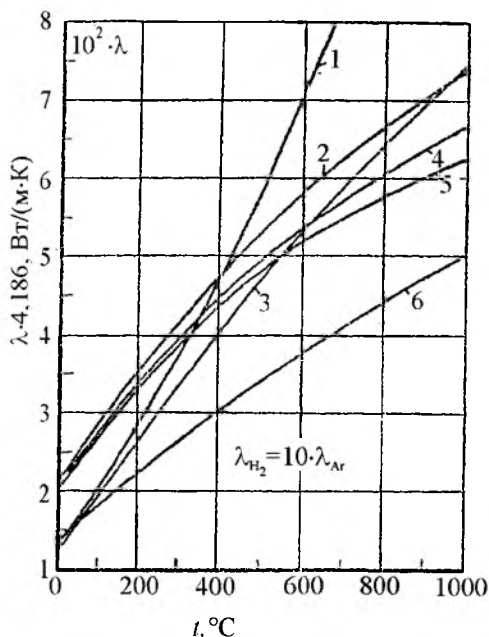


Рис. 1.7. $\lambda = f(t)$ различных газов: 1 — водяной пар; 2 — кислород; 3 — углекислота; 4 — воздух; 5 — азот; 6 — аргон

b — постоянная, определяемая опытным путем.

В практических расчетах значение коэффициента теплопроводности обычно находится по среднеарифметической из граничных значений температуры тела, и это значение принимается постоянным. Как показал Г. М. Кондратьев, при стационарной теплопроводности такая замена законна и единственно правильна для любой формы тела.

Коэффициент **теплопроводности газов** находится в пределах значений от $\lambda = 0,005$ до $\lambda = 0,5$ ккал/(м·ч·°C). С повышением температуры λ возрастает, от давления практически не зависит, за исключением очень высоких (больше 200 МПа) и очень низких (порядка 1кПа) давлений.

Наиболее надежными являются опытные данные Н.Б. Варгафтика, полученные им во Всесоюзном теплотехническом институте (бывшем ВТИ). Эти данные приведены на рис. 1.7.

Для смеси газов коэффициент теплопроводности может быть определен только путем опыта, так как закон аддитивности для λ неприменим.

Коэффициент **теплопроводности капельных жидкостей** находится в пределах от $\lambda = 0,08$ до $\lambda = 0,6$ ккал/(м·ч·°C). С повышением температуры для большинства жидкостей λ убывает (рис. 1.8); исключения составляют лишь вода и глицерин. Для неассоциированных жидкостей (бензол, толуол, ксилол и другие углеводороды) значение коэффициента теплопроводности жидкостей можно определить по следующей формуле¹:

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{4}{3}}, \quad [\text{ккал}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot^\circ\text{C})], \quad (1.2)$$

где

$$\lambda_0 = \frac{1,52 \cdot 10^{-4}}{M^{\frac{1}{3}}} \cdot c_{p,0} \cdot \rho_0^{\frac{4}{3}}, \quad [\text{ккал}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot^\circ\text{C})], \quad (1.3)$$

здесь λ — коэффициент теплопроводности, ккал/(м·ч·°C);

ρ_0 — плотность, кг/м³;

c_p — теплоемкость, ккал/(кг·°C);

M — молекулярная масса (индексом 0 отмечены значения величин при 20°C).

1.2. Теплопроводность пластины (плоская стенка)

Умение выполнять расчеты передачи теплоты через плоскую стенку (одномерная теплопровод-

¹ А.С. Предводителев, Журн. физической химии, т. 22, № 3.

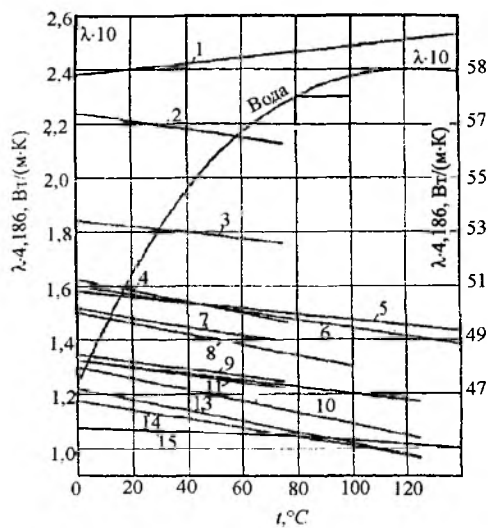


Рис. 1.8. $\lambda = f(t)$ различных капельных жидкостей¹:
 1 — глицерин безводный; 2 — муравьиная кислота; 3 — метиловый спирт; 4 — этиловый спирт; 5 — касторовое масло; 6 — анилин; 7 — уксусная кислота; 8 — ацетон; 9 — бутиловый спирт; 10 — нитробензол; 11 — изопропан, спирт; 12 — бензол; 13 — толуол; 14 — ксилол; 15 — вазелиновое масло

ность в установившемся неоднородном температурном поле) является непрерывным навыком инженера любой специальности.

Расчетные формулы для решения такой задачи должны вытекать из дифференциальных уравнений теплообмена (4.38)...(4.42), раздел I, гл. 4. Наряду с (4.38)...(4.42) к выводу (в его основу) можно не без основания присовокупить уравнение Ж. Фурье (1.8), раздел I, гл. 1.

1.2.1. Теплопроводность однослойной плоской стенки

Дополнительно напоминаем, что эта задача относится к разделу задач о тепловых потерях через ограждающую конструкцию энергетического и тепломеханического оборудования.

Задано:

- температуры на обеих поверхностях стенки;

¹ А. П. Ваничев, «Известия Академии наук СССР», ОТН, № 12, 1946; Труды НИИ-1, № 25, 1947. Н. Б. Варгафтик, «Известия ВТИ», 1949, № 8 и 9; 1951, № 7; 1952, № 1 и 9; «Химическая промышленность», 1950, № 3; «Теплоэнергетика», 1954, № 5.

- значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{ст} = \text{const}$;
- теплопроводность стационарная

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0; \quad (1.4)$$

— плоская стенка представлена пластиной (тепло классической формы, $\frac{\delta}{X} \leq 0,1$, с одномерным потоком q_x).

Запишем расчетные формулы, для чего используем закон Фурье.

Рассматриваемая плоская стенка показана на рис. 1.9.

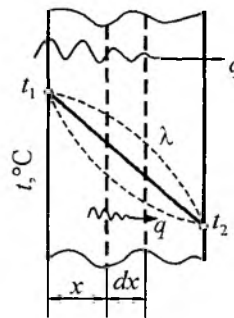


Рис. 1.9. Однослойная однородная плоская стенка

Ее коэффициент теплопроводности постоянен и равен λ . На наружных поверхностях стенки поддерживаются постоянные температуры t_1 и t_2 . Температура изменяется только в направлении оси x . В этом случае температурное поле одномерно, а плоские изотермические поверхности располагаются перпендикулярно оси x .

Внутри стенки выделим на расстоянии x от левой поверхности слой толщиной dx , ограниченный двумя изотермическими поверхностями. На основании закона Фурье для этого слоя dx запишем

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad (1.5)$$

Разделяем переменные

$$dt = -\frac{q}{\lambda} dx \quad (1.6)$$

Интегрирование (1.6) дает

$$t = -\frac{q}{\lambda} x + C \quad (1.7)$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий, а именно при $x = 0, t = t_1$. Подставляя это значение в уравнение (1.7), получим

$$C = t_1 \quad (1.8)$$

Полагая, что $x = \delta$ и $t = t_2$, будем иметь

$$t_2 = -\frac{q}{\lambda} \delta + t_1. \quad (1.9)$$

Уравнение (1.9) позволяет определить искомую нами величину удельного теплового потока q :

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t, \text{ Вт/м}^2. \quad (1.10)$$

Как видим, **количество тепла, переданное через 1 м² стенки в час, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ и разности температур Δt и обратно пропорционально ее толщине δ** . При этом следует особо отметить, что тепловой поток определяется не абсолютным значением температур, а их разностью — температурным напором $\Delta t = t_1 - t_2$. Уравнение (1.10) служит расчетной формулой теплопроводности плоской стенки. Она связывает между собой четыре величины: q , λ , δ , Δt . Зная из них любые три, можно найти четвертую:

$$\lambda = \frac{q \cdot \delta}{\Delta t}; \Delta t = \frac{q \cdot \delta}{\lambda}; \delta = \frac{\lambda \Delta t}{q}. \quad (1.11)$$

Отношение $\frac{\lambda}{\delta}$ называется **тепловой проводимостью стенки**, а обратная величина $\frac{\delta}{\lambda}$ — **тепловым** или **термическим сопротивлением стенки**. Последнее определяет падение температуры при прохождении через стенку удельного теплового потока, равного единице.

Определив по (1.10) величину удельного теплового потока, легко вычислить и общее количество теплоты Q , переданное через плоскую стенку:

$$Q = qF = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t F, \text{ Вт}. \quad (1.12)$$

Подставляя в (1.7) значения C и q , запишем

$$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x, \quad (1.13)$$

где (1.13) является уравнением прямой линии (изотермы). Как видим, при постоянном значении коэффициента теплопроводности температура однородной стенки изменяется по закону прямой линии.

В действительности же вследствие зависимости от температуры коэффициент теплопроводности будет величиной переменной. Если это обстоятельство учесть, то получим иные, более сложные, расчетные формулы. Для подавляющего большинства материалов зависимость коэффициента теплопроводности от температуры получается линейной, например $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$. Тогда на основании закона Фурье для плоской стенки имеем

$$q = -\lambda(t) \frac{dt}{dx} = -\lambda_0 (1 + bt) \frac{dt}{dx}. \quad (1.14)$$

Или после разделения переменных и интегрирования

$$qx = -\lambda_0 \left(t + \frac{bt^2}{2} \right) + C. \quad (1.15)$$

Подставляем в (1.15) граничные значения переменных:

$$\text{при } x = 0 \text{ и } t = t_1 \\ 0 = -\lambda_0 \left(t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) + C; \quad (1.16)$$

$$\text{при } x = \delta \text{ и } t = t_2 \\ q\delta = -\lambda_0 \left(t_2 + \frac{bt_2^2}{2} \right) + C. \quad (1.17)$$

Вычитая из (1.17) уравнение (1.16), запишем

$$q\delta = \lambda_0 \left[(t_1 - t_2) + \frac{b}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right]. \quad (1.18)$$

Тогда

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta} \left[1 + b \frac{t_1 + t_2}{2} \right] (t_1 - t_2). \quad (1.19)$$

Выражение (1.19) — расчетная формула, которая по сравнению с формулой (1.10) несколько сложнее. В (1.10) мы принимали коэффициент теплопроводности постоянным и равным некоторому среднему значению λ_m . Приравнявая друг другу правые части формул (1.10) и (1.19), перепишем

$$\lambda_m = \lambda_0 \left[1 + b \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right] = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}. \quad (1.20)$$

С учетом вышесказанного уравнение температурной кривой в стенке находится путем решения квадратного уравнения (1.15) относительно t и подстановки значения C из (1.16):

$$t_x = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1 \right)^2 - \frac{2qx}{b\lambda_0}}. \quad (1.21)$$

Анализ выражения (1.21) указывает на то, что в действительности температура стенки изменяется не по прямой линии. Причем если коэффициент b положителен, то выпуклость кривой направлена вверх, а если b отрицателен — вниз (рис. 1.9).

1.2.2. Теплопроводность многослойной плоской стенки

Записанная выше формула (1.10) для однослойной стенки никакой практической ценности не представляет, но открывает теоретическую возможность математического описания процесса, связанного с тепловыми потерями через ограждающую конструкцию. Дело в том, что любая однослойная стенка в реальных условиях работы оборудования в течение нескольких часов превращается в многослойную. Причем регулирует (опре-

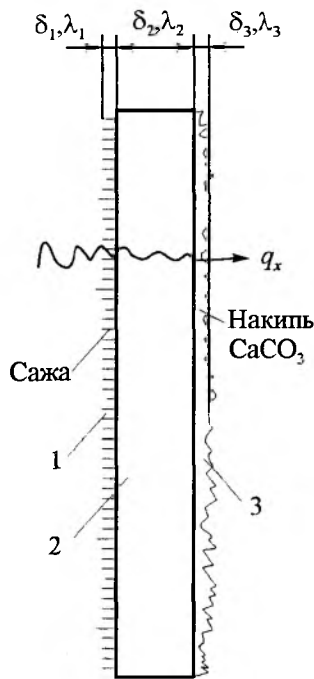


Рис. 1.10. Однослойная стенка с отложениями на ней: 1 – слой сажи (со стороны первичного теплоносителя); 2 – металлическая однослойная стенка, разделяющая теплоносители; 3 – солевые отложения (со стороны вторичного теплоносителя)

делают теплопроводность уже не сама разделяющая теплоносители стенка, а окалина (со стороны греющих газов) и отложения солей карбонатной и некарбонатной жесткости, микроорганизмов, отложения растительного происхождения. Такая стенка с металлической (однослойной) поверхностью раздела теплоносителей показана на рис. 1.10.

В итоге под многослойной следует понимать стенку, состоящую из нескольких разнородных слоев (с **разными коэффициентами теплопроводности**).

Классическая постановка задачи о тепловом потоке через многослойную стенку представлена на рис. 1.11.

Задано:

- температуры стенки t_1 и t_4 ;
- $q_{\delta_1} = q_{\delta_2} = q_{\delta_3} = q_x = q$,
- $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$; $\lambda_1 = \text{const}$; $\lambda_2 = \text{const}$; $\lambda_3 = \text{const}$;
- $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$; $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0$;
- $\frac{\delta}{l} \leq 0,1$.

На рис. 1.11 видно, что при стационарном режиме удельный тепловой поток постоянен и для

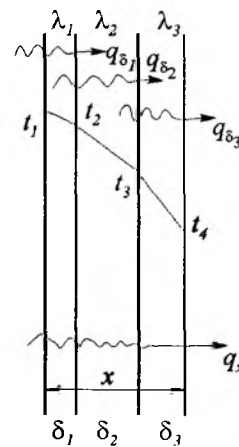


Рис. 1.11. К выводу расчетных формул для случая многослойной плоской стенки

всех слоев одинаков. Для каждого слоя можно записать:

$$\begin{cases} q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_1 - t_2); \\ q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_2 - t_3); \\ q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (t_3 - t_4). \end{cases} \quad (1.22)$$

Систему (1.22) переписываем:

$$\begin{cases} t_1 - t_2 = q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_2 - t_3 = q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t_3 - t_4 = q \frac{\delta_3}{\lambda_3}. \end{cases} \quad (1.23)$$

Складывая левые и правые части системы (1.23), находим выражение для полного температурного напора $t_1 - t_4$:

$$t_1 - t_4 = q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right). \quad (1.24)$$

Используя (1.24), записываем расчетную формулу для потока теплоты через многослойную плоскую стенку

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}, \text{ Вт/м}^2.$$

Или

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}, \text{ Вт/м}^2. \quad (1.25)$$

Как видно из (1.24) и (1.25), термическое сопротивление многослойной стенки равно сумме частных термических сопротивлений.

Определив с помощью (1.25) величину теплового потока q , можно записать расчетные формулы для температур t_2 и t_3 (рис. 1.11):

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= t_1 - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_3 &= t_2 - q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_1 - q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right); \\ t_3 &= t_4 + q \frac{\delta_3}{\lambda_3}. \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

1. Графический расчет теплопроводности в многослойной стенке

Графическое определение температурного поля в многослойной пластине показано на рис. 1.12.

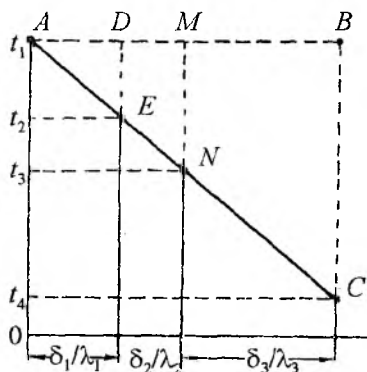


Рис. 1.12. Графический способ определения температур t_2 и t_3

На оси абсцисс (рис. 1.12) в любом масштабе, но в порядке расположения слоев откладываются значения их термических сопротивлений

$\frac{\delta_1}{\lambda_1}$, $\frac{\delta_2}{\lambda_2}$ и $\frac{\delta_3}{\lambda_3}$ и восстанавливаются перпендикуляры.

На крайних из них также в произвольном, но одинаковом масштабе откладываются значения наружных температур t_1 и t_4 . Полученные точки A и C соединяются прямой. Точки пересечения этой прямой со средними перпендикулярами дают значения искомых температур t_2 и t_3 . В самом деле $\triangle ABC \approx \triangle ADE$.

Имеем:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}; \quad DE = \frac{BC}{AB} AD.$$

После подстановки

$$DE = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1}.$$

В соответствии с (1.26) записываем

$$DE = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = t_1 - t_2,$$

а также

$$MN = q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) = t_1 - t_3.$$

Многослойную стенку можно рассчитывать как однослойную (однородную) стенку толщиной $\sum \delta$. При этом в расчет вводится так называемый эквивалентный коэффициент теплопроводности, значение которого определяется из соотношения

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\lambda_{\text{эк}}}{\sum \delta} (t_1 - t_4). \quad (1.27)$$

Тогда

$$\lambda_{\text{эк}} = \frac{\sum \delta}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}, \quad \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \quad (1.28)$$

$$\sum \delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3.$$

Для n -слойной стенки имеем

$$\lambda_{\text{эк}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}, \quad \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}). \quad (1.29)$$

1.3. Теплопроводность цилиндра (цилиндрическая стенка)

1.3.1. Теплопроводность однослойной цилиндрической стенки

Рассматриваемая цилиндрическая стенка показана на рис. 1.13. Ее коэффициент теплопроводности постоянен и равен λ . Задача относится к разряду задач о теплотерях через ограждающую конструкцию или о теплопроводности поверхности теплообмена, состоящей из отдельных цилиндрических трубок (рис. 1.1).

Задано:

— температура на обеих поверхностях цилиндрической стенки;

— значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{\text{ст}} = \text{const}$;

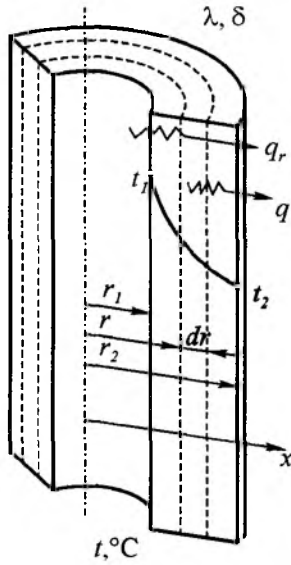


Рис. 1.13. К выводу расчетных формул для случая однослойной цилиндрической стенки

$$-\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \neq 0;$$

— стенка представлена цилиндром (тело классической формы, $\frac{\delta}{l} \leq 0,1$, с одномерным потоком теплоты).

В соответствии с законом Фурье (применительно к цилиндрической стенке) запишем

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda \cdot 2\pi r l \frac{dt}{dr}, \text{ Вт.} \quad (1.30)$$

Уравнение (1.30) преобразуем к виду, разделив переменные и выполнив интегрирование:

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \frac{dr}{r}; \quad (1.31)$$

$$t = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \ln r + C. \quad (1.32)$$

Используя граничные условия $r = r_1, t = t_1$ и $r = r_2, t = t_2$,

будем иметь:

$$t_1 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \ln r_1 + C; \quad (1.33)$$

$$t_2 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \ln r_2 + C; \quad (1.34)$$

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi\lambda l} (\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.35)$$

Или

$$Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_1 - t_2) = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (t_1 - t_2), \text{ Вт.} \quad (1.36)$$

Уравнение (1.36) является итоговым и служит в качестве расчетного для оценки теплопроводности однослойной цилиндрической стенки.

Используя (1.32), (1.33) и (1.36), после подстановок в (1.32) записываем уравнение изотермы (в температурном поле стенки)

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot \ln \frac{d_x}{d_1}, \text{ } ^\circ\text{C.} \quad (1.37)$$

Как видим, изотерма описывается логарифмической кривой в отличие от случая с плоской стенкой.

Полагая, что $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$, зависимость $\lambda = f(t)$, (1.37) принимает вид

$$t = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \frac{ql}{\pi\lambda_0 b} \ln \frac{d_x}{d_1}}. \quad (1.38)$$

Теплота, проходящая в час через стенку трубы (Вт), может быть отнесена к 1 пог. м длины трубопровода либо к единице внутренней (внешней) поверхности трубы. При этом:

$$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м;} \quad (1.39)$$

$$\frac{Q}{\pi d_1 l} = q_1 = \frac{2\lambda\Delta t}{d_1 \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2; \quad (1.40)$$

$$\frac{Q}{\pi d_2 l} = q_2 = \frac{2\lambda\Delta t}{d_2 \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2, \quad (1.41)$$

где l — длина трубы, м.

Так как внутренняя и внешняя поверхности трубы по величине различны, то $q_1 \neq q_2$.

Используя (1.39) — (1.41), можно установить взаимосвязь между тепловыми потоками q_l, q_1 и q_2 (здесь q_1 и q_2 — соответственно потоки теплоты через внешнюю и внутреннюю поверхности цилиндрической стенки) (рис. 1.13):

$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2 \text{ Вт/м.} \quad (1.42)$$

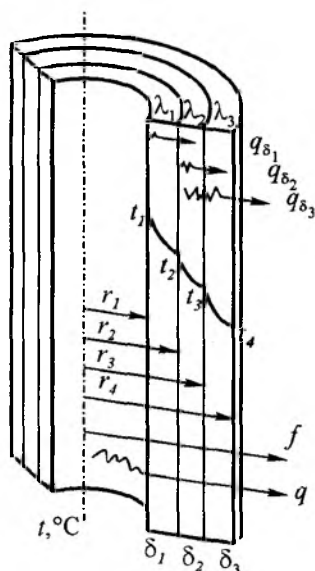


Рис. 1.14. К выводу расчетных формул для случая многослойной цилиндрической стенки

1.3.2. Теплопроводность многослойной цилиндрической стенки

Многослойная стенка показана на рис. 1.14. При стационарном режиме справедливо записать:

$$\left. \begin{aligned} q_l &= \frac{2\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \frac{2\pi(t_2 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2}}; \\ q_l &= \frac{2\pi(t_3 - t_4)}{\frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3}}. \end{aligned} \right\} (1.43)$$

Здесь t_1 и t_4 заданы и неизменны. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} t_1 - t_2 &= \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_2 - t_3 &= \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}; \\ t_3 - t_4 &= \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}. \end{aligned} \right\} (1.44)$$

Полный температурный напор в нашем случае можно представить следующим образом:

$$t_1 - t_4 = \frac{q_l}{2\pi} \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3} \right). \quad (1.45)$$

Формула (1.45) получена путем сложения левых и правых частей (1.44).

Или для потока теплоты q_l

$$q_l = \frac{2\pi(t_1 - t_4)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}}, \text{ Вт/м}, \quad (1.46)$$

а также для стенки, состоящей из n -слоев

$$q_l = \frac{2\pi(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} = \frac{\pi(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}, \text{ Вт/м}. \quad (1.47)$$

Подставляя q_l из (1.46) в (1.44), получаем формулы для расчета температур t_2 и t_3 (рис. 1.14):

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= t_1 - \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_3 &= t_4 + \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}. \end{aligned} \right\} (1.48)$$

На этом рассмотрение цилиндрической стенки заканчиваем.

1.4. Теплопроводность шаровой стенки

1.4.1. Теплопроводность однослойной шаровой стенки

В инженерной практике такая задача встречается крайне редко. В качестве примера можно привести случай потерь теплоты через свод (потолочная часть) высокотемпературной цилиндрической печи с шаровой потолочной частью и др.

На рис. 1.15 показана однослойная стенка (полый шар) с внутренним r_1 и наружным r_2 радиусами. Шаровая стенка представлена однородным материалом с коэффициентом теплопроводности λ ($\lambda = \text{const}$).

Для вывода расчетных формул (определение Q и зависимости $t = f(r)$), как и в случаях с плоской и цилиндрической стенками, используем уравнение Фурье, предварительно выделив в стенке элементарный слой dr (рис. 1.15).

Тогда для слоя толщиной dr запишем

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dt}{dr} \text{ Вт}. \quad (1.49)$$

Разделяя переменные и выполняя интегрирование, будем иметь:

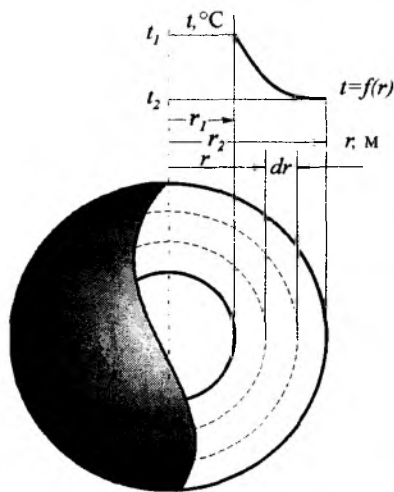


Рис. 1.15. К выводу расчетных формул для случая однослойной шаровой стенки

$$dt = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \frac{dr}{r^2}; \quad (1.50)$$

$$t = \frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \frac{1}{r} + C. \quad (1.51)$$

Задаем граничные условия:

при $r = r_1, t = t_1$ и при $r = r_2, t = t_2$. (1.52)

Используя (1.51) для граничных условий (1.52), получим:

$$t_1 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \frac{1}{r_1} + C; \quad (1.53)$$

$$t_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \frac{1}{r_2} + C. \quad (1.54)$$

Теперь из (1.53) вычтем (1.54):

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.55)$$

Окончательно имеем:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t \frac{d_1 \cdot d_2}{\delta}, \text{ Вт}, (1.56)$$

где $\delta = r_2 - r_1$.

Для температурного поля (изотермы) расчетная формула получается следующим образом.

В (1.51) подставляем C , используя для этой цели (1.53), а также величину Q из (1.56):

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)} \cdot \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x} \right), \quad (1.57)$$

где t — температура в любой точке участка $r_2 - r_1$.

С учетом зависимости $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$ (1.57) принимает вид

$$t = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1 \right)^2 - \frac{Q}{\pi\lambda_0 b} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x} \right)}. \quad (1.58)$$

Выражение (1.57) указывает на гиперболическое распределение температуры в шаровой стенке (рис. 1.15).

Основные расчетные формулы, касающиеся одномерной стационарной теплопроводности, сведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Формулы для расчета одномерной стационарной теплопроводности через стенку

Форма стенки	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Плоская:		
однослойная	$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2), \text{ Вт/м}^2; Q = qF, \text{ Вт}$	(1.10)
многослойная	$q = \frac{t_1 - t_n}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}, \text{ Вт/м}^2; q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}, \text{ Вт/м}^2$	(1.25)

Форма стенки	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Плоская:		
многослойная	$t_2 = t_1 - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}$	(1.26)
	$t_3 = t_2 - q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_1 - q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right)$	(1.26)
	$t_3 = t_4 + q \frac{\delta_3}{\lambda_3}$	(1.26)
Цилиндрическая:		
однослойная	$Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_1 - t_2) = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (t_1 - t_2), \text{ Вт}$	(1.36)
	$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}$	(1.39)
	$\frac{Q}{\pi d_1 l} = q_1 = \frac{2\lambda\Delta t}{d_1 \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2$	(1.40)
	$\frac{Q}{\pi d_2 l} = q_2 = \frac{2\lambda\Delta t}{d_2 \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \text{ Вт/м}^2, \text{ где } l \text{ — длина трубы, м}$	(1.41)
многослойная	$q_l = \frac{2\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}}, \text{ Вт/м}$	(1.46)
	$q_l = \frac{2\pi(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} = \frac{\pi(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}, \text{ Вт/м}$	(1.47)
	$t_2 = t_1 - \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}, \text{ }^\circ\text{C};$ $t_3 = t_4 + \frac{q_l}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}, \text{ }^\circ\text{C}$	(1.48)
Шаровая:		
	$Q = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{\delta}, \text{ Вт,}$ где $\delta = r_2 - r_1$	(1.56)

1.5. Классические методы реализации физико-математической модели нестационарной одномерной теплопроводности с постоянными теплофизическими характеристиками

Для реализации физико-математической модели нестационарной теплопроводности в телах классической формы (пластина, цилиндр и шар) разработаны классические методы решения. В свое время для таких задач были использованы методы разделения переменных и элементарных источников (метод МЭИ).

1.5.1. Метод разделения переменных¹

Метод разделения переменных является классическим методом решения дифференциального уравнения теплопроводности. Он состоит в том, что находится совокупность частных решений (к примеру, температуры t) t_n , удовлетворяющих уравнению и граничному условию, а затем по принципу наложения составляется ряд этих решений:

$$t = C_1 t_1 + C_2 t_2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} C_n t_n, \quad (1.59)$$

где коэффициенты C_1, C_2, \dots, C_n находятся из начального условия.

Строго говоря, это свойство наложения для бесконечного ряда нуждается в специальном обосновании, так как оно безоговорочно справедливо только для конечной суммы. Такое обоснование состоит в том, что необходимо доказать равномерную сходимость ряда, полученного после дифференцирования (1.59), а также законность почленного интегрирования ряда при определении коэффициентов C_n .

Частное решение t ищется в виде произведения двух функций, одна из которых $\theta(\tau)$ зависит только от времени τ , а другая $\vartheta(x, y, z)$ зависит только от координат, т.е.

$$t = C\theta(\tau)\vartheta(x, y, z), \quad (1.60)$$

где C — произвольная постоянная.

После подстановки получим

$$\theta'(\tau)\vartheta(x, y, z) = a\theta(\tau)\nabla^2\vartheta(x, y, z).$$

Или

$$\frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)} = a \frac{\nabla^2\vartheta(x, y, z)}{\vartheta(x, y, z)}. \quad (1.61)$$

Левая часть (1.61) зависит только от τ или является постоянным числом, но она не зависит от координат. Правая часть, наоборот, может зависеть только от координат или быть постоянным числом. Однако равенство в (1.61) должно иметь место при любых значениях времени и координат. Это возможно только в том случае, если правая и левая части равенства равны некоторой постоянной величине D .

Имеем

$$\frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)} = D = \text{const}. \quad (1.62)$$

Или

$$\frac{a\nabla^2\vartheta(x, y, z)}{\vartheta(x, y, z)} = D = \text{const}. \quad (1.63)$$

Равенство (1.62) можно проинтегрировать.

Получим

$$\theta(\tau) = e^{D\tau}. \quad (1.64)$$

Постоянная величина D выбирается из физических соображений. Для тепловых процессов, стремящихся к температурному равновесию, когда по истечении длительного промежутка времени ($\tau \rightarrow \infty$) должно установиться определенное распределение температуры, величина D не может быть положительной величиной, она будет только отрицательной. Если D есть величина положительная, то при длительном промежутке времени температура будет больше любой наперед заданной величины, т.е. стремиться к бесконечности, что противоречит физической сущности процесса.

Если температура тела является периодической функцией времени, например, в случае распространения тепловых волн в теле, то D должна быть мнимой величиной, чтобы вместо простой экспоненты (1.64) получить периодическую функцию времени.

Рассмотрим первый случай, когда $D \leq 0$. Так как величина D пока произвольная постоянная по числовому значению, то можно положить

$$D = -ak^2, \quad (1.65)$$

где a — коэффициент теплопроводности (величина положительная);

k — некоторая постоянная, определяемая из граничных условий.

Подставляя эти значения для D , запишем:

$$\theta(\tau) = e^{-ak^2\tau}; \quad (1.66)$$

$$\nabla^2\vartheta(x, y, z) + k^2\vartheta(x, y, z) = 0. \quad (1.67)$$

¹ Материалы этого параграфа заимствованы из книги А.В. Лыкова: Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: «Высшая школа», 1967.

Уравнение (1.67) часто называют уравнением Покеля. Оно хорошо изучено в математической физике.

В результате, применяя метод Фурье, уравнение теплопроводности сводим к уравнению типа Покеля, решение которого определяется геометрической формой тела, начальным распределением температуры, а также условиями теплообмена тела с окружающей средой или окружающими телами (граничными условиями).

Пусть при соответствующих заданных условиях известно решение уравнения (1.67), т.е. найдена функция $\vartheta(x, y, z)$. Тогда частное решение уравнения теплопроводности будет

$$T = Ce^{-ak^2\tau}\vartheta(x, y, z). \quad (1.68)$$

Решение (1.68) удовлетворяет дифференциальному уравнению теплопроводности при любых значениях C и k , т.е. является частным решением. Следовательно, давая постоянным C и k различные значения, получим бесчисленное множество частных решений.

По принципу наложения общее решение будет равно сумме частных решений согласно (1.59). Постоянные k определяются граничными условиями, а постоянные C — из начальных условий.

В простейших случаях, когда ϑ зависит только от одной координаты ξ (одномерные задачи, связанные с нахождением симметричного температурного поля в неограниченной пластине, цилиндре, шаре), решение уравнения (1.67) можно представить как сумму двух частных решений, $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$:

$$\theta(\xi) = \varphi(k\xi) + \psi(k\xi). \quad (1.69)$$

Это обусловлено тем, что общее решение всякого линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка

$$\vartheta'' + p(\xi)\vartheta' + q(k\xi)\vartheta = 0 \quad (1.70)$$

можно записать в виде

$$\vartheta = C_1\vartheta_1 + C_2\vartheta_2, \quad (1.71)$$

где C_1 и C_2 — постоянные, а ϑ_1 и ϑ_2 являются линейно независимыми интегралами уравнения (1.70), т.е. такими интегралами, отношение которых не является постоянной величиной

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \neq \text{const.}$$

Теперь достаточно знать только одно линейное независимое решение, например ϑ_1 , тогда второе находится по формуле

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \int \vartheta_1^{-2} e^{-\int p d\xi} d\xi. \quad (1.72)$$

Вернемся к анализу частного решения дифференциального уравнения теплопроводности. Согласно соотношению (1.69) частное решение (1.70) можно написать

$$t = Ce^{-ak^2\tau}\varphi(k\xi) + De^{-ak^2\tau}\psi(k\xi). \quad (1.73)$$

Уравнение (1.73) представляет собой сумму или линейную комбинацию двух собственных функций. В общем случае величина k определяется из граничных условий, а постоянные C и D — из начального условия. Частное решение непригодно для расчета температурного поля, так как из частного решения нельзя определить постоянные C и D . Например, в начальный момент времени ($\tau = 0$) температура может быть постоянной $t = t_0 = \text{const}$, что не следует из частного решения (1.73).

Если положить $\tau = 0$ ($e^{-ak^2\tau} = 1$), то получается, что постоянная t_0 должна быть равна переменной $C\varphi(k\xi) + D\psi(k\xi)$, чего быть не может. Поэтому для получения общего решения уравнения теплопроводности, удовлетворяющего и начальным условиям, берут сумму частных решений, в которых постоянные C и D имеют свои определенные значения. Температура в начальный момент времени может быть заданной функцией ξ . Тогда при помощи совокупности таких частных решений можно как угодно близко подойти к заданному распределению. Это осуществляется подбором подходящих значений C и D . Такой путь подбора постоянных C и D обычно называют удовлетворением решения начальному условию.

Таким образом, первое частное решение записывается

$$t_1 = C_1 e^{-ak_1^2\tau} \varphi(k_1\xi) + D_1 e^{-ak_1^2\tau} \psi(k_1\xi),$$

второе будет

$$t_2 = C_2 e^{-ak_2^2\tau} \varphi(k_2\xi) + D_2 e^{-ak_2^2\tau} \psi(k_2\xi).$$

Записываем общее решение

$$t = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \varphi(k_n \xi) e^{-ak_n^2 \tau} + \sum_{m=1}^{\infty} D_m \psi(k_m \xi) e^{-ak_m^2 \tau}. \quad (1.74)$$

Поясним рассмотренную методику на простейшем примере.

Задано дифференциальное уравнение теплопроводности для неограниченной пластины

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}.$$



Лыков Алексей Васильевич
(1910—1974)

Теплофизик, академик АН БССР (1956 г.). Родился в Костроме. Окончил Ярославский педагогический институт (1930 г.). В 1942—1954 гг. заведовал кафедрой Московского технологического института пищевой промышленности, Московского института химического машиностроения, лабораторией Энергетического института АН СССР. С 1956 г. директор Института тепло- и массообмена АН БССР, одновременно с 1966 г. заведовал кафедрой теплофизики Белорусского государственного университета.

Работал в области теплофизики, главным образом теплопереноса. Впервые сформулировал задачи переноса тепла с граничными условиями четвертого рода, создал новые методы решения задач, нестационарной теплопроводности, имеющих большое практическое значение.

Построил аналитическую теорию теплопроводности и теорию сушки. Создал школу в области тепло- и массообмена.

Ищем частное решение этого уравнения в виде произведения двух функций:

$$t = C\theta(\tau)\vartheta(x).$$

Делаем подстановку в (1.74):

$$\frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)} = a \frac{\vartheta''(x)}{\vartheta(x)} = -ak^2. \quad (1.75)$$

Интегрирование уравнения

$$\frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)} = -ak^2$$

дает значение функции $\theta(\tau)$:

$$\theta(\tau) = e^{-ak^2\tau}.$$

Дифференциальное уравнение для функции $\vartheta(x)$ имеет вид

$$\vartheta''(x) = -k^2\vartheta(x). \quad (1.76)$$

Как видим, функция $\vartheta(x)$ должна быть такова, чтобы ее вторая произвольная была равна самой функции, умноженной на некоторую величину $(-k^2)$. Легко показать, что такими функциями могут быть $\sin kx$ или $\cos kx$:

$$\vartheta_1(x) = \sin kx, \quad \vartheta_1'(x) = k \cos kx, \quad \vartheta_1''(x) = -k^2 \sin kx = -k^2\vartheta_1(x);$$

$$\vartheta_2(x) = \cos kx, \quad \vartheta_2'(x) = -k \sin kx, \quad \vartheta_2''(x) = -k^2 \cos kx = -k^2\vartheta_2(x).$$

Таким образом, $\sin kx$ и $\cos kx$ являются частными решениями уравнения (1.76) (причем эти решения линейно независимы, так как

$$\frac{\vartheta_1(x)}{\vartheta_2(x)} = \frac{\sin kx}{\cos kx} \neq \text{const}).$$

Общее решение уравнения (1.76) будет суммой частных решений

$$\vartheta(x) = C\vartheta_1(x) + D\vartheta_2(x) = C \sin kx + D \cos kx, \quad (1.77)$$

где C и D — произвольные постоянные.

Второе частное решение $\vartheta_2(x) = \cos kx$ можно получить, используя (1.72), зная первое решение $\vartheta_1(x) = \sin kx$, а именно

$$\begin{aligned} \vartheta_2(x) &= \vartheta_1(x) \int \vartheta_1^{-2}(x) e^{-\int p dx} dx = \vartheta_1(x) \int \vartheta_1^{-2}(x) dx = \sin kx \times \\ &\times \int \frac{dx}{\sin^2 kx} = -\frac{1}{k} \sin kx \operatorname{ctg} kx = -\frac{1}{k} \cos kx. \end{aligned}$$

Общее решение будет иметь тот же вид:

$$\vartheta(x) = C\vartheta_1(x) + D'(\vartheta_2) = C \sin kx - \frac{D'}{k} \cos kx = C \sin kx + D \cos kx,$$

где $D = -\frac{1}{k} D'$ — произвольная постоянная.

Частное решение дифференциального уравнения теплопроводности будет

$$t(x, \tau) = C \sin kx e^{-ak^2 \tau} + D \cos kx e^{-ak^2 \tau}. \quad (1.78)$$

Постоянная k , как и ранее, определяется из граничных, а постоянные C и D — из начальных условий; они принимают вполне определенные значения в зависимости от условий задачи.

Общее решение будет

$$t = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin k_n x \exp(-ak_n^2 \tau) + \sum_{m=1}^{\infty} D_m \cos k_m x \exp(-ak_m^2 \tau). \quad (1.79)$$

1.5.2. Метод элементарных источников (Метод МЭИ)

Физическая сущность метода источников состоит в том, что любой процесс распространения тепла в теле теплопроводностью можно представить как совокупность процессов выравнивания температуры от множества элементарных источников тепла, распределенных как в пространстве, так и во времени. Решение задач теплопроводности по этому методу в основном сводится к правильному выбору источников и их распределения.

Действие элементарного источника в неограниченном теле при одномерном потоке тепла характеризуется формулой

$$G(x, \xi, \tau) = \frac{b}{\sqrt{4\pi a \tau}} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau}\right], \quad (1.80)$$

называемой функцией источника на бесконечной прямой. Функция $G(x, \xi, \tau)$ удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{b}{\sqrt{4\pi a \tau}} \left[\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau} - \frac{1}{2\tau} \right] \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau}\right];$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{b}{\sqrt{4\pi a \tau}} \left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 \tau} - \frac{1}{2a\tau} \right] \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau}\right],$$

т.е. $\frac{\partial G}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$.

Функцию G обычно называют **фундаментальным решением уравнения теплопроводности**. Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что функция G представляет температуру в точке x , если в начальный момент времени в точке ξ выделяется количество тепла $Q = b\text{ср}$.

Количество тепла на прямой равно

$$Q = \text{ср} \frac{b}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau}\right] \frac{\partial x}{2\sqrt{a\tau}} = \frac{b\text{ср}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = b\text{ср},$$

где

$$u = \frac{x-\xi}{2\sqrt{a\tau}}; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}. \quad (1.82)$$

Следовательно, количество тепла Q не меняется с течением времени и численно равно произведению площади, ограниченной кривой G и осью абсцисс x , на объемную теплоемкость ср . Для малых значений времени почти все тепло сосредоточено в окрестности точки ξ .

Функция температурного влияния мгновенного источника тепла для тела конечных размеров и одномерного потока тепла может быть представлена

$$G_l(x, \xi, \tau) = \frac{2b}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{n\pi \xi}{l} \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2}{l^2} a \tau\right]. \quad (1.83)$$

Функция G_l показывает распределение температуры в неограниченной пластине ($0 < x < l$) в момент времени τ , если температура в начальный момент времени равна нулю и в этот момент в точке ξ мгновенно выделяется количество тепла $Q = b\text{ср}$.

Резюмируя, нужно сказать, что метод разделения переменных при решении задач одномерной теплопроводности с постоянными c_p , ρ и λ нашел очень широкое распространение, несмотря на существование и других классических расчетных методик.

1.5.3. Метод конечных разностей

Строгое аналитическое решение по нагреву (охлаждению) тел (многослойных) классической формы при переменных теплофизических характеристиках представляет определенные трудности. Как известно, существует много различных методов упрощенного решения задач теплопроводности. Хорошее приближенное решение уравнения теплопроводности — метод конечных разностей (метод сеток). Этот метод основан на замене производных их приближенным значением, выраженным через разности функций в отдельных точках-узлах сетки. Окончательный результат решения дается выражением, по которому последующая температура в данной точке — функция времени и начальной температуры данной и смежной точек (узлов сетки).

Рассмотрим, как представляются первая и вторая производные функции $f(x)$ через разностные отношения. Если через α_i обозначить угол наклона касательной к кривой, проведенной в точке A (рис. 1.16), то производная функция при $x = x_i$ соответствует тангенсу угла между направлением

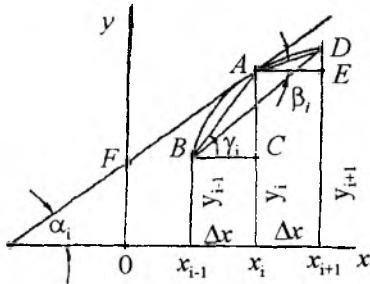


Рис. 1.16. Определение произвольной функции $f(x)$

касательной и положительным направлением оси абсцисс:

$$y'_i \cong \operatorname{tg} \alpha_i. \quad (1.84)$$

Возьмем на кривой две точки $B(x_{i-1}, y_{i-1})$ и $D(x_{i+1}, y_{i+1})$ так, чтобы разности $x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i$ были достаточно малы. Тогда угол α_i можно приближенно заменить углом β_i или γ_i :

$$y'_i \cong \operatorname{tg} \beta_i = \frac{DE}{AE} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x}. \quad (1.85)$$

Или

$$y'_i \cong \operatorname{tg} \gamma_i = \frac{AC}{BC} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta x}. \quad (1.86)$$

Если угловой коэффициент касательной FD заменить угловым коэффициентом секущей BD , то

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (1.87)$$

Правая часть уравнения (1.87) называется **симметричным разностным отношением**.

Приближенное выражение второй производной функции $f(x)$ при $x = x_i$ можно получить, заменив кривую на участке BD ломаной линией BAD , имеющей в точке A два наклона:

$$y''_i = \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} - \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta x} \right) = \frac{y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i}{(\Delta x)^2}. \quad (1.88)$$

Метод замены производных разностными отношениями наиболее часто применяется при численном интегрировании уравнения теплопроводности.

Рассмотрим дифференциальное уравнение одномерного температурного поля тела типа плоской стенки

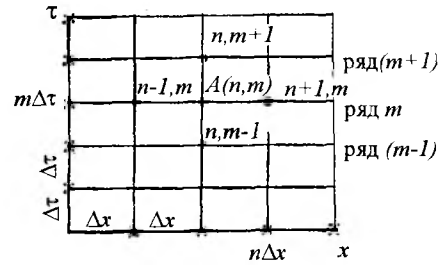


Рис. 1.17. Сетка прямоугольного типа

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad x \leq 0 \leq X. \quad (1.89)$$

Так как функция $t(x, \tau)$ зависит от двух переменных x и τ , то можно использовать сетку прямоугольного типа (рис. 1.17). На оси абсцисс откладывается отрезок длиной X , который делится на отдельные слои Δx . По оси ординат откладываем отрезки, пропорциональные промежуткам времени $\Delta \tau$. Проведя через узлы на координатных осях прямые, параллельные этим осям, получим прямоугольную сетку.

Температуру в узлах, находящихся на осях координат и на прямой, отстоящей от начала координат на расстоянии X , записываем исходя из начального и граничных условий.

Обозначим истинную температуру в точке стенки с координатой $n\Delta x$ в момент времени $m\Delta \tau$ через $t_{n,m}$. Буквой n обозначим порядковый номер слоя (считая от начала координат), а буквой m — номер промежутка времени (величиной $\Delta \tau$) с момента, принятого за нуль отсчета.

Частные производные в выбранной точке заменим через **разностные отношения** (1.85) — (1.88):

$$\frac{\partial t_{n,m}}{\partial \tau} = \frac{t_{n,m+1} - t_{n,m}}{\Delta \tau}; \quad (1.90)$$

$$\frac{\partial^2 t_{n,m}}{\partial x^2} = \frac{t_{n-1,m} + t_{n+1,m} - 2t_{n,m}}{(\Delta x)^2}. \quad (1.91)$$

Тогда дифференциальное уравнение (1.89) для узла A (рис. 1.17) заменится соотношением

$$\frac{t_{n,m+1} - t_{n,m}}{\Delta \tau} = \frac{t_{n-1,m} + t_{n+1,m} - 2t_{n,m}}{(\Delta x)^2}, \quad (1.92)$$

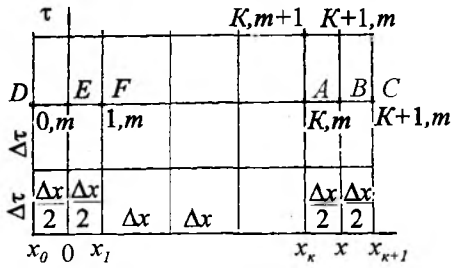


Рис. 1.18. Расчетная схема для граничных условий третьего рода

или

$$t_{n, m+1} = \left[1 - \frac{2a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \right] t_{n, m} + \frac{a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} (t_{n-1, m} + t_{n+1, m}). \quad (1.93)$$

Выбирая различным образом соотношения между Δx и $\Delta\tau$, формулу (1.93) можно значительно упростить. Так, приняв $\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{2a}$, получим

$$t_{n, m+1} = \frac{t_{n-1, m} + t_{n+1, m}}{2}. \quad (1.94)$$

Или

$$t_{n, m} = \frac{t_{n+1, m-1} + t_{n-1, m-1}}{2}. \quad (1.95)$$

Последнее выражение, называемое **уравнением Э. Шмидта**, имеет большое практическое применение как при численном, так и при графическом решении задач нестационарной теплопроводности.

Формула (1.95) позволяет найти температуру для всех узлов горизонтального ряда (например, ряда m). Так как начальными условиями (при $\tau = 0$) задается распределение температуры по сечению тела (известна температура в узлах, находящихся на оси абсцисс), то можно последовательно найти температуру в узлах первого, второго и других рядов.

Рассмотренная сетка (рис. 1.17) удобна для численного интегрирования дифференциального уравнения (1.89) при граничных условиях первого рода (в любой момент времени известна температура на поверхности тела), так как в этом случае граничные прямые $x = 0$ и $x = X$ принадлежат самой сетке.

При расчете многослойных стенок можно использовать рассмотренный выше метод численного интегрирования. При этом толщина одного из

слоев принимается за основную, а толщины остальных слоев многослойной стенки приводятся к эквивалентным значениям, используемым в дальнейшем для расчетов. Так, если рассматривается трехслойная стенка, то эквивалентные толщины второго и третьего слоев можно приближенно определить из выражений:

$$X_{2, экв} = X_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}; \quad X_{3, экв} = X_3 \frac{\lambda_1}{\lambda_3}, \quad (1.96)$$

где X_2 и X_3 — действительная толщина соответственно второго и третьего слоев, m ;

λ_1, λ_2 и λ_3 — соответственно коэффициенты теплопроводности первого, второго и третьего слоев, Вт/(м·К).

В этом случае расчетные участки (по толщине) для второго и третьего слоев:

$$\begin{aligned} (\Delta x)_{2, экв} &= \frac{(\Delta x)_1 \lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}; \\ (\Delta x)_{3, экв} &= (\Delta x)_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \sqrt{\frac{a_3}{a_1}}. \end{aligned} \quad (1.97)$$

При этом справедлива зависимость (1.95) для расчета температуры в каждом из слоев эквивалентной стенки.

Температуру на границе раздела слоев многослойной стенки рассчитываем, используя следующее уравнение зависимости:

$$\begin{aligned} t_{p, n} &= t_{0(\Delta x)_{2, экв}}, \quad m = t_{1(\Delta x)_{2, экв}}, \quad m-1 + \\ &+ \left[t_{p-1, m-1} - t_{1(\Delta x)_{2, экв}}, \quad m-1 \right] k_1, \end{aligned} \quad (1.98)$$

где

$$k_1 = \frac{(\Delta x)_{2, экв}}{(\Delta x)_1 + (\Delta x)_{2, экв}};$$

p — номер расчетного участка первого слоя, примыкающего ко второму слою многослойной стенки.

Температура на границе раздела второго и третьего слоев

$$\begin{aligned} t_{s, m} &= t_{0(\Delta x)_{3, экв}}, \quad m = t_{1(\Delta x)_{3, экв}}, \quad m-1 + \\ &+ \left[t_{s-1, m-1} - t_{1(\Delta x)_{3, экв}}, \quad m-1 \right] k_2, \end{aligned} \quad (1.99)$$

где

$$k_2 = \frac{(\Delta x)_{3, экв}}{(\Delta x)_{2, экв} + (\Delta x)_{3, экв}}.$$

s — порядковый номер расчетного участка $(\Delta x)_{2\text{экв}}$ второго слоя, примыкающего к третьему слою составной стенки.

Чтобы определить температуру наружной поверхности такой составной стенки, можно использовать приближенный метод, который состоит в том, что процесс внешнего теплообмена заменяется процессом теплопроводности в дополнительном фиктивном слое с термическим сопротивлением, равным термическому сопротивлению теплоотдачи. В этом случае температура наружной поверхности

$$t_{q,m} = t_{\text{в}} + (t_{q-1,m-1} - t_{\text{в}})k_3, \quad (1.100)$$

где

$$k_3 = \frac{\lambda_1/\alpha_2}{(\Delta x)_{3\text{экв}} + \lambda_1/\alpha_2};$$

λ_1 — коэффициент теплопроводности первого (основного) слоя составной стенки, Вт/(м·К);

α_2 — коэффициент теплоотдачи от наружной стенки к воздуху, Вт/(м²·К);

$(\Delta x)_{3\text{экв}}$ — толщина расчетного слоя материала, прилегающего к наружной поверхности, м;

q — порядковый номер расчетного участка наружного слоя составной стенки.

Если необходимо решить дифференциальное уравнение (1.89) при граничных условиях третьего рода (известны температура окружающей среды и условия теплообмена между телом и окружающей средой) и повысить точность определения температуры на поверхности, надо вводить дополнительные узловые точки, не лежащие в области твердого тела.

Уравнение (1.89) решаем при граничных условиях третьего рода:

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = \alpha [t_{0,\tau} - t_c]; \quad (1.101)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=X} = \alpha [t(x,\tau) - t_c],$$

где t_c — температура окружающей среды.

Сетка строится так, как показано на рис. 1.18.

Таким образом, в рассмотрение вводятся точки, не лежащие в области твердого тела. Определяем температуру в дополнительных точках, отстоящих от рассматриваемой области на

$$\frac{\Delta x}{2},$$

($t_{0,m}$ и $t_{k+1,m}$).

Производную $\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=X}$, входящую в условие

(1.101), заменяем разностным соотношением

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=X} = \frac{t_{k+1,m} - t_{k,m}}{\Delta x}. \quad (1.102)$$

Температуру на поверхности тела (в точке B) берем как среднее арифметическое температур в точках A и C :

$$t(x, m\Delta\tau) = \frac{t_{k,m} + t_{k+1,m}}{2}. \quad (1.103)$$

Граничное условие (1.101) запишем

$$\frac{t_{k+1,m} - t_{k,m}}{\Delta x} = -\frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{t_{k,m} + t_{k+1,m}}{2} - t_c \right). \quad (1.104)$$

После некоторых преобразований (1.104) получим выражение для расчета температуры в дополнительном узле (точка C) (рис. 1.18):

$$t_{k+1,m} = t_{k,m} + (t_c - t_{k,m})k_4, \quad (1.105)$$

где

$$k_4 = \frac{2\Delta x}{2\lambda/\alpha + \Delta x}.$$

Температура на поверхности плоской стенки (в узле B)

$$t(x, m\Delta\tau) = t_{k,m} + (t_c - t_{k,m})k_5, \quad (1.106)$$

где

$$k_5 = \frac{\Delta x}{2\lambda/\alpha + \Delta x}.$$

Температура в дополнительном узле D (рис. 1.18)

$$t_{0,m} = t_{1,m} + (t_c - t_{1,m})k_4. \quad (1.107)$$

где $t_{1,m}$ — температура в узле F .

Температура левой поверхности (узел E)

$$t(0, m\Delta\tau) = t_{1,m} + (t_c - t_{1,m})k_5. \quad (1.108)$$

Если рассматривается задача по расчету процесса нагрева (охлаждения) многослойной стенки, то температура полуслоев элементарных участков, прилегающих к границе раздела, выразится так:

— для области первого слоя стенки

$$t_{(p-0,5)(\Delta x), m} = t_{0,5(\Delta x), (m-1)} + \left[t_{(p-1,5)(\Delta x), (m-1)} - t_{0,5(\Delta x), (m-1)} \right] k', \quad (1.109)$$

где

$$k' = \frac{(\Delta x)_2}{3(\Delta x)_1 + (\Delta x)_2};$$

— для половины толщины элементарного участка второго слоя сложной стенки

$$t_{0,5(\Delta x)_2, m} = t_{1,5(\Delta x)_2, (m-1)} + \left[t_{(\rho-0,5)(\Delta x)_2, (m-1)} - t_{0,5(\Delta x)_2, (m-1)} \right] k^n, \quad (1.110)$$

где

$$k^n = \frac{2(\Delta x)_2}{3(\Delta x)_2 + (\Delta x)_1}$$

Температура на границе раздела двух слоев составной стенки

$$t_{p, m} = t_{0,5(\Delta x)_2, m} = t_{0,5(\Delta x)_2, m} + \left[t_{(\rho-0,5)(\Delta x)_1, m} - t_{0,5(\Delta x)_2, m} \right] k^*, \quad (1.111)$$

где

$$k^* = \frac{(\Delta x)_2}{(\Delta x)_1 + (\Delta x)_2}. \quad (1.112)$$

Средняя температура стенки в заданный момент времени может быть определена по такой зависимости (граничные условия первого рода, число расчетных участков — n):

$$t_{cp, m} = \frac{t_1 + t_{n+1} + t_2 + \dots + t_{n-1}}{n} \text{ } ^\circ\text{C} \quad (1.113)$$

При определении количества тепла, аккумулированного однородной стенкой, используем выражение

$$Q_{акк} = X \cdot F \cdot \rho (t_{cp2} c_{cp2} - t_{cp1} c_{cp1}), \text{ кДж}, \quad (1.114)$$

где t_{cp2} — средняя температура стенки в момент времени τ_2 , $^\circ\text{C}$ (T_{cp2} , К);

t_{cp1} — средняя температура стенки в момент времени τ_1 , $^\circ\text{C}$ (T_{cp1} , К);

c_{cp1} — теплоемкость материала стенки при температуре t_{cp1} , кДж/(кг·К);

c_{cp2} — то же, но при температуре t_{cp2} .

Используя метод конечных разностей, рассмотренную задачу можно решать графически.

Рассмотрим методику построения температурных кривых при охлаждении стенки (граничные условия третьего рода). Начальное распределение температуры считается известным и задано в виде ломаной линии 0, 1, 2, 3, — (рис. 1.19). Требуется найти распределение температуры по толщине в последующие моменты времени.

Выбор расчетных участков Δx и Δu подчиняется условию

$$\frac{2a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} = 1. \quad (1.115)$$

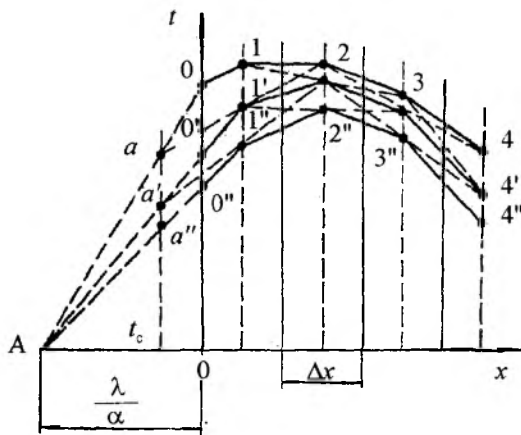


Рис. 1.19. Графический метод построения температурных кривых

Далее поступаем так. Чтобы определить температуру середины второго слоя, соединяем прямой точки 1 и 3. Точка 2' соответствует температуре в середине второго расчетного участка. Чтобы найти температуру в середине третьего слоя, прямой линией соединяем точки 2 и 4 (получаем точку 3'') и т.д. Для определения температуры в середине первого слоя и на поверхности стенки строим направляющую точку A (рис. 1.19), отстоящую от поверхности стенки на расстоянии $\frac{\lambda}{\alpha}$. Соединив точку 0 (температура на поверхности стенки в начальный момент времени) с направляющей A, получим точку a, которая соответствует температуре дополнительного фиктивного слоя, половина толщины которого равна $\frac{\Delta x}{2}$. Прямая, проходящая через точки a и 2, в пересечении с осью первого расчетного участка), а соединив 1' с направляющей точкой A, получим точку 0'', которая приблизительно соответствует температуре поверхности в последующий момент времени.

С увеличением времени охлаждения кривые распределения температуры сближаются. Для наглядности изображения надо увеличить расчетные отрезки времени Δt за счет повышения размера Δx .

Рассмотрев задачи, касающиеся стационарной теплопроводности в телах классической формы, и освоив параграфы 1.5.1, 1.5.2 и 1.5.3 настоящей главы, можно приступить к изучению нестационарной теплопроводности в твердых телах, которой посвящена глава 2 раздела II.

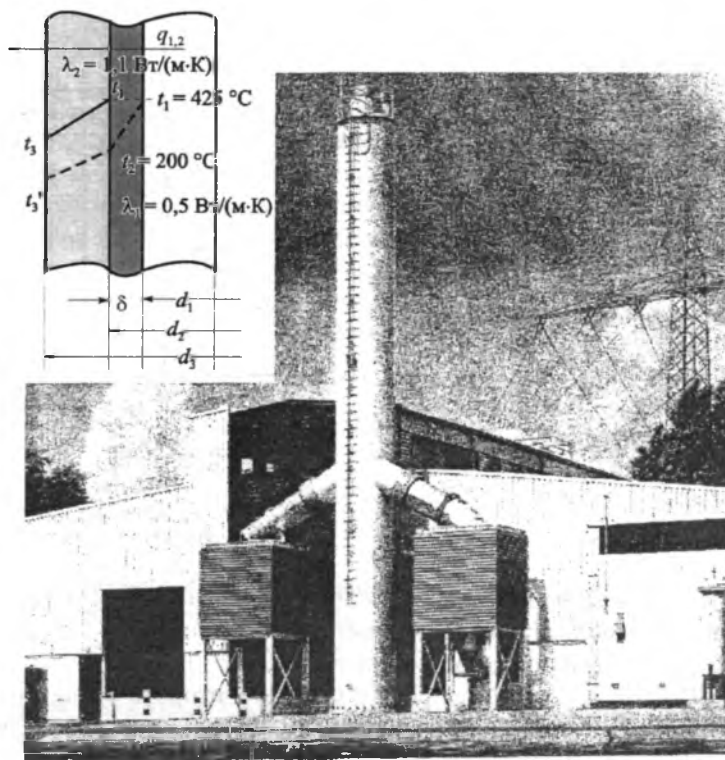


Рис. 1 (к примеру 1.1). К оценке толщины δ футеровочного покрытия дымовой трубы

Литература к главе 1

Вейник А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1965.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов, 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Примеры решения задач к главе 1

Пример 1.1

На рис. 1 показана железобетонная труба для отвода продуктов сгорания органического топлива. Температура внутренней поверхности железобетона не должна превышать $200\text{ }^\circ\text{C}$, так как при более высокой температуре поверхность будет разрушаться. Для сохранения целостности конструкции на внутреннюю поверхность трубы наносят слой изоляции толщиной δ (футеруют трубу изнутри). Нужно определить толщину слоя футеровки δ и температуру наружной поверхности трубы исходя из условия, что теплотери с 1 погонного метра (1 м) не будут превышать 2000 Вт/м .

Дано: $d_2 = 800\text{ мм}$; $d_3 = 1300\text{ мм}$; $\lambda_1 = 1,1\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; $\lambda_2 = 0,5\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; $t_1 = 245\text{ }^\circ\text{C}$; $t_2 = 200\text{ }^\circ\text{C}$.

Решение. Для потока теплоты 2000 Вт/м записываем соотношение ($q_l = \text{const}$):

$$q_l = \frac{2\pi(t_2 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_3}}; \quad 2000 = \frac{2\pi(200 - t_3)}{\frac{1}{1,1} \ln \frac{0,8}{1,3}}$$

Или $t_3 = 59,15\text{ }^\circ\text{C}$.

Также записываем:

$$q_l = \frac{2\pi(t_1 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}};$$

$$2000 = \frac{2 \cdot 3,14(425 - 59,15)}{\frac{1}{0,5} \ln \frac{0,8}{0,8 - 2\delta} + \frac{1}{1,1} \ln \frac{1,3}{0,8}}$$

Решая последнее выражение относительно δ (размера футеровки трубы), имеем $\delta = 0,12\text{ м}$.

Глава 2. Теплопроводность при нестационарном режиме

2.1. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ КЛАССИЧЕСКОЙ ФОРМЫ С ПОСТОЯННЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ. НАГРЕВ (ОХЛАЖДЕНИЕ) ТЕЛ КЛАССИЧЕСКОЙ ФОРМЫ	1
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2	1
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 2	1

Chapter 2. HEAT CONDUCTION UNDER UNSTEADY CONDITION

Глава 2. Теплопроводность при нестационарном режиме¹

Теплопроводностью происходит нагрев (охлаждение) различных твердых тел в промышленных теплотехнологиях производства извести из CaCO_3 , производства кузнечных поковок, стального проката. Нестационарная теплопроводность наблюдается при разогреве энергетического оборудования при выходе его работы на стационарный режим. При запуске оборудования тепловые потери в окружающую среду оцениваются в нестационарном режиме и др.

2.1. Нестационарная теплопроводность в телах классической формы с постоянными теплофизическими характеристиками. Нагрев (охлаждение) тел классической формы

Задачи о нагреве (охлаждении) занимают важное место в машиностроении и металлургии, а также энергетике. Эти задачи, как и в случае стационарной теплопроводности, включают в себя работы по записи физико-математических моделей (см. раздел I) и их практической реализации. Нам уже известно, что такая реализация приводит к точным аналитическим решениям как в части температурного поля, так и потока теплоты. При этом большое внимание уделяется экспериментальному анализу, результаты которого позволяют идентифицировать данные аналитических и численных решений физико-математических моделей нагрева. На рис. 2.1 показан стальной блюминговый слиток, подготовленный к эксперименту по его нагреву.

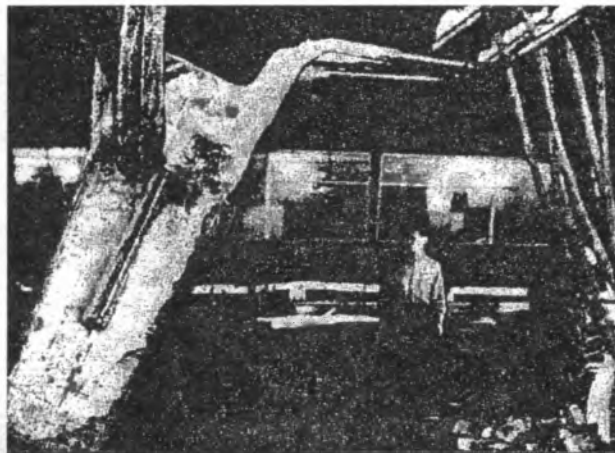


Рис. 2.1. Стальной слиток, подготовленный к опыту по измерению поля температур при его нагревании (опыты проф. Ю.А. Самойловича)¹

2.1.1. Нестационарная теплопроводность в пластине

Математическая модель процесса нагрева пластины, а также условия однозначности составляются на основании (4.37)...(4.42) (раздел I, гл. 4). В нашем случае, когда тепловой поток одномерен, физико-математическая модель получается достаточно простой.

Общий случай теплообмена и запись его физико-математической модели рассмотрены нами в разделе I книги. Используя записанную модель, были получены формулы для расчета полей температур и потоков теплоты для стационарного процесса теплопроводности в телах классической формы. Аналогичная работа будет проделана также для случая нестационарной теплопроводности (нагрева и охлаждения).

Как мы уже установили, физико-математическая модель процесса должна включать дифференциальное уравнение теплопроводности и условия однозначности его решения. При этом напоминаем, что для всех граничных условий (1-го, 2-го и 3-го рода) дифференциальное уравнение остается неизменным. Отличаться в записи будут только условия однозначности.

¹ В главе 2 в значительной степени использованы материалы книги А.В. Лыкова: Лыков А.В. Тeorия теплопроводности. — М.: «Высшая школа», 1967.

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Под неограниченной пластиной обычно понимают такую пластину, ширина и длина которой бесконечно велики по сравнению с толщиной. Таким образом, неограниченная пластина представляет собой тело, ограниченное двумя параллельными плоскостями. Изменение температуры происходит только в одном направлении x , в двух других направлениях y и z температура неизменна $\left(\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0\right)$. Следовательно, задача является одномерной.

Записываем дифференциальное уравнение для симметричной пластины $\left(\frac{\delta}{x_{\min}} \leq 0,1\right)$:

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad (\tau > 0; -R < x < +R), \quad (2.1)$$

где R — расстояние от оси пластины в направлении потока теплоты;

x — текущая координата в направлении потока.

Для всех граничных условий устанавливаем однозначность решения (2.1).

1. Граничное условие 1-го рода

В соответствии с уже имеющимся у нас представлением о граничных условиях для симметричной (нагрев с обеих поверхностей) задачи:

$$t(x, 0) = f(x); \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} t(+R, \tau) &= t_c = \text{const}; \\ t(-R, \tau) &= t_c = \text{const}; \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где t_c — температура греющих (охлаждающих) газов, °С.

Физико-математическая модель может быть представлена так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (\tau > 0; -R < x < +R); \\ t(x, 0) &= f(x); \\ t(+R, \tau) &= t_c = \text{const}; \\ t(-R, \tau) &= t_c = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Решение системы (2.4) выполняется **методом разделения переменных**. Оно имеет вид (распределение температуры по толщине пластины $2R$ в любой момент времени τ)

$$\frac{t_c - t(x, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n+1} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (2.5)$$

где t_0 — температура тела в начальный момент.

2. Граничное условие 2-го рода

Дана неограниченная пластина толщиной $2R$ при температуре t_0 . Пластина нагревается с обеих сторон симметрично от источника с постоянным тепловым потоком (нагревается в печи с достаточно высокой температурой t_c). Требуется установить распределение температуры (температурное поле) в теле пластины (ее толщине) в любой момент времени τ . Начальные и граничные условия для симметричной задачи имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} t(x, 0) &= t_0 = \text{const}; \\ -\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial x} + \frac{q_c}{\lambda} &= 0; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Физико-математическую модель представляем в полной записи:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad (\tau > 0; -R < x < +R); \\ t(x, 0) &= t_0 = \text{const}; \\ -\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial x} + \frac{q_c}{\lambda} &= 0; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Решение (2.7) выполнено **методом разделения переменных**

$$\left. \begin{aligned} t(x, \tau) - t_0 &= \frac{q_c}{\lambda} \times \\ &\times \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

3. Граничное условие 3-го рода

Для пластины толщиной $2R$ задано начальное распределение температуры функцией

$$t(x, 0) = f(x).$$

В начальный момент времени пластина помещается в среду с постоянной температурой $t_c > t(x, 0)$. Между ограничивающими поверхностями пластины и окружающей средой происходит теплообмен по закону Ньютона. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины при ее симметричном нагревании.

Имеем:

$$\begin{aligned} t(x, 0) &= f(x); \\ -\lambda \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] &= 0; \\ \lambda \frac{\partial t(-R, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t(-R, \tau)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Модель симметричного нагрева пластины совместно с (2.9) можно представить:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (\tau > 0; -R < x < +R); \\ t(x, 0) &= f(x); \\ -\lambda \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] &= 0; \\ \lambda \frac{\partial t(-R, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t(-R, \tau)] &= 0. \end{aligned} \right\} (2.10)$$

Решение системы (2.10) выполняется методом разделения переменных

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (2.11)$$

2.1.2. Нестационарная теплопроводность в цилиндре

Дифференциальное уравнение теплопроводности для цилиндра имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right); \\ (\tau > 0; 0 < r < R), \end{aligned} \quad (2.12)$$

где r — текущая координата в направлении R (радиуса цилиндра).

При условии, если теплообмен между поверхностью цилиндра и окружающими телами происходит одинаково по всей поверхности, то температура его будет зависеть только от времени и радиуса (симметричная задача).

Итак, дан неограниченный цилиндр при некотором заданном радиальном распределении температуры, т.е. в виде функции $f(r)$. В начальный момент времени поверхность цилиндра мгновенно нагревается до некоторой температуры t_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса нагревания. Необходимо найти распределение температуры внутри цилиндра в любой момент времени.

1. Граничное условие 1-го рода

Записываем условия однозначности решения (2.12):

$$t(r, 0) = f(r); \quad (2.13)$$

$$t(r, \tau) = t_c = \text{const}; \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty. \quad (2.15)$$

Приводим физико-математическую модель процесса:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r}; \\ (\tau > 0; 0 < r < R); \\ t(r, 0) &= f(r); \\ t(R, \tau) &= t_c = \text{const}; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} &= 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty. \end{aligned} \right\} (2.16)$$

Решение (2.16) выполнено *методом разделения переменных*.

Имеем

$$\frac{t_c - t(r, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} \right), \quad (2.17)$$

где $A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}$.

2. Граничное условие 2-го рода

Нагревание (охлаждение) постоянным тепловым потоком происходит равномерно по всей поверхности цилиндра (симметричная задача).

Дан неограниченный цилиндр при некотором заданном радиальном распределении температуры, т.е. в виде функции $f(r)$. В начальный момент времени поверхность цилиндра мгновенно охлаждается до некоторой температуры t_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса охлаждения. Необходимо найти распределение температуры внутри цилиндра в любой момент времени.

Записываем условия однозначности решения (2.12):

$$\begin{aligned} t(r, 0) &= t_0 = \text{const}; \\ \lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} + q_c &= 0; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$t(\infty, \tau) = t_0; \quad \frac{t(\infty, \tau)}{\partial r} = 0. \quad (2.19)$$

Общая постановка задачи выглядит так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right); \\ (\tau > 0; 0 < r < \infty); \\ t(r, 0) &= t_0 = \text{const}; \\ \lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} + q_c &= 0; \\ t(\infty, \tau) &= t_0; \quad \frac{\partial t(\infty, \tau)}{\partial r} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Решение (2.20) целесообразно выполнить **способом разделения переменных**.

Имеем

$$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = \text{Ki} \left[2\text{Fo} - \frac{1}{4} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) \right] - \text{Ki} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 J_0^2(\mu_n)} J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}), \quad (2.21)$$

где Ki — число (критерий) Кирпичева.

3. Граничное условие 3-го рода

Записываем условия однозначности решения дифференциального уравнения (2.12):

$$t(r, 0) = f(r); \quad (2.22)$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] = 0; \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty. \quad (2.24)$$

Даем общую постановку задачи при граничном условии 3-го рода:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right); \\ (\tau > 0; 0 < r < R); \\ t(r, 0) &= f(r); \\ -\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] &= 0; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} &= 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty, \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

где α — эффективное значение коэффициента теплоотдачи от греющей среды (излучение и конвекция).

Решение (2.25) выполнено **методом разделения переменных**.

Имеем

$$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}), \quad (2.26)$$

где $A_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]}$ — постоянные коэффициенты (так называемые начальные тепловые амплитуды), зависящие от критерия Bi.

2.1.3. Нестационарная теплопроводность в шаре

Для симметричной задачи дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (2.27)$$

($\tau > 0; 0 < r < R$),

где R — радиус шара;

r — текущая координата на отрезке R (от центра шара до его поверхности).

Как мы уже знаем, (2.27) описывает теплопроводность в шаровом теле при всех рассматриваемых нами граничных условиях (1-го, 2-го и 3-го рода).

1. Граничное условие 1-го рода

Рассмотрим твердое тело шаровой формы с радиусом R и известным начальным распределением температуры $f(r)$. В частном случае температура может быть одинакова и равна t_0 . В начальный момент времени поверхность шара мгновенно нагревается до некоторой температуры, равной t_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса. Требуется найти распределение температуры внутри шара в любой момент времени. Нагревание (охлаждение) происходит равномерно, так что изотермы внутри шара представляют собой концентрические сферы, т.е. температура зависит только от радиуса-вектора r и времени τ .

Записываем для такой задачи условия однозначности решения (2.27):

$$t(r, 0) = f(r); \quad (2.28)$$

$$t(R, \tau) = t_c = \text{const}; \quad (2.29)$$

$$t(0, \tau) \neq \infty; \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad (2.31)$$

где (2.31) — условие симметрии нагрева.

Физико-математическая модель такого нагрева (охлаждения) может быть представлена:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right); \\ (\tau > 0; 0 < r < R); \\ t(r, 0) &= f(r); \\ t(R, \tau) &= t_c = \text{const}; \\ t(0, \tau) &\neq \infty; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

Окончательно решение (2.32) может быть представлено так (решение получено **методом разделения переменных**):

$$\frac{t_c - t(r, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (2.33)$$

где $A_n = (-1)^{n+1} \cdot 2$; $\mu_n = n\pi$.

2. Граничное условие 2-го рода

Эта задача аналогична задаче при граничном условии 1-го рода. Нагревание шара происходит равномерно по всей поверхности (симметричная задача) при постоянной плотности теплового потока $q_n = q_c = \text{const}$. Требуется найти радиальное распределение температуры в любой момент времени.

Записываем условия однозначности решения дифференциального уравнения (2.27):

$$t(r, 0) = t_0; \quad (2.34)$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \frac{q_c}{\lambda} = 0; \quad -t'_L(R, s) + \frac{q_c}{\lambda_s} = 0; \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t'_L(0, s) = 0; \quad (2.36)$$

$$t(0, \tau) \neq \infty; \quad t_L(0, s) \neq \infty. \quad (2.37)$$

Общая запись физико-математической модели процесса нагревания (охлаждения) тела, имеющего форму шара:

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right);$$

$$t(r, 0) = t_0;$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \frac{q_c}{\lambda} = 0; \quad -t'_L(R, s) + \frac{q_c}{\lambda_s} = 0;$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t'_L(0, s) = 0;$$

$$t(0, \tau) \neq \infty; \quad t_L(0, s) \neq \infty. \quad (2.38)$$

Решение (2.38) имеет вид

$$t(r, \tau) - t_0 = \frac{q_c R}{\lambda} \left[\frac{3a\tau}{R^2} - \frac{3R^2 - 5r^2}{10r^2} \right] - \frac{q_c R}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 \cos \mu_n} \cdot \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right). \quad (2.39)$$

3. Граничное условие 3-го рода

Дифференциальное уравнение теплопроводности для шара при граничном условии 3-го рода можно представить

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial [rt(r, \tau)]}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 [rt(r, \tau)]}{\partial r^2}; \\ (\tau > 0; 0 < r < R). \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Записываем условия однозначности решения (2.40):

$$t(r, 0) = f(r); \quad (2.41)$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] = 0; \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty. \quad (2.43)$$

Записываем модель процесса:

$$\frac{\partial [rt(r, \tau)]}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 [rt(r, \tau)]}{\partial r^2};$$

$$(\tau > 0; 0 < r < R);$$

$$t(r, 0) = f(r);$$

$$-\frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] = 0;$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad t(0, \tau) \neq \infty. \quad (2.44)$$

Решение (2.44) выполнено методом разделения переменных. Окончательная форма решения имеет вид

$$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \cdot \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo}. \quad (2.45)$$

Полученные в этой главе решения удобно использовать для задач промышленного производства (задачи о нагреве тел классической формы с постоянными теплофизическими характеристиками), а также анализа эффективности нагрева. Для

целей анализа записанные формулы выгодно представлять в виде программ решений на ЭВМ.

Подводя итог рассмотрения задач нестационарной теплопроводности при нагреве и охлаждении твердых тел (металлических слитков, кузнечных заготовок и пр.), хочется обратить внимание на их простоту. Нами в этой главе рассмотрены самые простые задачи с телами классической формы и постоянными теплофизическими характеристиками, задачи классические в понимании их постановки и решения. Специальные задачи, осложненные внутренними источниками теплоты, неопределенностью направления тепловых потоков (многомерные зада-

чи) и др., будут рассмотрены во второй части учебного пособия.

И еще, не менее важное: выбирая граничные условия при решении практических производственных задач, нужно обращаться к температурному графику (режимному графику) нагрева конкретной садки (нагреваемого тела: стальная заготовка или слиток). На таком графике всегда видно расположение кривых изменения температур греющих газов и поверхности тела в координатах $t - \tau$.

Ниже, в табл. 2.1, приведены основные формулы для расчета нестационарной одномерной теплопроводности.

Таблица 2.1

Формулы для расчета нестационарной теплопроводности

Форма тела	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Пластина:		
граничное условие 1-го рода	$\frac{t_c - t(x, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n+1} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo),$ <p>где t_0 — температура твердого тела в момент $\tau = 0$</p>	(2.5)
граничное условие 2-го рода	$t(x, \tau) - t_0 = \frac{q_c}{\lambda} x \times \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo) \right]$	(2.8)
граничное условие 3-го рода	$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 Fo)$	(2.11)
Цилиндр:		
граничное условие 1-го рода	$\frac{t_c - t(r, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} \right),$ <p>где $A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}$</p>	(2.17)
граничное условие 2-го рода	$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = \text{Ki} \left[2Fo - \frac{1}{4} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 J_0(\mu_n)} J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo) \right],$ <p>где Ki — число (критерий) Кирпичева</p>	(2.21)

Форма тела	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
граничное условие 3-го рода	$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo),$ <p>где $A_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]}$ — постоянные коэффициенты (так называемые начальные тепловые амплитуды), зависящие от критерия Bi</p>	(2.26)
Шар:		
граничное условие 1-го рода	$\frac{t_c - t(r, \tau)}{t_c - t_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo),$ <p>где $A_n = (-1)^{n+1} \cdot 2$; $\mu_n = n\pi$</p>	(2.33)
граничное условие 2-го рода	$t(r, \tau) - t_0 = \frac{q_c R}{\lambda} \left[\frac{3a\tau}{R^2} - \frac{3R^2 - 5r^2}{10r^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 \cos \mu_n} \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \right]$	(2.39)
граничное условие 3-го рода	$\frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo}$	(2.45)

2.1.4. Решение задач о нагреве (охлаждении) тел классической формы с использованием расчетных номограмм

Решение задач нестационарной теплопроводности существующими аналитическими методами, даже таких простых, как это имеет место в главе 2 (раздел II), сопряжено с определенными трудностями, так как нужно вычислять немалое число членов ряда, а также решения трансцендентного уравнения при определении специфических корней ряда μ_n . В связи с этим уже первые публикации решений теории теплопроводности для практического применения (труды Н.Ю. Тайца и Г.П. Иванцова) сопровождались различного вида графиками и номограммами. В частности, при выпуске в 1948 г. книги «Нагрев металла»¹ редактор книги Д.В. Будрип дополнил основной текст книги приложением, содержащим графики зависимости относительной температуры поверхности пли-

ты и цилиндра, а также температур в средней плоскости плиты (в плоскости симметрии поля температур при двухстороннем симметричном обогреве) и в центре (на оси симметрии) цилиндра от критерия Фурье, при различных значениях числа Bi = $\frac{\alpha S}{\lambda}$, Bi = $\frac{\alpha R}{\lambda}$.

Номограммы для расчета нагрева тел классической формы Д.В. Будрина упростили процесс расчета температурного поля и времени нагревания, однако внесли достаточную погрешность. Обычно номограммы используются для предварительных (прикидочных) расчетов.

1. Нагревание массивного тела классической формы при постоянных теплофизических характеристиках

Как и следовало ожидать, использование расчетных номограмм Д.В. Будрина сопряжено с необходимостью установления (выбора) граничных условий. Такой выбор может быть сделан путем анализа температурного графика нагрева (охлаждения).

¹ Иванцов Г.П. Нагрев металла (теория и методы расчета). — Свердловск; Москва: Металлургиядат, 1948.

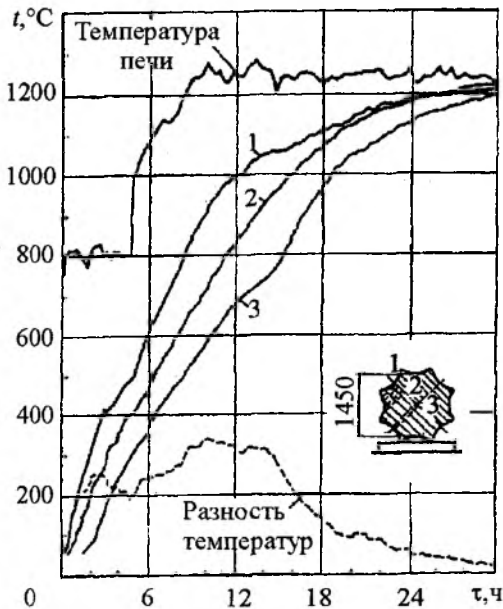


Рис. 2.2. Температурный график нагрева 45-тонного слитка (эксперименты В.Н. Соколова — В.А. Куредова)¹

На рис. 2.2 показано изменение температур греющих газов (печи) (верхняя кривая) и слитка (кривые 1 и 3) во времени. Рассмотрим участок кривой греющих газов (печи) в области температур на поверхности слитка 1150...1200 °С. В этой области (нетрудно заметить) температура постоянна, а это дает основание считать, что в конце нагрева реализованы граничные условия 3-го рода. На участке графика (рис. 2.2) в области температур 900...1150 °С реализованы уже иные граничные условия. Они соответствуют условию $q = \text{const}$. Мы видим, что установление граничных условий — дело достаточно простое, но необходимое.

Рассмотрение нами будет выполнено с позиций использования математической модели теплообмена, записанной нами в разделе I книги, помня, что теплообмен совершается путем теплопроводности в теле классической формы (теплопроводность нестационарная).

Формулируем задачу:

$$x/X_{\min} \leq 0,1; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \neq 0; \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0.$$

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Нессенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Условно задаемся граничными условиями 3-го рода:

$$\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\pm x} = \pm \frac{\alpha}{\lambda} (t_c - t_m^n).$$

На рис. 2.3 показана часть плоской (цилиндрической) стенки.

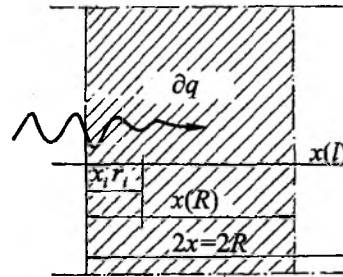


Рис. 2.3. Схема для расчета внутреннего теплообмена

Записываем физико-математическую модель процесса нагревания:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\pm X} &= \pm \frac{\alpha}{\lambda} (t_c - t_m^n); \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$t_{m\tau_0} = t_{m0}^{n(u)}.$$

Такая модель нами уже записывалась в случае нестационарной теплопроводности в пластине.

Избыточная температура греющей среды t_c над температурой поверхности или середины (нагреваемого тела) в момент времени τ_i обозначается через $\vartheta_{\tau_i}^{n(u)}$:

$$\vartheta_{\tau_i}^n = \bar{t}_c - t_{m\tau_i}^n, \quad \text{и} \quad \vartheta_{\tau_i}^u = \bar{t}_c - t_{m\tau_i}^u. \quad (2.47)$$

Соответственно для начального момента времени τ_0 (момент начала нагрева садки твердого тела в печи) запишем

$$\vartheta_{\tau_0}^{n(u)} = \bar{t}_c - t_{m0}^{n(u)}. \quad (2.48)$$

Причем

$$t_{m0}^u = t_{m0}^n. \quad (2.49)$$

Переписываем граничное условие на поверхности заготовки

$$\frac{\partial \vartheta_{\tau}}{\partial x} = \pm \frac{\alpha \vartheta_{\tau}}{\lambda_m}, \quad (2.50)$$

где α и λ_m — соответственно коэффициент теплоотдачи лучеиспусканием и конвекцией от газов к поверхности материала (эффективное значение) и коэффициент теплопроводности садки (материала).

Начальное условие представляем в виде:

$$\tau = 0; \vartheta_{\tau} = \vartheta_0. \quad (2.51)$$

Решение задачи выполняем, используя принципы теории подобия. С этой целью рассмотрим два явления, входящих в группу подобных. Подобные явления обозначаем индексами (') и (''):

$$\frac{\partial \vartheta'_{\tau}}{\partial \tau'} = a' \frac{\partial^2 \vartheta'}{\partial (x')^2}; \quad \frac{\partial \vartheta'_{\tau}}{\partial x'} = \pm \frac{\alpha' \vartheta'_{\tau}}{\lambda'_{\text{м}}} \quad (2.52)$$

и

$$\frac{\partial \vartheta''_{\tau}}{\partial \tau''} = a'' \frac{\partial^2 \vartheta''}{\partial (x'')^2}; \quad \frac{\partial \vartheta''_{\tau}}{\partial x''} = \pm \frac{\alpha'' \vartheta''_{\tau}}{\lambda''_{\text{м}}} \quad (2.53)$$

Пользуясь множителями подобного преобразования, (2.53) переписываем:

$$\frac{k_{\vartheta}}{k_{\tau}} \frac{\partial \vartheta'_{\tau}}{\partial \tau'} = \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_l^2} a' \frac{\partial^2 \vartheta'}{\partial (x')^2};$$

$$\frac{k_{\vartheta}}{k_l} \frac{\partial \vartheta'_{\tau}}{\partial x'} = \pm \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_{\lambda}} a' \frac{\alpha' \vartheta'}{\lambda'_{\text{м}}}. \quad (2.54)$$

Если оба явления (') и (') подобны, то выражения (2.53) и (2.54) тождественны. Следовательно:

$$\frac{k_{\vartheta}}{k_{\tau}} = 1; \quad \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_l^2} = 1; \quad \frac{k_{\vartheta}}{k_l} = 1 \text{ и } \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_{\lambda}} = 1. \quad (2.55)$$

А также

$$\frac{k_{\vartheta}}{k_{\tau}} = \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_l^2} = \frac{k_{\vartheta}}{k_l} = \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_{\lambda}}.$$

Из (2.55) имеем:

$$\frac{k_{\vartheta}}{k_{\tau}} = \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_l^2} \text{ и } \frac{k_{\vartheta}}{k_l} = \frac{k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_{\lambda}}. \quad (2.56)$$

Последние выражения представляем в виде

$$1 = \frac{k_{\tau} k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_l^2 k_{\vartheta}} \text{ или } Fo = \frac{a\tau}{x^2} \quad (2.57)$$

и

$$1 = \frac{k_l k_{\alpha} k_{\vartheta}}{k_{\vartheta} k_{\lambda}} \text{ или } Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}. \quad (2.58)$$

Итак, критериальное уравнение принимает вид

$$Fo = F\left(\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}; Bi; \frac{x_i}{x}\right), \quad (2.59)$$

где $\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}$ — безразмерная относительная температура;
 $\frac{x_i}{x}$ — безразмерный комплекс, позволяющий зафиксировать изоповерхность, отвечающую рассматриваемой величине ϑ_{τ_i} (критерий геометрического подобия).

Для поверхности пластины или цилиндра ($x_i = 0$) (рис. 2.3) выражение (2.59) запишется

$$Fo = F_1\left[\left(\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}\right)^{\pi}; Bi\right]. \quad (2.60)$$

Аналогично для середины заготовки ($x_i = x$) (2.59) принимает вид

$$Fo = F_2\left[\left(\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}\right)^{\pi}; Bi\right]. \quad (2.61)$$

Однозначность функций F_1 и F_2 в формулах (2.60) и (2.61) устанавливается с помощью номограмм (рис. 2.4 ... 2.13) или аналитическим путем.

Формулы (2.60) и (2.61) обычно представляются в виде:

$$\left(\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}\right)^{\pi} = F_3(Fo; Bi); \quad (2.62)$$

$$\left(\frac{\vartheta_{\tau_i}}{\vartheta_0}\right)^{\pi} = F_4(Fo; Bi). \quad (2.63)$$

Или:

$$\frac{t_{\tau_i} - t_{\text{мт},i}^{\pi}}{t_{\tau_i} - t_{\text{мт},i}^{\pi}} = F_3(Fo; Bi); \quad (2.64)$$

$$\frac{t_{\tau_i} - t_{\text{мт},i}^{\pi}}{t_{\tau_i} - t_{\text{мт},i}^{\pi}} = F_4(Fo; Bi). \quad (2.65)$$

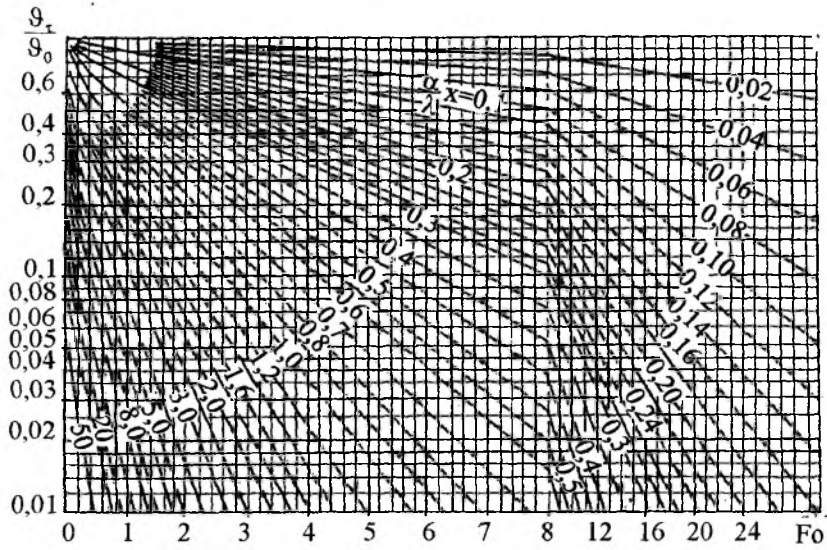


Рис. 2.4. Температурный критерий для поверхности пластины

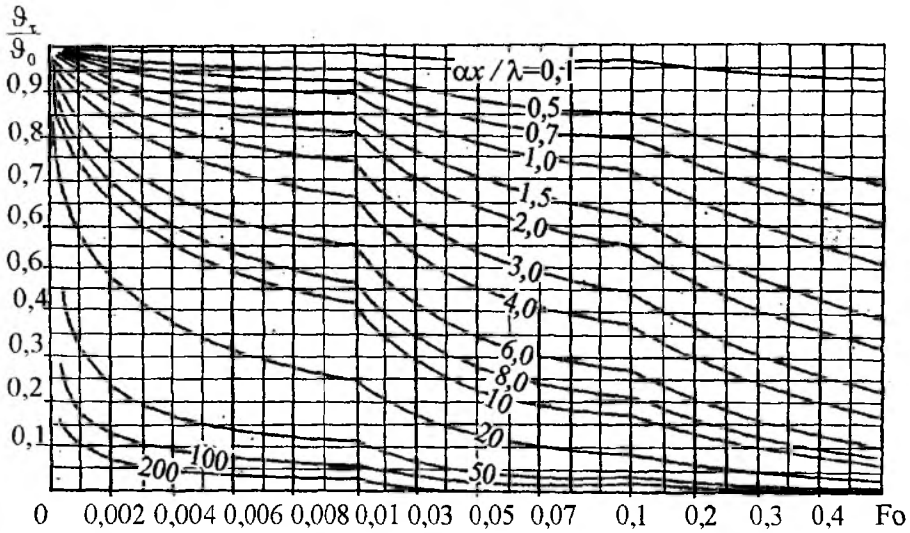


Рис. 2.5. Температурный критерий для поверхности пластины при малых значениях критерия Fo

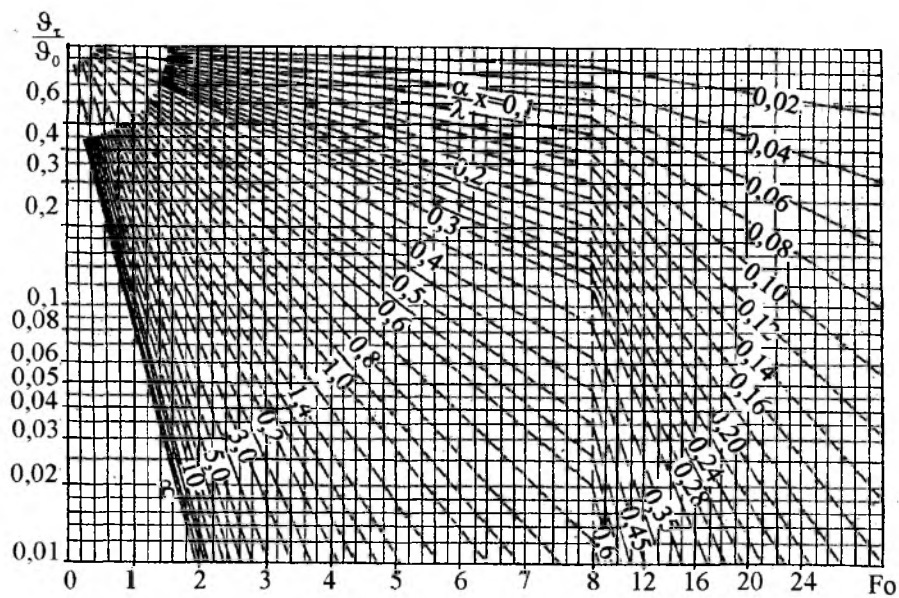


Рис. 2.6. Температурный критерий для середины пластины

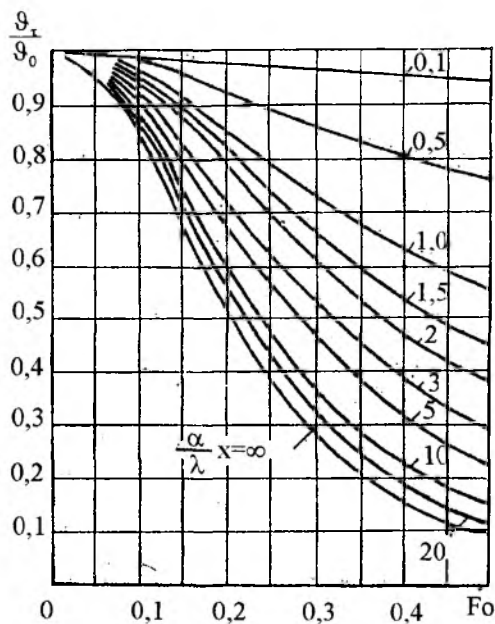


Рис. 2.7. Температурный критерий для середины пластины при малых значениях критерия Fo

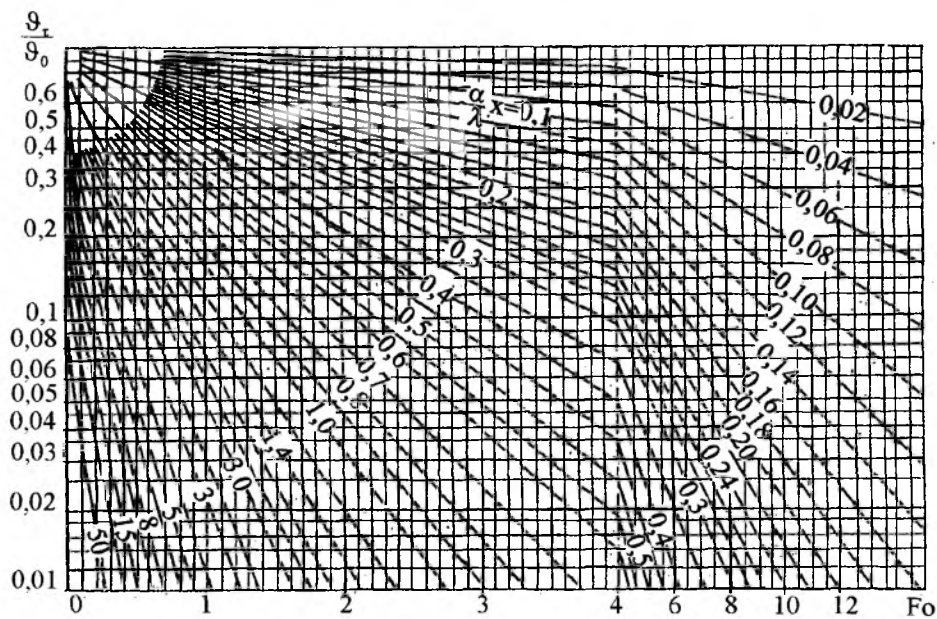
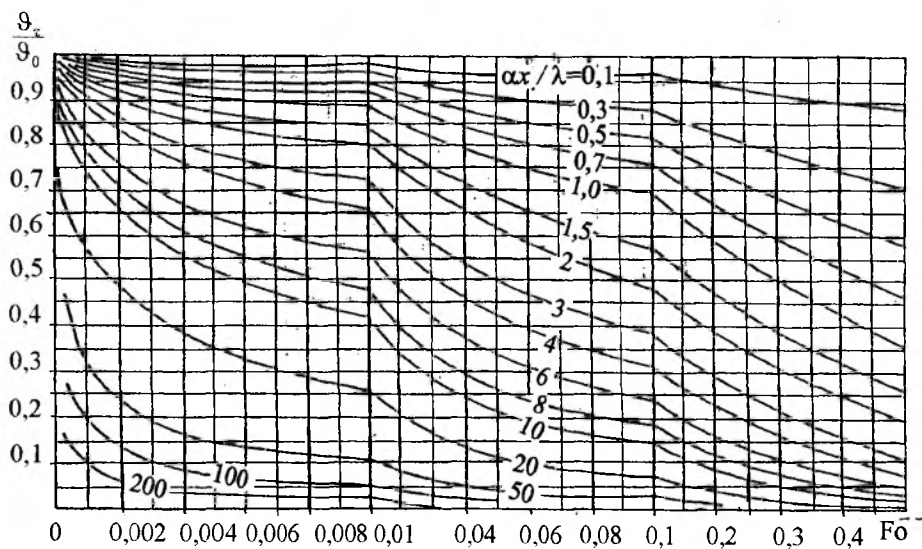


Рис. 2.8. Температурный критерий для поверхности цилиндра

Рис. 2.9. Температурный критерий для поверхности цилиндра при малых значениях критерия Fo

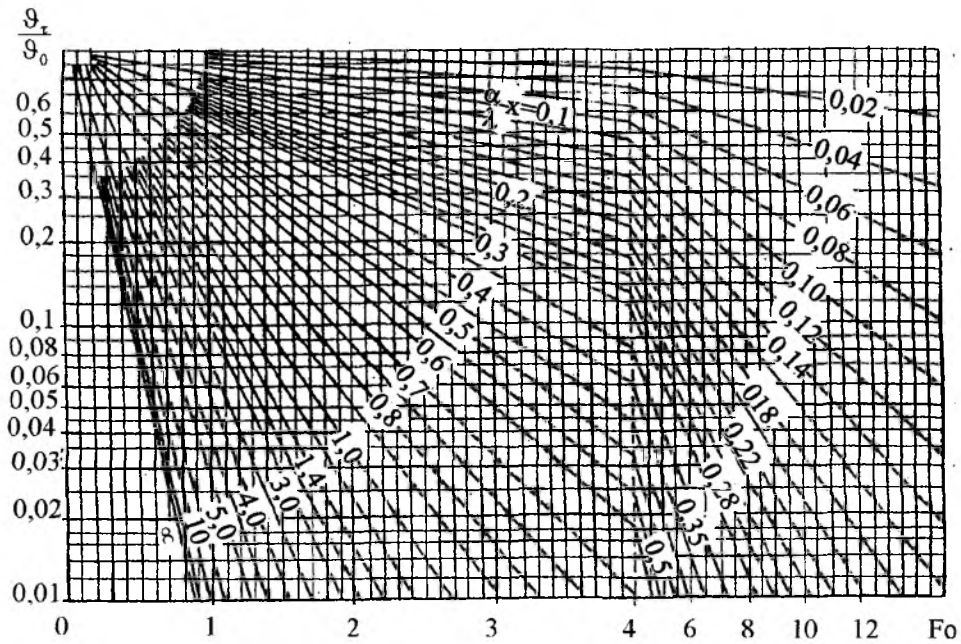


Рис. 2.10. Температурный критерий для середины цилиндра

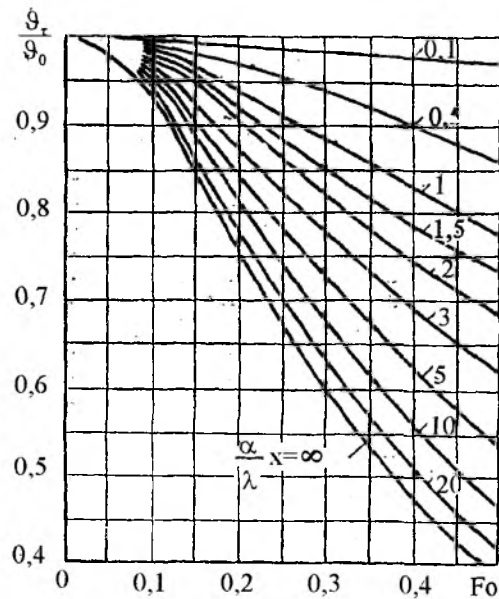


Рис. 2.11. Температурный критерий для середины цилиндра при малых значениях критерия Fo

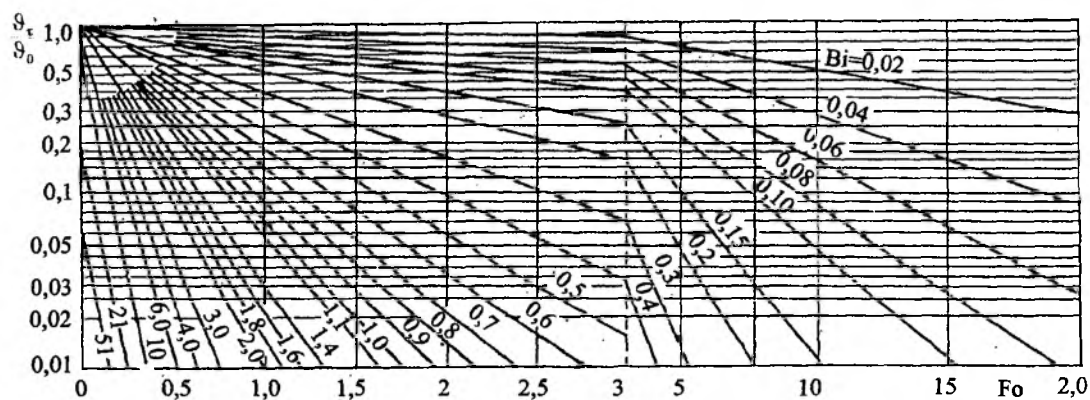


Рис. 2.12. Температурный критерий для поверхности шара

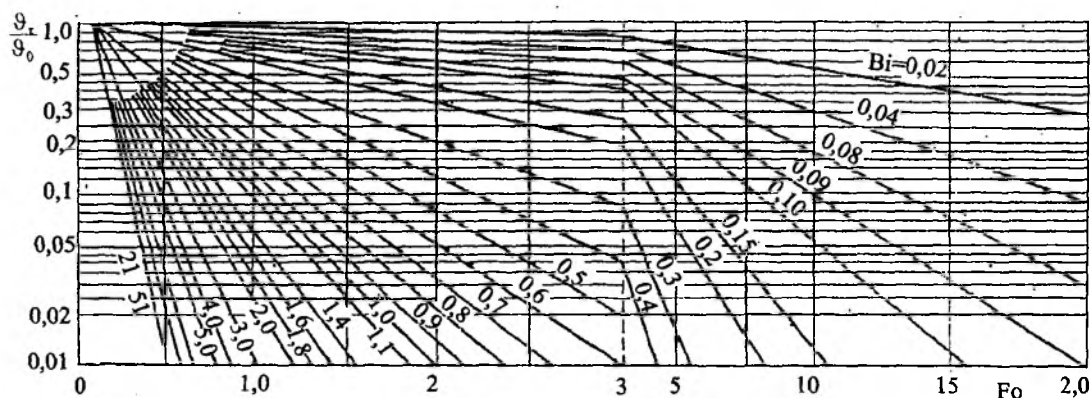


Рис. 2.13. Температурный критерий для середины шара

Литература к главе 2

Беляев Н.М. Теплоотдача. — Киев: «Вища школа». Головное издат., 1988.

Высокотемпературные теплотехнологические процессы и установки: Учеб. пособие / А.П. Несенчук, В.Г. Лисиенко, В.И. Тимошпольский и др.; Под общ. ред. Лисиенко В.Г. — Мн.: «Вышэйшая школа», 1988.

Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: «Высшая школа», 1967.

Стальной слиток. В 3-х т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Примеры решения задач к главе 2

Будут выполнены расчеты производственных задач, касающиеся нестационарной теплопроводности в телах классической формы с постоянными теплофизическими характеристиками (λ , ρ и c_p) при граничных условиях 3-го и 1-го рода ((2.11), (2.26) и (2.5), (2.17), гл. 2, раздел II).

Для упрощения анализа результатов расчет будет выполнен на ЭВМ. Программы¹ расчета были разработаны исходя из условий и требований, предъявляемых к анализу температурного поля нагреваемого изделия. Структура исходных данных, в соответствии с которыми разрабатывалась программа задачи о температурном поле неограниченного цилиндра, изображена на рис. 2.14.

¹ Тепловые расчеты нагрева металла на ЭВМ; под общ. ред. А.П. Несенчука. — Мн.: «Вышэйшая школа», 1977.

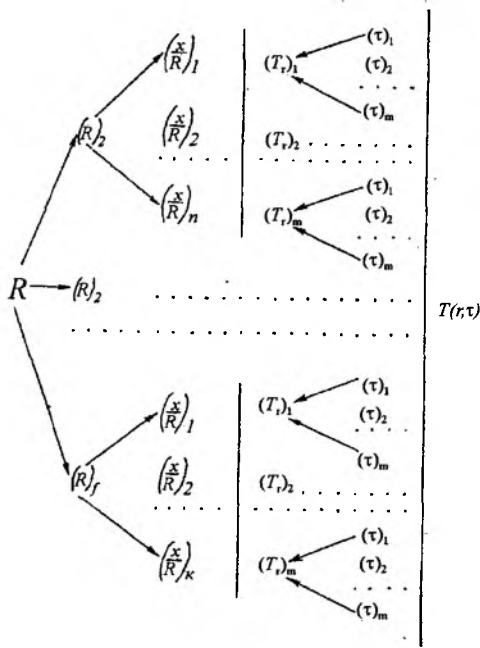


Рис. 2.14. Температурное поле цилиндра

В общей постановке задача формулируется так. Рассчитать температурные поля цилиндрических заготовок $(R)_1 = 0,1$; $(R)_2 = 0,2$ и $(R)_3 = 0,3$ м в моменты времени $(\tau)_{1-m} = 0...1,5$ ч при температуре продуктов сгорания, изменяющейся в интервале значений

$$(T_r)_{1-m} = (1150...1250) \text{ }^\circ\text{C}.$$

Значения $t(r, 0)$, a_m , λ_m и α принимаются постоянными и соответственно равными $20 \text{ }^\circ\text{C}$; $0,02 \text{ м}^2/\text{ч}$ ($\text{м}^2/\text{с}$); $36 \text{ ккал}/\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$ ($\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$); $200 \text{ ккал}/(\text{м}^2\cdot\text{ч}\cdot\text{К})$ ($\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$). Решение нужно выполнить для точек:

$$\left(\frac{r}{R}\right)_{1-n} = 0...1 \left(\frac{r}{R}=0,0; \frac{r}{R}=0,3; \frac{r}{R}=0,5; \frac{r}{R}=0,8 \text{ и } \frac{r}{R}=1,0\right).$$

Задаемся шагом: по температуре продуктов сгорания $10 \text{ }^\circ\text{C}$, по времени — $0,1 \text{ ч}$ (с).

Ниже рассмотрим решения задач при граничных условиях 3-го рода ((2.26), гл. 2, раздел II).

Пример 2.1

Для моментов времени $\tau_1 = 0,1$; $\tau_2 = 0,3$; ... ; $\tau_m = 1,5$ ч провести анализ изменения неравномерности прогрева контрольного сечения заготовки цилиндрической формы

$$\Delta T = T(R, \tau) - T(0, \tau).$$

Садка представлена заготовками размером $R = 0,1...0,3 \text{ м}$.

Нагрев выполняется под штамповку в печи с температурой дымовых газов $1150, 1200$ и $1250 \text{ }^\circ\text{C}$.

Значения коэффициентов a_m , λ_m и α соответственно равны $0,02 \text{ м}^2/\text{ч}$ ($\text{м}^2/\text{с}$); $36 \text{ ккал}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{ }^\circ\text{C})$ ($\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$) и $200 \text{ ккал}/(\text{м}^2\cdot\text{ч}\cdot\text{ }^\circ\text{C})$ ($\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$).

По результатам расчета на ЭВМ строим графики (рис. 1...3 (к примеру 2.1)):

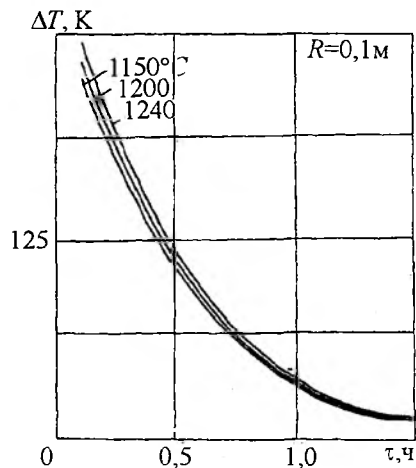


Рис. 1 (к примеру 2.1). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$, $R = 0,1 \text{ м}$

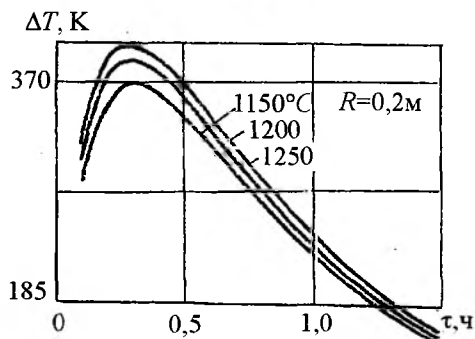


Рис. 2 (к примеру 2.1). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$, $R = 0,2 \text{ м}$

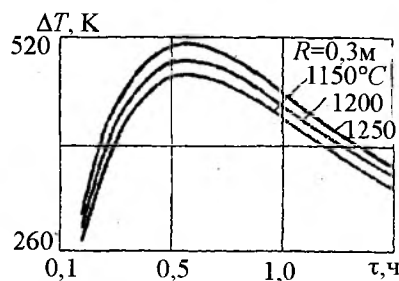


Рис. 3 (к примеру 2.1). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$, $R = 0,3 \text{ м}$

$$T(R, \tau) - T(0, \tau) = f[\tau(T_r)_{1-m}; (R)_{1-n}]$$

для условий $(R)_{n=1} = 0,1$; $(R)_{n=2} = 0,2$ и $(R)_{n=3} = 0,3$ м.

Анализ результатов решения на ЭВМ указывает на сильное влияние величины R на конечную неравномерность прогресса контрольного сечения

$$[T(R, \tau) - T(0, \tau)]_{\tau=1,5}$$

С увеличением R зависимость

$$T(R, \tau) - T(0, \tau) = f[\tau, (T_r)_{1-m}; (R)_{1-n}]$$

приобретает новое качество.

Что касается моментов времени $\tau = 0,1 \dots 0,3$ ч, то здесь величина ΔT в основном определяется температурой продуктов сгорания и температурой садки.

Пример 2.2

Для камерной нагревательной печи построить графики, характеризующие температурные пере-

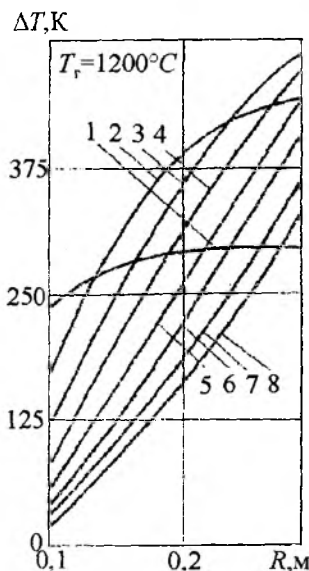


Рис. 1 (к примеру 2.2). Графики зависимости $\Delta T = f(R, \tau)$: $T_r = 1200$ °C; 1...8 соответственно 0,1...0,3; ...; 1,5 ч

пады в контрольном сечении цилиндрической заготовки для всего периода нагрева ($\tau = 0 \dots 1,5$ ч).

Номенклатура нагреваемых цилиндрических заготовок характеризуется размером $(R)_{1-f} = 0,1 \dots 0,3$ м.

Температура газов в печи поддерживается на уровне 1200...1240 °C. Нагреву подвергаются заготовки из стали 30 ($a_n = 0,02$ м²/ч (м²/с) и $\lambda_n = 36$ ккал/(м·ч·°C) (Вт/(м·K)). Эффективное значение коэффициента теплоотдачи можно принять равным 220 ккал/(м²·ч·°C) (Вт/(м²·K)).

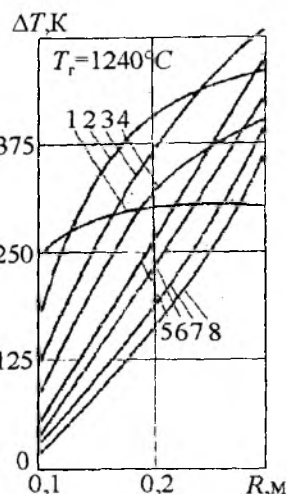


Рис. 2 (к примеру 2.2). Графики зависимости $\Delta T = f(R, \tau)$: $T_r = 1240$ °C; 1...8 соответственно 0,1...0,3; ...; 1,5 ч

Решение задачи будем искать в виде

$$T(R, \tau) - T(0, \tau) = f[(R)_{1-n}, (\tau)_{1-m}]$$

Результаты можно представить графиками (рис. 1, 2 (к примеру 2.2)).

Анализ температурного поля пластины (классическое тело) в различные моменты времени позволяет сделать правильный выбор величины отношений $\frac{\Delta T_{\text{кон}}}{\Delta T_{\text{нач}}}$ в периоды основного нагрева $\sum \tau$ выдержки $\tau_{\text{выд}}$.

Принимая во внимание возможность интенсификации нагрева в начальный период (основной нагрев), время, необходимое для нагрева садки от начальной температуры на поверхности $T(R, 0)$ до температуры операции $T(R, \sum \tau)$, можно резко сократить за счет поддержания в течение этого пе-

риода достаточно большого отношения $\left(\frac{\Delta T_{\text{кон}}}{\Delta T_{\text{нач}}} \right)_{\sum \tau}$,

здесь

$$\Delta T_{\text{кон}} = T(R, \tau = \sum \tau) - T(0, \tau = \sum \tau)$$

$$\text{и} \quad \Delta T_{\text{нач}} = T(R, 0) - T(0, 0).$$

Последнее достигается увеличением температуры газов в печи.

Однако сокращение времени нагрева в первом периоде ($\sum \tau$), как правило, приводит к увеличению длительности периода выдержки, что вызвано увеличением начальной разности температур

поверхности и середины садки $\Delta T_{\text{нач}} \tau_{\text{выд}}$ и, следовательно, уменьшением отношения

$$\left(\frac{\Delta T_{\text{кон}}}{\Delta T_{\text{нач}}} \right)_{\tau_{\text{выд}}}$$

Расчет температур в контрольном сечении садки, а также выполнение указанного анализа с целью выбора оптимальных значений температур газов наиболее удобно осуществлять, используя данные, полученные на ЭВМ.

Как и в случае неограниченного цилиндра, программа разработана для наиболее общего случая ((2.5), гл. 2, раздел II) (правда, с постоянными термическими коэффициентами).

Пример 2.3

Нагреву под штамповку подвергаются заготовки с размером $X = 0, 1 \dots 0,3$ м.

Требуется выполнить анализ зависимости

$$\Delta T = f[\tau, (T_r)_{1-m}, (X)_{1-n}],$$

где

$$\Delta T = T(X, \tau) - T(0, \tau).$$

Провести анализ для моментов времени $\tau_1 = 0, 1; \tau_2 = 0, 3; \dots; \tau_3 = 1, 5$ ч и температур газов в печи 1150, 1200 и 1240 °С.

Значения коэффициентов a_m, λ_n и α соответственно равны $0,02 \text{ м}^2/\text{ч}$ ($\text{м}^2/\text{с}$); $36 \text{ ккал}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{°С})$ ($\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$) и $200 \text{ ккал}/(\text{м}^2\cdot\text{ч}\cdot\text{°С})$ ($\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$).

По данным результатов решения на ЭВМ строим графики (рис. 1...3 (к примеру 2.3))

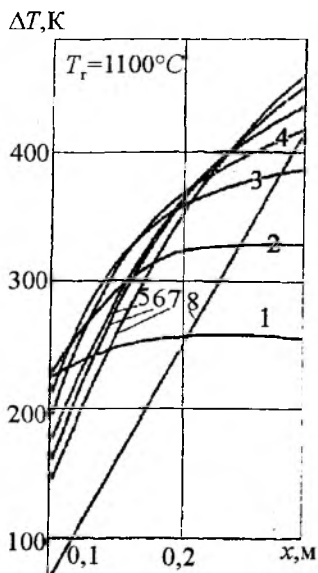


Рис. 1 (к примеру 2.3). Графики зависимости $\Delta T = f(\tau, x)$: $T_r = 1100 \text{ °С}$; 1...8 — 0,1...0,3; ...; 1,5 ч

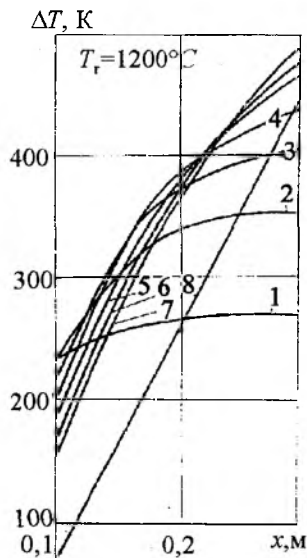


Рис. 2 (к примеру 2.3). Графики зависимости $\Delta T = f(\tau, x)$: $T_r = 1200 \text{ °С}$; 1...8 — 1150, 1200, 1240 °С

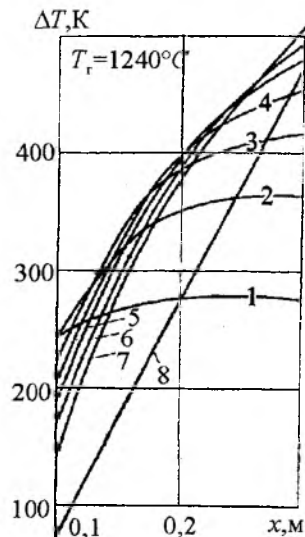


Рис. 3 (к примеру 2.3). Графики зависимости $\Delta T = f(\tau, x)$: $T_r = 1240 \text{ °С}$; 1...8 — 0,1...0,3; ...; 1,5 ч

$$T(X, \tau) - T(0, \tau) = f[\tau, (T_r)_{1-m}, (X)_{1-n}]$$

для условий $(X)_{n-1} = 0, 1; (X)_{n-2} = 0, 2$ и $(X)_{n-3} = 0, 3$ м.

Пример 2.4

Построить графики, характеризующие температурные перепады в контрольном сечении плоских заготовок ($x < 0,1X$) для периода ($\tau = 0 \dots 1,5$ ч).

Номенклатура нагреваемых заготовок определяется размером $(X)_{1-f} = 0,1 \dots 0,3$ м.

Температура газов в печи колеблется в пределах $1150 \dots 1240$ °С.

Значения термофизических характеристик садки принять такие же, как и в примере 2.3.

Решение ищем в виде

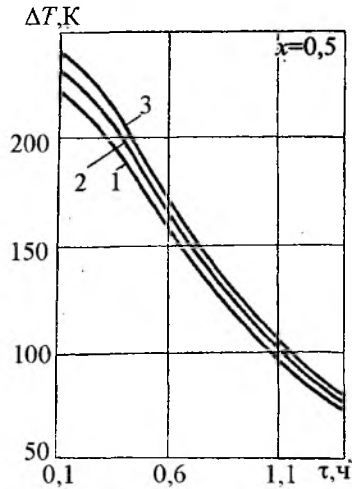


Рис. 1 (к примеру 2.4). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$: $x = 0,1$ м; 1...3 — 1150, 1200, 1240 °С

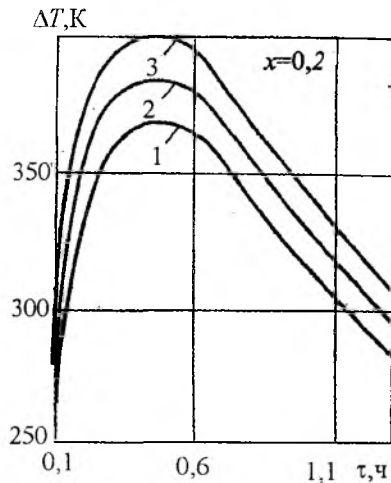


Рис. 2 (к примеру 2.4). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$: $x = 0,2$ м; 1...3 — 1150, 1200, 1240 °С

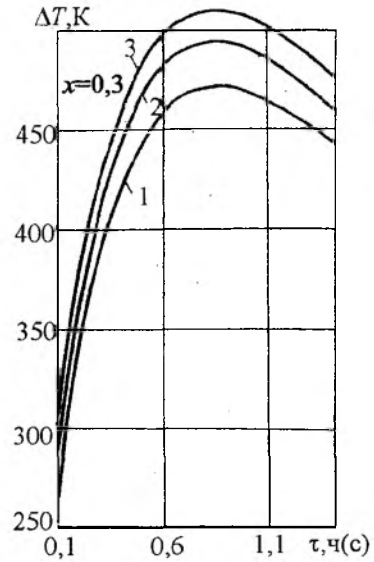


Рис. 3 (к примеру 2.4). Графики зависимости $\Delta T = f(T, \tau)$: $x = 0,3$ м; 1...3 — 1150, 1200, 1240 °С

$$T(X, \tau) - T(0, \tau)_{T_r} = f[(X)_{1-n}, (\tau)_{1-m}] .$$

Для этой цели используется программа¹.

Результаты решения на ЭВМ представлены графиками (рис. 1... 3 (к примеру 2.4)).

Анализируя эти рисунки можно получить значения времени $\tau_{\Delta T_{\max}}$ при различных X и T_r .

Аналогичные решения делаем для граничных условий 1-го рода, (2.17) и (2.5), гл. 2, раздел II.

Решение задач о температурном поле неограниченного цилиндра выполняется на ЭВМ на базе программы. Структура задачи, послужившей для отработки программы, та же, что и при граничных условиях 3-го рода.

Пример 2.5

Для цилиндрических заготовок ($R = 0,1$ и $0,2$ м), нагреваемых в печи при температуре 1150 °С, определить температуры в точках контрольного сечения $\frac{r}{R} = 0, 0, \dots, 1, 0$.

Принять, что $T(r, 0) = 20$ °С; $\alpha = 200$ ккал/(м²·ч·°С) (Вт/(м²·К)); $\lambda_k = 36$ ккал/(м·ч·°С) (Вт/(м·К)); $a_m = 0,02$ м²/ч (м²/с).

Решение выполняется на ЭВМ в соответствии с исходной программой. Результаты решения представлены графиками (рис. 1, 2 (к примеру 2.5)).

¹ Тепловые расчеты нагрева металла на ЭВМ; под общ. ред. А.П. Несенчука. Мн.: «Вышэйшая школа», 1977.

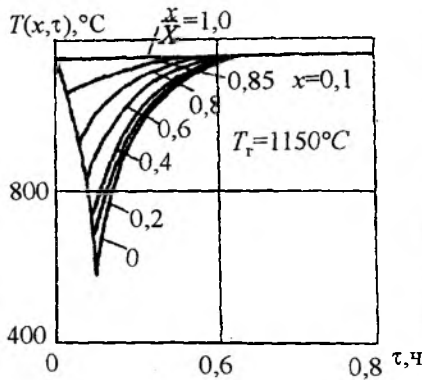


Рис. 1 (к примеру 2.5). Графики зависимости $T(x, \tau) = f(\tau)$ для цилиндрической заготовки радиусом 0,1 м

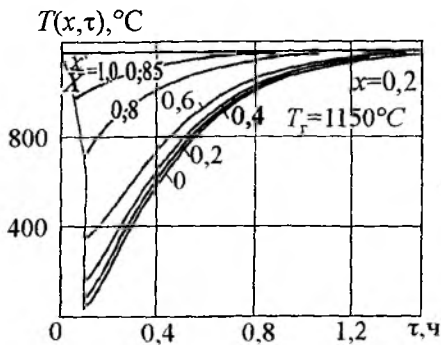


Рис. 2 (к примеру 2.5). Графики зависимости $T(x, \tau) = f(\tau)$ для цилиндрической заготовки радиусом 0,2 м

Пример 2.6

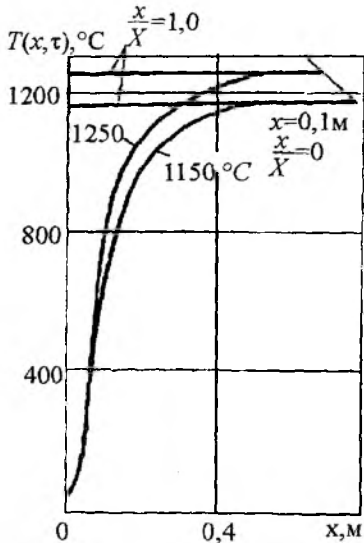


Рис. 1 (к примеру 2.6). Графики зависимости $T(x, \tau) = f(\tau)$ для цилиндрической заготовки радиусом 0,2 м

Построить графики зависимости $T(r, \tau) = f(T_r, \tau)$ для цилиндрических заготовок $R = 0,1$ и $0,2$ м.

Построение выполнить при $(T_r)_1 = 1150$ °С, $(T_r)_2 = 1250$ °С и $\frac{r}{R} = 0$.

Дано: $T(r, 0) = 20$ °С; $\alpha = 200$ ккал/(м²·ч·°С) (Вт/(м²·К)); $\lambda_k = 36$ ккал/(м·ч·°С) (Вт/(м·К)); $a_m = 0,02$ м²/ч (м²/с).

Графическая обработка результатов расчета представлена на рис. 1 и 2 (к примеру 2.6).

Решения задач о температурном поле неограниченной пластины выполняем, используя программу, которая разработана нами ранее.

Схема задачи также приведена ранее.

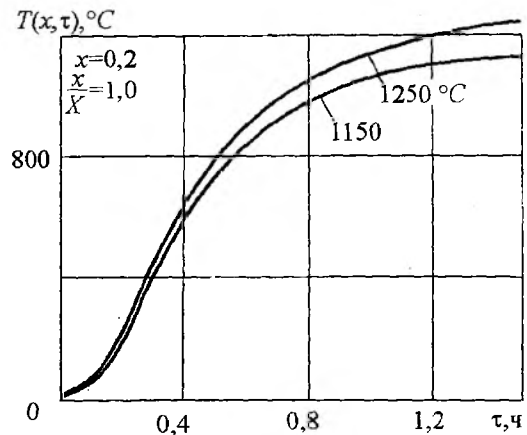


Рис. 2 (к примеру 2.6). Графики зависимости $T(x, \tau) = f(\tau)$ для цилиндрической заготовки радиусом 0,1 м

Пример 2.7

Провести анализ неравномерности прогрева контрольного сечения заготовок ($X = 0,1$; $X = 0,2$

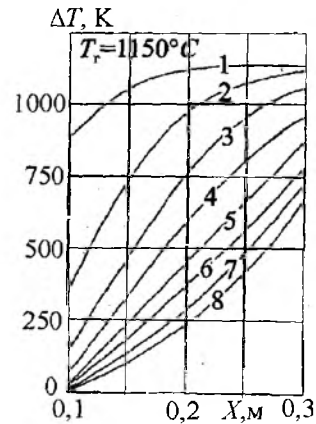


Рис. 1 (к примеру 2.7). К решению примера 2.7: 1...8 – соответственно для моментов времени 0,1; 0,3; 0,5; ...; 1,5 ч

Рис. 2

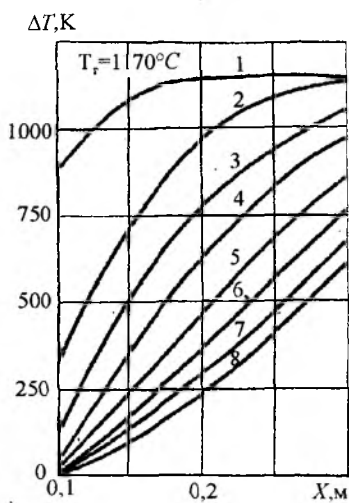


Рис. 3

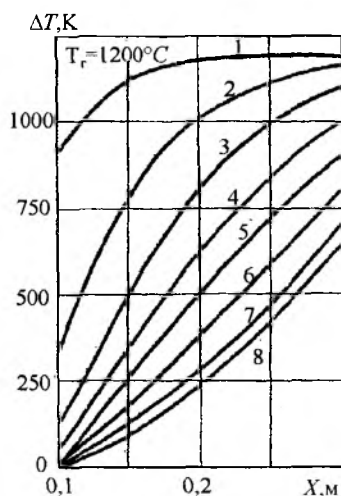


Рис. 4

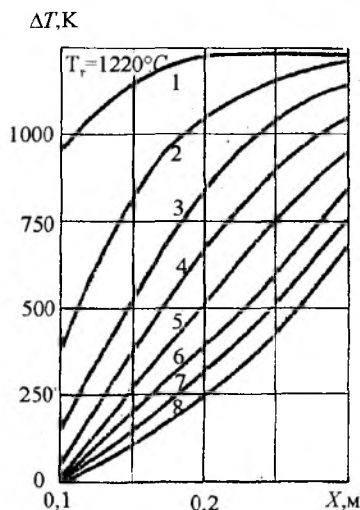


Рис. 5

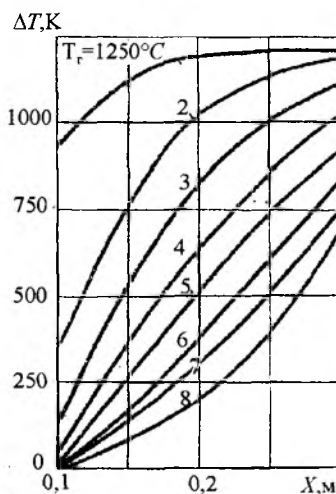


Рис. 2...5 (к примеру 2.7). К решению примера 2.7: 1...8 – соответственно для моментов времени 0,1; 0,3; 0,5; ...; 1,5 ч

и $X = 0,3$ м) для температуры газов в рабочем пространстве печи, изменяющейся в интервале значений $(T_r)_{1-m} = 1150 \dots 1250$ °С, $(T_r)_1 = 1150$; $(T_r)_2 = 1170$; $(T_r)_3 = 1200$; $(T_r)_4 = 1220$ и $(T_r)_5 = 1250$ °С.

Анализ выполнить для моментов времени: $(\tau)_{1-m} = 0 \dots 1,5$ ч; $[(\tau)_1 = 0,1; (\tau)_2 = 0,3; (\tau)_3 = 0,5; \dots; (\tau)_8 = 1,5$ ч].

Дано: $T(x,0) = 20$ °С; $\alpha = 200$ ккал/(м²·ч·°С) (Вт/(м²·К)); $a_m = 0,02$ м²/ч (м²/с); $\lambda_k = 36$ ккал/(м·ч·°С) (Вт/(м·К)).

Конечная неравномерность прогрева контрольного сечения металлической заготовки находится

$$\Delta T = T\left(\frac{x}{X} = 1; \tau\right) - T\left(\frac{x}{X} = 0; \tau\right).$$

Решение выполняется на ЭВМ.

Анализ результатов распечатки представлен графиками на рис. 1...5 (к примеру 2.7).

Пример 2.8

Для садки $(X)_1 = 0,1$; $(X)_2 = 0,2$, нагреваемой в пламенной печи, построить графики зависимости:

$$\Delta T = f(T_r, \tau),$$

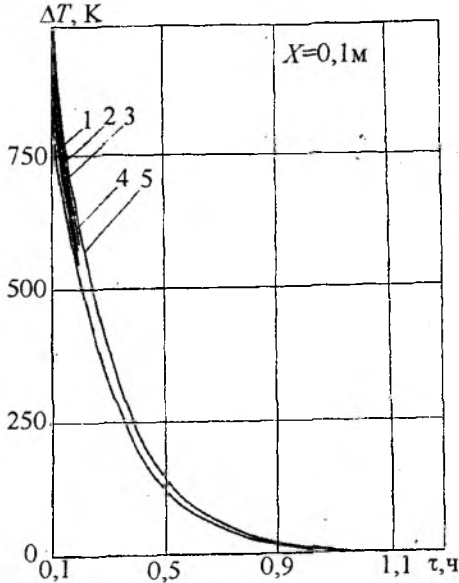


Рис. 1 (к примеру 2.8). Кривые зависимости $\Delta T = f(T_r, \tau)$: 1...5 — соответственно для значений температур газов (1150, 1170, 1200, 1220, 1250 °C)

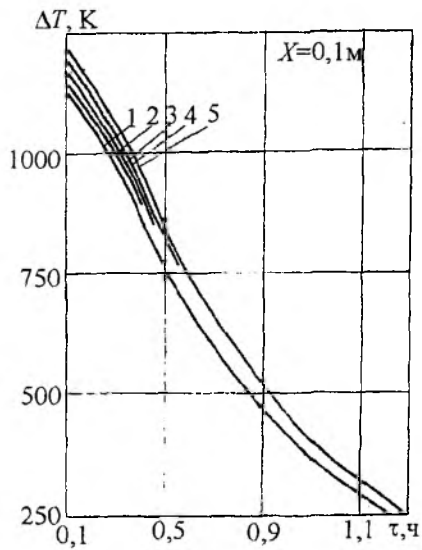


Рис. 2 (к примеру 2.8). Кривые зависимости $\Delta T = f(T_r, \tau)$: 1...5 — соответственно для значений температур газов (1150, 1170, 1200, 1220, 1250 °C)

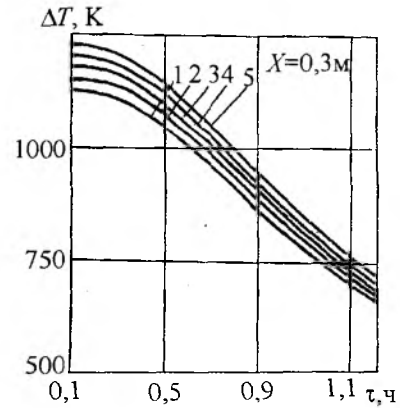


Рис. 3 (к примеру 2.8). Кривые зависимости $\Delta T = f(T_r, \tau)$: 1...5 — соответственно для значений температур газов (1150, 1170, 1200, 1220, 1250 °C)

где ΔT — неравномерность прогрева контрольного сечения.

Температура газов в печи изменяется в интервале значений $(T_r)_{1-m} = (1150...1250 \text{ °C})$, $(T_r)_1 = 1150$; $(T_r)_2 = 1170$; $(T_r)_3 = 1200$; $(T_r)_4 = 1220$ и $(T_r)_5 = 1250 \text{ °C}$.

Другие условия те же, что и в примере 2.7.

Как и в предыдущих случаях, решение выполняется на ЭВМ в соответствии с программой.

Результаты расчета представлены на рис. 1...3 (к примеру 2.8).

Аналогичный пример (см. (2.61)...(2.65), гл. 2, раздел II) для граничных условий 3-го рода выполняем с помощью приведенных нами ранее номограмм, что даст основание убедиться в полезности приобретенных нами знаний в части такого рода приближенного расчета. Рассмотрение выполним применительно к нагреву металлической заготовки (сляба) в методической трехзонной нагревательной печи (рис. 1 (к примеру 2.9)).

Пример 2.9

Необходимо определить время пребывания заготовок (слябов) из стали 40 в зонах рабочего пространства нагревательной методической печи (см. рис. 1 (к примеру 2.9)). Нагрев выполняется под прокатку. Производительность печи 205 т/ч. Температура прокатки 1200 °C. Размеры заготовки 200 × 750 × 9500 мм. Коэффициенты лучеиспускания и теплоотдачи в зонах 1...3 печи соответственно равны: 3,39 Вт/(м² · К⁴) (327 Вт/(м² × К)); 2,98 Вт/(м² · К⁴) (426 Вт/(м² · К)); 2,71 Вт/(м² · К⁴) (473 Вт/(м² · К)). Расчетная схема рабочего

пространства и температурный график нагрева приведены на рис. 1 (к примеру 2.9).

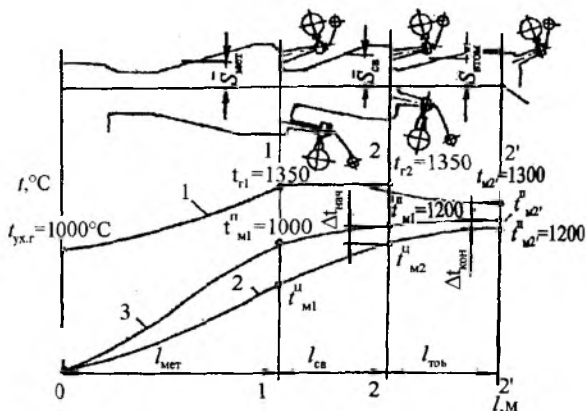


Рис. 1 (к примеру 2.9). Схема рабочего пространства трехзонной (пятизонной по отсекам горения) методической нагревательной печи и ее температурный график: 1 — изменение температуры продуктов сгорания по зонам; 2, 3 — изменение температуры соответственно в центре и на поверхности металлической заготовки

$$\text{Время нагрева } \tau = \sum_{i=1}^2 \tau_i + \tau_{\text{выд.}}$$

Садку представляем в виде цилиндра с эквивалентным диаметром x_3 :

$$x_3 = \frac{4F}{\Pi} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 0,75}{2(0,2 + 0,75)} = 0,316.$$

Здесь F , Π — площадь сечения и его периметр.

Считая, что в зонах 1 и 2 нагрев изделия симметричный, принимаем $x_1 = x_2 = 0,316/2 = 0,158$ м, $x_3 = 0,316$ м. В зоне 3 рабочего пространства реализуется односторонний нагрев.

Рассчитываем время τ_1 пребывания садки в зоне 1 (методическая зона).

Средняя по поверхности температура металла (точнее было бы взять среднюю по сечению температуру)

$$t_{m1}^n = (20 + 1000)/2 = 510 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Из таблицы выбираем значения:

$$\lambda_n^{(510)} = 38 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}); \rho_n^{(510)} = 7692 \text{ кг}/\text{м}^3;$$

$$c_{p_n}^{(510)} = 0,56 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); a_n^{(510)} = 0,025 \text{ м}^2/\text{ч}.$$

Определяем Bi_1 :

$$Bi_1 = (327 \cdot 0,158)/38 = 1,36.$$

Учитывая, что $Bi_1 > Bi_{кр}$, дальнейший расчет выполняем в соответствии с общепринятой методикой для классических тел при граничном условии 3-го рода (граничные условия изменены, см. температурный график).

Для поверхности садки в зоне 1 рабочего пространства

$$Fo_1 = F \left(\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n ; Bi_1 \right).$$

Безразмерная температура

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = \frac{(1350 + 1000)/2 - 1000}{(1350 + 1000)/2 - 20} = 0,156.$$

Используя значения $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = 0,156$ и $Bi_1 = 1,36$

(по рис. 2.8 и 2.9, гл. 2, раздел II), находим:

$$Fo_1 = 0,78; Fo_1 = \frac{0,025\tau_1}{0,158^2}.$$

Имеем $\tau_1 = 0,78 \cdot 0,158^2 / 0,025 = 0,78$ ч.

Температуру металла в середине сляба (цилиндр с $x_3 = 0,158$ м) по истечении 0,78 ч определяем по выражению

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = \frac{(1350 + 1000)/2 - t_{m1}^n}{(1350 + 1000)/2 - 20}.$$

Значение $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n$ находим в соответствии с рис.

2.10 и 2.11 (гл. 2, раздел II) для $Bi_1 = 1,36$ и $Fo_1 = 0,78$:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = 0,27.$$

Выполнив подстановку числовых значений, получим $t_{m1}^n = 863 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Рассчитываем время τ_2 пребывания сляба в зоне 2 (сварочная зона) рабочего пространства. Средняя температура по поверхности садки в зоне 2 (см. температурный график)

$$t_{m2}^n = (1000 + 1200)/2 = 1100 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Из таблиц выбираем значения теплофизических характеристик: $\lambda_n^{(1100)} = 27,95 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $\rho_n^{(1100)} = 7436 \text{ кг}/\text{м}^3$; $c_{p_n}^{(1100)} = 0,65 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $a_n^{(1100)} = 0,021 \text{ м}^2/\text{ч}$.

Находим Bi_2 :

$$Bi_2 = 426 \cdot 1,158/27,95 = 2,41 \quad (Bi_2 > Bi_{кр}).$$

Для зоны 2

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = \frac{1350 - 1200}{1350 - 1000} = 0,428.$$

В соответствии со значениями $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = 0,428$

и $Bi_2 = 2,41$, используя рис. 2.8 и 2.9, гл. 2, раздел II (поверхность цилиндра), имеем $Fo_2 = 0,12$.

Находим τ_2 :

$$\tau_2 = 0,12 \cdot 0,1582 / 0,021 = 0,143 \text{ ч.}$$

По рис. 2.10 и 2.11, гл. 2, раздел II, определяем

безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_1$ для $Bi_2 = 2,41$ и

$Fo_2 = 0,12$:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_2 = 0,915.$$

Перепишем:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_2 = \frac{1350 - t_{m2}^n}{1350 - 863}; \quad t_{m2}^n = 905 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Для средней по поверхности температуры сляба в зоне 3 (см. температурный график)

$$\bar{t}_{m3}^n = (1200 + t_{m3}^n) / 2; \quad t_{m3}^n = t_{m3}^n + \delta t x.$$

Здесь $\delta t = \text{ }^\circ\text{C}/\text{см}$, $x = 15,8 \text{ см}$. Имеем:

$$t_{m3}^n = 1200 + 3 \cdot 15,8 = 1247 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Определяем теплофизические характеристики сляба при $\bar{t}_{m3}^n = (1200 + 1247) / 2 = 1224 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$\lambda_{\text{м}}^{(1224)} = 25,9 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K}); \quad \rho_{\text{м}}^{(1224)} = 7300 \text{ кг}/\text{м}^3;$$

$$c_{\text{рм}}^{(1224)} = 0,6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K}); \quad a_{\text{м}}^{(1224)} = 0,02 \text{ м}^2/\text{ч.}$$

Находим Bi_3 :

$$Bi_3 = 473 \cdot 1,158 / 25,9 = 2,88.$$

Вычисляем безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_3$:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_3 = \frac{(1350 - 1200) / 2 - 1247}{(1350 - 1000) / 2 - 1200} = 0,624.$$

Используя значения $Bi_3 = 2,88$ и $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_3 = 0,624$, находим Fo_3 :

$$Fo_3 = 0,03; \quad \tau_3 = 0,03 \cdot 1158^2 / 0,02 = 0,037 \text{ ч.}$$

Общее время нагрева садки

$$\tau = 0,78 + 0,143 + 0,037 = 0,96 \text{ ч.}$$

Пример 2.10 (см. п. 1.5.3 раздела II)

Определить потерю тепла 1 м² выкатного пода камерной нагревательной печи (рис. 1 (к примеру 2.10)). Верхний слой выполнен из магнезитового кирпича толщиной 230 мм, нижний — из огнеупорного шамотного кирпича толщиной 235 мм. Температура пода перед выкаткой составляет: поверхность со стороны камеры — 1040 °С, наружная поверхность — 120 °С. Время охлаждения пода в печи — 12 ч. Температура в цехе $t_c = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Так как время охлаждения разогретого пода значительно меньше времени пребывания пода в печи, то можем считать, что по толщине двухслойного пода устанавливается стационарное распределение температуры (описывается уравнением прямой линии в пределах каждого слоя составной стенки).

Температуру на границе раздела слоев из магнезитового и шамотного кирпича можем найти из условия равенства тепловых потоков, проходящих через составную стенку.

В качестве расчетных принимаем следующие коэффициенты теплопроводности магнезита и шамота (для ориентировочных средних температур):

$$\lambda_{\text{м}} = 3,3 \text{ ккал}/(\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{ }^\circ\text{C});$$

$$\lambda_{\text{ш}} = 3,3 \text{ ккал}/(\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{ }^\circ\text{C}).$$

Температура в стыке слоев двухслойного пода

$$t_{\text{м,ш}} = \frac{\frac{\lambda_{\text{м}}}{X_{\text{м}}} t_{\text{м}(n)} + \frac{\lambda_{\text{ш}}}{X_{\text{ш}}} t_{\text{ш}(n)}}{\frac{\lambda_{\text{м}}}{X_{\text{м}}} + \frac{\lambda_{\text{ш}}}{X_{\text{ш}}}} =$$

$$= \frac{\frac{3,3}{0,230} \cdot 1040 + \frac{0,75}{0,235} \cdot 120}{\frac{3,3}{0,230} + \frac{0,75}{0,235}} = 878 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Средняя температура слоя магнезита

$$t_{\text{м,ср}} = \frac{t_{\text{м}(n)} + t_{\text{м,ш}}}{2} = \frac{1040 + 878}{2} = 959 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Средняя температура слоя шамота

$$t_{\text{ш,ср}} = \frac{t_{\text{ш,ш}} + t_{\text{ш}(n)}}{2} = \frac{878 + 120}{2} = 499 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Заданное время охлаждения пода (40 мин = 0,667 ч) разобьем на два участка по $\Delta\tau = 0,3335 \text{ ч}$.

Выбор расчетного участка Δx подчиняем условию

$$\frac{2a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} = 1.$$

Но прежде определим коэффициент температуропроводности магнезита и шамота.

Средняя температура слоя магнезита составляет 959 °С. Следовательно, удельная теплоемкость магнезита при этой температуре

$$c_{\text{м,ср}} = 0,225 + 0,00006 t_{\text{м,ср}} =$$

$$= 0,225 + 0,0006 \cdot 959 = 0,2825 \text{ ккал}/\text{кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C.}$$

Плотность магнезита $\rho_{\text{м}} = 2600 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Коэффициент температуропроводности магнезита

$$a_{\text{м,ср}} = \frac{\lambda_{\text{м,ср}}}{c_{\text{м,ср}} \cdot \rho_{\text{м}}} = \frac{3,3}{0,2825 \cdot 2600} = 0,0045 \text{ м}^2/\text{ч.}$$

Зная коэффициент теплопроводности, находим длину расчетного участка Δx по толщине магнезитовой кладки:

$$(\Delta x)_m = \sqrt{a_{m, \text{ср}} \Delta \tau} = \sqrt{2 \cdot 0,0045 \cdot 0,3335} = 0,0548 \text{ м.}$$

Количество расчетных участков размером $(\Delta x)_m$ в слое магнезита

$$n_m = \frac{X_m}{(\Delta x)_m} = \frac{0,230}{0,0548} = 4,18.$$

Для дальнейших расчетов принимаем целое число участков $n_m = 4$. Следовательно, толщина расчетного участка

$$(\Delta x)_m = \frac{X_m}{n_m} = \frac{0,230}{4} = 0,0575 \text{ м.}$$

Эти же действия выполняем и для слоя шамота. Находим среднюю теплоемкость шамотного кирпича при $t_{\text{ш, ср}} = 499 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$c_{\text{ш, ср}} = 0,2 + 0,000063 t_{\text{ш, ср}} = 0,2 + 0,000063 \cdot 499 = 0,2314 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}).$$

Плотность шамота $\rho_{\text{ш}} = 1900 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Коэффициент теплопроводности шамота

$$a_{\text{ш, ср}} = \frac{\lambda_{\text{ш, ср}}}{c_{\text{ш, ср}} \cdot \rho_{\text{ш}}} = \frac{0,75}{0,2314 \cdot 1900} = 0,0017 \text{ м}^2/\text{ч.}$$

Толщина расчетного слоя Δx для шамотного слоя

$$(\Delta x)_{\text{ш}} = \sqrt{2a_{\text{ш, ср}} \Delta \tau} = \sqrt{2 \cdot 0,0017 \cdot 0,3335} = 0,0336 \text{ м.}$$

Количество расчетных участков в слое шамота

$$n_{\text{ш}} = \frac{X_{\text{ш}}}{(\Delta x)_{\text{ш}}} = \frac{0,235}{0,0336} = 7.$$

Чтобы рассчитать температурное поле такого тела, рассматриваем задачу при симметричных условиях охлаждения (граничные условия 3-го рода). Принимаем коэффициент теплоотдачи $\alpha = 30 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C})$. Процесс теплообмена на поверхности составного пода заменяем процессом теплопроводности через дополнительные фиктивные слои, толщина которых составляет: со сторо-

ны магнезитового слоя $\frac{\lambda_m}{\alpha}$, а со стороны шамотного — $\frac{\lambda_{\text{ш}}}{\alpha}$. Температура по толщине фиктивных слоев

изменяется по закону прямой линии от температуры поверхности до температуры окружающей среды.

Рассмотрим характер изменения температуры в магнезитовом слое. В начальный момент известно распределение температуры по толщине всего слоя. Чтобы найти распределение температуры через отрезок времени Δt , надо знать начальную температуру в дополнительной точке, находящейся на расстоянии $\frac{(\Delta x)_m}{2}$ от поверхности магнезитового слоя пода.

Температура в дополнительной точке

$$t_{-0,5(\Delta x)_{m, 0}} = (t_{0(\Delta x)_{m, 0}} - t_c) \left(1 + \frac{(\Delta x)_m \alpha}{2\lambda_m} \right) + t_c =$$

$$= (1040 + 20) \left(1 - \frac{0,0575 \cdot 30}{2 \cdot 3,3} \right) + 20 = 774 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Теперь находим температуру в середине первого расчетного участка через отрезок времени Δt с начала охлаждения:

$$t_{0,5(\Delta x)_{m, \Delta t}} = \frac{t_{-0,5(\Delta x)_{m, 0}} + t_{1,5(\Delta x)_{m, 0}}}{2} =$$

$$= \frac{774 + 979}{2} = 876,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Значения температур вносим в табл. 1.

Температура поверхности магнезитового слоя в этот момент

$$t_{0(\Delta x)_{m, \Delta t}} = t_{0,5(\Delta x)_{m, \Delta t}} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{m, \Delta t}}) k_5 =$$

$$= 876,5 + (20 - 876,5) \frac{0,0575}{2 \frac{3,3}{30} + 0,0575} = 699 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Таблица 1 (к примеру 2.10)

Распределение температуры по толщине пода

Время, ч	Расстояние от поверхности каждого слоя пода, м														
	магнезит							шамот							
	0	0,0288	0,0863	0,1438	0,2013	0,23	0,0168	0,0504	0,084	0,1176	0,1512	0,1848	0,2184	0,235	
0	1043	1019,8	979	938,5	898	878	824	716	607	499	391	282	174	120	
0,3335	699	876,5	979	938,5	898	878	824	716	607	499	391	282	167,5	108	
0,667	599	750,5	907,5	938,5	898	878	824	716	607	499	391	279,3	165,3	107	

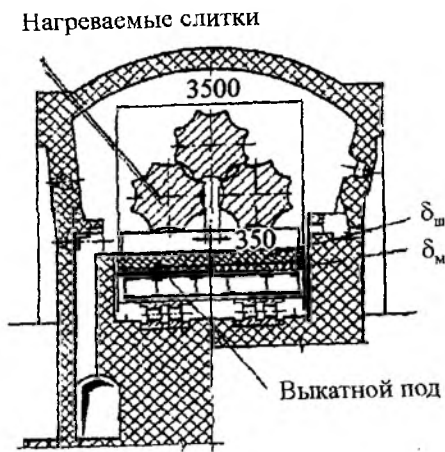


Рис. 1 (к примеру 2.10). Камерная печь с двухслойным выкатным подом (верхний слой — магнезит ($\delta_m = 0,230$ м), нижний — шамот толщиной $\delta_{ш} = 0,235$ м))

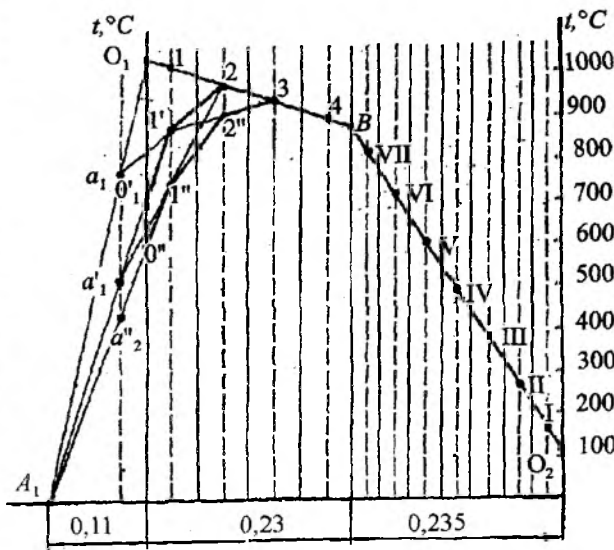


Рис. 2 (к примеру 2.10). График распределения температуры в многослойной стенке

Температура в дополнительной точке

$$t_{-0,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}} = t_{0,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}}) k_4 = 876,5 + (20 - 876,5)0,414 = 522 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в середине остальных расчетных участков остается без изменения.

В следующий момент времени $2\Delta\tau$ температура в середине первого расчетного участка

$$t_{0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} = \frac{t_{-0,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}} + t_{1,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}}}{2} = \frac{522 + 979}{2} = 750,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в середине второго участка

$$t_{1,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} = \frac{t_{0,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}} + t_{2,5(\Delta x)_{м, \Delta \tau}}}{2} = \frac{876,5 + 938,5}{2} = 907,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура на поверхности пода

$$t_{0(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} = t_{0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}}) k_5 = 750,5 + (20 - 750,5)0,207 = 599 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в дополнительной точке через $2\Delta\tau$ ч

$$t_{-0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} = t_{0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{м, 2\Delta \tau}}) k_4 = 750,5 + (20 - 750,5)0,414 = 488 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Рассчитаем температурное поле шамотной стенки. Нумерацию расчетных участков проводим от поверхности к границе раздела шамотного и магнезитового слоев.

Температура в дополнительной точке, отстоящей на расстоянии $\frac{(\Delta x)_{ш}}{2}$ от поверхности шамотного слоя пода, в начальный момент времени;

$$t_{-0,5(\Delta x)_{ш, 0}} = (t_{0(\Delta x)_{ш, 0}} - t_c) \left[1 - \frac{(\Delta x)_{ш} \alpha}{2\lambda_{ш}} \right] + t_c = (120 - 20) \left[1 - \frac{0,0336 \cdot 30}{2 \cdot 0,75} \right] + 20 = 53 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в середине первого расчетного участка через $\Delta\tau$ с начала охлаждения

$$t_{0,5(\Delta x)_{ш, \Delta \tau}} = \frac{t_{-0,5(\Delta x)_{ш, 0}} + t_{1,5(\Delta x)_{ш, 0}}}{2} = \frac{53 + 282}{2} = 167,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура поверхности шамотного слоя в это время

$$t_{0(\Delta x)_{ш, \Delta \tau}} = t_{0,5(\Delta x)_{ш, \Delta \tau}} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{ш, \Delta \tau}}) k_5 = 167,5 + (20 - 167,5) \frac{0,0336}{2 \frac{0,75}{30} + 0,0336} = 108 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в дополнительной точке

$$t_{-0,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau} = t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau} + (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau}) k_4 = \\ = 167,5 + (20 - 167,5) 0,802 = 48,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

В следующий момент времени (в конце процесса охлаждения) температура в середине первого расчетного участка

$$t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} 2\Delta \tau} = \frac{t_{-0,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau} + t_{1,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau}}{2} = \\ = \frac{48,5 + 282}{2} = 165,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура в середине второго участка

$$t_{1,5(\Delta x)_{\text{ш}} 2\Delta \tau} = \frac{t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau} + t_{2,5(\Delta x)_{\text{ш}} \Delta \tau}}{2} = \\ = \frac{167,5 + 391}{2} = 279,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Температура поверхности шамотного слоя

$$t_{0(\Delta x)_{\text{ш}} 2\Delta \tau} = t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} 2\Delta \tau} - (t_c - t_{0,5(\Delta x)_{\text{ш}} 2\Delta \tau}) k_5 = \\ = 165,3 + (20 - 165,3) 0,401 = 107 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Итак, за время охлаждения пода вне печи в течение 40 мин фронт изменения температуры переместился в глубь стенки с обеих сторон на $2,5\Delta x$: в магнезитовом слое

$$2,5(\Delta x)_{\text{м}} = 2,5 \cdot 0,0575 = 0,1438 \text{ м};$$

в шамотном слое

$$2,5(\Delta x)_{\text{ш}} = 2,5 \cdot 0,0336 = 0,084 \text{ м}.$$

Количество тепла, которое теряет 1 м^2 пода со стороны магнезитового слоя,

$$q = \sum \delta_i \rho_m (t_{i1\text{ср}} c_{i1\text{ср}} - t_{i2\text{ср}} c_{i2\text{ср}}) = \\ = 2600 [0,5 \cdot 0,0575 (1030 \cdot 0,2868 - 675 \cdot 0,265) + \\ + 0,0575 (909,5 \cdot 0,285 - 829 \cdot 0,275) + \\ + 0,0575 (959 \cdot 0,2825 - 923 \cdot 0,28)] = \\ = 20000 \text{ ккал/м}^2.$$

Потери тепла с 1 м^2 пода в сторону шамотной кладки

$$q = 1900 [0,5 \cdot 0,0336 (147 \cdot 0,209 - 136 \cdot 0,2086) + \\ + 0,0336 (208,3 \cdot 0,214 - 222,3 \cdot 0,207) + \\ + 0,0336 (336,6 \cdot 0,221 - 334,5 \cdot 0,221)] = \\ = 430 \text{ ккал/м}^2.$$

Общая потеря тепла 1 м^2 пода при выкатке из печи

$$q_{\text{пот}} = 20000 + 430 = 20430 \text{ ккал/м}^2.$$

Пример 2.11

Для условий, указанных в примере 2.10, решить задачу графоаналитически.

В системе координат $X...t$ откладываем в масштабе толщины слоев составного пода рис. 2 (к примеру 2.10). Затем находим температуру на границе раздела магнезитового и шамотного слоев

$$t_{\text{м,ш}} = \frac{\frac{\lambda_{\text{м}}}{X_{\text{м}}} t_{\text{м(п)}} + \frac{\lambda_{\text{ш}}}{X_{\text{ш}}} t_{\text{ш(п)}}}{\frac{\lambda_{\text{м}}}{X_{\text{м}}} + \frac{\lambda_{\text{ш}}}{X_{\text{ш}}}},$$

Подставив значения всех величин, находим температуру $t_{\text{м,ш}} = 878 \text{ } ^\circ\text{C}$ (точка B).

Температура поверхностей задана по условию: шамотного слоя $t_{\text{ш(п)}} = 120 \text{ } ^\circ\text{C}$ (точка O_2), магнезитового — $t_{\text{м,ш}} = 1040 \text{ } ^\circ\text{C}$ (точка O_1). Соединив точки O_1 и O_2 с точкой B , получим распределение температуры по толщине составной стенки в начальный момент времени.

Исходя из условия

$$\frac{2a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} = 1,$$

находим расчетный участок Δx для каждого из слоев (задавшись предварительно $\Delta\tau = 20$ мин).

Зная толщину слоя и величину Δx , получаем количество расчетных участков: в магнезитовом слое $n_{\text{м}} = 4$, в шамотном — $n_{\text{ш}} = 7$. Размечаем границы раздела расчетных участков на рис. 2 (к примеру 2.10). Затем проводим вертикальные пунктирные линии, проходящие через середины расчетных участков. Точки 1, 2, 3, 4 соответствуют температуре в середине расчетных участков магнезитового слоя пода, а точки I, II, III, IV, V, VI и VII — температуре середины участков шамотного слоя пода в начальный момент времени.

Для того чтобы определить распределение температуры по толщине слоев составного пода печи через $\Delta\tau = 20$ мин, надо найти температуру в дополнительной точке на начальный момент.

Решаем задачу для магнезитового слоя кладки пода, как было сказано ранее, при решении примера 2.10. Процесс теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой заменяем процессом теплопроводности через фиктивный слой, для

чего слева от поверхности магнезитового слоя кладки пода откладываем толщину дополнительного слоя

$$\frac{\lambda_m}{\alpha} = \frac{3,2}{30} = 0,11 \text{ м (точка } A_1).$$

В дополнительном фиктивном слое на расстоянии $\frac{(\Delta x)_m}{2} = \frac{0,0575}{2}$ м от поверхности проводим

вертикальную прямую. Распределение температуры в дополнительном фиктивном слое описывается уравнением прямой. Соединив точки A_1 и O_1 , получим картину распределения температуры в фиктивном слое. Точка пересечения прямой A_1O_1 с вертикальной прямой, отстоящей от поверхности магнезитового слоя на расстоянии $\frac{(\Delta x)_m}{2}$, дает

точку a_1 , соответствующую температуре в дополнительной точке в начальный момент ($t_{-0,5(\Delta x)_m,0} = 774 \text{ }^\circ\text{C}$). Чтобы найти распределение температуры по толщине магнезитового слоя, надо знать температуру в точках 1, 2, 3 и 4 через отрезок времени $\Delta t = 20$ мин.

Соединив точку a_1 ($t_{-0,5(\Delta x)_m,0} = 774 \text{ }^\circ\text{C}$) с точкой 2 ($t_{1,5(\Delta x)_m,0} = 979 \text{ }^\circ\text{C}$), получим температуру в середине первого расчетного участка магнезитового слоя (точки 1', $t_{0,5(\Delta x)_m,\Delta t} = 876,5 \text{ }^\circ\text{C}$).

Температуру на поверхности магнезитового слоя найдем, если соединим точку 1' с точкой A_1 . Пересечение прямой A_11' с вертикальной прямой, проходящей через поверхность магнезитового слоя, даст температуру на поверхности (точка O'_1 , $t_{0(\Delta x)_m,\Delta t} = 699 \text{ }^\circ\text{C}$), а в дополнительной точке $a'_1 - t = 522 \text{ }^\circ\text{C}$.

Соединив отрезками прямой участки $O'_1 - 1'$, $1' \dots 2$, $2 \dots 3$, $3 \dots 4$, $4 \dots B$, получим картину распределения температуры в магнезитовом слое пода через $\Delta t = 20$ мин.

Распределение температуры через отрезок времени $2\Delta t = 40$ мин находим следующим образом. Соединяем точку a'_1 с точкой 2. Пересечение прямой a'_12 с вертикальной прямой, проходящей через середину первого расчетного участка, даст точку 1'' ($t_{0,5(\Delta x)_m,\Delta t} = 750,5 \text{ }^\circ\text{C}$). Соединяем точки 1'' ($t_{0,5(\Delta x)_m,\Delta t} = 750,5 \text{ }^\circ\text{C}$) и 3 ($t_{2,5(\Delta x)_m,\Delta t}$). В пересечении прямой 1''3 и вертикальной прямой, проходящей через середину второго участка, получим точку 2'', которая соответствует температуре середины второго участка через 40 мин с начала охлаждения ($t_{1,5(\Delta x)_m,2\Delta t} = 907,5 \text{ }^\circ\text{C}$).

Температуру поверхности найдем, если соединим точку 1'' ($t_{0,5(\Delta x)_m,2\Delta t} = 750,5 \text{ }^\circ\text{C}$) с точкой A_1 . Точка O''_1 соответствует температуре поверхности ($t_{0(\Delta x)_m,2\Delta t} = 599 \text{ }^\circ\text{C}$).

Соединив точки O''_1 , 1'', 2'', 3, 4, B , получим распределение температуры в магнезитовом слое пода через 40 мин после выкатки из печи.

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

	3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
	3.2. ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ
	3.3. ТЕПЛОВОЙ (ТЕРМИЧЕСКИЙ) ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ
	3.4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
	3.5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТРЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ
	3.6. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПРИ ТЕЧЕНИИ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА
	3.7. ОТРЫВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ОТ ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ
	3.8. УПРАВЛЕНИЕ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ
	ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3
	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 3

Chapter 3. ELEMENTS OF BOUNDARY LAYER THEORY

Глава 3. Элементы теории пограничного слоя

Основы теории пограничного слоя сформулированы Прандтлем в 1894 г. Практическое значение теории стало причиной публикаций, в которых развивались методы решений моделей пограничного слоя при течении жидкости (капельной и газообразной). При этом нужно сказать, что исследования А.А. Гухмана, М.В. Кирпичева, С.С. Кутателадзе, Л.Г. Лойцянского, Г. Шлихтинга, А.А. Жукаускаса трудно переоценить. Эти люди систематизировали разрозненные исследования многих ученых и создали самостоятельную область знаний — науку под названием «теория пограничного слоя», которая позволила изучить процессы конвективного теплообмена и гидромеханики методами пограничного слоя¹.

¹ Гухман А.А. Введение в теорию подобия. М.: «Высшая школа», 1963.

Кирпичев М.В., Михеев М.А. Моделирование тепловых устройств. — М.; Л.: Издательство АН СССР, 1936.

Кутателадзе С.С., Ляховский Д.Н., Пермяков В.А. Моделирование теплоэнергетического оборудования. — М.; Л.: «Энергия», 1966.

Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 4-е изд. М.: «Наука», 1973.

Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. 3-е изд. — М.: «Наука», 1974.

Blasius H. Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. — ZAMM, 1908. Bd. 1. S. 1...37.

Жукаускас А., Жюгжда И. Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. — Вильнюс: Минтис, 1969.

Hartree D.R. On an equation occurring in Folkner and Skan approximate treatment of the equation of the boundary layer. — Proc. cambr. Phil. Soc., 1937, vol. 33, p. 223...239.

Воскресенский К.Д., Турилина Е.С. Приближенная оценка нижней границы области применимости теории пограничного слоя. — В кн.: Теплообмен, гидродинамика и теплофизические свойства веществ. М., 1968, с. 236—239.

Knudsen J.G., Katz D. Fluid dynamics and heat transfer. N: Y. etc.: McGraw-Hill, 1958.

3.1. Общие сведения

Пограничный слой — это область течения капельной или газообразной жидкости вблизи обтекаемой ею поверхности (твердой или жидкой), в которой силы внутреннего трения (силы, возникающие при относительном перемещении отдельных ее частиц) сравнимы с силами давления и инерции, определяющими напряженное состояние в рассматриваемой точке жидкости. Напряженное состояние представляет собой совокупность трех нормальных напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках, проведенных через рассматриваемую точку, и шести касательных напряжений, действующих попарно в плоскостях указанных площадок.

Соотношение сил инерции и сил внутреннего трения характеризуется числом Re (О. Рейнольдса). При больших числах Re доля вязкостных сил (в общем балансе сил), за исключением области пограничного слоя, мала. **Жидкость же вне пограничного слоя будет рассматриваться нами как идеальная, вязкость которой равна нулю.** Что касается обтекаемой поверхности, то здесь идеальная жидкость имеет конечные скорости скольжения, а у реальных жидкостей наблюдается эффект прилипания к обтекаемой поверхности. Эффект прилипания приводит к тому, что возможность использования теории идеальной жидкости сильно ограничивается: в тонком слое у поверхности происходит резкое снижение относительной скорости скольжения (рис. 3.1) частиц по сравнению с реальными значениями, которые доходят до нуля. Это объясняет тот факт, что даже при очень малой вязкости жидкости напряжения сил трения в ней (сила трения — произведение коэффициента вязкости на градиент скорости) **велики.** Однако в области течения **капельных жидкостей и газов Re роль вязкости жидкости мала** и движение может быть описано с позиции законов **течения идеальных газов.** При этом в пограничном слое силы внутреннего трения существенные следствия резкого изменения скорости (рис. 3.1). С удалением от поверхности силы вязкостного трения убывают и на каком-то расстоянии от нее становятся исчезающе малыми в сравнении с другими силами.

Зона резкого изменения скорости w — это область течения, в которой существенное значение имеют силы внутреннего трения. Как уже отмеча-

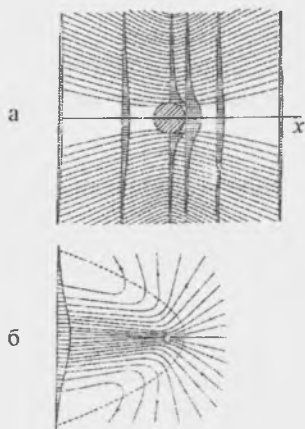


Рис. 3.1. Линии тока и распределение скоростей при течениях Стокса (а) и Озеена (б) у поверхности сферы

лось, при резком (интенсивном) изменении скорости в направлении нормали к обтекаемой поверхности возникают силы внутреннего трения даже при условии, что вязкость жидкости исчезающе мала. Различия между реальной схемой движения с ее идеализированной сосредоточены в зоне поверхности раздела между жидкостью и граничащими с ней телами. **При этом вся область течения представляется как совокупность пограничного слоя и наружного (внешнего) потока.**

Повторяем, **пограничный слой — это слой (зона), образующийся у поверхности раздела сред и характеризующийся неоднородностью скоростного поля** (рис. 3.1).

В зоне **пограничного слоя** силы внутреннего трения и инерционные силы — **величины одного порядка. Внешний же поток — область течения, в которой пренебрегают силами трения.**

В **пограничном слое по мере удаления от обтекаемой поверхности влияние сил внутреннего трения снижается.**

3.2. Динамический пограничный слой

3.2.1. Общие характеристики пограничного слоя

В соответствии с понятием пограничного слоя все поле течения жидкости следует **разбить на две области**: в одной, занимающей практически весь поток, **течение невязкое**, во второй — **вязкое** (в ней вязкость играет основополагающую роль).

Для характеристики обоих течений можно отметить условия:

- по нормали к пограничному слою давление жидкости постоянно;
- перенос **теплоты теплопроводностью** и **импульса вязкостью** в направлении движения **мал** по сравнению с переносом по нормали;
- написание уравнения пограничного слоя¹ возможно с использованием декартовой системы координат. Причем течение в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным (ламинарный, турбулентный пограничный слой).

В реальных жидкостях имеет место прилипание к стенкам, что меняет картину линий тока, и это связано с торможением прилипающего тонкого слоя, в котором скорость возрастает от нуля (на стенке) до своего полного значения во внешнем потоке (вне пограничного слоя), где жидкость течет практически без трения. Такой слой называют **динамическим пограничным слоем.**



Рис. 3.2. Течение вдоль тонкой плоской пластины: число Рейнольдса $Re = \frac{w \cdot l}{\nu} = 3$; l — длина пластины (по Прандтлю — Титъенсу)

На рис. 3.2 представлена картина течения у тонкой плоской стенки при ее движении в воде. Как это видно на рисунке, у поверхности пластины хорошо наблюдается тонкий пограничный слой жидкости, в котором скорость значительно ниже, чем это имеет место на большом расстоянии. Толщина слоя (слоя трения) увеличивается вдоль пластины к ее задней кромке, что схематически иллюстрируется рис. 3.3, и отображает границу пограничного слоя (пунктирная линия, толщина слоя $\delta(x)$).

На этом рисунке отчетливо видно, что у передней кромки пластины, плоскости к ней перпендикулярной скорость w постоянна ($w_{\infty} = \text{const}$). Толщина заторможенного вследствие трения слоя (δ) постоянно возрастает по ходу течения, так как

¹ Предусматривается двухмерное поле (координаты x, y).

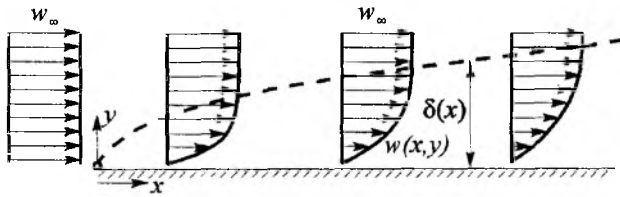


Рис. 3.3. Схематическое изображение пограничного слоя на горизонтальной пластине

количество заторможенной жидкости увеличивается по мере приближения к задней кромке (пограничный слой уменьшается с ростом коэффициента вязкости). За пределами пограничного слоя касательные напряжения малы, что дает основание все поле течения разделить на:

- область тонкого динамического пограничного слоя у стенки, в которой **нужно учитывать силы трения;**

- область вне пограничного слоя, в которой силами трения обычно пренебрегают (в этой области можно применять закономерности течения идеальной жидкости: жидкость с незначительной вязкостью).

В пограничном слое могут существовать два режима течения:

- **ламинарный;**
- **турбулентный.**

При ламинарном течении (движении) частицы жидкости (размер частиц мал в сравнении с характерным размером обтекаемой поверхности) имеют **плавный характер** – частицы движутся параллельно ограничивающей поток поверхности. При турбулентном течении эти частицы **движутся хаотично** (в пределах пограничного слоя), и только осреднение их скорости позволяет выявить направление такого движения. При этом в ламинарном слое взаимодействие между отдельными слоями жидкости проходит на **молекулярном уровне**. В турбулентном пограничном слое картина иная. Здесь **наблюдается макропроцесс перехода** слоя в слой. Силы внутреннего трения существенно больше, нежели это имеет место при ламинарном пограничном течении.

Режим течения в пограничном слое зависит от его толщины, внутренней турбулентности жидкости, шероховатости обтекаемой поверхности. У фронтальной точки (рис. 3.3) разветвления потока образуется ламинарный пограничный слой, который по мере роста δ переходит в турбулентный.

Во всей области течения при наличии тонкого пограничного слоя наблюдается заметное изменение скорости, вызывающее большие силы **сопротивления трению (сопротивление – трения)**.

3.2.2. Толщина динамического слоя

Размер пограничного слоя δ определяется режимом движения жидкости

$$\delta_g = Re^{1/n}, \quad (3.1)$$

где при $n = 2$ ламинарный и при $n > 5$ – турбулентный режим течения жидкости.

Эти две области течения – внешняя невязкая и пограничный слой, примыкающий к обтекаемой стенке, – переходят в друг друга. Такой переход реализуется в достаточно узкой зоне на внешней границе пограничного слоя.

Толщина динамического пограничного слоя также зависит от формы и размеров обтекаемого жидкостью тела, так как при изменении формы и размеров изменяется гидромеханика потока.

Для случая безотрывного течения толщину пограничного слоя находят путем преобразования дифференциального уравнения Навье – Стокса в уравнение пограничного слоя. Вне пограничного слоя вследствие малой вязкости пренебрегают силами трения в сравнении с силами инерции. Сила же инерции, отнесенная к единице объема, запишется

$$\rho w_x = \frac{\partial w_x}{\partial x}.$$

Для пластины длиной l (в направлении движения) величина $\frac{\partial w_x}{\partial x}$ пропорциональна $\frac{w_\infty}{l}$, где w_∞ – скорость внешнего течения (вне пограничного слоя). Тогда сила инерции

$$\frac{\rho \cdot w_\infty}{l}.$$

С другой стороны, сила трения, отнесенная к единице объема, равна $\frac{\partial \tau}{\partial y}$. Или при условии ламинарности течения сила трения будет

$$\frac{\mu \partial^2 w_x}{\partial y^2}.$$

Градиент скорости в направлении нормали к стенке, т.е. производная $\frac{\partial w_x}{\partial y}$, имеет величину порядка $\frac{w_\infty}{\delta_g}$. Следовательно, сила трения, отнесенная к единице объема, пропорциональна

$$\frac{\mu \cdot w_{\infty}}{\delta_g^2}$$

Приравняв силу трения силе инерции, запишем

$$\frac{\mu \cdot w_{\infty}}{\delta_g^2} = \frac{\rho \cdot w_{\infty}}{l}, \quad (3.2)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости жидкости;

ρ — ее плотность.

При рассмотрении ось x ориентируется по ходу движения жидкости.

Максимальная скорость потока имеет место в сечении, расположенном на расстоянии $(0,33 - 0,38) \delta_g$ от поверхности обтекаемой стенки. Толщина δ_g , возрастающая по ходу движения (рис. 3.3), определяется соотношением:

$$\frac{\delta_g}{x} = 5,34 Gr^{-0,25}; \quad (3.3)$$

$$\delta_g \cong \sqrt{\frac{\mu \cdot l}{\rho \cdot w_{\infty}}} = \sqrt{\frac{\nu \cdot l}{w_{\infty}}},$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

В соответствии с точным решением Блазиуса

$$\delta_g = 5 \sqrt{\frac{\nu \cdot l}{w_{\infty}}}, \quad (3.4)$$

разделив $\frac{\delta_g}{l}$, получим безразмерную толщину пограничного слоя

$$\frac{\delta_g}{l} = 5 \sqrt{\frac{\nu}{w_{\infty} \cdot l}} = \frac{5}{\sqrt{Re}}, \quad (3.5)$$

где $Re = \frac{w_{\infty} \cdot l}{\nu}$. (3.6)

Из соотношения (3.2) следует, что толщина пограничного слоя пропорциональна $\sqrt{\nu}$ и \sqrt{l} . Заменяв характерный размер l на расстоянии x от кромки пластины, можно прийти к выводу, что толщина пограничного слоя δ увеличивается пропорционально \sqrt{x} (рис. 3.4), а относительная его толщина $\frac{\delta_g}{l}$ уменьшается при увеличении числа Re пропорционально $\frac{1}{\sqrt{Re}}$. Следовательно, при переходе к идеальной жидкости (область турбулентного течения) пограничный слой исчезает.

При турбулентном пограничном слое его толщина будет

$$\delta_g = \frac{l}{(\lg Re)^{2,58}}. \quad (3.7)$$

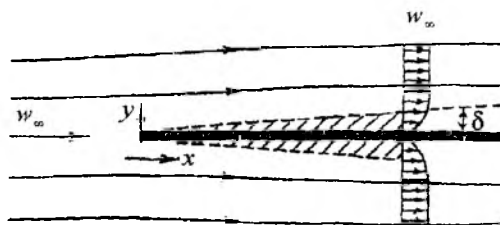


Рис. 3.4. Пограничный слой на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении

Мерой толщины пограничного слоя (области концентраций возмущений поля скоростей и других параметров) являются интегральные соотношения:

— толщина вытеснения

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} (1 - \bar{\rho} \cdot \bar{w}) \cdot dy \approx \delta_g \int_0^1 (1 - \bar{\rho} \cdot \bar{w}) \cdot d\bar{y}; \quad (3.8)$$

— толщина потери импульса

$$\delta_2 = \int_0^{\infty} \bar{\rho} \cdot \bar{w} (1 - \bar{w}) \cdot dy \approx \delta \int_0^1 \bar{\rho} \cdot \bar{w} (1 - \bar{w}) \cdot d\bar{y}, \quad (3.9)$$

где $\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{\infty}}$; $\bar{w} = \frac{w}{w_{\infty}}$; δ — размер (толщина) пограничного слоя по нормали n к поверхности, считая, что при $y = \delta_{\infty}$, $w = w_{\infty}$; $\bar{y} = \frac{y}{\delta_g}$.

Скорость в пределах пограничного слоя асимптотически приближается к скорости внешнего течения, и в связи с этим оценка толщины пограничного слоя в известной степени произвольна, что для практических целей мало существенно, так как в итоге скорость в пограничном слое достигает скорости внешнего течения на весьма малом расстоянии от стенки. При таком определении толщины пограничного слоя (3.5) численный множитель равен 5.

Как уже было отмечено выше, вместо толщины пограничного слоя δ часто используется так называемая толщина вытеснения δ_1 (3.8) (рис. 3.3), определяемая из выражения

$$w_{\infty} \cdot \delta_1 = \int_{y=0}^{\infty} (w_{\infty} - w) \cdot dy. \quad (3.10)$$

Толщина вытеснения δ_1 — это расстояние, на которое перемещаются от омываемой поверхности линии тока внешнего течения вследствие образования пограничного слоя (вытесняющее действие пограничного слоя). Для пластины (рис. 3.3), обтекаемой вдоль ее по-

верхности, толщина вытеснения δ_1 приблизительно равна 0,35 толщины пограничного слоя δ , определяемого выражением (3.4).

3.2.3. Уравнение динамического пограничного слоя

В качестве характерного масштаба длины принимаем l , а скорости — w . Для инерционных членов уравнения записываем

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{w_\infty^2}{l}, \quad (3.11)$$

где продольная скорость w_x изменяется от нуля на пластине до w_∞ на внешней границе пограничного слоя

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} - \frac{w_\infty}{\delta_g^2}, \quad (3.12)$$

где δ — толщина пограничного слоя.

Для члена, характеризующего трение

$$v \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \sim v \frac{w_\infty}{\delta_g^2}, \quad (3.13)$$

после сопоставления запишем (в пограничном слое силы трения соизмеримы с силами инерции):

$$\frac{w_\infty^2}{l} - \frac{v w_\infty}{\delta_g^2} \rightarrow \delta_g^2 \sim \frac{v l^2}{w_\infty l} = \frac{l^2}{w_\infty l} = \frac{l^2}{\text{Re}}; \quad (3.14)$$

$$\delta_g \sim \frac{l}{\sqrt{\text{Re}}}; \quad (3.15)$$

$$\frac{\delta_g}{l} \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}. \quad (3.16)$$

Так как масштаб l произволен, то его можно отождествлять с координатой x .

Имеем:

$$\delta_{gr} \cong \frac{x}{\sqrt{\text{Re}_x}}; \quad (3.17)$$

$$\text{Re}_x = \frac{w_\infty x}{\nu}. \quad (3.18)$$

Как видим, толщина пограничного слоя полностью определяется числом Re . При $\text{Re} \gg 1$, $\delta_g \ll l$.

Рассмотрим уравнения, определяющие поле скоростей в пограничном слое. Помня, что если движение двумерно ($w_z = 0$), то все его характеристики не зависят от координаты z :

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (3.19)$$

Запишем уравнение Навье — Стокса для плоского (двухмерного) стационарного движения несжимаемой жидкости и отсутствии массовых сил:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right); \quad (3.20)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right); \quad (3.21)$$



Навьє Луи Мари Аири
(1785—1836)

Французский ученый в области математики и механики, один из основоположников теории упругости, член Парижской АН (с 1824 г.). Родился в Дижоне. Окончил в Париже Политехническую школу (1804 г.) и Школу мостов и дорог (1806 г.).

Издal сочинения своего дяди инженера Готе «Трактат о построении мостов» (т. 1—3, 1809 г., 1813 г., 1816 г.), которые снабдил многими дополнениями и примечаниями, дал полную теорию изгиба призматического бруса (с существенной ошибкой в вопросе о положении нейтральной линии). Ошибка была им исправлена в 1826 г.

Вывел дифференциальные уравнения с частными производными движения вязкой жидкости и нашел их частные решения с помощью метода Фурье. Сформулировал уравнения, получившие название уравнений Навье — Стокса. Дал метод расчета висячих мостов. На основании исследований в области теории машин (1814—1818 гг.) создал концепцию количества действия (работа по Г.Г. Кореолису).

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. \quad (3.22)$$

В безразмерном виде:

$$x = \bar{x} \cdot l; \quad y = \bar{y} \cdot \delta; \quad w_x = \bar{w}_x \cdot w_\infty; \quad w_y = \bar{w}_y \cdot w_\infty, \quad (3.23)$$

где тильдами (черточками сверху) отмечены безразмерные величины;

l, δ, w_∞, p_0 — характерные масштабы длины (l и δ), скорости (w_∞ и w) и давления (p).

Выполняем подстановку в (3.20) — (3.22):

$$\begin{aligned} \frac{\bar{w}_x w_\infty^2}{l} \cdot \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{w \cdot w_\infty}{\delta_g} \bar{w}_y \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{y}} = \\ = \frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \nu \left(\frac{w_\infty}{l^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{w_\infty}{\delta_g^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_x}{\partial \bar{y}^2} \right); \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{w \cdot w_\infty}{l} \bar{w}_x \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{x}} + \frac{w^2}{\delta_g} \bar{w}_y \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{y}} = \\ = \frac{p}{\rho \delta_g} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \nu \left(\frac{w}{l^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_y}{\partial \bar{x}^2} + \frac{w}{\delta_g^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_y}{\partial \bar{y}^2} \right); \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\frac{w_\infty}{l} \cdot \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{w}{\delta_g} \cdot \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{y}} = 0.$$

Разделив безразмерные уравнения на константы при первых слагаемых, можно найти:

$$\begin{aligned} \bar{w}_x \cdot \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{wl}{w_\infty \cdot \delta} \bar{w}_y \cdot \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{y}} = \\ = \frac{p_0}{\rho w_\infty^2} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\nu}{w_\infty l} \cdot \frac{\partial^2 \bar{w}_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\nu l}{\delta_g^2 w_\infty} \cdot \frac{\partial^2 \bar{w}_x}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_x \cdot \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{x}} + \frac{wl}{w_\infty \cdot \delta} \bar{w}_y \cdot \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{y}} = \\ = \frac{p_0 l}{\rho \cdot w \cdot w_\infty \delta_g} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{\nu}{w_\infty l} \cdot \frac{\partial^2 \bar{w}_y}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\nu l}{w_\infty \delta_g^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{w}_y}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{w}{w_\infty} \cdot \frac{l}{\delta_g} \cdot \frac{\partial \bar{w}_y}{\partial \bar{y}} = 0. \quad (3.28)$$

Для удовлетворения уравнения неразрывности должно соблюдаться условие:

$$\frac{wl}{w_\infty \delta} \sim 1; \quad (3.29)$$

$$\frac{w}{w_\infty} \sim \frac{\delta_g}{l} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}; \quad \frac{p}{\rho w_\infty^2} \cdot \frac{1}{w \delta} \approx \frac{1}{\sqrt{Re} \cdot \sqrt{Re}} \sim Re. \quad (3.30)$$

$$\text{Так как } \frac{\delta_g}{l} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}, \text{ то} \quad (3.31)$$



Стокс Джордж Габриель
(1819—1903)

Английский физик и математик, член Лондонского королевского общества (1851 г.), секретарь в 1854—1885 гг., президент — в 1885—1890 гг. Родился в Скрине (Ирландия). Окончил Кембриджский университет (1841 г.), с 1849 г. — профессор этого университета.

Работы относятся к гидродинамике, оптике, математической физике. Разработал (1845 г.) теорию вязкости жидкостей, математическую теорию движения вязкой жидкости (уравнение Навье — Стокса). Вывел в 1851 г. формулу, определяющую силу сопротивления, действующую на твердый шар при его медленном равномерном поступательном движении в неограниченно вязкой жидкости (закон Стокса), заложив тем самым основы научной гидродинамики.

$$\frac{w}{w_\infty} \sim \frac{\delta_g}{l} \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (3.32)$$

$$\text{Учитывая, что } \frac{w}{w_\infty} \sim \frac{\delta_g}{l} \sim 1 \quad (3.33)$$

и полагая, что давление p имеет порядок ρw_∞^2 , а также

$$\frac{\nu l}{w_\infty \delta_g^2} = \frac{\nu}{w_\infty l} \cdot \frac{l \cdot l}{\delta_g^2} \sim \frac{\text{Re}}{\text{Re}} \sim 1, \quad (3.34)$$

записанные ранее уравнения переписываем

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (3.35)$$

При $\text{Re} \rightarrow \infty$ (3.35) принимает вид

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (3.36)$$

Второе дифференциальное уравнение с учетом (3.32) переписывается

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = -\text{Re} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \quad (3.37)$$

Разделив (3.37) на число Re ($\text{Re} \rightarrow \infty$), можно записать

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3.38)$$

Как видим, в приграничном слое давление не изменяется в направлении оси y . Существует лишь зависимость

$$p = p(x).$$

Так как $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, то частная производная $\frac{\partial p}{\partial y}$

может быть записана полной производной $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy}$.

Применяя уравнение Бернулли для потока вне пограничного слоя и дифференцируя его, запишем в разном виде:

$$p + \frac{\rho w_\infty^2}{2} = \text{const}; \quad \frac{dp}{dx} + \frac{\rho}{2} 2w_\infty \frac{dw_\infty}{dx} = 0; \quad (3.39)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\rho w_\infty \frac{dw_\infty}{dx}, \quad (3.40)$$

где w_∞ — скорость на внешней границе пограничного слоя.

Уравнение (3.35) можно представить в разном виде. Тогда запишем систему **дифференциальных уравнений для двухмерного пограничного слоя**:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = w_\infty \frac{dw_\infty}{dx} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}; \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. \quad (3.42)$$

3.3. Тепловой (термический) пограничный слой

3.3.1. Общие сведения

Динамический пограничный слой определяется областью течения, где вязкие силы соизмеримы с инерционными и объемными силами и толщина пограничного слоя мала по сравнению с характерным размером системы. Разность температур в **термическом пограничном слое** определяет объемную архимедову силу, которая индуцирует движение. Область заметного изменения скорости ограничена тонким пристеночным слоем $\delta \ll l$. **В свободноконвективном потоке характер распределения скоростей определяется разностью температур и, следовательно, тепловым пограничным слоем, толщина которого δ_t** (рис. 3.5).

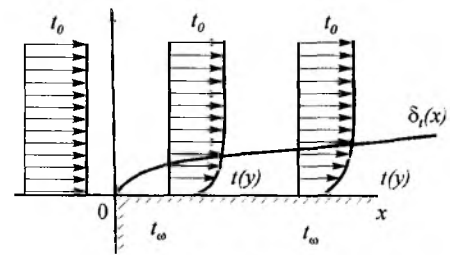


Рис. 3.5

Если $\delta_t < \delta$, то движение вне теплового слоя, где отсутствует подъемная сила, определяется вязким взаимодействием между движущимися слоями жидкости. Когда толщина вязкого слоя δ_v меньше теплового ($\delta_v < \delta_t$), вне всякого пограничного слоя движение потенциально и отлично от нуля в пределах теплового слоя δ_t . Пограничные слои при свободной конвекции определяются в основном числом Gr , которое играет ту же роль, что и число Re в вынужденном движении. Течение в пограничном слое является основным, в то время как (индуцированное) внешнее течение — вторичным.

Рассмотрим стационарный поток жидкости, движущейся вдоль плоской поверхности. Температура жидкости невозмущенного потока до передней кромки пластины ($x = 0$) постоянна по координате y и равна t_∞ . Температура же на поверхности пластины равна t_0 ($t_0 \sim \text{const}$).

Вследствие теплообмена между жидкостью и поверхностью температура жидкости изменяется. Вдоль расстояния δ_t температура жидкости изменяется от t_0 на поверхности до температуры невозмущенного потока t_∞ (здесь δ_t рассматривается как **толщина теплового пограничного слоя**).

По мере удаления потока от передней кромки поверхности δ_t (толщина теплового пограничного слоя) увеличивается вследствие переноса теплоты к жидкости. Однако этот слой остается тонким (как и динамический пограничный слой):

$$\delta_t < x.$$

Тепловой пограничный слой характеризуется тем, что в его пределах имеет место градиент температуры, и, следовательно, перенос теплоты вдоль потока (в направлении оси y) путем молекулярной теплопроводности (ламинарный режим). За пределами теплового пограничного слоя ($y = \delta_t$) поперечного переноса теплоты нет. Толщина пограничного теплового слоя — функция продольной координаты x , возрастающая по мере удаления от передней кромки пластины, оставаясь малой по сравнению с x .

Система представлений о динамическом пограничном слое справедлива и в условиях теплового взаимодействия движущейся жидкости у поверхности твердого тела, где происходит изменение температуры от значения, определяющего тепловое состояние набегающей на тело жидкости, до значения на поверхности тела.

При теплообмене значительную роль играет перенос теплоты теплопроводностью (кондукцией) у поверхности. Для газов произведение $\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y}$

может быть существенным при малых значениях коэффициента теплопроводности λ . Вследствие

больших значений производной $\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)$ интен-

сивность переноса теплопроводностью и конвекцией изменяется в пределах пограничного слоя. У поверхности скорость движения жидкости равна нулю, и теплоотдача здесь обеспечена только теплопроводностью.

При течении жидкости в цилиндре пограничный слой растет симметрично по всему периметру (рис. 3.6 а), до тех пор пока слои у противоположных стенок не сольются на оси трубы. Затем течение стабилизируется и гидромеханический и

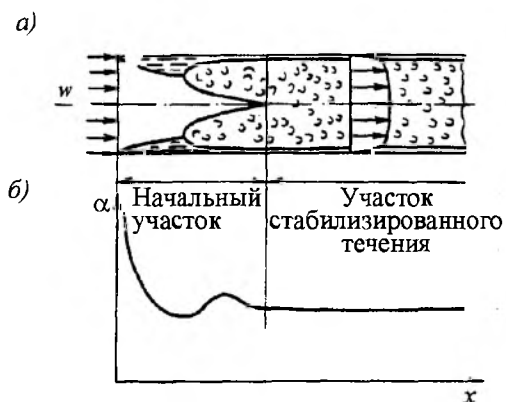


Рис. 3.6. Образование пограничного слоя (а) и распределение местного коэффициента теплоотдачи (б) при турбулентном течении теплоносителя внутри трубы

тепловой пограничные слои заполняют все сечение трубы. В зависимости от конкретных условий пограничный слой на начальном участке переходит в турбулентный. Соответственно стабилизированный режим течения в цилиндре будет либо турбулентным и ламинарным подслоем у стенки, либо ламинарным по всему сечению.

Поперечный перенос массы может быть вызван вдувом жидкости сквозь поверхность. Тогда плотность теплового потока q_0 будет

$$q_0 = \lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_0. \quad (3.44)$$

Интенсивность теплообмена в пластине и у ее поверхности определяется факторами:

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \text{ и } c_p \rho \cdot w_x \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}. \quad (3.45)$$

Как видим, интенсивность переноса теплоты обусловлена производной

$$\vartheta'. \quad (3.46)$$

Можно записать:

$$c_p \rho w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = c_p \rho w_\infty \frac{\vartheta'}{l} \text{ и } \lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = \lambda \frac{\vartheta'}{\delta_t^2}, \quad (3.47)$$

где ϑ' — избыточная температура по отношению к поверхности.

Или в соответствии с (3.47)

$$c_p \rho w_\infty \frac{\vartheta_0}{l} \approx \lambda \frac{\vartheta'}{\delta_t^2}. \quad (3.48)$$

Из (3.48) имеем

$$\frac{\delta_t^2}{l} \approx \frac{\lambda}{c_p \rho w_\infty}. \quad (3.49)$$

Или

$$\left(\frac{\delta_t}{l}\right)^2 \approx \frac{a}{w_\infty \cdot l}. \quad (3.50)$$

Но так как $\frac{w_\infty \cdot l}{a} = \text{Pe}$ (критерий Пекле), то

$$\left(\frac{\delta_t}{l}\right)^2 \approx \frac{1}{\text{Pe}}; \quad (3.51)$$

$$\frac{\delta_t}{l} \approx \frac{1}{\sqrt{\text{Pe}}}. \quad (3.52)$$

Итак, безразмерная толщина теплового пограничного слоя $\frac{\delta_t}{l}$ является величиной, обратной корню квадратному из числа Pe , определенного по скорости набегающего потока w_∞ . Сопоставляя его с толщиной динамического пограничного слоя $\frac{\delta_t}{\delta}$, можно записать

$$\frac{\delta_t}{\delta} \approx \sqrt{\frac{\text{Re}}{\text{Pr}}} \equiv \frac{1}{\sqrt{\text{Pr}}}. \quad (3.53)$$

Как видим, соотношение между слоями δ_s (δ_g) и δ_t определяется только физическими свойствами жидкости (3.53), которые характеризуют ее реакцию на прохождение потока теплоты и количества движения. Для большинства капельных жидкостей $\text{Pr} \gg 1$ и для газов $\text{Pr} \approx 1$. Тогда

$$\delta_t \leq \delta_g. \quad (3.54)$$

3.3.2. Уравнение теплового пограничного слоя

При записи уравнения теплового пограничного слоя воспользуемся дифференциальным уравнением энергии

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right). \quad (3.55)$$

Вводя безразмерные величины \bar{x} , \bar{y} , \bar{t} и т.п., можно получить:

$$x = \bar{x} \cdot l; \quad y = \bar{y} \cdot \delta; \quad w_x = \bar{w}_x \cdot w_\infty; \quad w_y = \bar{w}_y \cdot w_\infty;$$

$$a = \bar{a} \cdot a_0; \quad t = \bar{t} \cdot t_0.$$

Выполняем подстановку в (3.55). Запишем уравнение в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{w_\infty \cdot t_0}{l} w_x \frac{\partial \bar{t}}{\partial \bar{x}} + \frac{w_\infty \cdot t_0}{\delta} w_y \frac{\partial \bar{t}}{\partial \bar{y}} &= \\ &= \frac{a_0 \cdot t_0}{l^2} a \frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{a_0 \cdot t_0}{\delta^2} a \frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial \bar{y}^2}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Разделим обе части (3.56) на $\frac{w_\infty \cdot t_0}{\delta}$:

$$\begin{aligned} \frac{w_\infty \cdot \delta}{w_x \cdot l} w_x \frac{\partial \bar{t}}{\partial \bar{x}} + w_y \frac{\partial \bar{t}}{\partial \bar{y}} &= \\ &= \frac{a_0 \cdot \delta}{w_x \cdot l} a \frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{a_0}{w_x \cdot \delta^2} a \frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial \bar{y}^2}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Преобразуем коэффициенты при слагаемых правой части (3.57):

$$\frac{a_0 \cdot \delta}{w_x \cdot l^2} \cdot \frac{w_\infty}{w_\infty} \cdot \frac{v}{v} - \frac{w_\infty \cdot \delta}{w_x \cdot l} \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{1}{w_\infty \cdot l} \sim \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \frac{1}{\text{Re}}; \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{w_x \cdot \delta} &= \frac{a_0}{v} \cdot \frac{v}{w_\infty \cdot l} \cdot \frac{w_\infty}{w_x} \cdot \frac{l}{\delta} \sim \\ &\sim \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \frac{1}{\text{Re}} \sqrt{\text{Re}} \cdot \sqrt{\text{Re}} \equiv \frac{1}{\text{Pr}}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Если $\text{Re} \rightarrow \infty$, то

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{a}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}.$$

Для газов $\text{Pr} \sim 1$, тогда $\frac{a_0}{w \cdot \delta} \sim 1$, а следовательно, величиной $\frac{a_0}{w \cdot \delta}$ пренебрегать нельзя.

3.4. Интегральное уравнение теплового пограничного слоя

Аналогично уравнению импульсов для динамического пограничного слоя можно записать интегральное уравнение для теплового пограничного слоя.

Уравнение теплового пограничного слоя при $\text{Pr} = 1$ имеет вид

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (3.60)$$

Левая часть (3.60) может быть переписана

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial w_x t}{\partial x} + \frac{\partial w_y t}{\partial y} - t \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial y} \right). \quad (3.61)$$

В уравнении неразрывности последний член равен нулю, и (3.61) принимает вид

$$\frac{\partial w_x t}{\partial x} + \frac{\partial w_y t}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (3.62)$$

При этом уравнение неразрывности можно представить

$$\frac{\partial w_x t_\infty}{\partial x} + \frac{\partial w_y t_\infty}{\partial y} = 0. \quad (3.63)$$

В (3.63) делаем подстановку, используя (3.62), а также интегрирование в интервале от 0 до δ (по толщине пограничного слоя):

$$\frac{\partial w_x t_\infty}{\partial x} + \frac{\partial w_y t_\infty}{\partial y} - \frac{\partial w_x t}{\partial x} - \frac{\partial w_y t}{\partial y} = -a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}; \quad (3.64)$$

$$\int_0^{\delta_i} \frac{\partial w_x (t_\infty - t)}{\partial x} dy + \int_0^{\delta_i} \frac{\partial w_y (t_\infty - t)}{\partial y} dy = \\ = \int_0^{\delta_i} -a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dy; \quad (3.65)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} w_x (t_\infty - t) dy + w_y (t_\infty - t) \Big|_0^{\delta_i} = -a \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_0^{\delta_i}. \quad (3.66)$$

Так как при $y = \delta_i$; $t = t_\infty$ и $\frac{\partial t}{\partial y} = 0$, а при $y = 0$; $w_y = 0$, то

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} w_x (t_\infty - t) dy = a \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (3.67)$$

Разделив (3.67) на $w_\infty \cdot t_\infty$, получим

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{t}{t_\infty}\right) dy = \frac{a}{w_\infty \cdot t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (3.68)$$

Вводим обозначение

$$\int_0^{\delta_i} \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{t}{t_\infty}\right) dy = \delta''_t. \quad (3.69)$$

Получим

$$\frac{d}{dx} \delta''_t = \frac{a}{w_\infty \cdot t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{1}{w_\infty \cdot t_\infty} \cdot \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (3.70)$$

Выражение (3.67) можно представить в несколько ином виде, воспользовавшись преобразованием

$$t_\infty - t = (t_\infty - t_{cT}) - (t - t_{cT}) = \theta - \vartheta. \quad (3.71)$$

Тогда (3.67) представляем

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} w_x (t_\infty - t) dy = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} w_x (\theta - \vartheta) dy = \\ = \theta w_\infty \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_i} \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{\vartheta}{\theta}\right) dy. \quad (3.72)$$

И окончательно имеем (вводим обозначение $\delta''_t = \int_0^{\delta_i} \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{\vartheta}{\theta}\right) dy$):

$$\theta w_\infty \frac{d}{dx} \delta''_t = a \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0}; \quad (3.73)$$

$$\frac{d \delta''_t}{dx} = \frac{a}{\theta w_\infty} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (3.74)$$

3.5. Решение задач трения в пограничном слое

3.5.1. Касательные напряжения

Касательные напряжения τ_0 на стенке, омываемой жидкостью, и полное сопротивление трения находятся в соответствии с законом трения (по Ньютону):

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_0; \quad (3.75)$$

$$\left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_0 \approx \frac{w_\infty}{\delta}. \quad (3.76)$$

Тогда

$$\tau_0 \approx \frac{\mu \cdot w_\infty}{\delta}. \quad (3.77)$$

Произведя замену δ на его значение, получим

$$\tau_0 \approx \mu \cdot w_\infty \sqrt{\frac{\rho \cdot w_\infty}{\mu \cdot l}} = \sqrt{\frac{\mu \cdot \rho \cdot w_\infty}{l}}. \quad (3.78)$$

Как видим из (3.78), касательное напряжение τ_0 , возникающее вследствие трения, пропорционально скорости потока w_∞ .

Разделив τ_0 на ρw^2 , можно получить выражение для нахождения безразмерного касательного напряжения $\frac{\tau_0}{\rho w^2}$:

$$\frac{\tau_0}{\rho w^2} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho w_\infty l}} = \frac{1}{\sqrt{Re_l}}. \quad (3.79)$$

Полное сопротивление трения (для пластины) равно

$$W = b \cdot l \cdot \tau_0, \quad (3.80)$$

где b — ширина пластины.

Сделав замену τ_0 , находим

$$W = b \sqrt{\rho \cdot \mu \cdot w_\infty^3 \cdot l}. \quad (3.81)$$

Таким образом, сопротивление-трения W при ламинарном течении пропорционально $w_\infty^{1.5}$ и $l^{1.5}$.

Используя (3.81), можно выполнить оценку коэффициента сопротивления, полагая, что $f = b \cdot l$:

$$\lambda_{тр} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho \cdot w_\infty \cdot l}} = \frac{1}{\sqrt{Re_l}}, \quad (3.82)$$

где $\lambda_{тр}$ — коэффициент сопротивления-трения.

По Блазиусу закон сопротивления при обтекании пластины (с одной стороны) при ламинарном режиме выглядит следующим образом:

$$\lambda_{тр} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_l}}. \quad (3.83)$$

Течение вдоль пластины остается ламинарным до тех пор, пока соблюдается условие $55 \cdot 10^5 < Re < 10^6$.

При больших числах Re пограничный слой становится турбулентным.

Пример. Требуется вычислить толщину пограничного слоя пластины на расстоянии $l = 1$ м (от кромки), обтекаемой воздухом ($\nu = 0,15 \cdot 10^{-4}$ м²/с) со скоростью $w_\infty = 15$ м/с.

Находим число Рейнольдса

$$Re_l = \frac{w \cdot l}{\nu} = \frac{15 \cdot 1}{0,15 \cdot 10^{-4}} = 10^6.$$

Имеем:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{5}{10^3} = 0,005; \quad \delta = 5 \text{ мм.}$$

Коэффициент сопротивления $\lambda_{тр}$ равен

$$\lambda_{тр} = \frac{1,328}{\sqrt{10^6}} = 0,0013.$$

При турбулентном пограничном слое (несжимаемая жидкость) имеем

$$\lambda_{тр} = \frac{1,472}{\lg Re^{2,58}}. \quad (3.84)$$

Газ, двигаясь с высокой скоростью, при ее снижении нагревается в пограничном слое. При этом температура на поверхности достигает значений, близких к температуре адиабатного торможения.

3.5.2. Расчет трения в ламинарном пограничном слое на пластине

1. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине (несжимаемая жидкость)

Пластина (рис. 3.7) расположена вдоль потока — простейшее обтекаемое тело, сопротивление которого определяется касательными напряжениями. Зависимость $\delta = \delta(x)$ и коэффициент сопротивления-трения могут быть использованы в приближенных расчетах обтекания тел.

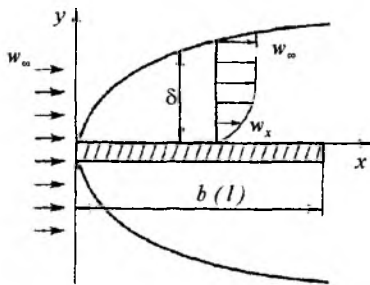


Рис. 3.7. Схема расчета трения в ламинарном пограничном слое на пластине

Расчет пограничного слоя в несжимаемой жидкости сводится к определению изменения толщины пограничного слоя и силы сопротивления трения $F_{тр}$, когда известны скорость потока w_∞ , коэффициент кинематической вязкости среды и хорда пластины b (рис. 3.7) (прямолинейный отрезок, соединяющий две произвольные точки кривой линии или поверхности).

Для установившегося течения записываем интегральное уравнение пограничного слоя

$$\frac{d}{dx} \delta_2 w_\infty^2 + \frac{dw_\infty}{dx} \delta_1 = \frac{\tau_0}{\rho}. \quad (3.85)$$

В нашем случае $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, т.е. $w_\infty = \text{const}$, и пластина рассматривается как тело с нулевым градиентом давления $\frac{\partial p}{\partial x}$ вдоль пластины, а следовательно,

(3.85) может быть переписано:

$$w_\infty^2 \frac{d}{dx} \delta_2 = \frac{\tau_0}{\rho}. \quad (3.86)$$

Для определения толщины пограничного слоя и силы сопротивления $F_{тр}$ нужно использовать:

— закон распределения скорости w_x по толщине слоя;

— уравнение, связывающее касательные напряжения (мера составляющих внутренних сил, возникающих в теле в результате приложения к нему внешних касательных воздействий в каком-либо сечении) на поверхности тела τ_0 с толщиной пограничного слоя δ . При этом распределение скорости $w_\infty = w_x|_{y=\delta}$ будем искать в виде полинома третьей степени относительно безразмерной координаты $\frac{y}{\delta}$:

$$\frac{w_x}{w_\infty} = a + b \left(\frac{y}{\delta} \right) + c \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + d \left(\frac{y}{\delta} \right)^3, \quad (3.87)$$

где a, b, c, d — коэффициенты полинома, определяемые из граничных условий.

Граничные условия могут быть кинематические, налагаемые на скорости на границах пограничного слоя, и динамические, налагаемые на силы внутреннего трения.

Граничные условия обычно представляют в виде:

1. На нижней границе пограничного слоя скорость w_x равна нулю: $w_x|_{y=0} = 0$.
2. На верхней границе пограничного слоя скорость w_x равна скорости потока: $w_x|_{y=\delta} = w_\infty$.
3. На верхней границе пограничного слоя силы

внутреннего трения $\tau = \mu \frac{dw_x}{dy}$ равны нулю:

$$\left. \frac{dw_x}{dy} \right|_{y=\delta} = 0. \quad (3.88)$$

4. На нижней границе пограничного слоя

$$\left. \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right|_{y=0} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3.89)$$

При $y = 0$; $w_x = 0$; $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ будем иметь

$$\left. \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right|_{y=0} = 0. \quad (3.90)$$

Как уже отмечалось, использование граничных условий 1–4 позволяет отыскать значение коэффициентов a , b , c и d :

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{w_x}{w_\infty} \right) = \frac{b}{\delta} + \frac{2c}{\delta^2} y + \frac{3d}{\delta^3} y^2; \quad (3.91)$$

$$\frac{d^2}{dy^2} \left(\frac{w_x}{w_\infty} \right) = \frac{2c}{\delta^2} + \frac{6d}{\delta^3} y^2. \quad (3.92)$$

Тогда граничные условия дают:

$$1. 0 = a + 0 + 0 + 0;$$

$$2. 1 = a + b + c + d;$$

$$3. 0 = \frac{b}{\delta} + \frac{3d}{\delta^3};$$

$$4. 0 = \frac{2c}{\delta^2}.$$

В итоге: $a = 0$; $c = 0$; $b = -3d$; $1 = -3d + d = -2d$;

$$d = -\frac{1}{2}; b = \frac{3}{2}.$$

Уравнение распределения скорости (3.87) принимает вид

$$\frac{w_x}{w_\infty} = \frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3. \quad (3.93)$$

Имеем

$$\begin{aligned} w_\infty^2 \delta^2 &= \int_0^\delta w_x (w_\infty - w_x) dy = w_\infty^2 \int_0^\delta \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{w_x}{w_\infty} \right) dy = \\ &= w_\infty^2 \delta \cdot \int_0^1 \left[\frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \left[1 - \frac{3y}{2\delta} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \times \\ &\quad \times d \left(\frac{y}{\delta} \right) = 0,139 w_\infty^2 \delta. \end{aligned} \quad (3.94)$$

Находим величину касательных напряжений

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \mu \left(\frac{dw_x}{dy} \right)_{y=0} = \\ &= \mu w_\infty \left[\left[1,5\delta - 1,5 \frac{y^2}{\delta^3} \right] \right]_{y=0} = 1,5 \frac{\mu}{\delta} w_\infty. \end{aligned} \quad (3.95)$$

Из уравнения импульсов имеем:

$$w_\infty^2 \frac{39}{280} \frac{d\delta}{dx} = 1,5 \frac{v}{\delta} w_\infty; \quad \delta d\delta = 10,769 \frac{v}{w_\infty} dx. \quad (3.96)$$

Интегрируем (3.96):

$$0,5\delta^2 = 10,769 \frac{v}{w_\infty} x + C. \quad (3.97)$$

При $x = 0$, $\delta = 0$, т.е. $C = 0$.

Тогда

$$\delta = \sqrt{21,538 \frac{vx}{w_\infty}} = 4,64 \sqrt{\frac{vx}{w_\infty}}. \quad (3.98)$$

Отношение толщины пограничного слоя к хорде (рис. 3.7) запишется

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{b} = 4,64 \sqrt{\frac{vx}{w_\infty}} = 4,64 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{Re}}, \quad (3.99)$$

где $\bar{x} = \frac{x}{b}$; $Re = \frac{w_\infty b}{v}$.

Из (3.99) следует, что толщина ламинарного пограничного слоя вдоль пластины увеличивается по параболическому закону (рис. 3.7) и обратно пропорциональна \sqrt{Re} .

Наряду с (3.99) существует зависимость

$$\delta = 5,8 \sqrt{\frac{vx}{w_\infty}}. \quad (3.100)$$

Из (3.100) следует, что при известном законе изменения скорости в виде полинома третьей степени ошибка решения достигает 20 %.

Оценка изменения τ_0 вдоль пластины с использованием (3.99) приводит к выражению

$$\frac{\tau}{\rho} = 1,5 \frac{v}{\delta} w_\infty = 1,5 \frac{v w_\infty}{4,64 \sqrt{\frac{vx}{w_\infty}}} = 0,323 \frac{w_\infty^{1,5} v}{\sqrt{vx}}. \quad (3.101)$$

Введем местный коэффициент трения C_f

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{\tau_0}{dw_\infty^2} = 1,5 \frac{w_\infty^{1,5} v \rho}{4,64 \sqrt{vx} \cdot \frac{\rho w_\infty^2}{2}} = \\ &= \frac{0,65v}{\sqrt{vx w_\infty}} = \frac{0,65}{\sqrt{Re_x}}; \end{aligned} \quad (3.102)$$

где $\sqrt{Re_x} = \frac{w_\infty x}{v}$.

Из (3.102) следует, что местный коэффициент трения C_f уменьшается при удалении потока от передней кромки. На передней кромке $C_f = \infty$, так как $x = 0$. В действительности же вследствие симметричности потока жидкости следует, что при $x = 0$ и $x = b$, $\tau_0 = 0$ и $C_f = 0$ ($\lambda_f = 0$). Формула

(3.102) дает хорошее согласование расчетных и опытных данных, за исключением областей у передней и задней кромок стенки. В формулах (в том числе и в (3.102)) вместо C_f принято писать λ_f .

В случае теплового пограничного слоя δ_t температуру $t(y)$ можно представить в виде полинома $t(y) = b_0 + b_1 \cdot y + b_2 \cdot y^2 + b_3 \cdot y^3 + \dots + b_n \cdot y^n$. (3.103)

На стенке, обтекаемой жидкостью, при $y = 0$ $t = t_0$. Учитывая, что поток стационарен $\left(\frac{dq}{dy} = 0\right)$,

при $q = -\lambda \frac{dt}{dy} \Big|_{y=0}$ можно записать $\frac{d^2 t}{dy^2} = 0$.

На границе слоя при $y = \delta_t$, $t = t_\infty$ и $\frac{dt}{dy} = 0$.

Подставив граничные условия в (3.103), можно получить систему уравнений для определения b_0 , b_1 , b_2 , и b_3 :

$$t_0 = b_0;$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = b_1 + 2b_2 y + 3b_3 y = b_1 + 2\delta_t + 3b_3 \delta_t^3 = 0;$$

$$t_\infty = b_0 + b_1 \delta_t + b_3 \delta_t^3;$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 2b_2 + 6b_3 y = 2b_2 + 6b_3 \cdot 0 = 0; \quad b_2 = 0;$$

$$b_1 + 3b_3 \delta_t^2 = 0; \quad b_1 = -3\delta_t^2 b_3;$$

$$t_1 = t_0 + b_1 \delta_t + b_3 \delta_t^3;$$

$$t_1 = t_0 - 3\delta_t^3 b_3 + \delta_t^3 b_3;$$

$$t_1 - t_0 = -2b_3 \delta_t^3;$$

$$b_3 = \frac{t_0 - t_1}{2\delta_t^3};$$

$$b_1 = \frac{t_0 - t_1}{2\delta_t} = 1,5 \frac{t_1 - t_0}{\delta_t}.$$

(3.104)

Используя соотношения для θ и ϑ :

$$\theta = t_\infty - t_0 \quad \text{и} \quad \vartheta = t - t_0,$$

можно получить:

$$t_y = t_0 + 1,5 \frac{(t_\infty - t_0)}{\delta_t} y - \frac{t_\infty - t_0}{2} \left(\frac{y^3}{\delta_t^3}\right); \quad (3.105)$$

$$t_y - t_0 = 1,5 (t_\infty - t_0) \frac{y}{\delta_t} - \frac{t_\infty - t_0}{2} \left(\frac{y^3}{\delta_t^3}\right); \quad (3.106)$$

$$\frac{\vartheta}{\theta} = 1,5 \frac{y}{\delta_t} - 0,5 \frac{y^3}{\delta_t^3}. \quad (3.107)$$

Зная $\vartheta(y)$ и $w_x(y)$, можно записать для теплового пограничного слоя

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} \left[1,5 \frac{y}{\delta_t} - 0,5 \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \right] \times \\ & \times \left[1 - 1,5 \frac{y}{\delta_t} + 0,5 \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \right] dy = \\ & = \frac{a\theta}{\theta w_\infty} 1,5 \frac{1}{\delta_t} - 1,5 \delta_t \cdot 3y^2 = 1,5 \frac{a}{w_\infty \cdot \delta_t}. \quad (3.108) \end{aligned}$$

Приведенный интеграл (3.108) можно вычислить, если тепловой пограничный слой меньше динамического или равен ему, т.е. когда $\delta_t \leq \delta_g$ (рис. 3.8), когда $\delta_t - \delta$ обращается в ноль, так как $\theta = \vartheta$ и значение подынтегральной функции (3.108) равно нулю.

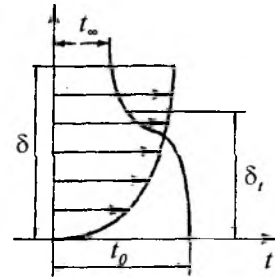


Рис. 3.8. Распределение температуры и скорости в пограничном слое

Если $\frac{\delta_t}{\delta_g} = h < 1$, т.е. $\delta_t = h\delta_g$, то интеграл в уравнении (3.108) можно представить $\int_0^{\delta_t} \left\{ 1,5 \frac{y}{\delta} - 0,5 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 - 2,25 \frac{y^2}{\delta^2 h} + 0,75 \frac{y^4}{\delta^4 h^3} - 0,25 \frac{y^6}{\delta^6 h^5} \right\} dy =$

$$= 0,15h^2 \{ -0,072h^2 \}. \quad (3.109)$$

Оценивая слагаемые, видим, что второе из них мало по сравнению с первым вследствие того, что $\delta_t < \delta_g (h < 1)$. Пренебрегая вторым слагаемым, записываем дифференциальное уравнение:

$$0,15 \frac{d\delta}{dx} h^2 = 0,15 \frac{a}{w_\infty h \delta}; \quad (3.110)$$

$$h^3 \delta \frac{d\delta}{dx} + 2h^2 \delta^2 \frac{dh}{dx} = 10 \frac{a}{w_\infty}. \quad (3.111)$$

Принимая во внимание, что $\delta \frac{d\delta}{dx} = 10,769 \frac{v}{w_\infty}$ и $\delta^2 = 4,64^2 \frac{vx}{w_\infty}$, а также после подстановки в (3.111) запишем:

$$h^3 \cdot 10,769 \frac{v}{w_\infty} + h^2 \cdot 43,076 \frac{vx}{w_\infty} \frac{dh}{dx} = 10 \frac{a}{w_\infty}; \quad (3.112)$$

$$h^3 \cdot 1,077 \frac{\nu}{a} + 2,153 \frac{\nu}{a} x \cdot 2h^2 \frac{dh}{dx} = 1; \quad (3.113)$$

$$1,077 \frac{\nu}{a} \left(h^3 + 4xh^2 \frac{dh}{dx} \right) = 1. \quad (3.114)$$

Считая, что $1,077 \approx 1$ и $\frac{\nu}{a} = \text{Pr}$, записываем

$$h^3 + 1,333x \frac{dh^3}{dx} = \frac{1}{\text{Pr}}. \quad (3.115)$$

Обозначив $\frac{1}{\text{Pr}}$ через φ ($\frac{1}{\text{Pr}} = \varphi$), а также используя соотношение $\delta_t = \sqrt{x}$, определим безразмерную толщину теплового ламинарного пограничного слоя у плоской поверхности:

$$\frac{\delta_t}{x} = \frac{4,64}{\sqrt[3]{\text{Pr} \cdot x}} \cdot \frac{\sqrt{\nu x}}{\sqrt{w_\infty}} = \frac{4,64}{\sqrt[3]{\text{Pr} \cdot \sqrt{\text{Re}}}}. \quad (3.116)$$

3.5.3. Расчет трения в турбулентном пограничном слое

Как нам уже известно, распределение скорости в ламинарном пограничном слое описывается кубической параболой.

Для турбулентного слоя кривая распределения скорости жидкости имеет большую кривизну. Хорошее приближение к действительному распределению скорости дает экспериментальная формула Прандтля

$$v_x = w_\infty \left(\frac{y}{\delta} \right)^{0,143}. \quad (3.117)$$

Однако для участка, лежащего непосредственно на пластине, (3.117) теряет достоверность. Действительно, определим τ_0 на поверхности, обтекаемой жидкостью:

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\mu \cdot w_\infty}{78^{1/7} \cdot y^{6/7}} \Big|_{y=0} \rightarrow \infty. \quad (3.118)$$

Как видим, напряжение трения для принятого профиля скорости на поверхности пластины стремится к бесконечности, что физически невозможно.

В действительности **турбулентность всегда исчезает у поверхности**. Чтобы выйти из затруднения, Прандтлем была высказана гипотеза о том, что между турбулентным пограничным слоем и поверхностью пластины существует ламинарный подслой, в пределах которого скорость изменяется линейно по координате y , а за пределами этого подслоя справедливо распределение (3.117), как показано на рис. 3.9.

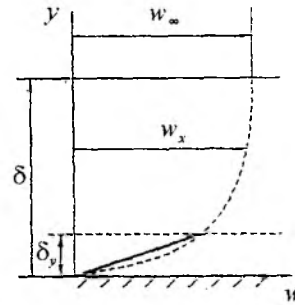


Рис. 3.9. Распределение скорости в турбулентном пограничном слое

В рассматриваемом случае сила трения определяется непосредственно из опыта, для пластины формула напряжения-трения экспериментально установлена Блазиусом:

$$\tau_0 = 0,0228\rho \cdot w_\infty^2 \left(\frac{\nu}{w_\infty \delta} \right)^{0,25}. \quad (3.119)$$

Подставляя

$$v_x = w_\infty \left(\frac{y}{\delta} \right)^{0,143},$$

записываем

$$\begin{aligned} w_\infty^2 \delta^2 \int_0^\delta v_x (w_\infty - w_x) dy &= w_\infty^2 \int_0^\delta \frac{v_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{v_x}{w_\infty} \right) dy = \\ &= w_\infty^2 \delta^2 \int_0^1 \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^{0,143} \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^{0,143} \right] dy = 0,097 w_\infty^2 \delta. \end{aligned} \quad (3.120)$$

Вычисляя этот интеграл и подставляя его значение в уравнение импульсов, запишем:

$$w_\infty^2 \frac{d\delta^2}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho}; \quad (3.121)$$

$$0,097 w_\infty^2 \frac{d\delta}{dx} = 0,0228 \left(\frac{\nu}{w_\infty \delta} \right)^{0,25}; \quad (3.122)$$

$$\delta^{0,25} d\delta = 0,002 \left(\frac{\nu}{w_\infty} \right)^{0,25} dx; \quad (3.123)$$

$$0,8 d\delta^{0,8} = 0,235 \left(\frac{\nu}{w_\infty} \right) dx; \quad (3.124)$$

$$\delta^{0,25} = 0,294 \left(\frac{\nu}{w_\infty} \right)^{0,25} \cdot x + \text{const}. \quad (3.125)$$

До определения постоянной интегрирования в (3.125) нужно заметить. Как следует из рис. 3.10, начало турбулентного пограничного слоя находится на некотором критическом расстоянии $x_{кр}$ (рис. 3.10). Начиная с точки $x = x_{кр}$ (вправо) пограничный слой имеет определенную толщину.

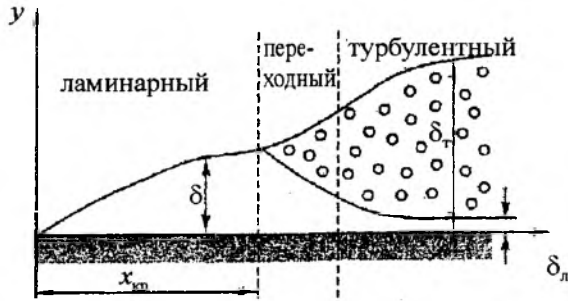


Рис. 3.10. Схема перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный

При определении постоянной интегрирования (3.125) нужно считать, что при начале турбулентного слоя у передней кромки ($x_{кр} = 0$) его толщина составила бы δ . В таком случае можно принять, что постоянная интегрирования равна нулю. С учетом последнего запишем:

$$\delta = 0,376 \left(\frac{\nu}{w_{\infty}} \right)^{0,2} \cdot x^{0,8}; \quad (3.126)$$

$$\frac{\delta}{x} = 0,376 \left(\frac{\nu}{w_{\infty}} \right)^{0,2} \cdot \frac{x^{0,8}}{x} = 0,376 \left(\frac{\nu}{w_{\infty} x} \right)^{0,2} = \frac{0,376}{Re^{0,2}}. \quad (3.127)$$

Зависимости (3.126) и (3.127) позволяют найти локальный коэффициент трения λ_f :

$$\lambda_f = \frac{\tau_0}{\rho \cdot w_{\infty}^2} = \frac{0,0228 \rho \cdot w_{\infty}^2}{\rho \cdot w_{\infty}^2} \left(\frac{\nu}{w_{\infty} \delta} \right)^{0,25} =$$

$$= 0,0456 \left(\frac{\nu}{w_{\infty} \cdot 0,376 \left(\frac{\nu}{w_{\infty}} \right)^{0,2} \cdot x^{0,8}} \right) = 0,0576 Re_x^{-0,2}; \quad (3.128)$$

$$\lambda_f = 0,0576 Re_x^{-0,2}. \quad (3.129)$$

В итоге для теплового турбулентного пограничного слоя

$$\delta_t \approx x^{0,8}. \quad (3.130)$$

Для теплового ламинарного слоя

$$\delta_l \approx x^{0,2}. \quad (3.131)$$

Сопоставляя (3.130) с (3.131), видим, что турбулентный пограничный слой по координате x увеличивается более интенсивно.

Для уменьшения сопротивления-трения обтекаемого тела нужно добиваться увеличения участка ламинарного пограничного слоя (рис. 3.10) и уменьшения участка турбулентного пограничного слоя.

3.6. Пограничный слой при течении разреженного газа

Число Рейнольдса содержит в знаменателе кинематический коэффициент вязкости $\nu = \frac{\mu}{\rho}$. Для капельных жидкостей (практически не снижаемых) коэффициент ν является функцией температуры. Зависимость, отражающая влияние температуры на динамический коэффициент вязкости μ , может проявляться достаточно сильно. По порядку величины ν определяется родом жидкости. Иначе складываются условия в случае газа, когда переменная является не только вязкостью, но и плотностью, зависимость которой от параметров состояния с достаточной точностью определяется

уравнением $p = \frac{P}{RT}$. Если абсолютная температура изменяется в сравнительно узких пределах, то изменение давления наблюдается в широком интервале значений (существенный интерес представляют давления, составляющие $10^{-5} - 10^{-6}$ (и менее) от атмосферного давления).

При высоких разрежениях, при условиях, когда газ рассматривается как среда (жидкость) малой плотности и большой кинематической вязкости, характерны значения с малыми числами Re . Что касается капельной жидкости, то она обычно рассматривается как среда непрерывная. Правомочность такого заключения ограничена тем, что геометрический масштаб микровлияний, совершаемых в области, охваченной процессом, и воспринимаемых через наблюдаемые микроскопические эффекты, несоизмеримо мал в сравнении с масштабом, характерным для этих эффектов. В качестве микромасштаба принимается характерный линейный размер системы (тела) l , обтекаемой потоком жидкости. Геометрический масштаб для микровлияний — это параметр, который дает правильное количественное представление о микроструктурной дискретности¹ среды (протяженность интервалов пространства, разделяющих микроструктурные элементы среды).

Наиболее характерная среднестатистическая мера протяженности, определяющая микроструктурную дискретность газа, — средняя длина свободного пробега l_0 микроструктурных частиц (расстояние, проходимое частицами между последовательными соударениями). Правильность макроструктурной концепции процессов, происходящих в газах, обусловлена требованием, что-

бы отношение l_0/l было величиной пренебрежимо малой.

Условие $\frac{l_0}{l} \ll 1$ допускает другую форму представления. Средняя длина свободного пробега может быть выражена через микроскопические величины, которыми характеризуются свойства газа (коэффициенты вязкости, теплопроводности, диффузии). Если, например, выбрать в качестве макроскопического свойства вязкость и рассмотреть микрофизический механизм переноса количества движения, то связь между l_0 и динамическим коэффициентом вязкости μ определяется газикинетическими соображениями.

Пусть газ движется вдоль пластины со скоростью $w(y)$. Средняя молекулярная скорость, соответствующая температуре, равна c . Плотность потока массы в направлении, перпендикулярном пластине, пропорциональна произведению ρc . Молекулы, перемещающиеся в направлении оси y , переносят количество движения, удельный поток которого пропорционален произведению $\rho \bar{c} l_0 \frac{\partial w_x}{\partial y}$,

так как множитель $l_0 \frac{\partial w_x}{\partial y}$ определяет собой разность скоростей на длине свободного пробега. С другой стороны, удельный поток количества движения равен напряжению (сопротивлению) трения. Поэтому коэффициент вязкости μ пропорционален произведению $\rho \bar{c} l_0$:

$$\mu = 0,499\rho \cdot \bar{c} \cdot l_0 = 0,5\rho \cdot \bar{c} \cdot l_0. \quad (3.132)$$

$$\text{Известно, что } l_0 = 2 \frac{v}{c}. \quad (3.133)$$

Связав молекулярную скорость (скорость молекулы) со средней скоростью молекул и скоростью звука, можно записать

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8}{\pi \cdot k}} \cdot c_0, \quad (3.134)$$

где $k = \frac{c_p}{c_v}$;

$l_0 = 1,225\sqrt{k} \frac{v}{c_0}$ (здесь c_0 — скорость распространения звука).

Связь между геометрическими масштабами микро- и макроявлений определяется в виде

$$\frac{l_0}{l} = 1,225\sqrt{k} \frac{v}{c_0 l}; \quad (3.135)$$

$$\frac{l_0}{l} \cong \frac{v}{c_0 l}. \quad (3.136)$$

Выражение (3.135) может быть приведено к виду

$$\frac{l_0}{l} = 1,225\sqrt{k} \frac{v \cdot w_\infty}{w_x \cdot l \cdot c_0} = 1,225\sqrt{k} \frac{\text{Ma}}{\text{Re}} \quad (3.137)$$

и соответственно

$$\frac{l_0}{l} \cong \frac{\text{Ma}}{\text{Re}}. \quad (3.138)$$

Тогда критерий применимости методов газодинамики может быть представлен в виде

$$\frac{\text{Ma}}{\text{Re}} \ll 1, \quad (3.139)$$

где числа Ma и Re соответствуют условиям невозмущенного течения. Это значит, что границы области, в пределах которой допустимо представление о движущейся среде как о континууме, устанавливаются соотношением между числами Ma

и Re . Отношение $\frac{\text{Ma}}{\text{Re}}$ не зависит от скорости течения, так как входит одинаковым образом (в первой степени) в числа Ma и Re . Условие (3.139) обусловлено только свойствами среды, температурой и размерами тела.

Для условия применимости не только общих газодинамических представлений, но и методов теории пограничного слоя необходимо, чтобы длина пробега молекул была несоизмеримо мала по сравнению с толщиной пограничного слоя, т.е.

$$\frac{l_0}{\delta} \ll 1.$$

Вследствие того, что относительная толщина пограничного слоя $\frac{\delta}{l}$ равна $\frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}$, имеем

$$\frac{\text{Ma}}{\sqrt{\text{Re}}} \ll 1. \quad (3.140)$$

При этом если неравенство (3.140) удовлетворяется, то применение методов теории пограничного слоя возможно.

Если же соотношение $\frac{\text{Ma}}{\sqrt{\text{Re}}}$ нельзя считать малой величиной, то само понятие пограничного слоя становится **бессодержательным и использование упрощенных уравнений исключается.**

Переход к условиям, в которых длину свободного пробега молекулы газа нельзя рассматривать как пренебрежимо малую (в сравнении с размера-

¹ Дискретность (от лат. discretus — разделенный, прерывистый), противопоставляется непрерывности. Например, дискретное изменение какой-либо величины во времени — изменение, происходящее через некоторые промежутки времени (скачками).

ми тела), а газ — как сплошную среду, в выражениях, описывающих напряжение-трения и плотность теплового потока, появляются члены порядка $\frac{Ma^2}{Re}$ (в связи с тем, что $\frac{l_0}{l} \approx \frac{Ma}{Re}$).

В итоге, рассматривая пограничный слой в разреженном газе, основные уравнения, записанные нами ранее, остаются справедливыми. Однако в этих условиях совокупность аргументов обобщенных уравнений должна быть дополнена параметрическим критерием $\frac{w_{x0}}{w_\infty}$ или $\frac{l_0}{l}$, который обычно полностью вырожден и поэтому исключается из рассмотрения (критерий Кнудсена).

Если же движение газа вдоль поверхности сопровождается изменением температуры, то в выражении для скорости скольжения появляется дополнительное слагаемое, связанное с продольным градиентом температуры $\frac{\partial t}{\partial x}$, называемое **скоростью крипа**:

$$w_{x0} = 0,75 \frac{\mu'}{\rho t} \frac{\partial t}{\partial x} = 0,75 \frac{\nu}{t} \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (3.141)$$

Сопоставляя (3.141) с (3.136), можно получить

$$w_{x0} \cong \frac{c_0}{t} l_0 \frac{\partial t}{\partial x}.$$

Или в безразмерном виде

$$\frac{w_{x0}}{w_\infty} \cong \frac{l_0}{l} \frac{c_0}{U} \frac{1}{t} \frac{\partial t'}{\partial x'} = \frac{l_0}{l} \frac{1}{Ma} \frac{1}{t} \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (3.142)$$

В итоге полная скорость скольжения в неизотермических условиях может быть представлена

$$\frac{w_{x0}}{w_\infty} \cong \frac{l_0}{l} \left(\frac{\partial w'_x}{\partial y'} + \frac{1}{Ma} \frac{1}{t} \frac{\partial t}{\partial x'} \right). \quad (3.143)$$

Первые слагаемые в скобках (3.143) — величина порядка $\frac{1}{\delta}$. Порядок второго слагаемого в связи с очевидным соотношением $\frac{1}{t} \frac{\partial t}{\partial x'} = 1$ определяется как $\frac{1}{Ma}$.

При этом имеются основания рассматривать указанные слагаемые как величины одного и того же порядка $\frac{1}{\delta}$.

Если на поверхности раздела сред учитывать и тепловые факторы, тогда нужно отметить, что имеется аналог эффекта скольжения (скачка скорости у поверхности) **в виде скачка температуры**. Зависимости, определяющие скачок температуры, аналогичны рассмотренным выше.

Уравнение, связывающее температурный скачок Δt с длиной свободного пробега молекулы и поперечным градиентом температуры у поверхности $\frac{\partial t}{\partial y}$, имеет вид

$$\Delta t = 1,996 \frac{2-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{k}{k+1} Pr l_0 \frac{\partial t}{\partial y}, \quad (3.144)$$

где α — коэффициент аккомодации (доля общего числа молекул, соприкоснувшихся с поверхностью раздела и получивших после отражения энергию, соответствующую температуре поверхности).

Для оценки величины температурного скачка Δt можно также использовать выражение

$$\Delta t \cong l_0 \frac{\partial t}{\partial y}. \quad (3.145)$$

Или в безразмерном виде

$$\Delta t' \cong \frac{l_0}{l} \frac{\partial t'}{\partial y'}. \quad (3.146)$$

Сопоставление этого результата с полученными ранее показывает, что скачки температуры и скорости — величины одного порядка, и они проявляются с одинаковой относительной интенсивностью.

3.7. Отрыв пограничного слоя от обтекаемой поверхности

При обтекании тел различной формы жидкостью давление увеличивается по направлению от фронтальных к кормовым участкам обтекаемой поверхности. При этом частицы жидкости в пограничном слое заторможены и их кинетическая энергия мала для преодоления увеличивающегося давления. Поэтому начиная с некоторого расстояния от передней кромки поверхности в пограничном слое **возможны обратные течения** жидкости. Частицы жидкости, перемещающиеся параллельно (эквидистантно) поверхности тела, встречая такое **обратное движение**, удаляются от поверхности.

Это явление называется отрывом или срывом пограничного слоя. Давление при этом в кормовой части **не восстанавливается** (возможно появление разрежения), и возникает большее сопротивление-давления: во фронтальной части — повышенное давление, а в кормовой — пониженное.

Отрыв пограничного слоя более вероятен при резком возрастании давления в кормовой части тела. При движении тонких тел (их обтекании) в

направлении, параллельном их длине, возрастающее давление недостаточно для отрыва пограничного слоя. **Такие тела называются удобообтекаемыми**, их сопротивление в основном определяется сопротивлением-трения. На телах толстых (шар, цилиндр), а также тонких телах (крылья самолетов) при больших углах атаки рост давления в кормовой части достаточно велик и может вызвать отрыв пограничного слоя (рис. 3.11). К сопротивлению-трения в этом случае добавляется сопротивление-давления, которое может оказаться во много раз больше первого.

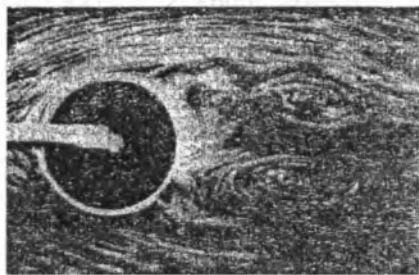


Рис. 3.11. Поперечное обтекание цилиндра (фотография Х. Рубаха из Mitt. Forschungsarb, 185, 1916)

При наличии отрыва пограничного слоя **изменяется течение жидкости вне пограничного слоя**. При этом получается как бы обтекание уже другого тела, состоящего из собственно тела и зон сорванного потока. Для крыльев самолетов это явление помимо роста сопротивления приводит к снижению их подъемной силы.

3.7.1. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей

Пограничный слой при продольном обтекании плоской пластины имеет достаточно простую структуру, так как при таком обтекании статическое давление во всем поле течения остается постоянным. Также не происходит изменения давления по толщине пограничного слоя в любом сечении, перпендикулярном к направлению набегающего потока. Давление внешнего течения передается без изменения внутрь пограничного слоя. Это давление постоянно во всем внешнем потоке, и поэтому оно постоянно во всем пограничном слое.

Рассмотрим перемещение жидкости (течение) (рис. 3.12) около тела с тупой кормовой частью, к примеру, около круглого цилиндра. При течении без трения жидкость на передней половине цилиндра

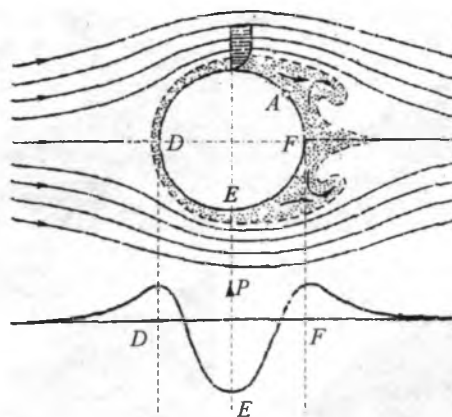


Рис. 3.12. Схематическое изображение отрыва пограничного слоя и образования вихрей при обтекании круглого цилиндра; А — точка отрыва

дра, между точками D и E , движется ускоренно, причем давление по мере приближения потока к точке E снижается. На кормовой половине цилиндра, между точками E и F , происходит уменьшение скорости потока, а следовательно, давление по мере приближения к точке F увеличивается. В начальный момент времени после возникновения течения, когда пограничный слой тонкий, жидкость движется почти без трения. Для частицы жидкости, находящейся во внешнем потоке, на пути от D к E , происходит переход энергии давления в кинетическую энергию, а на пути от E к F — переход кинетической энергии в энергию давления, так, что в точку F частица приходит с той же скоростью, какую она имела в точке D . Иначе ведет себя частица жидкости, движущаяся внутри пограничного слоя в непосредственной близости от поверхности цилиндра. Хотя поле давления такое же, как и во внешнем течении, но зато здесь действуют значительные силы трения. Это приводит к тому, что на пути от D к E части кинетической энергии недостаточно, чтобы преодолеть увеличение давления на пути от E к F . Поэтому внутри пограничного слоя частица жидкости не может далеко продвинуться в область возрастающего давления между точками E и F и где-то, не доходя до точки F , останавливается, а затем под воздействием распределения давления внешнего течения начинает двигаться назад.

На рис. 3.13 показано обтекание кормовой части овального тела с момента начала движения. Давление вдоль контура тела возрастает слева направо. Пограничный слой виден на всех фотографиях; в нем, как вследствие меньшей скорости течения,

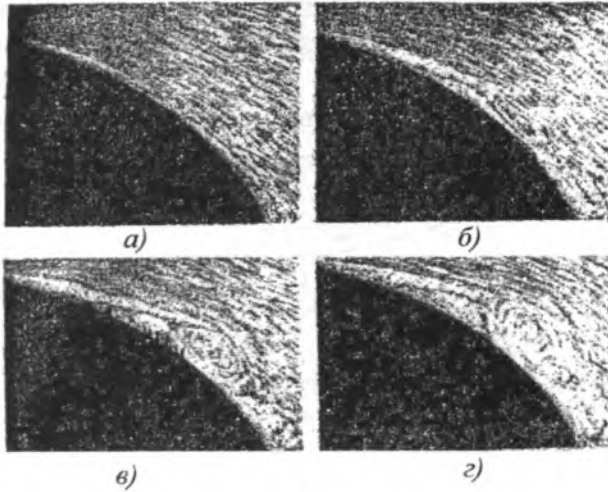


Рис. 3.13. Развитие во времени отрыва пограничного слоя на теле с тупой кормовой частью (по Прандтлю – Титъенсу ¹)

алюминиевые блески оставили при экспозиции значительно более короткие черточки, чем во внешнем течении. На рис. 3.13а, изображающем течение вскоре после его возникновения, возвратное течение только что началось около самой задней кромки тела. На рис. 3.13б возвратное течение продвинулось далеко вперед по сравнению с направлением основного течения, а толщина пограничного слоя выросла. На рис. 3.13в видно, как из возвратного течения развился большой вихрь, ставший на рис. 3.13г еще большим. В дальнейшем этот вихрь отрывается от тела и уплывает вниз по течению. Вместе с отрывом вихря картина течения становится совершенно иной; полностью изменяется и распределение скоростей по сравнению с тем распределением, которое имеет место при течении без трения. Окончательный вид течения круглого цилиндра показан на рис. 3.12. В завихренной зоне позади кормовой части цилиндра давление довольно сильно понижено по сравнению с давлением в невозмущенном течении (см. кривые распределения давления на рис. 3.12). Это понижение давления и является причиной так называемого сопротивления-давления, имеющего для цилиндра большую величину.

¹ Prandtl L., Tietjens O., Hydro- und Aeromechanik nach Vorlesungen von L. Prandtl, т. I: Gleichgewicht und reibungslose Bewegung; т. II: Bewegung reibender Flüssigkeiten und technische Anwendungen. Berlin 1929 und 1931. (Имеется русский перевод: Прандтль Л. – Титъенс О., Гидроаэродинамика по лекциям Л. Прандтля, т. I и II, М., 1933 и 1935.)

На некотором расстоянии за обтекаемым телом образуется правильная последовательность вихрей, вращающихся попеременно вправо и влево (так называемая дорожка Кармана) (рис. 3.14). На этом рисунке виден готовый к отрыву от цилиндра вихрь дорожки Кармана, вращающийся вправо. Вихревые дорожки неустойчивы относительно небольших перемещений вихрей параллельно самим себе. Устойчивость возможна при

$$\frac{h}{l} = 0,281 \quad (3.147)$$

Кинетическая энергия, содержащаяся в поле скоростей вихревой дорожки, должна непрерывно вновь воссоздаваться при движении тела в жидкости. На основе такого представления можно, пользуясь теорией идеальной жидкости, вычислить сопротивление цилиндрического тела. Расчеты показывают, что это сопротивление на единицу длины равно

$$H = \rho w_{\infty}^2 h \left[2,83 \frac{w_x}{w_{\infty}} - 1,12 \left(\frac{w_y}{w_{\infty}} \right)^2 \right] \quad (3.148)$$

Ширина вихревой дорожки h и отношение $\frac{w_x}{w_{\infty}}$ определяют экспериментально.

Нужно иметь в виду, что регулярные вихревые дорожки образуются в интервале значений чисел Re .

$$60 < Re < 5000.$$

Для $Re < 60$ течение в кормовой части цилиндра ламинарное, для чисел $Re > 5000$ у кормовой поверхности турбулентное перемешивание (рис. 3.13в и г) и имеет место зависимость безразмерной частоты

$$S = \frac{nd}{w}, \quad (3.149)$$

называемой числом Струхала, где n – частота отрыва вихрей в одну секунду.

На рис. 3.15 иллюстрируется зависимость, полученная по данным А. Рошко и Р. Фримберга. Значения чисел s , измеренные для цилиндра с различными диаметрами d для течений с различными скоростями w , хорошо укладываются на одну кривую линию. Для чисел Re , больших 1000 ($Re > 1000$), число Струхала остается **постоянным и равным 0,21**.

Теория пограничного слоя объясняет не только возникновение сопротивления-трения, но и сопротивлений при перепаде давления (явления отрыва). Опасность отрыва пограничного слоя всегда существует в области возрастания давле-

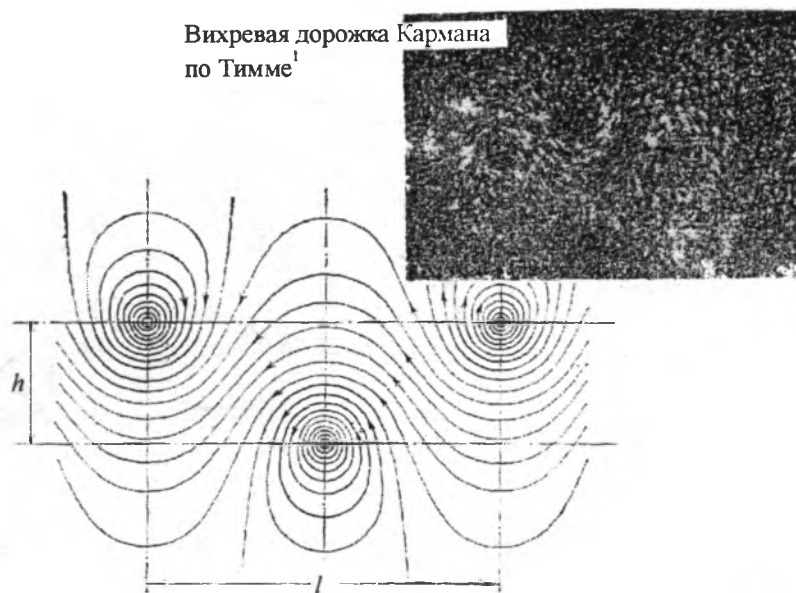


Рис. 3.14. Схематическое изображение вихревой дорожки Кармана для случая, когда $\frac{h}{l} = 0,281$.
Картина линий тока дана в системе отсчета, движущейся вместе с вихревой дорожкой¹

ния, и тем больше, чем резче происходит его изменение, а значит, возможность отрыва особенно велика при обтекании тел с тупой кормовой частью.

Линии тока в пограничном слое вблизи точки отрыва иллюстрируются на рис. 3.16. Вследствие возвратного течения у поверхности возникает утолщение пограничного слоя во внешнее течение. В точке отрыва (см. рис. 3.16) зарождается одна из линий тока, образующая определенный угол со стенкой. В этой точке **градиент скорости в направлении, перпендикулярном стенке, равен нулю:**

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} = 0. \quad (3.150)$$

Отрыв потока у поверхности цилиндра возникает также при течении жидкости в канале, расширяющемся по ходу течения (рис. 3.17). Как видно на рисунке, за узким поперечным сечением канала его резкое расширение приводит к резкому возрастанию давления в направлении перемещения жидкости, вследствие чего происходит отрыв пограничного слоя от обеих стенок с одновременным образованием вихрей (стенки канала обозна-

чены стрелками). В результате в диффузорной (расширяющейся) части поток занимает лишь небольшую часть его поперечного сечения. Однако если на стенках производится отсасывание пограничного слоя (пористые стенки канала), то отрыва не произойдет.

Отрыв течения во многом зависит от формы обтекаемого тела, особенно в тех случаях, когда ее изменение оказывает влияние на распределение давлений. При плохо обтекаемой кабине автомобиля обтекание передних острых кромок вызывает пониженное давление, что влечет за собой последующее возрастание давления у ее боковых стенок. В результате пограничный слой на боковых стенках полностью отрывается и позади тела образуется широкая область застойного течения. Коэффициент сопротивления автомобиля с плохо обтекаемой кабиной C_{w_x} равен

$$C_{w_x} = 0,76.$$

При обтекаемой форме он снижается и составляет

$$C_{w_x} \cong 0,42.$$

¹ Timme A., Über die Geschwindigkeitsverteilung in Wirbeln. Ing.-Arch. 25, 205–225 (1957).

Hansen M., Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an der langsgestromten ebenen Platte. YAMM 8, 185–199 (1928); NASA TM 585 (1930).

Van der Hegge Zijnen B.G., Measurements of the velocity distribution in the boundary layer along a plane surface. Тезисы доклада, Delft, 1924.

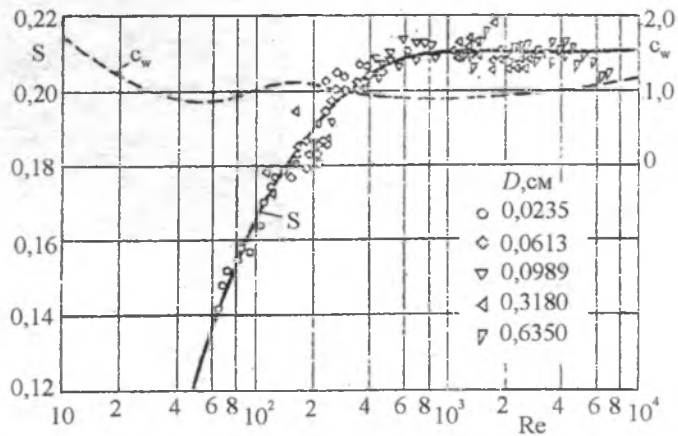


Рис. 3.15. Зависимость числа Струхала от числа Рейнольдса для течения у круглого цилиндра (по измерениям А. Рошко)

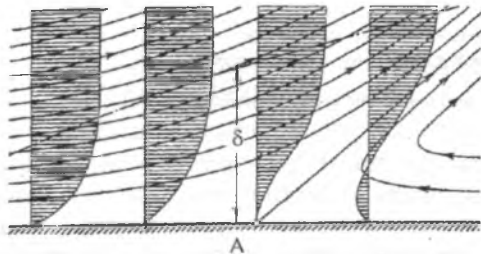


Рис. 3.16. Схематическое изображение течения в пограничном слое вблизи точки отрыва; А — точка отрыва

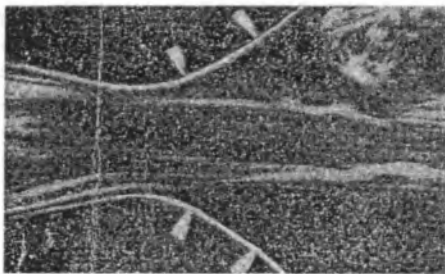


Рис. 3.17. Течение в сильно расширяющемся канале с отрывом пограничного слоя (по Прандтлю — Титъенсу)¹

3.7.2. Ламинарный пограничный слой при сжимаемом течении

Переход течения в пограничном слое из ламинарной формы в турбулентную и отрыв пограничного слоя в окрестности места возникновения скачка уплотнения определяются прежде всего числом Рейнольдса пограничного слоя и числом Маха внешнего течения. При очень слабых скач-

ках и при повышении давления уже до фронта скачка при подходящих обстоятельствах течение переходит из ламинарного в турбулентное также до фронта скачка. При достаточно больших числах Рейнольдса переход течения в пограничном слое безразлично, в прилегающем или отрывающемся — из ламинарной формы в турбулентную происходит уже до достижения фронта скачка. По наблюдениям А. Фэйджа и Р. Серджента, при турбулентном пограничном слое отрыва не возникает, если отношение давлений p_1/p_2 меньше, чем 1,8, что соответствует числам Маха $Ma_\infty < 1,3$. Дальнейшие экспериментальные результаты о взаимодействии пограничного слоя и скачка уплотнения можно найти в работах В.А. Мээра, Н.Г. Иоханнесена, а также И. Лукашевича и Дж.К. Ройла.

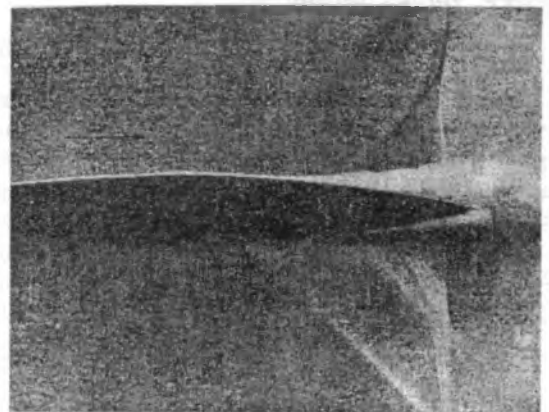


Рис. 3.18. Взаимодействие скачков уплотнения и пограничного слоя. Случай 1: пограничный слой перед скачком уплотнения турбулентен; отрыва не наблюдается ($Ma = 0,85$; $Re = 1,69 \cdot 10^6$) (по Липману)

¹ Прандтль Л., Титъенс О. Гидроаэромеханика по лекциям Л. Прандтля, т. I и II. — М., 1933 и 1935.

Представим ряд рисунков (рис. 3.17—3.19), наглядно поясняющих влияние скачка уплотнения на пограничный слой. Согласно А.Д. Янгу следует различать случаи:



Рис. 3.19. Взаимодействие скачков уплотнения и пограничного слоя. Случай 5: пограничный слой турбулентен; позади скачка происходит отрыв ($Ma = 0,90$; $Re = 1,75 \cdot 10^6$) (по Липману)

1. У скачка уплотнения пограничный слой ламинарен и остается ламинарным без отрыва и после скачка уплотнения.

2. У скачка уплотнения пограничный слой ламинарен, но отрывается еще до достижения скачка уплотнения, а затем вновь прилегает к обтекаемому телу, причем либо остается ламинарным, либо делается турбулентным.

3. У скачка уплотнения пограничный слой ламинарен, отрывается до прямого и λ -образного скачка и остается оторвавшимся также после скачка (рис. 3.17).

4. У скачка уплотнения пограничный слой турбулентен и, несмотря на скачок уплотнения, не отрывается от стенки (рис. 3.18).

5. У скачка уплотнения пограничный слой турбулентен. Это приводит к тому, что при больших значениях коэффициента подъемной силы на подсосывающей стороне крыла вблизи его носка возникает сильное падение давления по направлению к консольной части крыла (рис. 3.20).

Можно уменьшить наклонность воздушного потока к срыву в консольной части крыла, если установить на крыле перегородки, препятствующие оттеснению пограничного слоя к консольной части крыла. На рис. 3.21 изображен самолет со стреловидным крылом, на каждой половине которого установлено по одной такой перегородке.

3.8. Управление пограничным слоем

Известны способы, позволяющие путем искусственных мероприятий так влиять (управлять) на пограничный слой, чтобы течение приобрело нужный характер.

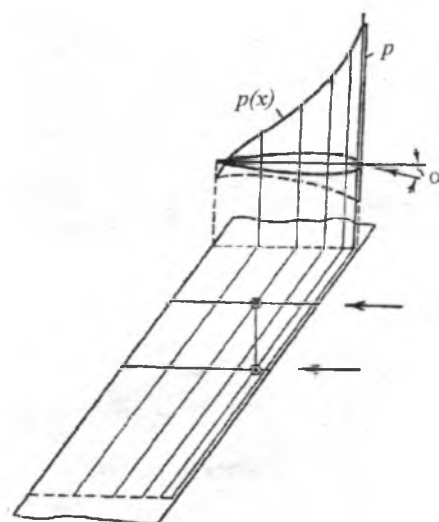


Рис. 3.20. К объяснению возникновения поперечного течения на скользящем крыле, установленном под ненулевым углом атаки. Кривые постоянного давления (изобары) на подсосывающей стороне крыла. Здесь, вблизи передней кромки, возникает сильный градиент давления в направлении, перпендикулярном к главному течению. Этот градиент и является причиной поперечного течения



Рис. 3.21. Реактивный истребитель «Де Хэвилэнд Д. Н. 110» со стреловидным крылом, на котором у внутренних концов элеронов установлены перегородки (по одной на каждой половине крыла), препятствующие утолщению пограничного слоя на консольных частях крыла (по В. Либке)

3.8.1. Отсосывание пограничного слоя

Принцип заключается в удалении из пограничного слоя частиц жидкости, заторможенных в области увеличения давления, прежде чем они вызовут отрыв течения от поверхности. За отверстием (щелью), через которое производится отсосывание, образуется новый пограничный слой, способный к преодолению увеличения давления и при правильной конструкции отверстия достигающий без отрыва заднюю (кормовую) кромку тела. При отсосывании существенно падает сопротивление давления.

На рис. 3.22 показано обтекание круглого цилиндра при одностороннем отсосывании пограничного слоя через узкую щель в его поверхности. При

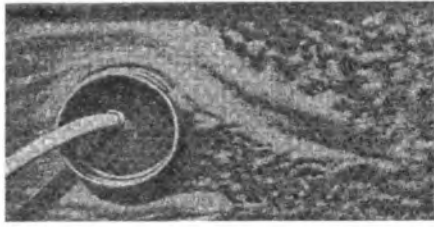


Рис. 3.22. Течение около цилиндра при одностороннем отсасывании пограничного слоя (по Прандтлю)

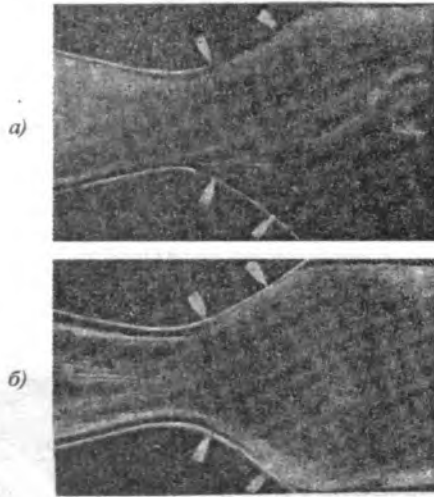


Рис. 3.23. Течение в сильно расширяющемся канале при отсасывании пограничного слоя: а — на верхней стенке канала; б — на обеих стенках канала (по Прандтлю—Титъенсу)

этом на стороне, где производится отсасывание, движущийся поток прилегает к поверхности цилиндра на значительных размерах (в сравнении с противоположной поверхностью), что приводит к существенному снижению сопротивления. Ламинарный пограничный слой претерпевает без отрыва небольшое увеличение давления у контура тела. При турбулентном течении вероятность отрыва меньше, чем при ламинарном, так как турбулентное течение способствует непрерывному переносу импульса из внешнего течения в пограничный слой. Тем не менее и при турбулентном течении необходимость управления пограничным слоем остается актуальной, так как мероприятия, связанные с таким внешним влиянием (управлением) на свойства слоя, позволяют предупредить его отрыв.

При небольших углах атаки (до 10°) обтекание поверхностей практически всегда происходит без отрыва и рассматривается как течение без трения, создающее большую подъемную силу при малом фронтальном (лобовом) сопротивлении (со-

ответствующее распределение давления предоставлено на рис. 3.23).



Рис. 3.24. Повышение максимальной подъемной силы стреловидного крыла посредством отсасывания пограничного слоя. Сравнение результатов при пористом (непрерывном) отсасывании и отсасывании через щель (измерения Э.Д. Полптона.) $Re = 1,3 \cdot 10^{-6}$, относительная ширина щели $\frac{s}{l} = 0,004$

При увеличении угла атаки возникает опасность отрыва на подсосывающей стороне профиля (обтекаемой поверхности), так как возрастание давления по мере удаления от носика профиля происходит более резко. При этом возникает вопрос: выгодно ли отсасывание пограничного слоя через отверстия в обтекаемой поверхности или его нужно производить через пористую стенку (рис. 3.24)? На рисунке видно, что при отсасывании через пористую стенку одинаковое увеличение подъемной силы достигается отсасыванием меньшего количества газообразной жидкости. Экспериментальные исследования ламинарных пограничных слоев показали, что при отсасывании потенциальное течение вокруг крыла (рис. 3.25) сохранялось даже при больших углах атаки (в сравнении с пограничным слоем без отсасывания). Показано (рис. 3.25), что эффект отсасывания весьма положителен и достаточно существенен, если отсасывание выполняется через щель между крылом и закрылком (щитком сзади крыла). Без отсасывания течение отрывается от закрылка, а при наличии отсасывающей щели (рис. 3.25б) наблюдается безотрывной поток. Длинные в наиболее выгодном расположении зоны непрерывного отсасывания вблизи передней кромки крыла приведены на рис. 3.26. Сравнение выполнено при угле атаки $\alpha = 15^\circ$ и $\frac{d}{l} = 0,08$ (отсасывание через пористую площадку).

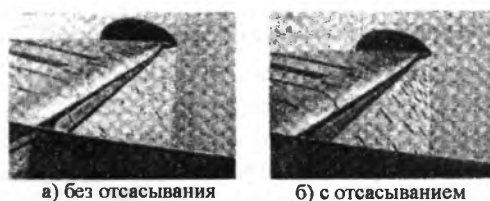


Рис. 3.25. Течение на крыле самолета с отсасыванием пограничного слоя через щель между задней кромкой крыла и закрылком: а — без отсасывания, течение полностью оторвалось от закрылка; б — с отсасыванием, течение потока прилегает к закрылку

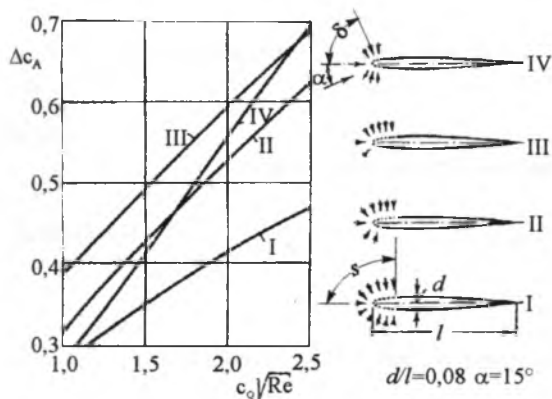


Рис. 3.26. Влияние ориентации пористой стенки на коэффициент подъемной силы профиля с 8%-ной толщиной и углом атаки $\alpha = 15^\circ$ (по Грегори и Уокеру)

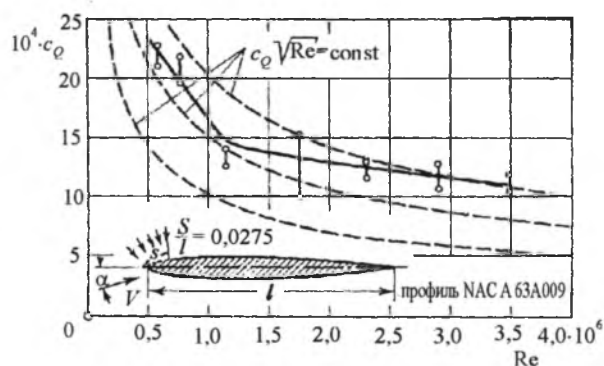


Рис. 3.27. Зависимость минимального коэффициента расхода отсасывания на тонком профиле, необходимого для предупреждения отрыва пограничного слоя, от числа Рейнольдса при угле атаки $\alpha = 14^\circ$ (по Грегори и Уокеру)

Минимальное количество отсасываемой жидкости, необходимое для предупреждения отрыва, кроме размеров пористого участка s (s/l) поверхности, зависит от числа Re (рис. 3.27).

3.8.2. Вдув в пограничный слой вещества

При обтекании пористой поверхности возможен вдув вещества в пограничный слой. В этом случае трение будет снижаться (без учета сопротивления переносу вещества через поверхность) при возникновении эффекта оттеснения пограничного слоя от поверхности, который в определенном смысле аналогичен эффекту отрыва. При этом, как было отмечено, коэффициент трения **резко снижается**.

При внедрении вещества в пограничный слой через пористое тело температурный фактор, равный отношению температур стенки и вдуваемого вещества, зависит от гидродинамической и тепловой характеристик пористой поверхности, т.е. значений коэффициента гидродинамического трения и числа Стентона при неизменных числах Re .

Внедряя (вдувая) в турбулентный пограничный слой газ, как и в случае ламинарного слоя, мы имеем дело с двухкомпонентным пограничным слоем с переменной концентрацией газовых компонентов. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показывает, что снижение интенсивности теплообмена при наличии внедрения (вдув газа) происходит более интенсивно, чем это дает расчет.

У вогнутой поверхности более легкие компоненты газовой смеси оттесняются под действием центробежной силы к поверхности, а тяжелые перемещаются в противоположном направлении, что способствует турбулентному обмену. У выпуклой же поверхности более тяжелые составляющие газовой смеси оттесняются к обтекаемой поверхности, а более легкие — от нее, что снижает турбулентный обмен. В итоге при одном и том же градиенте давления на вогнутой поверхности пограничный слой имеет большую толщину, на внутренней — меньшую.

3.8.3. Перемещение (вращательное) обтекаемой стенки

Такой способ предупреждения отрыва основан на том, что разность между скоростями внешнего течения жидкости и самой поверхности тела должна стремиться к нулю, что достигается перемещением обтекаемой поверхности вместе с потоком жидкости.

К примеру, круглый цилиндр (рис. 3.28) должен вращаться относительно своей оси и быть ориентирован поперек потока. На верхней части цилиндра (обтекаемой поверхности) при совпадении направлений течения жидкости и вращения стенки отрыва пограничного слоя не происходит. При этом у нижней части поверхности вращающегося цилиндра (движения противоположны) отрыв также отсутствует (рис. 3.28).

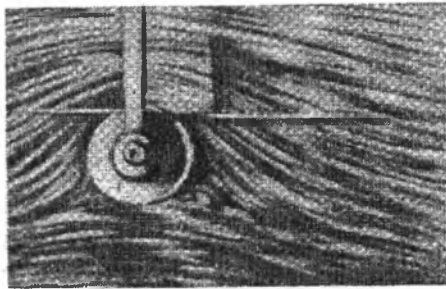


Рис. 3.28. Течение около вращающегося круглого цилиндра

3.8.4. Испарительное охлаждение

В ряде случаев, к примеру, при посадке космических кораблей, вследствие торможения в плотных слоях атмосферы на обтекаемой поверхности резко возрастает температура. Для сокращения эффекта роста температуры при движении в плотных слоях атмосферы через пористую стенку обтекаемого потоком тела в пограничный слой вдувают легкий газ либо выводят наружу тонкую пленку жидкости (через пористую стенку), которая, испаряясь, охлаждает обтекаемую поверхность. Такой же эффект охлаждения получают, изготавливая обтекаемую поверхность из сублимирующегося¹ (испаряющегося без плавления) материала (к примеру, графита, стекла). При сублимации материал стенок уносится пограничным слоем (сублимация материала с отводом теплоты сублимации).

В табл. 3.1 приведены основные формулы, необходимые для выполнения расчетных работ.

Таблица 3.1

Формулы для расчета характеристик потока жидкости

Форма потока жидкости	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Толщина динамического пограничного слоя	$\delta_g = Re^{-1/n},$ <p>где при $n = 2$ ламинарный и при $n > 5$ турбулентный режим течения жидкости</p>	(3.1)
	$\delta_g = \sqrt{\frac{\mu \cdot l}{\rho \cdot w_\infty}} = \sqrt{\frac{v \cdot l}{w_\infty}}$	(3.3)
Толщина теплового пограничного слоя	$\frac{\delta_t^2}{l} \approx \frac{\lambda}{c_p \rho w_\infty}$	(3.49)
Соотношение между толщиной теплового (термического) и динамического пограничных слоев	$\frac{\delta_t}{\delta_g} \approx \sqrt{\frac{Re}{Pe}} \equiv \frac{1}{\sqrt{Pr}}; \delta_t \leq \delta_g$	(3.53)
Величина касательного напряжения	$\tau_0 = \mu \cdot w_\infty \sqrt{\frac{\rho \cdot w_\infty}{\mu \cdot l}} = \sqrt{\frac{\mu \cdot \rho \cdot w_\infty}{l}}$	(3.78)

¹ Сублимация (от лат. sublimo — возношу), переход вещества из твердого в газообразное состояние, минуя стадию жидкости (фазовый переход первого рода). Для сублимации к веществу необходимо подвести энергию, называемую теплотой сублимации.

Форма потока жидкости	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Величина полного сопротивления-трения на пластине	$W = b \cdot l \cdot \tau_0$, где b — ширина пластины	(3.80)
Безразмерная величина теплового пограничного слоя	$\frac{\delta_t}{x} = \frac{4,64}{\sqrt[3]{Pr} \cdot x} \cdot \frac{\sqrt{vx}}{\sqrt{w_\infty}} = \frac{4,64}{\sqrt[3]{Pr} \cdot \sqrt{Re}}$	(3.116)
Толщина теплового турбулентного слоя	$\delta_t \cong x^{0,8}$	(3.130)
Толщина теплового ламинарного слоя	$\delta_t \cong x^{0,2}$	(3.131)

Литература к главе 3

Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: «Наука», 1982.

Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. — Новосибирск: «Наука», 1982.

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Атомиздат, 1979.

Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. — М.: Энергоатомиздат, 1990.

Примеры решения задач к главе 3

Пример 3.1

Требуется вычислить толщину динамического пограничного слоя пластины на расстоянии $l = 1$ м (от кромки), обтекаемой воздухом ($\nu = 0,15 \cdot 10^{-4}$ м²/с) со скоростью $w_\infty = 15$ м/с.

Решение. Находим число Рейнольдса

$$Re_l = \frac{w \cdot l}{\nu} = \frac{15 \cdot 1}{0,15 \cdot 10^{-4}} = 10^6.$$

Имеем

$$\frac{\delta}{l} = \frac{5}{10^3} = 0,005; \delta = 5 \text{ мм.}$$

Коэффициент сопротивления $\lambda_{тр}$ равен

$$\lambda_{тр} = \frac{1,328}{\sqrt{10^6}} = 0,0013.$$

При турбулентном пограничном слое (несжимаемая жидкость) имеем

$$\lambda_{тр} = \frac{1,472}{\lg Re^{2,58}}. \quad (3.84)$$

Газ, двигаясь с высокой скоростью, при ее снижении нагревается в пограничном слое. При этом температура на поверхности достигает значений, близких к температуре адиабатного торможения.

Пример 3.2

Определить толщину динамического пограничного слоя, используя формулу (3.1).

Дано: $w_\infty = 15$ м/с; $\nu_{возд} = 0,15 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $x = 1$ м (от кромки пластины, обтекаемой воздухом).

Решение. Численное значение числа Re берем из примера 3.1.

Имеем












$Re = 10^6$ (турбулентное обтекание пластины).

Для $Re = 10^6$ принимаем

$$n = 5.$$

Тогда $\delta_g = (10^6)^{-1/5}$.

Глава 4. Естественная тепловая конвекция

			4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
		
			4.2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ
		
			4.3. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ
		
			ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 4
		
			ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 4
		

Chapter 4. NATURAL THERMAL CONVECTION

Глава 4. Естественная тепловая конвекция

4.1. Общие сведения

У нагретых или холодных свободно расположенных твердых (не загроможденных) поверхностей возникают конвективные токи газообразной или капельной жидкости, которые определяют интенсивность теплообмена между поверхностями и жидкостью. Этот процесс называют свободной конвекцией¹. Если поверхность нагрета, то воздух нагревается и движется вверх, вытесняемый снизу более холодным. В потоке у вертикальной поверхности образуется пограничный слой, толщина которого возрастает по направлению движения жидкости. В начальной зоне движения пограничный слой является ламинарным. На некотором расстоянии от нижней границы нагретой поверхности, когда толщина пограничного слоя достигает определенной величины, режим течения становится турбулентным.

Аналогичная картина наблюдается у охлаждаемой поверхности, поток свободной конвекции у которой направлен вниз.

4.1.1. Конвективный теплообмен и гидродинамическое сопротивление

Обзорном Рейнольдсом в 1874 г. впервые была высказана мысль о том, что относительные количества теплоты и движения, переданные одному и тому же элементу поверхности твердого тела, между собой равны. Под относительными количествами теплоты и движения следует понимать отношение количества, переданного телу, к полному запасу (к количеству, которое могло бы быть передано при полном исчерпании действующих разностей температур и скоростей). Впослед-

ствии эта мысль была развита советскими учеными².

Количество теплоты, передаваемое единице поверхности в единицу времени (удельный тепловой поток), согласно закону Ньютона запишется

$$q_k = \alpha_k \Delta t \text{ (Вт/м}^2\text{)}, \quad (4.1)$$

где α_k — коэффициент теплоотдачи конвекцией (интенсивность конвективного теплообмена) от жидкости к поверхности, Вт/(м²·К).

В свою очередь, количество движения (по отношению к единице поверхности) измеряется силой сопротивления, отнесенной к единице этой поверхности, т.е. касательным напряжением τ у стенки.

Полный запас теплоты и количества движения

$$Q = c_p \rho w F \Delta t, \text{ Вт} \quad (4.2)$$

и

$$I = (\rho w F) w, \text{ кг}, \quad (4.3)$$

где w — абсолютная скорость жидкости (стенка считается неподвижной и ее скорость принимается равной нулю).

Записываем условие равенства относительных количеств теплоты и движения (по Рейнольдсу)

$$\frac{q_k}{Q} = \frac{\tau}{I}. \quad (4.4)$$

Подставляя формулы (4.1)...(4.3) в выражение (4.4), запишем

$$\frac{\alpha_k \Delta t}{c_p \rho w F \Delta t} = \frac{\tau}{\rho w^2 F}, \quad (4.5)$$

где F — живое сечение капала.

Выражение (4.5) после сокращения принимает вид

$$\frac{\alpha_k}{c_p \rho w} = \frac{\tau}{\rho w^2}. \quad (4.6)$$

Касательное напряжение τ , входящее в формулу (4.5), выразим через коэффициент гидродинамического сопротивления ζ .

Для этого рассмотрим равновесие объема жидкости (рис. 4.1). Пренебрегая весом элемента $g \pi r^2 dl$, записываем условие равновесия

$$\sum F_{1,2} = F_3. \quad (4.7)$$

Или

$$-\pi r^2 p + \pi r^2 (p + dp) = 2\pi r dl \tau. \quad (4.8)$$

¹ Конвективный теплообмен, перенос теплоты (точнее, передача энергии в форме теплоты) в неравномерно нагретой жидкой, газообразной или сыпучей среде, обусловленный конвективным движением среды и ее теплопроводностью. В невесомости конвективный теплообмен отсутствует.

² Гухман А.А. Физические основы теплопередачи. — М.: ГЭИ, 1934.

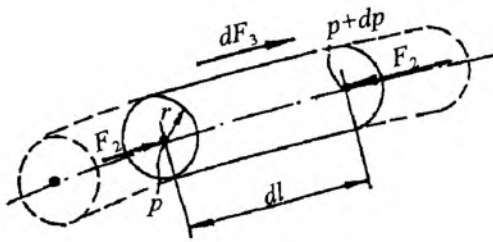


Рис. 4.1. К выводу формулы (4.16)

Откуда

$$\tau = \frac{r}{2} \cdot \frac{dp}{dl} \quad (4.9)$$

Но взаимосвязь между p и w устанавливается уравнением Дарси

$$\Delta p_l = \zeta \frac{\rho(w_1^2 - w_2^2)}{2} \frac{l}{d_s}, \quad (4.10)$$

где d_s — эквивалентный диаметр элемента,

$$d_s = 2r; \quad (4.11)$$

ζ — коэффициент сопротивления трению ($\lambda_{тр}$).

Принимая скорость w в пределах dl постоянной и переходя к пределу, записываем:

$$dp = \zeta \frac{\rho w^2}{2} \cdot \frac{dl}{2r}; \quad (4.12)$$

$$\frac{dp}{dl} = \zeta \rho \frac{w^2}{4r}. \quad (4.13)$$

Подставляя выражение (4.13) в формулу (4.9), получаем:

$$\tau = \frac{\zeta}{8} \rho w^2; \quad (4.14)$$

$$\frac{\tau}{\rho w^2} = \frac{\zeta}{8}. \quad (4.15)$$

Сопоставляя уравнения (4.6) и (4.15), будем иметь

$$\frac{\alpha_k}{c_p \rho w} = \frac{\zeta}{8}. \quad (4.16)$$

Записанное нами уравнение (4.16) устанавливает взаимосвязь между интенсивностью конвективного теплообмена α_k и коэффициентом гидродинамического сопротивления трению ζ . При выполнении анализа с помощью выражения (4.16) нужно иметь в виду, что оно было получено без учета ламинарного подслоя потока и поэтому приближено.

Уравнение (4.16) с учетом ламинарного подслоя имеет вид

$$\frac{\alpha_k}{c_p \rho w} = \frac{1}{1 + \frac{w_1}{w} (Pr - 1)} \cdot \frac{\zeta}{8}, \quad (4.17)$$

где w_1 — скорость жидкости на границе раздела турбулентного течения и ламинарного подслоя.

Следует еще раз отметить, что внешний теплообмен в канале может **составляться только с сопротивлением трения**, так как именно этот вид сопротивлений обусловлен переносом количества движения от движущегося потока жидкости к поверхности стенки.

Между тем очень часто при омывании поверхности наблюдается срыв потока или его расслоение с образованием застойных зон. При этом у поверхности образуется сложное поле давлений и возникают силы, во много раз превосходящие силы трения. Такое перераспределение давлений в местах срыва и застоя потока обуславливает местную потерю (напора), что учитывается выражением

$$p_m = \zeta_m \frac{w^2}{2} \rho, \quad (4.18)$$

где ζ_m — коэффициент сопротивления по месту (λ_m) (в отличие от коэффициента сопротивления по длине $\lambda_{тр}$).

Расчеты показывают, что при $Re = 5 \cdot 10^4$ сопротивление давлению (потери по месту) составляет более 97 % общего сопротивления системы, а сопротивление трению — всего около 3 %. Эти цифры дают представление о крайне неблагоприятных условиях, которые складываются в теплообменных системах **с плохо обтекаемой поверхностью** или наличием расслоения потока жидкости по высоте.

Таким образом, в этом параграфе были рассмотрены некоторые простейшие соотношения, связывающие между собой **законы теплообмена и гидродинамического сопротивления трению**. Как видно, побуждающим началом теплообмена и гидродинамического сопротивления является перемещение потока жидкости, которая при своем движении переносит как теплоту, так и количество движения. Итак, **единство механизма переноса теплоты и количества движения** находит отражение в количественных зависимостях внешнего теплообмена и гидродинамического сопротивления.

Из формулы (4.6) видим, что конвективный теплообмен (α_k) определяется **скоростью течения жидкости и не зависит от температуры**. Вернее, такая зависимость существует, но кроется она в числе Re и характеристиках, учитывающих свойства жидкости, числе Pr и числе Gr .

Поэтому при дальнейшем изучении конвективного теплообмена будем иметь в виду, что он зависит только от гидродинамического сопротивления (от скорости, которая определяет число Re), а в случае естественного развития потока — от чисел Gr и Pr ($Gr \cdot Pr$) = Ra — критерий Рэлея.

4.1.2. Капельные и газообразные жидкости

Конвективный теплообмен совершается в неоднородных капельных и газообразных жидкостях.

Материальная система может быть *дискретной*¹ или сплошной, представляющей собой непрерывные распределения вещества и физических характеристик его состояния в пространстве. При этом основной характеристикой капельной и газообразной сред является их сплошность. Обладая общими свойствами непрерывности, жидкости и газы отличаются друг от друга по физическим свойствам, связанным с различием их внутренних молекулярных структур. Небольшие расстояния между молекулами капельной жидкости приводят к возникновению *молекулярных сил сцепления*, проявляющихся на внешних поверхностях, отделяющих жидкость от других жидкостей и газов. Под действием поверхностных сил жидкость подвергается сжатию, поэтому влияние малых изменений давлений, возникающих при движениях с малыми скоростями, не сказывается на изменении объема.

А следовательно, *капельные жидкости* считаются *малосжимаемыми* и в достаточной степени при описании многих гидродинамических процессов — *несжимаемыми*. Своеобразие молекулярных свойств капельных жидкостей приводит к характерным для них капиллярным явлениям, возникающим на границе раздела твердых и газообразных тел (явление *смачиваемости* твердых поверхностей, образования *менисков* и капель). Такие капиллярные свойства проявляются при возникновении области с газообразной фазой.

В газообразных же жидкостях межмолекулярные расстояния велики, а силы взаимодействия между молекулами малы. При тепловом движе-

нии молекулы газа сталкиваются и расходятся в любых направлениях пространства, заполненного газом (в жидкостях тепловое движение молекул также хаотично, но имеет характер малых колебаний относительно некоторых перемещающихся в пространстве центров). В связи с этим газы имеют *значительную сжимаемость*. Нужно сказать, что свойство сжимаемости не является присущим одной среде. Все непрерывные материальные среды сжимаемы, однако степень сжимаемости их зависит от термодинамических свойств.

В итоге, абстрагируясь от специфических для жидкости свойств, например поверхностного натяжения, остановимся лишь на различии между жидкостью и газом — степени их сжимаемости. Жидкость и газ будем называть *одним и тем же словом «жидкость»*, различая, когда это существенно, *несжимаемую* и *сжимаемую жидкости*.

С целью восприятия материала, касающегося конвективного теплообмена, познакомимся с терминами *«след движения»* и *«линия тока»*.

След движения отдельной частицы в пространстве — это ее траектория движения.

Если в поле скоростей через ряд точек потока жидкости провести кривую таким образом, чтобы к ней были касательны векторы скоростей частиц жидкости в каждой точке, то можно получить линию, характеризующую направление движения последовательно расположенных частиц в данный момент времени (*линия тока*). При установившемся движении линии тока и траектории движения частицы жидкости *совпадают*. При неустановившемся движении — *не совпадают*, так как с течением времени изменяются направления и скорости. Линия тока определяет в данный момент времени направление движения бесчисленного множества частиц жидкости, расположенных на ней. Совокупность линий тока, образующих *струйку тока*, приведена на рис. 4.2.

4.1.3. Физические свойства жидкости

На процесс теплоотдачи (конвективный теплообмен) сильное влияние оказывают физические параметры (омывающей твердое тело) капельной (газообразной) жидкости.

Коэффициент теплопроводности. Характеризует способность вещества проводить теплоту, его значение определяет количество теплоты, которое проходит в единицу времени через

¹ Дискретность (от лат. discretus — разделенный, прерывистый), прерывность; противопоставляется непрерывности. Например, дискретное изменение какой-либо величины во времени — изменение, происходящее через некоторые промежутки времени (скачками).

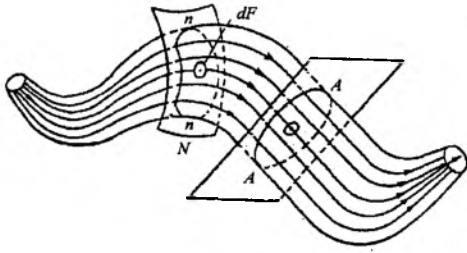


Рис. 4.2. Положение линий тока в струйке тока

единицу поверхности при изменении температуры в 1°C на единицу длины пути потока теплоты:

$$\lambda = \frac{Q}{\tau F \Delta t}, \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}). \quad (4.19)$$

Плотность. Плотность вещества — это масса единицы объема. Размерность плотности — $\text{кг}/\text{м}^3$:

$$\rho = \frac{G}{V}, \text{ кг}/\text{м}^3. \quad (4.20)$$

Теплоемкость. Количество теплоты (кДж), необходимое для нагревания 1 кг вещества на 1°C (К), называется теплоемкостью (удельной теплоемкостью). Различают теплоемкости при постоянном объеме (c_v , кДж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$) или кДж/(м $^3\cdot\text{K}$)) и постоянном давлении (c_p , кДж/(кг $\cdot^\circ\text{C}$) или кДж/(м $^3\cdot\text{K}$)). Как видим, c_v и c_p имеют одну и ту же размерность.

Коэффициент температуропроводности. Иногда вышеперечисленные параметры оказывают влияние не сами по себе в отдельности, а в виде **комплекса, составленного из этих параметров (величин)**. Одним из таких комплексов является коэффициент температуропроводности, который в нестационарных тепловых процессах характеризует собой скорость изменения температуры; чем выше значение коэффициента температуропроводности вещества, тем больше в нем скорость распространения температуры. Обозначается коэффициент температуропроводности буквой a :

$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}, \text{ м}^2/\text{ч}. \quad (4.21)$$

Вязкость жидкости (капельной или газообразной). Вязкость оказывает сильное влияние на конвективный теплообмен, являясь его основной характеристикой. Все реальные жидкости обладают вязкостью; между частицами или слоями, движущимися с разными скоростями, всегда воз-

никает сила внутреннего трения, противодействующая движению. Согласно закону Ньютона эта сила, отнесенная к единице поверхности, пропорциональна градиенту скорости

$$s = \mu \frac{dw}{dn}, \text{ н}/\text{м}^2 \text{ (Па)}. \quad (4.22)$$

Коэффициент μ в этом уравнении называют коэффициентом внутреннего трения или коэффициентом вязкости; его размерность — $\text{кг}\cdot\text{сек}/\text{м}^2$.

При $\frac{dw}{dn} = 1 \text{ с} = \mu$. Следовательно, коэффициент вязкости выражает силу трения, приходящуюся на единицу поверхности соприкосновения двух жидких слоев, скользящих друг по другу, при условии, что на единицу длины нормали к поверхности скольжения скорость движения изменяется на единицу.

В уравнения гидродинамики и теплопередачи часто входят отношение коэффициента вязкости к плотности ρ и произведение коэффициента вязкости на ускорение силы тяжести g . Первая величина называется коэффициентом кинематической вязкости и обозначается буквой ν :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ м}^2/\text{с}, \quad (4.23)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, $\mu = \nu \cdot \rho \text{ Па}\cdot\text{с}$. (4.24)

4.1.4. Определяющие размер и температура системы, в которой совершается теплообмен

Выполняя расчеты, связанные с конвективным теплообменом (обобщая результаты экспериментальных данных), приходится сталкиваться с необходимостью (определения) выбора геометрической величины (линейной) системы, **которая называется определяющим (характерным) размером**. То же самое можно сказать и о выборе температуры (**определяющая температура**).

Определяющий размер¹. Вначале этот термин рассмотрим формально, так как он необходим для подстановки в числа подобия и эмпирические формулы конвективного теплообмена. Для круглой трубы в качестве определяющего размера берется ее диаметр d . Для каналов неправильного и сложного сечения следует брать эквивалентный диаметр, равный учетверенной площади попереч-

¹ Понятия определяющих размера и температуры подробно будут рассмотрены далее.

ного сечения капала, деленной на полный (смоченный) периметр сечения, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене:

$$d_{\text{экв}} = \frac{4F}{\Pi_{\text{см}}}. \quad (4.25)$$

При поперечном обтекании одиночной трубы и пучка труб в качестве определяющего размера обычно берется диаметр трубы, а при обтекании плиты — ее длина по направлению движения.

И все же, даже несмотря на сделанные рекомендации (казалось бы, достаточно ясные и четкие), выбор определяющего размера всегда остается делом нелегким и требующим определенных навыков.

Определяющая температура. Как уже неоднократно отмечалось, в расчетных формулах конвективного теплообмена не содержится температуры жидкости. Но так как при ее изменении изменяется количественная сторона теплообмена (α_k), очень важным является вопрос об усреднении физических параметров, или выборе так называемой **определяющей температуры**, по которой находят значения этих параметров.

Очень часто в качестве определяющей температуры принимается средняя температура пограничного слоя t_m

$$t_m = 0,5(t_0 + t_{\infty}), \quad (4.26)$$

где t_0 — температура стенки твердого тела, омываемого жидкостью; t_{∞} — температура жидкости.

Температуры t_0 и t_{∞} в (4.26) входят как равноценные, и перемена их местами в (4.26) не должна сказываться на теплоотдаче. Поэтому при различном направлении теплового потока, но при равных значениях t_m коэффициент теплоотдачи должен оставаться без изменения. Однако опыт показывает, что для процесса теплоотдачи направление теплового потока не безразлично. Многие пытаются учесть это влияние соответствующим выбором определяющей температуры. Одни за таковую принимают температуру стенки t_0 , другие — среднюю температуру жидкости t_{∞} , третьи — различные комбинации этих температур. Этим и объясняется то обстоятельство, что исходя из одних и тех же опытных данных различные авторы получают различные по записи эмпирические формулы. Обычно при обработке опытных данных по теплообмену и гидравлическому сопротивлению за определяющую температуру следует принимать такую, которая в технических расче-

тах бывает **задана или легко может быть определена.**

В соответствии с этим при вынужденном движении жидкости в трубах и каналах, а также при вынужденном продольном и поперечном омывании пучков труб в качестве определяющей целесообразно принимать среднюю температуру жидкости. При внешнем поперечном или продольном обтекании одиночной трубы, а также при движении жидкости вдоль плиты в качестве определяющей температуры следует брать температуру падающего потока, а при свободном движении — температуру окружающей среды. При кипении жидкости и при конденсации пара за определяющую естественно принять температуру насыщения.

При таком выборе определяющей температуры влияние резкого изменения значений физических параметров в прилегающем к стенке пограничном слое должно учитываться особым членом. В результате специальных опытов было установлено, что в качестве такового целесообразно принять отношение критериев Прандтля $Pr = \frac{\nu}{a}$, выбранных по температуре жидкости t_{∞} и температуре стенки t_0 в степени 0,25, т.е. $\left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0}\right)^{0,25}$.

Далее, при обработке и обобщении опытных данных нередко одни комплексы критериального уравнения вычисляются по одной температуре, а другие — по другой. Такой прием недопустим. Опыт показывает, что принятая определяющая температура должна распространяться на все величины критериального уравнения. В обоснование этой рекомендации можно привести следующие соображения. Уравнение баланса теплоты при движении жидкости в трубах и каналах запишется

$$\alpha F (t_0 - t_{\infty}) = wpc_p f (t_{\infty}'' - t_{\infty}'). \quad (4.27)$$

В (4.27) значения w , ρ и c_p выбраны по температуре жидкости. В числах подобия (4.27) запишется

$$\frac{Nu}{Pe} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{f}{F} \cdot \frac{\delta t}{\Delta t}. \quad (4.28)$$

Тождественность (4.28) уравнению (4.27) возможна (согласно теории подобия) лишь при условии, что все физические параметры, а следовательно, и все критерии подобия были отнесены к одной и той же средней температуре жидкости t_{∞} .

Большое разнообразие способов выбора определяющей температуры требует особого внимания при пользовании эмпирическими формулами. При расчетах по этим формулам определяющую температуру надо выбирать точно так же, как это было сделано при выводе формулы. В связи с этим при обработке опытных данных всегда нужно указывать, какая температура была принята в качестве определяющей. Соответствующими пометками в виде индексов должны быть отмечены и критерии подобия. Если за определяющую температуру принята температура стенки t_0 , то следует ставить индекс «0», если температура жидкости t_∞ — индекс «∞», если средняя этих температур t_m — индекс «m». Критерий Рейнольдса, например, в этом случае следует обозначать так: Re_0, Re_∞, Re_m .

Принимая за определяющую температуру жидкости или твердой поверхности, возникают непредвиденные обстоятельства, вызванные таким выбором. Дело в том, что t_x и t_0 не имеют постоянного значения. К примеру, на входе в теплообменник температура $t_\infty = 20^\circ\text{C}$, а на выходе из него — 250°C . Такая же картина наблюдается и с t_0 : вначале (со стороны подогреваемого воздуха) эта температура высокая, а затем она снижается, так как омывается более холодной жидкостью. При этом изменение t_0 и t_x происходит не только по длине теплообменника, но и по его сечению (см. рис. 4.3). Возникает вопрос об усреднении температуры.

1. Усреднение температуры жидкости (t_x)

При наличии теплообмена температура жидкости в системе изменяется как по сечению, так и по длине канала. Поэтому в технических расчетах обычно имеют дело с так называемой **средней температурой**, которая получается при определенном усреднении.

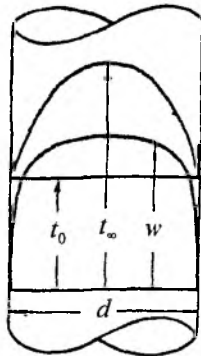


Рис. 4.3. Распределение скорости и температуры жидкости по сечению трубы

Обращаясь к рис. 4.3, нужно сделать вывод, что усреднение температуры жидкости может быть выполнено как по сечению канала, так и по его длине.

Усреднение по сечению канала. Усредняя температуру по сечению канала, приходится сталкиваться со случаями:

- когда через сечение в разных его точках проходит различное количество жидкости, что обусловлено непостоянством ее скорости и температуры:

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{\int_{t_x} \rho c_p w t df}{\int_{t_x} \rho c_p w df}; \quad (4.29)$$

- если зависимостями $\rho = f(t)$ и $c_p = f_1(t)$ можно пренебречь:

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{\int_{t_x} w t df}{\int_{t_x} w df} = \frac{1}{v} \int_{t_x} w t df; \quad (4.30)$$

- когда скорость в сечении канала постоянна:

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{1}{f} \int_{t_x} t df. \quad (4.31)$$

Усреднение температуры жидкости по длине канала. При незначительном изменении температуры жидкости по длине канала можно записать

$$t_{f_x} = \frac{(t'_\infty + t''_\infty)}{2}, \quad (4.32)$$

где t'_∞ и t''_∞ — соответственно температуры жидкости на входе и выходе из канала.

Обычно же для усреднения температуры используется выражение

$$t_{f_x} = t_0 \pm \Delta t, \quad (4.33)$$

где знак (+) берется в случае охлаждения, а знак (−) — в случае нагревания жидкости по длине канала;

t_0 — температура поверхности канала;

Δt — среднеарифметический температурный напор в жидкости,

$$\Delta t = \Delta t' \frac{\frac{\Delta t''}{\Delta t'} - 1}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}, \quad (4.34)$$

где $\Delta t'$ и $\Delta t''$ — соответственно среднелогарифмический напор во входном и выходном сечениях канала.

При условии, что $\frac{\Delta t''}{\Delta t'} > 0,5$, вполне обоснованно пользоваться выражением (4.32). При этом разница результатов, полученных по (4.34), не превысит 5 %, что вполне приемлемо в инженерных расчетах.

4.1.5. Общие сведения о естественной (свободной) конвекции¹

Задачи о конвекции дают обширный материал для новых идей, касающихся соотношения порядка и хаоса в течениях, простоты и сложности в поведении гидродинамических объектов. Конвективные течения включают упорядоченные и неупорядоченные пространственные структуры.

Конвекция, связанная с нагревом в неоднородной среде, — достаточно распространенное состояние капельных и газообразных жидкостей. **Гравитационное свободное движение жидкости — это движение под действием гравитационного поля при неоднородном поле плотности жидкости.** Частица жидкости с меньшей плотностью, чем окружающая жидкость, испытывает воздействие архимедовой силы (рис. 4.4, 4.5). Причиной уменьшения плотности всплывающей частицы чаще всего является ее нагрев. Если, например, жидкость с температурой t_∞ находится в контакте с вертикальной поверхностью (рис. 4.4), имеющей более высокую температуру t_0 , то вдоль поверхности возникает течение нагретой жидкости. Это течение направлено вверх и осуществляется в пограничном слое. При этом основными термогидродинамическими числами подобия в данном случае являются числа Архимеда и Прандтля:

$$Ar = \frac{g \overline{\Delta \rho} L^3}{\nu^2}; \quad Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (4.35)$$

— При термогравитационной конвекции $\Delta \rho = \Delta \rho \beta \Delta T$ и число Архимеда принимает форму числа Грасгофа. Здесь β — коэффициент объемного термического расширения среды, $1/K$; ΔT — характерная разность температур (теплофизические характеристики ρ , ν и a выбираются по определяющей температуре)

$$t = \frac{(t_\infty + t_0)}{2} \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (4.36)$$

Свободное движение под воздействием гравитационного поля в системе с неоднородным распределением плотности жидкости называют **гравитационным свободным движением или гравитационной свободной конвекцией.**

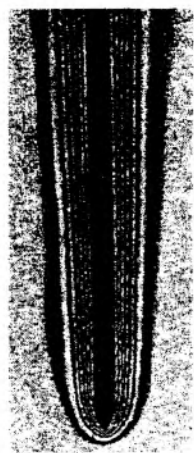


Рис. 4.4. Интерференционная фотография изотерм вокруг вертикальной пластины в свободноконвективном потоке (фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена)



Рис. 4.5. Ламинарный и турбулентный свободноконвективные потоки на вертикальной пластине (интерференционная фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена). Цифры показывают расстояние от нижнего края пластины в дюймах

¹ Конвекция (от лат. convectio — принесение, доставка), перемещение макроскопических частей среды (газа, жидкости), приводящее к переносу массы, теплоты и др. физических величин. Различают естественную (свободную) конвекцию, вызванную неоднородностью среды (градиентами температуры и плотности), и вынужденную конвекцию, вызванную внешним механическим воздействием на среду. С конвекцией в атмосфере Земли связано образование облаков, с конвекцией на Солнце — грануляция.

1. Природа естественной конвекции

Как правило, жидкие и газообразные теплоносители нагреваются или охлаждаются при соприкосновении с поверхностями твердых тел. Например, дымовые газы в печах отдают теплоту нагреваемым заготовкам, а в паровых котлах — трубам, в которых нагревается (кипит) вода, воздух в комнате нагревается от отопительных систем и т. д. Во всех перечисленных здесь примерах процесс теплообмена между поверхностью тела и жидкостью называется **теплоотдачей**, а сама поверхность, с которой переносится теплота, — **поверхностью теплообмена** или **теплоотдающей поверхностью**. Согласно закону Ньютона — Рихмана тепловой поток в процессе теплоотдачи пропорционален площади поверхности теплообмена F и разности температур $(t_0 - t_\infty)$:

$$Q = \alpha F(t_0 - t_\infty)^1. \quad (4.37)$$

Коэффициент пропорциональности α называется **коэффициентом теплоотдачи**. Он характеризует **интенсивность процесса теплоотдачи**. Численное значение его равно тепловому потоку от единичной поверхности теплообмена при разности температур поверхности и жидкости в 1 К ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Теплоотдачу обычно оценивают экспериментально, измеряя тепловой поток и разность температур в процессе теплоотдачи от поверхности с известной площадью. Затем по (4.37) рассчитывается α . Выражение (4.37) справедливо для малого участка поверхности dF :

$$dQ = \alpha \cdot dF(t_0 - t_\infty), \quad (4.38)$$

поскольку коэффициент теплоотдачи различен в разных точках поверхности тела.

Для расчета потока теплоты от всей поверхности нужно проинтегрировать обе части уравнения (4.38) по поверхности

$$Q = \int_F \alpha(t_0 - t_\infty) dF. \quad (4.39)$$

При условии $t_0 = \text{const}$ запишем

$$Q = (t_0 - t_\infty) \int_F \alpha dF. \quad (4.40)$$

Достаточно часто используется понятие **среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи**:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_F \alpha \cdot dF; \quad (4.41)$$

¹ Формула (4.37) выражает закон Ньютона — Рихмана.

$$Q = \bar{\alpha} \cdot F(t_0 - t_\infty). \quad (4.42)$$

Коэффициент теплоотдачи зависит от физических свойств жидкости и характера ее движения. Различают **естественное** и **вынужденное** движение (конвекцию) жидкости. Вынужденное движение создается **внешним побудителем** (насосом, вентилятором, ветром). Естественная конвекция возникает за счет **теплового расширения жидкости**, нагретой около теплоотдающей поверхности (рис. 4.5), в самом процессе теплообмена. Она пропорциональна разности температур (рис. 4.7)

$$\Delta t = t_0 - t_\infty. \quad (4.43)$$

При этом температурный коэффициент объемного расширения жидкости β запишется

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{p=\text{const}}. \quad (4.44)$$

Для идеальных газов коэффициент β в соответствии с уравнением Клапейрона — Менделеева равен

$$\beta = \frac{1}{T}. \quad (4.45)$$

Используя (4.44), перепишем

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{v - v_\infty}{t - t_\infty} \right) \approx \frac{\rho_\infty - \rho_0}{\rho_\infty (t - t_\infty)}. \quad (4.46)$$

Разность плотностей

$$\rho_\infty - \rho_0 = \beta \rho_\infty (t - t_\infty), \quad (4.47)$$

где ρ и t — плотность и температура окружающей среды (атмосферного воздуха), приводит к тому, что на любой единичный объем нагретой жидкости будет действовать подъемная сила F_n , равная алгебраической сумме выталкивающей архимедовой силы $(-\rho_\infty g)$ и силы тяжести $(\rho_\infty g)$

$$F_n = g(\rho_\infty - \rho) = -\beta \rho_\infty g (t - t_\infty). \quad (4.48)$$

Подъемная сила F_n (4.48) перемещает нагретую жидкость вверх без каких-либо побуждающих устройств (возникает естественная конвекция). Все рассуждения о возникновении естественной конвекции справедливы и для случая охлаждения жидкости, с той лишь разницей, что жидкость у менее нагретой поверхности будет двигаться вниз, поскольку ее плотность будет больше, чем вдали от поверхности (рис. 4.6).

Из-за вязкого трения течение жидкости около поверхности затормаживается, поэтому, несмотря на то, что наибольшее нагревание жидкости и подъемная сила при естественной конвекции имеют место у теплоотдающей поверхности, скорость движения частиц, контактирующих с твердой поверхностью, равна нулю.

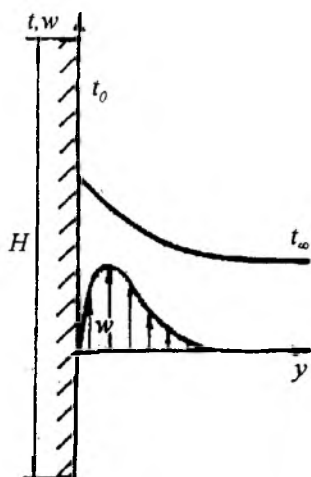


Рис. 4.6. Распределение скоростей и температур вертикальной теплоотдающей поверхности при естественной конвекции

Сила вязкого трения зависит (определяется) от коэффициента динамической вязкости η (Па·с). В уравнениях для расчета теплоотдачи чаще используют коэффициент кинематической вязкости ν ($\text{м}^2/\text{с}$).

2. Допущения Буссинеска

При свободной конвекции движущая сила обусловлена наличием температурного поля.

Рассмотрим движение жидкости в гравитационном поле. В этом случае сила равна $\rho \vec{g}$, а течение жидкости обусловлено изменением ее плотности. Как видим, **конвекция** (естественная) и **движущая сила** связаны между собой через плотность ρ , и их нужно рассматривать совместно, что усложняет многие решения. Для упрощения решений, касающихся конвекции, следует использовать допущения:

– статическое давление жидкости равно

$$p = p_1 + p_2, \quad (4.49)$$

где p_1 – гидростатическое давление в неподвижной жидкости;

p_2 – давление, связанное с движением жидкости;

– в гравитационном поле гидростатическое давление определяется формулой

$$\nabla p_1 = \rho_1 \vec{g},$$

где \vec{g} – сила тяжести на единицу массы жидкости;

ρ_1 – плотность окружающего воздуха (атмосферного) или капельной жидкости;

– если направление действия гравитационной силы совпадает с положительным направлением оси x , то $p_1 = \rho_1 g x$;

– за начало отсчета принимается значение $p_1 = 0$ при $x = 0$;

– динамическая составляющая давления p должна определяться с учетом полей скорости и температуры;

– разность $\vec{F} - \nabla p$ уравнение движения может определяться из уравнения

$$\begin{aligned} \vec{F} - \nabla p &= (\rho \vec{g} - \nabla p_1) - \nabla p_2 = (\rho \vec{g} - \rho_1 \vec{g}) - \nabla p_2 = \\ &= (\rho - \rho_1) \vec{g} - \nabla p_2; \end{aligned} \quad (4.50)$$

– для вертикальных течений вектор \vec{g} направлен вверх, а ось x – вниз, а следовательно,

$$\vec{g} = -i \vec{g}.$$

Тогда

$$\vec{p} - \nabla p = (\rho_1 - \rho) g i - \nabla p_2, \quad (4.51)$$

где i – единичный вектор в направлении оси x ;

g – ускорение, вызванное силой тяжести.

Если между вектором \vec{g} и осью x угол равен ϕ , то имеем проекцию $(\rho_1 - \rho) g \cdot \cos \phi$ на ось x и проекцию $(\rho_1 - \rho) g \cdot \sin \phi$ на ось y ;

– уравнения естественной конвекции – система дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа. Выталкивающая сила, вызывающая вертикальное течение, возникает в результате разности между объемной силой и силой, обусловленной градиентом гидростатического давления в окружающей среде, где движущая сила на единицу объема равна $g(\rho_1 - \rho)$. Если ось x направлена вертикально вверх, то вносимая этой силой энергия равна кинетической энергии на единицу объема:

$$\frac{\rho w^2}{2} \approx g x (\rho_1 - \rho); \quad (4.52)$$

– поскольку силы вязкости не учитываются, то значения скорости w , полученные из (4.52), яв-

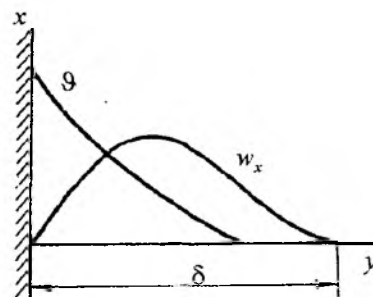


Рис. 4.7. Распределение температуры и скорости по толщине пограничного слоя δ при свободной конвекции вдоль вертикальной стенки

ляются максимальными для такого течения. Согласно уравнению Бернулли

$$p_1 - p = \frac{\rho w^2}{2}. \quad (4.53)$$

Из (4.53):

$$p_1 - p = 0 \left[gx(\rho_1 - \rho) \right]; \quad (4.54)$$

$$w = 0 \left[\sqrt{\left(\frac{2gx}{\rho} \right) (\rho_1 - \rho)} \right]. \quad (4.55)$$

Плотность как функцию температуры и давления разложим в ряд Тейлора по этим двум переменным относительно параметров окружающей среды

$$\begin{aligned} \rho_1 = & \rho + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p (t_1 - t) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right)_p (t_1 - t)^2 + \dots \\ & \dots + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_t (p_1 - p) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial p^2} \right)_t (p_1 - p)^2 + \dots \\ & \dots + \frac{\partial^2 \rho}{\partial p \cdot \partial t} (p_1 - p)(t_1 - t) + \dots \end{aligned} \quad (4.56)$$

Подставив разложение (4.56) в формулу для коэффициента теплового объемного расширения

$$\beta = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p \quad (4.57)$$

и используя (4.54), получим

$$\begin{aligned} \rho_1 - \rho = & \rho \beta (t - t_1) + \frac{\rho \beta^2}{2} (t - t_1)^2 + \dots + \\ & + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_t [gx(\rho_1 - \rho)] + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial p^2} \right)_t [gx(\rho_1 - \rho)]^2 + \dots + \\ & + \frac{\partial^2 \rho}{\partial p \cdot \partial t} [gx(\rho_1 - \rho)(t - t_1)] + \dots \end{aligned} \quad (4.58)$$

Ряд (4.58) сходится при $[\beta(t - t_1)] < 1$ и

$$\left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_t gx \right] < 1. \text{ Если } [\beta(t - t_1)] \ll 1 \text{ и } \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_t gx \right] \ll 1,$$

то в разложении (4.58) можно ограничиться первым членом

$$\rho_1 - \rho = \rho \beta (t - t_1). \quad (4.59)$$

Для ряда теплоносителей (газов, находящихся в состоянии, близком к идеальному, и капельных жидкостей) формула (4.59) обеспечивает достаточную точность расчета. Поэтому, подставляя (4.59) в (4.55), можно получить соотношения для местной и общей скорости конвекции:

$$w(x) = \sqrt{g \beta x (t - t_1)}; \quad (4.60)$$

$$w(c) = \sqrt{g \beta l (t - t_1)}, \quad (4.61)$$

где l — характерный размер тела.

Рассмотрим изменение плотности в уравнении неразрывности и сравним его с другими членами уравнения. Сравним член, содержащий изменение ρ , с членом, описывающим изменение скорости.

Записываем отношение

$$\frac{w(x) \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)}{\rho \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)} = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot \frac{w(x)}{\Delta w(x)}. \quad (4.62)$$

Поскольку $w(x)$ изменяется от 0 в окружающей среде до скорости в данной точке потока, то их величины имеют одинаковый порядок. Разность плотностей $\Delta \rho$ определяется согласно равенству (4.59) $\Delta \rho = \rho \beta (t - t_1)$. Поскольку эта формула получена в предположении, что $[\beta(t - t_1)] \ll 1$, то из соотношения (4.62) следует, что $\Delta \rho \approx 0$, т.е. изменением плотности в уравнении неразрывности можно пренебречь по сравнению с другими его членами. Если же окружающая тело жидкость стратифицирована¹, то для такого упрощения ($\Delta \rho \approx 0$) кроме условия $[\beta(t - t_1)] \ll 1$ требуется дополнительное условие $[\beta(t_1 - t_1)] \ll 1$, где t_1 — некоторая характерная температура.

Допущения, при которых получены соотношения (4.59) и соотношение $\Delta \rho \approx 0$, называют **допущениями Буссинеска**. Если они выполняются, то разность плотностей, вызывающую возникновение течения в результате взаимодействия между гравитационной объемной силой и градиентом гидростатического давления, можно приближенно представить как влияние одной лишь температуры.

Оценка предположений Буссинеска применима как для воздуха, так и для воды (капельная жидкость), а выбор определяющей разности температур, входящей в зависимость коэффициента объемного расширения, существенно влияет на результаты решения. При этом выбор свойств жидкости по температуре $\frac{(t_0 + t_\infty)}{2}$ приводит в

¹ Стратификация атмосферы (от лат. stratum — слой и ...фикация), распределение температуры воздуха по вертикали, определяющее условия равновесия в атмосфере, благоприятствующие или неблагоприятствующие развитию вертикальных перемещений воздуха. При неустойчивой стратификации атмосферы температура убывает с высотой, что способствует атмосферной конвекции.

большинстве случаев к удовлетворительным результатам.

Вблизи критической точки применимы стандартные корреляции при условии, что для определения $\frac{1}{\beta}$ используется среднелогарифмическая температура.

4.2. Теплообмен при естественной конвекции в неограниченном пространстве

Теоретические и экспериментальные исследования теплообмена при свободной конвекции выполнялись Лоренцом Х., Нуссельтом В., Юргесом В., Шмидтом Э., Бекманом В., Польгаузенем Е., Михеевым М., Эккертом Е. и многими другими. Особый вклад в практику и теорию конвективного теплообмена внесли многочисленными школами российских и советских ученых.

При свободной конвекции жидкости вследствие разности температур у поверхности твердых тел образуется пограничный слой. При дальнейшем изложении нами будут использованы уравнения количества движения и потока теплоты в пограничном слое. Ярким примером образования пограничного слоя может служить нагрев жидкости при ее нагревании за счет соприкосновения с нагретой вертикальной пластиной (рис. 4.5). Как видим, на поверхности пластины образуется пограничный слой, толщина которого δ увеличивается от 0 (нижняя кромка поверхности) в направлении движения потока. Причем если расстояние от нижней кромки вертикальной пластины соответствует x , а в перпендикулярном, нормальном к поверхности, — y , то в пределах пограничного слоя температура уменьшается **от температуры на поверхности до температуры жидкости t_∞ (вне пограничного слоя)**. Разность между этими температурами **обозначается через ϑ , а толщина пограничного слоя — δ** .

Распределение скорости жидкости w и температуры ϑ приведено на рис. 4.7. Следует помнить, что запись и решение уравнения пограничного слоя возможны, если распределение температуры жидкости параболическое (рис. 4.7):

$$\vartheta_y = \vartheta_0 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2. \quad (4.63)$$

Уравнению (4.63) отвечают граничные условия:

$$\vartheta = \vartheta_0 \text{ при } y = 0 \text{ и } \vartheta_y = 0 \text{ при } y = \delta, \text{ (рис. 4.7).}$$

Скорость движения жидкости в зависимости от y и δ описывается

$$w_y = w_1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \cdot \frac{y}{\delta}, \quad (4.64)$$

где w_1 — произвольная функция.

Максимальная величина скорости согласно (4.64) будет (при $y = \frac{\delta}{3}$) $w_{y \max} = w_1 \cdot 0,148$. **При этом принимается, что гидродинамический и тепловой пограничные слои имеют одинаковую толщину δ .**

В уравнение количества движения необходимо ввести член, выражающий подъемную силу. Эта сила равна $g\beta\vartheta$ (на единицу объема). На элемент объема высотой dx и длиной l (больше толщины пограничного слоя) действует сила $dx \cdot y \cdot \rho \beta \int_0^l \vartheta \cdot dy$. Если учитывать эту силу, предполагая, что при небольших скоростях, характерных для свободного конвективного движения, давление постоянно, то скорость за пределами пограничного слоя равна нулю.

Тогда

$$\frac{d}{dx} \int_0^l w_y^2 dy = g\beta \int_0^l \vartheta_y dy - \vartheta \left(\frac{dw_y}{dy} \right)_0. \quad (4.65)$$

Для теплового потока

$$\frac{d}{dx} \int_0^l w_y \vartheta dy = -a (d\vartheta \cdot dy)_0. \quad (4.66)$$

В (4.66) температура представлена разностью температур поверхности и жидкости ϑ , где $\vartheta = t_0 - t_\infty$.

Интегралы уравнений (4.65) и (4.66) можно решить, используя уравнения температурного и скоростного полей:

$$\int_0^l w_y^2 dy = \frac{w_1^2 \delta}{105}; \quad (4.67)$$

$$\int_0^l \vartheta_y dy = \frac{\vartheta_0 \delta}{3}; \quad (4.68)$$

$$\int_0^l \vartheta w_y dy = \frac{w_1 \vartheta_0 \delta}{30}. \quad (4.69)$$

В окончательном виде уравнение пограничного слоя можно представить так:

$$0,009 \frac{d}{dx} (w_1^2 \cdot \delta) = 0,33 g\beta \vartheta_0 \delta - \frac{\vartheta w_1}{\delta}; \quad (4.70)$$

$$0,033 \cdot \vartheta_y \frac{d}{dx} (w_1 \cdot \delta) = 2\alpha \frac{\vartheta_0}{\delta}. \quad (4.71)$$

Решение (4.70) и (4.71) возможно при условии, что w_1 и δ выражены показательными функциями x :

$$w_1 = C_1 x^m; \quad (4.72)$$

$$\delta = C_2 x^n. \quad (4.73)$$

Тогда

$$\begin{aligned} C_1^2 \cdot C_2 \cdot x^{2m+n-1} \frac{(2m+n)}{105} = \\ = \frac{g\beta\vartheta_0 x^n \cdot C_2}{3} - \nu x^{m-n} \cdot \frac{C_1}{C_2}; \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$C_1 \cdot C_2 \cdot x^{m+n-1} \frac{(m+n)}{30} = x^{-n} \cdot \frac{2\alpha}{C_2}. \quad (4.75)$$

Так как (4.74) и (4.75) должны быть справедливы для любых значений x , то показатели степеней должны быть:

$$2m + n - 1 = n = m - n; \quad (4.76)$$

$$m + n - 1 = -n, \quad (4.77)$$

где $m = 0,5$ и $n = 0,25$.

Подставив значения m и n , будем иметь:

$$\frac{C_1^2 \cdot C_2}{84} = \frac{g\beta\vartheta_0 C_2}{3} - \nu \frac{C_1}{C_2}; \quad (4.78)$$

$$C_1 = 5,17\nu \left(\frac{20}{21} + \frac{\nu}{\alpha} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{g\beta\vartheta_0}{\nu^2} \right)^{-0,25} \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^{-0,5}. \quad (4.79)$$

Максимальная скорость жидкости в пограничном слое будет

$$\begin{aligned} w_{y \max} &= \frac{4w_{y_1}}{27} = \\ &= 0,766 \cdot \nu (0,952 + \nu)^{-0,5} \cdot \left(\frac{g\beta\vartheta_0}{\nu^2} \right)^{-0,25} \cdot x^{0,5}. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Толщина пограничного слоя δ (рис. 4.8)

$$\delta = 3,93 \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^{-0,5} \cdot \left(0,952 + \frac{\nu}{\alpha} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{g\beta\vartheta_0}{\nu^2} \right)^{-0,25} \cdot x^{0,5}. \quad (4.81)$$

Пограничный слой может быть разделен на участки x от нижней кромки пластины (в безразмерных характеристиках $\frac{\delta}{x}$), и в (4.81) появится число Грасгофа (Gr) и число Прандтля (Pr)

$$Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (4.82)$$

Имеем

$$\frac{\delta}{x} = 3,93 Pr^{-0,5} (0,952 + Pr)^{0,25} (Gr_x)^{-0,25}. \quad (4.83)$$

Как известно, поток теплоты от поверхности пластины будет

$$q = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dy} \right)_0. \quad (4.84)$$

Из (4.63) можно записать:

$$q = \frac{2\lambda\vartheta_0}{\delta}; \quad (4.85)$$

$$q = \alpha\vartheta_0. \quad (4.86)$$

Также имеем

$$\alpha = \frac{2\lambda}{\delta}. \quad (4.87)$$

Или

$$\frac{\alpha x}{\lambda} = Nu_x = \frac{2x}{\delta}. \quad (4.88)$$

При подстановке (4.87) и (4.88) можно получить

$$Nu_x = 0,508 Pr^{0,5} (0,952 + Pr)^{-0,25} (Gr_x)^{0,25}. \quad (4.89)$$

Как видим из (4.81) и (4.87), локальное значение коэффициента теплоотдачи обратно пропорционально корню четвертой степени из x . После интегрирования от 0 до x можно найти среднее значение коэффициента теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = 1,333\alpha_x, \quad (4.90)$$

где α_x — локальное значение коэффициента теплоотдачи (на участке в направлении x).

В итоге среднее значение коэффициента теплоотдачи у поверхности вертикальной пластины (цилиндра) высотой x равно 1,333 от его локального значения в точке x .

Для идеальных газов и малых разностей температур

$$\beta = \frac{1}{T_\infty}, \quad (4.91)$$

где T_∞ — абсолютная температура жидкости (газа) за пределами пограничного слоя.

Имеем

$$Nu_x = 0,378 (Gr_x)^{0,25}. \quad (4.92)$$

4.2.1. Вертикальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)

1. Пластина

Ламинарный режим течения

Известны формулы:

при ламинарном режиме течения ($t_0 = \text{const}$):

$$Nu = 0,60\text{Nu}^{0,25} \text{ для } Pr \rightarrow 0; \quad (4.93)$$

$$Nu = 0,503Bu^{0,25} \text{ для } Pr \rightarrow \infty, \quad (4.94)$$

где Bu — число (критерий) Буссинеска,

$$Bu = Gr \cdot Pr^2. \quad (4.95)$$

Для чисел Pr в интервале значений $0 < Pr < \infty$ известно расчетное выражение

$$Nu = 0,503 [Ra \cdot f(Pr)]^{0,25}, \quad (4.96)$$

$$\text{где } f(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{-1,778} \quad (4.97)$$

Результаты расчетов (4.93)... (4.97) и данные эксперимента представлены на рис. 4.8.

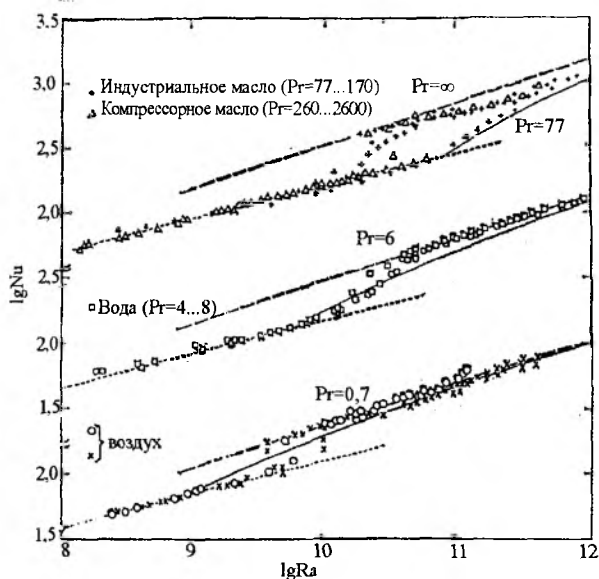


Рис. 4.8. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными (точки) различных авторов для локальных чисел Нуссельта в переходном режиме свободной конвекции вдоль изотермических вертикальных пластин¹

В (4.97) число 0,492 — среднее значение Pr , удовлетворяющее данным капельных и газообразных жидкостей для большинства случаев естественной тепловой конвекции.

Среднее значение чисел \overline{Nu} получается при интегрировании (4.96) и $10^9 > Ra > 10^4$:

$$\overline{Nu} = 0,670 [Ra_h \cdot f(Pr)]^{0,25}. \quad (4.98)$$

На рис. 4.9 приведены результаты расчетов по формулам (4.96)... (4.98) и данные натурного эксперимента, которые показывают, что при $Ra \rightarrow 0$

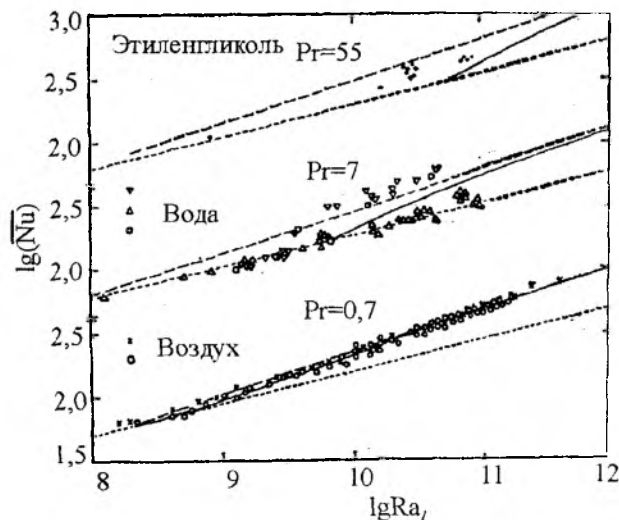


Рис. 4.9. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными (точки) различных авторов по средним числам Нуссельта в переходном режиме свободной конвекции от изотермических вертикальных пластин²

$Ra \rightarrow 0$ число Nu стремится к 0,68. Этот результат использован при записи корреляционного уравнения для чисел $Ra < 10^9$:

$$\overline{Nu} = 0,68 + 0,67 [Ra_h \cdot f(Pr)]^{0,25}. \quad (4.99)$$

Значение числа \overline{Nu} для двухатомных газов можно определить из выражения

$$\overline{Nu}_\infty = 0,7Gr_\infty. \quad (4.100)$$

Соотношение для локальных значений коэффициента теплоотдачи, когда $Ra < 10^9$, имеет вид

$$Nu_x = 0,68 + 0,503 [Ra_x \cdot f(Pr)]^{0,25}. \quad (4.101)$$

На рис. 4.11 приведены результаты расчетов (с использованием (4.101)) и опытов, из которых видно, что при $Ra < 10^9$ формула (4.101) позволяет получить неплохие данные, касающиеся α . Область значений чисел Nu для $Ra < 4 \cdot 10^4$ свидетельствует о влиянии конфигурации передней кромки на теплоотдачу (данные Gryzagoridi I.). Наблюдается соответствие расчетных и экспериментальных данных для $Ra < 10^9$. При более высоких числах Ra имеет место переход к турбулентному режиму течения (рис. 4.10, 4.11).

При $Ra_\infty > 10^9$ у вертикальных поверхностей на начальном участке ламинарный пограничный слой

¹ Churchill S.W. and Ozol H.A. Correlation for laminar free convection. J. Heat Transfer, vol. 95, pp. 540...541, 1973.

² Sparrow E.M., Gregg J.L. Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux. Trans Asm, vol. 78, pp. 435...440, 1956.

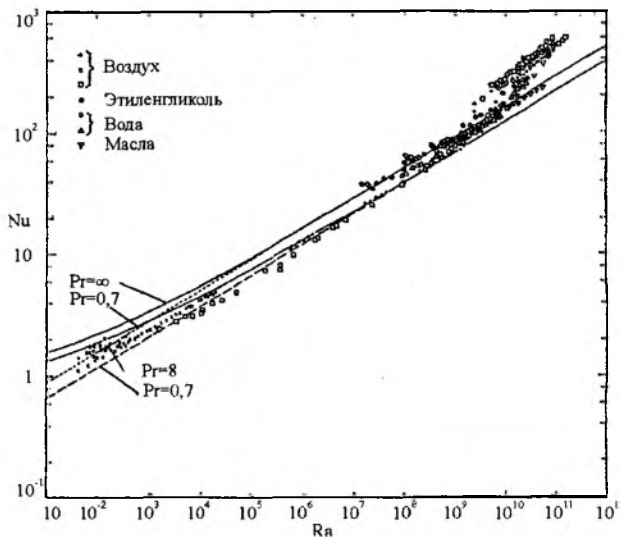


Рис. 4.10. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными (точки) различных авторов по локальным числам Нуссельта при ламинарной свободной конвекции на изотермических вертикальных пластинах¹

переходит в турбулентный. Число Нуссельта на ламинарном участке до высоты $h_{кр}$ рассчитывается

$$Nu_{\infty} = 0,15 \cdot Ra_{\infty}^{0,33} \left(\frac{Pr}{Gr} \right)^{0,25} \quad (\text{рис. 4.12}). \quad (4.102)$$

При $1700 < Ra < 10^8$ можно использовать формулу

$$Nu_h = 0,55 \cdot Ra_h^{0,25} \quad (4.103)$$

При $Ra > 10^8$ справедливо выражение

$$Nu_h = 0,13 \cdot Ra_h^{0,33} \quad (4.104)$$

В области переходного режима течения (переход от ламинарного к турбулентному) наблюдается неустойчивая тепловая конвекция. Учеными Sparrow E.M., Trow F.K., Kurte E.K. рассчитаны критические числа Gr для потери устойчивости конвекции и обнаружено увеличение Gr при возрастании Pr. В работе Kiyacho L.S. критическое число Ra, устанавливающее границу такого перехода и неустойчивости конвекции, равно

$$Ra = 2 \cdot 10^8. \quad (4.105)$$

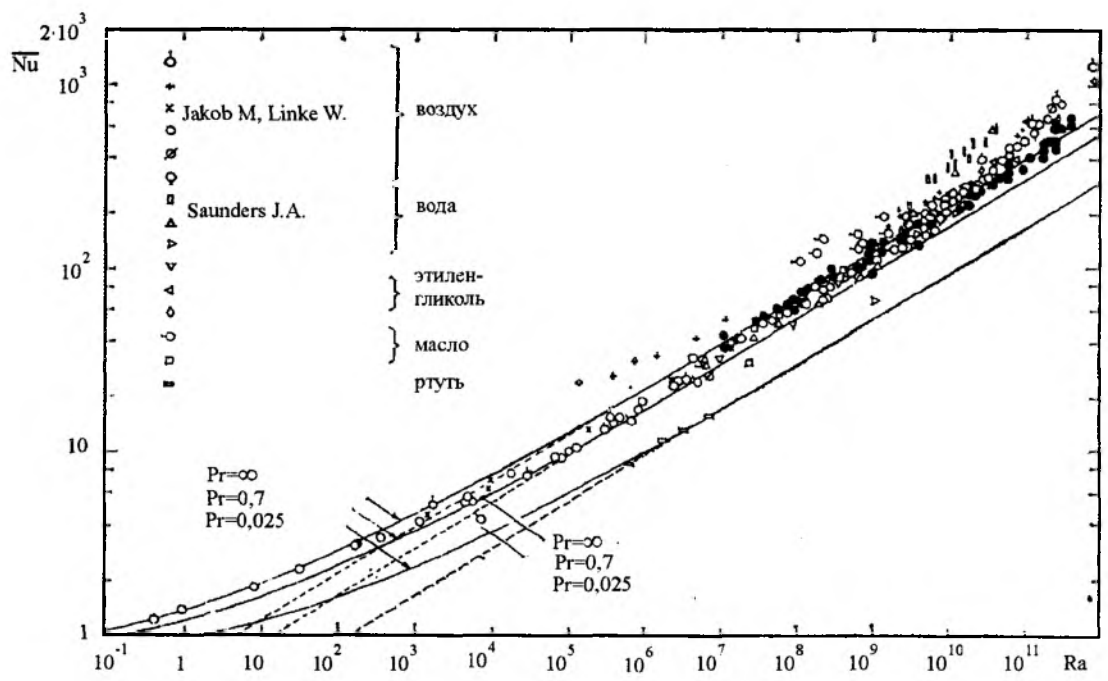


Рис. 4.11. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными (точки) различных авторов для средних чисел Нуссельта и Шервуда при ламинарной свободной конвекции на изотермических вертикальных пластинах²

¹ Kiyacho L.S. Relation for the critical state describing transition from laminar to turbulent flow in free convection, int. J. Heat mass Transfer, vol. 5, pp. 763, 764, 1962.

² Fujii T. Experimental studies of free convection heat transfer, Bull. Jpn. Soc Mech. Eng., vol. 2, pp. 551...555, 1959.

Многие экспериментальные работы свидетельствуют о том, что переход по числам (критериям) Nu начинается при

$$Gr \approx 10^9 \quad (4.106)$$

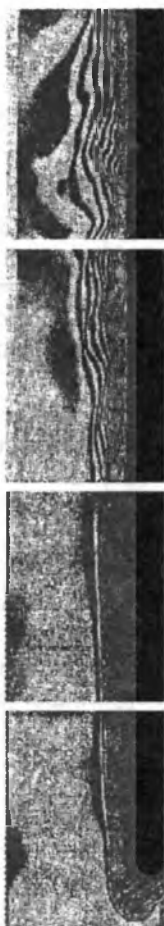


Рис. 4.12. Ламинарный и турбулентный свободноконвективные потоки на вертикальной пластине (интерференционная фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена).

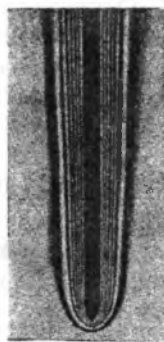


Рис. 4.13. Интерференционная фотография изотерм вокруг вертикальной пластины в свободноконвективном потоке (фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена)

и завершается при

$$Gr \approx 10^{10}. \quad (4.107)$$

Переходный и турбулентный режимы течения (рис. 4.13)

Интегральные уравнения переноса теплоты могут быть использованы для расчета теплообмена при свободной конвекции в той части поверхности вертикальной пластины, где имеет место турбулентный пограничный слой. Профили скоростей и температур в этом слое могут быть описаны уравнениями:

$$\vartheta_y = \vartheta_\infty \left[1 - \left(\frac{y}{\delta} \right) \right]^{0,143}; \quad (4.108)$$

$$w_y = w_1 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{0,143} \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^4. \quad (4.109)$$

Для двухатомных газов (воздух) предлагается выражение

$$Nu_\infty = 0,132 \cdot Gr_\infty^{0,33}. \quad (4.110)$$

В работах Churchill S. W., Vsaqi R. A. для турбулентного режима течения жидкости у вертикальной поверхности получено выражение

$$Nu = 0,15 [Ra \cdot f(Pr)]^{0,33}. \quad (4.111)$$

На рис. 4.12 показано движение жидкости у вертикальной пластины, где видно, что у кромки (нижней) поверхности движение имеет ламинарный характер. На некотором расстоянии от кромки появляются волны большой длины, и поток становится неустойчивым по отношению к поперечным колебаниям. Амплитуда волн возрастает в направлении движения потока. Сами волны становятся неправильными, вырождаясь в завихрения, и, наконец, поток приобретает ярко выраженный турбулентный характер. На рис. 4.12 показана только часть зоны перехода режима движения к турбулентному потоку и дается представление лишь о начале турбулентности. Как видим, флуктуации¹ происходят по всей толщине пограничного слоя до самой поверхности вертикальной стенки, что служит причиной неустойчивости значения коэффициента теплоотдачи (периодического изменения интенсивности теплообмена).

Изотермические поверхности (изотермы) у вертикальной пластины иллюстрируются рис. 4.13 (фотография сделана Э. Зойенгеном). Шлирный снимок (рис. 4.14) обтекания вертикальной пластины выполнен Шмидтом Э.

Для турбулентного режима движения локальные значения Nu при $Ra \geq 10^9$ рассчитываются из выражения

¹ Флуктуации (от лат. fluctuatio — колбасание), случайные отклонения физических величин от их средних значений; происходят у любых величин, зависящих от случайных факторов. В статистической физике флуктуации вызываются тепловым движением частиц системы. Флуктуации определяют теоретически возможный предел чувствительности приборов. Флуктуации давления проявляются, например, в броуновском движении малых частиц под влиянием точно не скомпенсированных ударов молекул окружающей среды. Флуктуации характерны для любых случайных процессов.

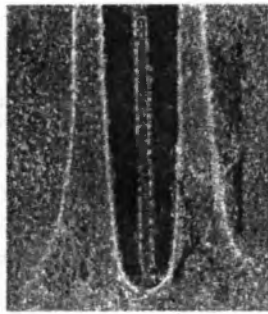


Рис. 4.14. Шлирный снимок температурного пограничного слоя на вертикальной нагретой плоской пластине (по Э. Шмидту)

$$Nu_{\infty} = 0,15 Ra_{\infty}^{0,33} \left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} \quad (4.112)$$

В (4.112) в качестве определяющей берется температура окружающей среды (t_{∞}), а в качестве определяющего размера — высота пластины (цилиндра).

Для двухатомных газов (воздуха) (4.112) трансформируется к виду

$$Nu_{\infty} = 0,7 Gr_{\infty}^{0,25} \quad (4.113)$$

При выборе расчетной формулы и выполнении расчетов нужно помнить, что при турбулентном режиме течения жидкости коэффициент теплоотдачи **не зависит от формы и геометрических размеров** вертикальной поверхности, т.е. **процесс автомоделен**¹. Это следствие того, что в число Nu характерный размер **входит в первой степени**, а в число Gr — в третьей. Однако при этом число Gr входит в уравнение (4.112) в степени 0,33 и характерные размеры сократятся.

Для жидкостей с числами Прандтля 2,4...118 расчетная зависимость для вертикальной пластины будет

$$Nu = 0,0674 (Gr_h \cdot Pr^{1,29})^{0,33} \quad (4.114)$$

Выражение (4.114) справедливо при $4 \cdot 10^{10} < Ra_h < 9 \cdot 10^{11}$.

Локальные значения Nu_x можно рассчитывать из уравнения

¹ Автомоделность, особая симметрия физической системы, состоящая в том, что изменение масштабов независимых переменных, описывающих систему, может быть скомпенсировано преобразованием подобия других динамических переменных. Автомоделность присуща многим физическим системам и существенно упрощает описание явлений в этих системах (например, в аэромеханике и физике элементарных частиц).

$$Nu_x = 0,295 (Gr_x)^{0,4} \cdot (Pr)^{1,4} \times \\ \times [1 + 0,494 (Pr)^{0,66}]^{0,4} \quad (4.115)$$

Наряду с (4.115) часто используют эмпирическую зависимость

$$Nu_x = C (Pr \cdot Gr_x)^{0,33}, \quad (4.116)$$

где $C = 0,10$ — для воздуха и $C = 0,17$ — для воды.

Установлено, что диапазон значений $Pr \cdot Gr_x$, полученный в экспериментах, недостаточен для того, чтобы определить, которое из последних уравнений наиболее пригодно для выполнения расчетов по определению α .

Асимптотическое выражение для вертикальных пластин при постоянной плотности теплового потока у их поверхности запишется:

$$Nu = 0,692 Bu^{0,25} (Pr \rightarrow 0); \quad (4.117)$$

$$Nu = 0,562 Ra^{0,25} (Pr \rightarrow \infty), \quad (4.118)$$

где Bu и Ra записываются для локальных значений ($t_0 - t_{\infty}$).

Для чисел Pr (средних), лежащих в интервале значений $0 < Pr < \infty$, имеется корреляция расчетных данных, удовлетворяющая погрешности до 2%:

$$Nu = 0,563 [Ra \cdot f(Pr)]^{0,25} \quad (4.119)$$

$$f(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,437}{Pr} \right)^{0,562} \right]^{-1,778} \quad (4.120)$$

Сравнение результатов (4.117)... (4.120) с натурным экспериментом приведено на рис. 4.15.

Температура поверхности пластины (при необходимости) может быть рассчитана

$$t_0 = t_{\infty} + 1,584 \left(\frac{q^4 \mu x}{g \rho^2 c_p \lambda^3 \beta} \right)^{0,2} \cdot [f(Pr)]^{0,2} \quad (4.121)$$

При $Ra \rightarrow 0$ и отсутствии теоретических и экспериментальных данных ориентироваться можно на предельные значения числа Nu , как и в случае постоянной температуры поверхности ($t_0 \rightarrow \text{const}$)

$$Nu = 0,68 + 0,563 [Ra \cdot f(Pr)]^{0,25} \quad (4.122)$$

Так как при турбулентном режиме число Nu пропорционально $Ra^{0,333}$ и температура поверхности при обогреве постоянная, то при **турбулентном режиме** течения и $q = \text{const}$ выражение (4.122) трансформируется к виду

$$Nu = 0,15 [Ra^* \cdot f(Pr)]^{0,333}, \quad (4.123)$$

где $Ra^* = Ra \cdot Nu = \frac{g \rho c_p \beta q_0 x^4}{(\mu - \lambda)^2}$ — модифицированное число Рэлея (Ra) при $q = \text{const}$.

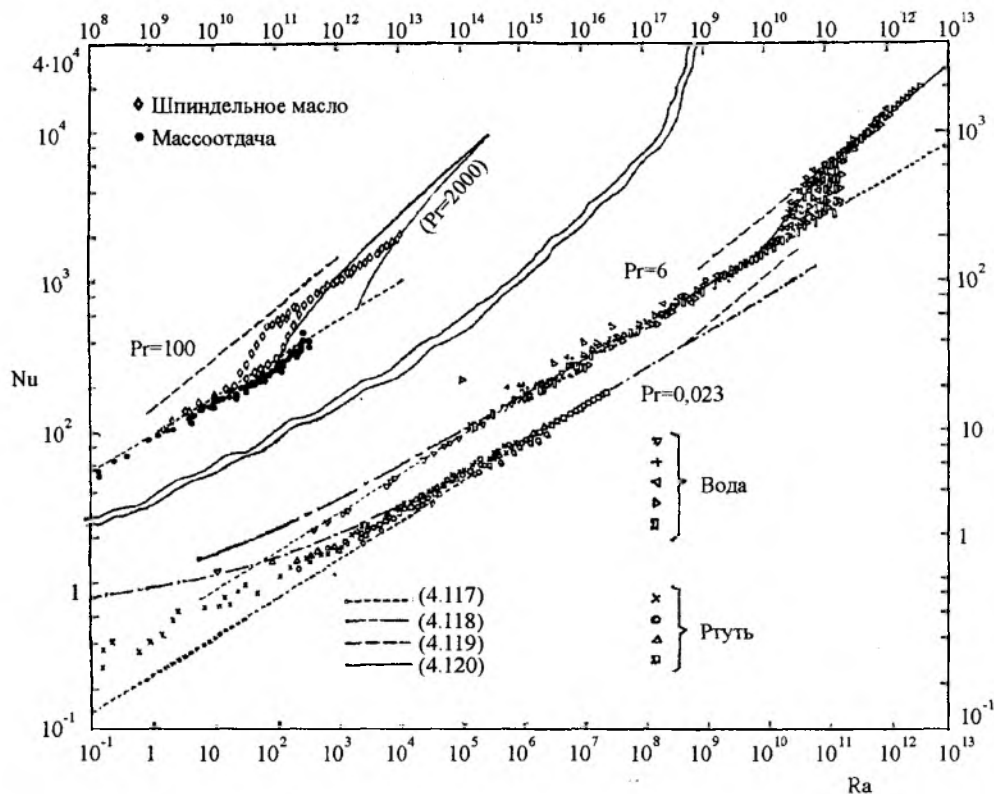


Рис. 4.15. Сравнение результатов, полученных из (4.117)...(4.120), с экспериментальными данными (точки) различных авторов по локальным числам Нуссельта для свободной конвекции на однородно обогреваемых вертикальных пластинах

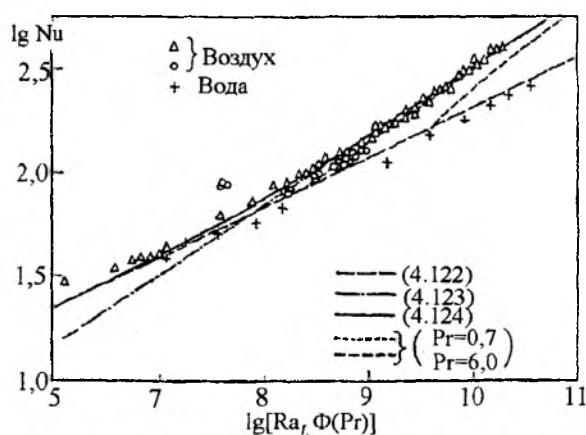


Рис. 4.16. Сравнение результатов, полученных из (4.122)...(4.124), с экспериментальными данными (точки) различных авторов по средним числам Нуссельта для свободной конвекции вдоль однородно обогреваемых вертикальных пластин

При **ламинарном режиме** течения и $q = \text{const}$ локальные коэффициенты теплоотдачи можно рассчитать по формуле И.М. Пчелкина

$$\text{Nu}_{\infty, x} = 0,60 (\text{Ra}_{\infty, x})^{0,25} \left(\frac{\text{Pr}_{\infty}}{\text{Pr}_0} \right)^{0,25} \quad (4.124)$$

Выражение (4.124) справедливо при соблюдении условий $10^3 < \text{Ra}_{\infty, x} < 10^9$ и $3 \cdot 10^3 > \text{Pr} > 0,7$, где Pr_0 — число Прандтля, определяемое по температуре стенки (t_0).

На рис. 4.16 дается сравнение результатов расчета по (4.122)...(4.124).

2. Цилиндр

На рис. 4.17 проиллюстрирована картина свободного движения воздуха (естественная конвекция) у нагретой вертикальной трубы (цилиндра), где видно, что вначале толщина нагретого слоя мала и течение носит ламинарный характер.

Коэффициент теплоотдачи от стенки вертикального цилиндра (рис. 4.17) к окружающей жидкости (воздуху) определяется путем решения системы уравнений пограничного слоя, выполненного Лоренцом и Польгаузенем:

$$\overline{\text{Nu}}(\text{Ra})^{0,25} = C_1, \quad (4.125)$$

где $C_1 = f(\text{Pr})$, увеличивается с ростом числа Pr .

Использование этого решения (4.125) в сочетании с опытными данными по теплообмену в условиях естественной конвекции жидкостей на вертикальных и горизонтальных пластинах, цилиндрах, проволоках, сферах и т.п. позволило получить зависимость для среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ (рис. 4.18):

$$\overline{\text{Nu}}_m = C(\text{Ra})^n, \quad (4.126)$$

где C и n — коэффициенты, зависящие от значения числа Ra (см. табл. 4.1) (и не зависят от формы тела).



Рис. 4.17. Свободное движение воздуха у нагретой вертикальной трубы (цилиндра)

Таблица 4.1

Значения C и n в (4.126)

Режим движения жидкости	$\text{Gr} \cdot \text{Pr}$	C	n
Псевдотеплопроводность	$1 \cdot 10^{-3} \dots 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
Ламинарный	$5 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
Переходный и турбулентный	$2 \cdot 10^7 \dots 1 \cdot 10^9$	0,135	0,33

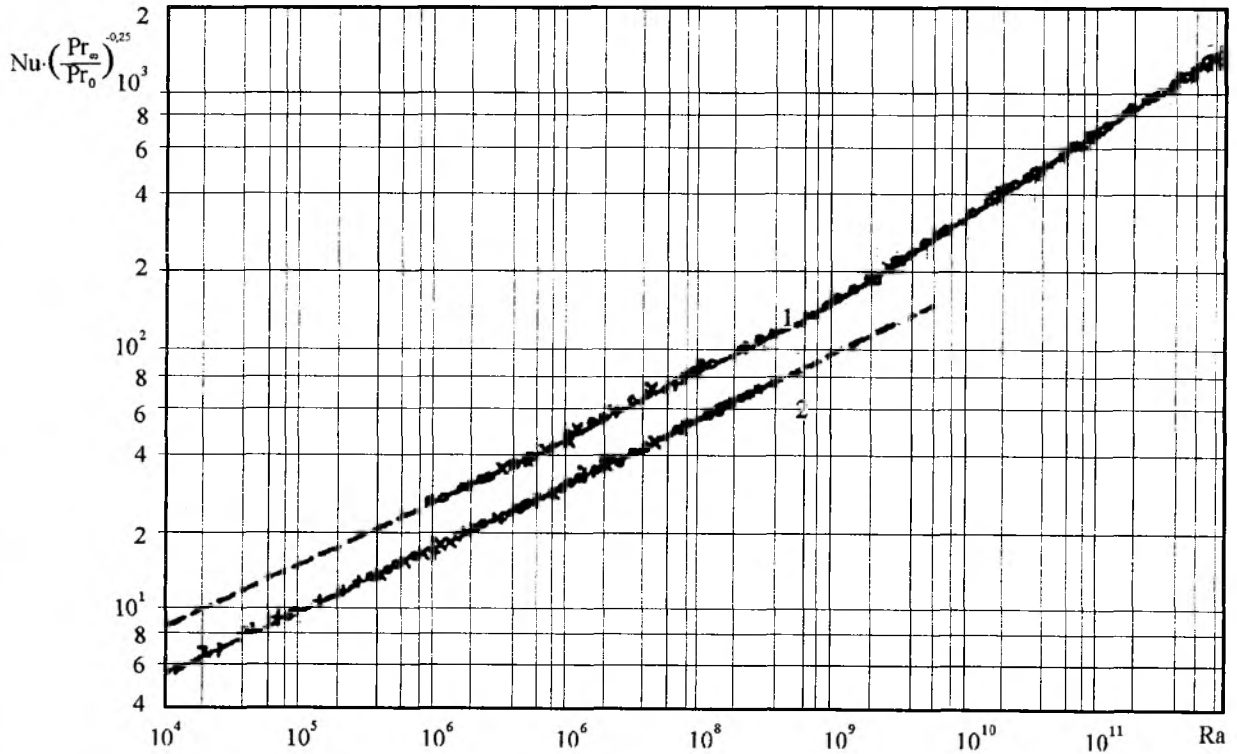


Рис. 4.18. Обобщение результатов¹ экспериментального исследования теплоотдачи в условиях свободной конвекции: 1 — горизонтальные трубы и плиты, $l = h$; 2 — горизонтальные трубы, $l = d$; о — воздух; · — вода; x — трансформаторное масло; + — смазочное масло

¹ Михсев М.А. Основы теплопередачи. — М. — Л.: Государственное энергетическое издательство, 1956.

Для ламинарного течения (4.126) преобразуется к виду:

— при $0,5 < Pr < 10$

$$\overline{Nu} = 0,55Ra^{0,25}; \quad (4.127)$$

— при $Pr < 1$

$$\overline{Nu} = 0,755(Pr^2 \cdot Gr)^{0,25}, \quad (4.128)$$

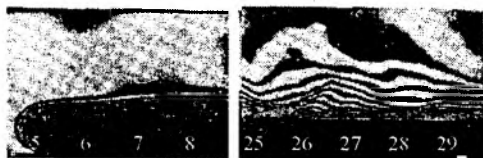
где за определяющую температуру в (4.126)... (4.128) принята средняя температура пограничного слоя

$$t_m = \frac{t_0 + t_\infty}{2}. \text{ Характерный же размер зависит от формы и ориентации поверхности (тела): для труб, сфер — это диаметр; для вертикальных пластин и труб — высота; для горизонтальных плоских поверхностей — наименьший горизонтальный размер.}$$

Churchill S.W. записано уравнение

$$\overline{Nu} = 0,670 [Ra_h \cdot f(Pr)]^{0,25}, \quad (4.129)$$

справедливое для ламинарного режима течения, когда $10^4 < Ra < 10^9$. Уравнение (4.129) неприменимо как для $Ra > 10^9$ (поскольку возникает турбулентное течение), так и для $Ra < 10^4$, так как в этом случае вблизи передней кромки поверхности не выполняются приближения теории пограничного слоя (рис. 4.19).



а)

б)

Рис. 4.19. Ламинарный (а) и турбулентный (б) свободноконвективные потоки на вертикальной пластине (интерференционная фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена)

3. Сфера

Сфера радиусом r и температурой t_0 находится в неограниченном объеме жидкости, имеющей температуру t_∞ . При отсутствии вынужденного движения жидкости и движения сферической поверхности можно записать

$$Nu_m = 2 + 0,6(Gr)_m^{0,25} (Pr_m)^{0,33}. \quad (4.130)$$

Теплофизические характеристики жидкости в (4.130) находятся по средней температуре пограничного слоя t_m :

$$t_m = \frac{t_\infty + t_0}{2}. \quad (4.131)$$

Выражение (4.130) справедливо при

$$(Gr_m)^{0,25} \cdot (Pr_m)^{0,33} < 200. \quad (4.132)$$

В качестве характерного размера в (4.130) принимается радиус сферы r .

4.2.2. Горизонтальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)

1. Общие сведения

Характер движения жидкости у горизонтальной поверхности существенно зависит от ее размеров и в корне отличается от обтекания вертикальной поверхности (рис. 4.20).

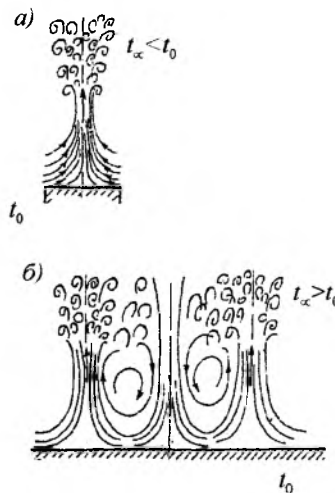


Рис. 4.20. Характер течения среды в условиях свободной конвекции у нагретых горизонтальных плит ограниченного (а) и неограниченного (б) размеров

Зависимость характера течения среды (жидкости) в условиях свободной конвекции у горизонтальной плиты от ее размеров наглядно иллюстрируется рис. 4.20 и 4.21. Также нужно иметь в виду, что расположение нагретой поверхности (рис. 4.21) полностью изменяет гидромеханику конвективных токов.

В случае больших размеров пластины (рис. 4.20б) вследствие наличия у ее границ (нагретая поверхность обращена вверх) сплошного потока нагретой жидкости центральная часть поверхности оказывается изолированной. Ее омывание происходит за счет поступления (провала) холодных масс жидкости. В случае, когда нагретая поверхность обращена вниз, движение происходит лишь в тонком слое

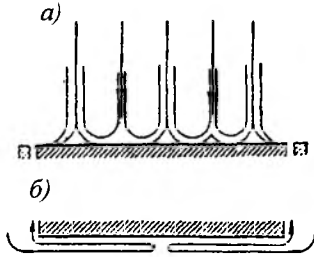


Рис. 4.21. Движение при свободной конвекции у горизонтальной плиты, обращенной нагретой поверхностью вверх (а) и вниз (б)

у поверхности (рис. 4.21б). Остальная масса жидкости ниже этого слоя остается неподвижной.

У горизонтальных пластин, обращенных нагретой поверхностью вверх, различные факторы определяют форму и размеры формирующихся вихревых структур (конвективных ячеек). Наи-

более характерны три типа структурных (конвективных) ячеек.

Ячейки 1-го типа (двухмерные валы) (рис. 4.22а). Такие ячейки описываются уравнением

$$w(x) = \cos k \cdot x, \quad (4.133)$$

где w — скорость жидкости;

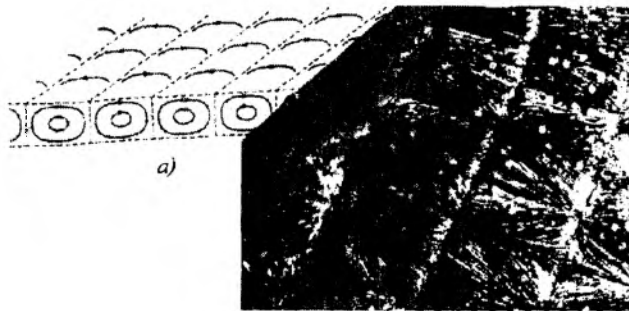
x, y, z — оси декартовой системы координат;

k — волновой вектор.

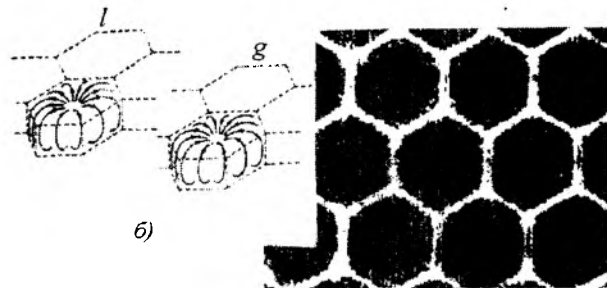
Если волной вектор k ориентирован в направлении x , то такие валы (параллельные оси y) рассматриваются как x -валы. Причем конвективная ячейка — это пара соседних валов, занимающих пространственный переход (рис. 4.22а), где жидкость циркулирует в плоскости (x, z) в противоположных направлениях. Такие ячейки обладают тем свойством, что на их вертикальных границах нормальная составляющая скорости жидкости равна нулю ($w(y) = 0$).

Ячейки 2-го типа (шестиугольные ячейки) (рис 4.22б).

Конвективные ячейки 2-го типа описываются



Изогнутые валы при $Ra = 19,8^2$ и $Pr = 16$ (наблюдения Ритера)



Пример системы шестиугольных ячеек 1-типа при $Ra = 2460$ (наблюдения Ритера)

Рис. 4.22. Схематическое изображение конвективных ячеек: а — двухмерные валы; б — шестиугольные ячейки 1- и g-типов

$$w(x) = \cos \left[\frac{k}{2(y + \sqrt{3})} \right] + \cos \left[\frac{k}{2(y - \sqrt{3}x)} \right] + \cos k \cdot y. \quad (4.134)$$

В формировании конвективных течений важную роль играет температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения.

Для сред, вязкость которых слабо зависит от температуры, на рис. 4.23 показана диаграмма устойчивости валов и шестиугольных ячеек l - и g -типов, где параметр Q характеризует вертикальную неоднородность слоя жидкости, а $\epsilon^{1/2}$ — амплитуда течения. Вид диаграммы (рис. 4.23) качественно не зависит от характера граничных условий. В данном случае параметр Q пропорционален (меньшему) коэффициенту зависимости $\nu = \nu(T)$.

Рисунком 4.24 иллюстрируется зависимость амплитуды конвективных течений от числа Рэлея (Ra).

Конвекция проявляется в разнообразных формах: например, когда ячейки формируются в более или менее упорядоченные пространственные структуры, могут быть стационарными ламинарными, испытывать колебания, и — турбулентными. В основном же режим конвекции в горизонтальном слое при естественных условиях (естественная конвекция) определяется числами Ra и Pr (переходы между режимами могут быть иллюстрированы) (рис. 4.25). Как видим, ниже линии I (рис. 4.25) — область неподвижной жидкости, выше — область стационарной валковой конвекции. Близкая к двумерной, переходная область конвективных течений, наблюдается при числах Рэлея (Ra) порядка нескольких десятков. Линия II — порог, выше которого поперечная валковая неустойчивость приводит к стационарной двухмодовой конвекции.

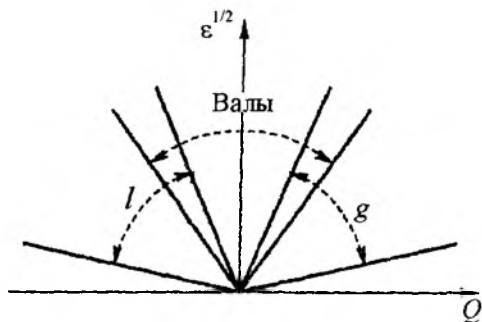


Рис. 4.23. Области устойчивости валов и шестиугольных ячеек l - и g -типов

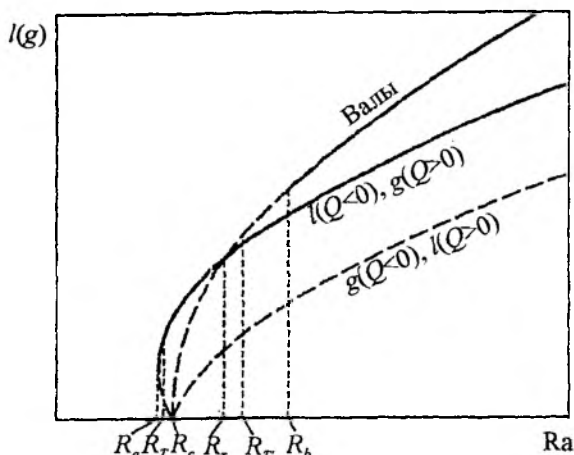


Рис. 4.24. Зависимость амплитуды валов и шестиугольных ячеек l - и g -типов от числа Ra (сплошные линии — устойчивые течения, штриховые — неустойчивые)

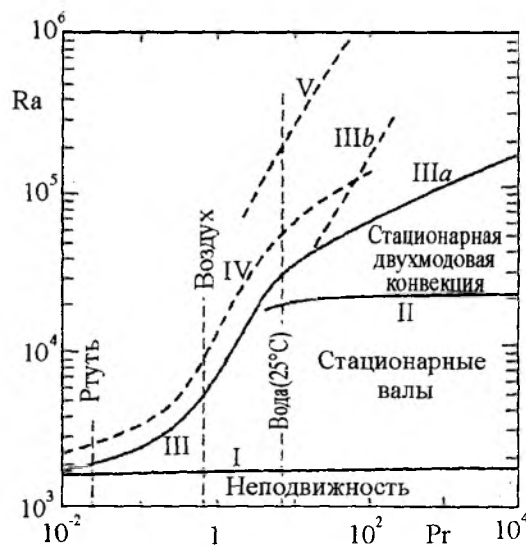


Рис. 4.25. Диаграмма режимов течения

2. Пластина

Теплоотдача от нагретой пластины в значительной мере зависит от расположения ее нагретой поверхности (вниз или вверх). Кроме того, теплоотдача зависит также от наклона пластины по отношению к горизонту. Во всех перечисленных случаях теплоотдача между поверхностью и жидкостью будет различна.

Экспериментальные данные для наклонных плоских поверхностей обобщаются с использованием записанных нами ранее соотношений для вертикальных пластин.

Для горизонтальной пластины с обращенной вверх нагретой поверхностью для различных значений числа Ra имеем:

$$\text{при } 1 < Ra < 200, \quad Nu = 0,96Ra^{0,166}; \quad (4.135)$$

$$\text{при } 200 < Ra < 8 \cdot 10^6, \quad Nu = 0,54Ra^{0,25}; \quad (4.136)$$

$$\text{при } Ra > 8 \cdot 10^6, \quad Nu = 0,15Ra^{0,33}. \quad (4.137)$$

В (4.135)...(4.137) в качестве характерного размера используется отношение площади (теплоотдающей) к периметру. Кроме того, (4.135)...(4.137) справедливы только при соблюдении условия $Pr > 0,5$.

Что касается неограниченных горизонтальных пластин, обращенных нагретой поверхностью вниз, то они не создают условий для развития конвекции.

При направлении силы тяжести перпендикулярно поверхности пластины анализ размерностей дает

$$Nu = B \cdot Ra^{0,2}, \quad (4.138)$$

где B и Ra — функции формы тела и числа Pr .

Для обращенных нагретых поверхностей вниз коэффициент B оказывается постоянным для всех геометрических форм, если в качестве характерного размера в числах Nu и Ra используется отношение площади греющей поверхности к ее периметру. При этом расчетное критериальное уравнение можно представить в виде

$$Nu_l = G(Ra_l \cdot f(Pr))^{0,2}, \quad (4.139)$$

где индекс l — характерный размер, $l = \frac{F}{\Pi}$ (F — площадь греющей поверхности; Π — ее периметр);

G — коэффициент (см. табл. 4.2).

Таблица 4.2

Значение коэффициента G

Форма поверхности	Прямоугольник	Круг	Длинная полоса
Значение G	0,75...0,69	0,667	0,6...0,551

Для расчета теплоотдачи от наклонной пластины ($Pr \approx 0,73$) известна формула

$$\overline{Nu} = 0,48 \left(\frac{1 + \cos \varphi}{2} \right) Gr_l^{0,2}, \quad (4.140)$$

$$\text{где } Gr_l = - \frac{g l^2}{\nu^2} \cdot \frac{t_0 - t_\infty}{t_\infty};$$

\overline{Nu} — среднее число Нуссельта;

l — длина пластины (меньшая);

φ — угол между теплоотдающей поверхностью и вертикалью (при $\varphi = 0$ — пластина вертикальная; при $\varphi = 90^\circ$ — горизонтальная).

Уравнение (4.140) справедливо при $10^5 < Gr < 10^9$ и $0 < \varphi < 90^\circ$.

Если же теплоотдающая поверхность обращена вверх, то для расчета коэффициента теплоотдачи можно использовать

$$\overline{Nu} = 0,54Ra^{0,25} \quad (\text{при } 10^5 < Ra < 2 \cdot 10^7). \quad (4.141)$$

В записанных нами формулах (4.138)...(4.141) физические свойства жидкости отнесены к средней температуре $0,5(t_0 + t_\infty)$. Если $Ra > 0,7 \cdot 10^9$, течение в пограничном слое переходит в турбулентное и формулы (4.138)...(4.141) теряют смысл, так как они получены только для ламинарного течения.

Обобщение расчетных данных, полученных с использованием (4.138) и (4.139), и сравнение этих данных с результатами натурального эксперимента выполнены на рис. 4.26. Для обращенных вверх наклонных пластин обобщение расчетных и экспериментальных данных приведено на рис. 4.27.

Для обращенных вниз горизонтальных пластин обобщение расчетных и экспериментальных данных приводится на рис. 4.28. Аналогичные результаты представлены на рис. 4.29 и 4.30.

Расчет теплоотдачи у горизонтальной пластины может быть выполнен с использованием критериальной зависимости для вертикальной пластины. При этом, если теплоотдающая ее поверхность обращена вниз, расчетное значение коэффициента теплоотдачи следует уменьшить на 30 %, а если нагретая поверхность обращена вверх, то значение α , найденное по формулам, записанным для вертикальной пластины, нужно на 30 % увеличить. За характерный размер следует брать длину меньшей стороны горизонтальной пластины (плиты).

Так же при обтекании плоских горизонтальных поверхностей, составляющих угол φ с вертикалью, расчет можно выполнять по (4.140), но при условии поправочного множителя в полученный результат, который для теплоотдающих поверхностей, ориентированных вверх, составляет $\epsilon_\varphi = (\cos \varphi)^{0,25}$; для теплоотдающих поверхностей, обращенных вниз, — $\epsilon_\varphi = (\cos \varphi)^{0,25}$.

При обращенных вверх теплоотдающих поверхностях может наблюдаться переход течения к турбулентному режиму, поскольку числа Ra могут принимать значения выше критического

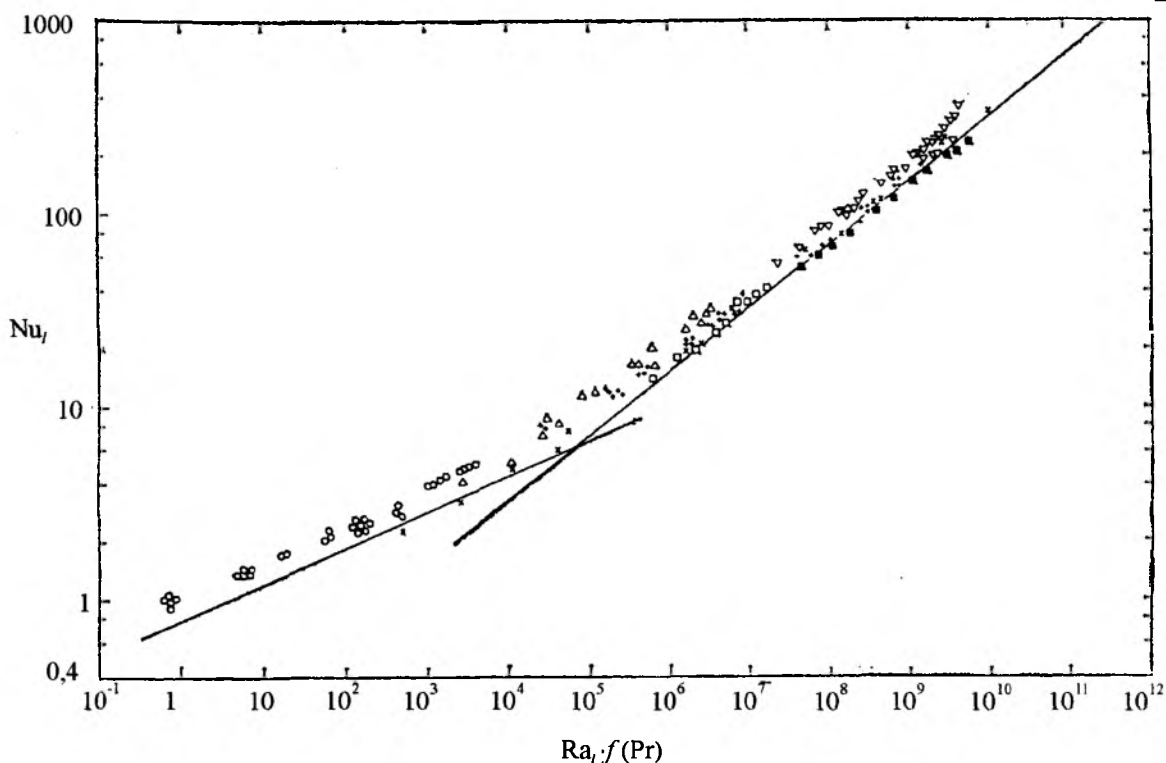


Рис. 4.26. Сравнение результатов, полученных из (4.138) и (4.139), с экспериментальными данными (точки) различных авторов для средних чисел Нуссельта и Шервуда при свободной конвекции на обращенных вверх обогреваемой поверхностью изотермических горизонтальных пластинах разных форм:

∇ — воздух (прямоугольные пластины); Δ — воздух, разные формы; \circ — нафталин, разные формы; \square — вода, 1×2 прямоугольные пластины ($l = L/2$); \bullet — вода, 3×1 прямоугольные пластины ($l = L/2$); $+$ — гальванические растворы, разные формы; \times — гальванические растворы, круглые диски ($l = d/4$)

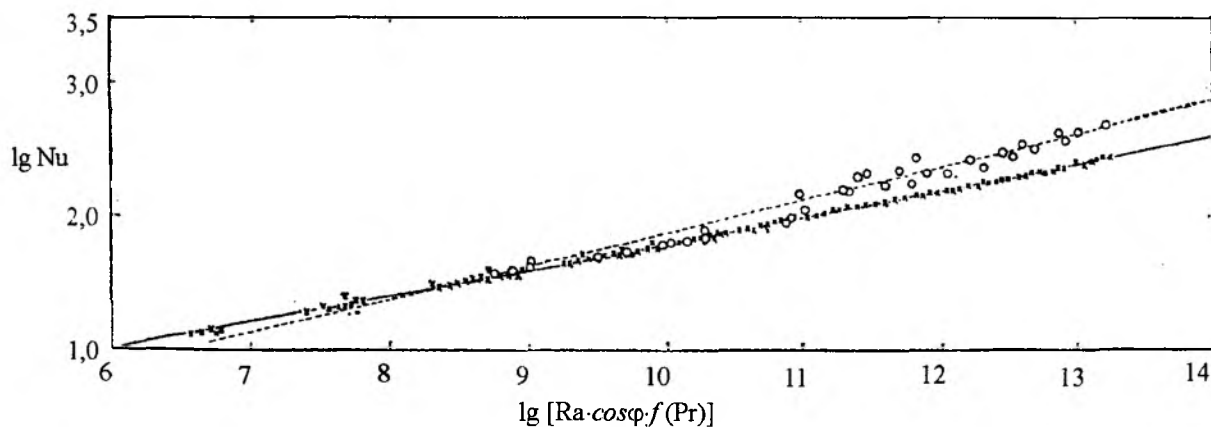


Рис. 4.27. Сравнение результатов, полученных из (4.140) и (4.141), с экспериментальными данными (точки) различных авторов для локальных чисел Нуссельта при свободной конвекции в воде на однородно обогреваемых обращенных вверх наклонных пластинах

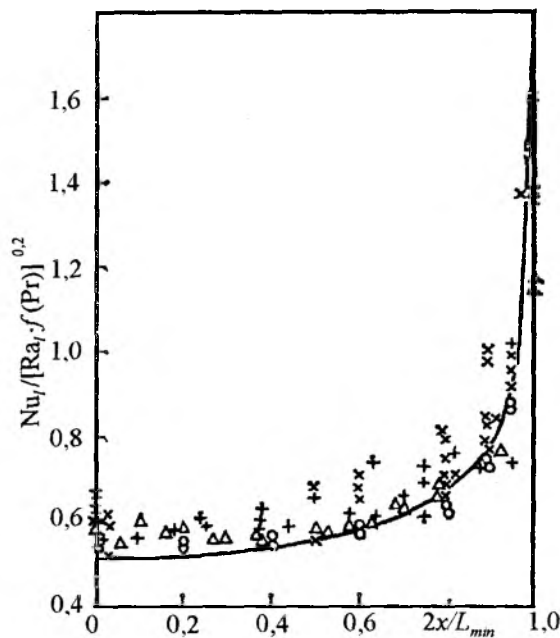


Рис. 4.28. Сравнение результатов теоретического решения¹ с экспериментальными данными (точки) для локальных чисел Нуссельта при ламинарной свободной конвекции на изотермических (обращенных вниз обогреваемой поверхностью) горизонтальных пластинах:
 o — воздух ($l = L/2$); Δ — воздух ($l = L/2$); \times — воздух ($l = L/4$); + — вода ($l = L/2$)

$$Ra > Ra_{кр},$$

$$\text{где } Ra_{кр} = 10^5 \cdot e^{11,5 \cos \varphi}. \quad (4.142)$$

В этом случае для турбулентного течения жидкости и квадратной пластины, обращенной нагретой поверхностью вверх, может использоваться выражение

$$\overline{Nu} = 0,14 Ra^{0,33}, \quad (4.143)$$

где за определяющий размер принимается сторона квадрата, а в качестве определяющей температуры — средняя температура пограничного слоя t_m

$$t_m = 0,5(t_0 + t_\infty).$$

Формула (4.143) справедлива при соблюдении условия $2 \cdot 10^7 < Ra < 3 \cdot 10^{10}$.

При наличии развитой турбулентности ($Pr \geq 1$), когда статистическая неизменность гидродинамической и тепловой остановки процесса свободной конвекции подтверждается экспериментом, который показывает, что коэффициент теплоотдачи неизменен у поверхности теплообмена, можно воспользоваться выражением

$$Nu_m = C \cdot Ra_m^{0,33}, \quad (4.144)$$

где $C = 0,13$.

Формула (4.144) дает удовлетворительные результаты при соблюдении условия $Ra > 2 \cdot 10^7$.

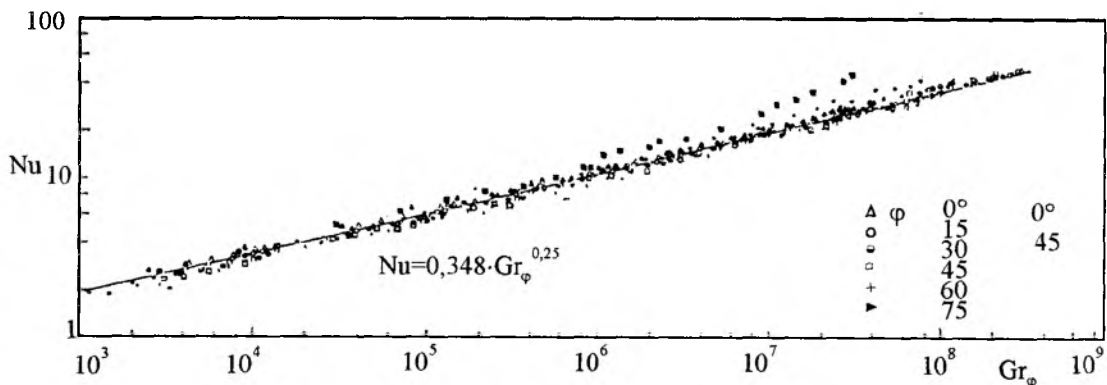


Рис. 4.29. Сравнение расчетных результатов, полученных с коэффициентом 0,059, с экспериментальными данными (точки) для локальных чисел Нуссельта при ламинарной свободной конвекции в воздухе (на обращенных вниз обогреваемой поверхности) наклонных изотермических пластинах различной длины²

¹ Sing S.N., Birkebak R.C. Laminar free convection from a horizontal infinite strip facing downwards, Z. Angew. math. phys., vol. 20, pp. 454–461, 1969.

² Hassan K.E., Nohamed S.A. Natural convection from isothermal flat — surfaces, Int. J. Heat mass transfer, vol. 13, pp. 1873–1886, 1970.

Для области значений $1 \cdot 10^{-3} < Ra < 5 \cdot 10^2$ выражение (4.144) переписывается

$$\overline{Nu} = 1,18 Ra^{0,125}. \quad (4.145)$$

При $Ra < 1 \cdot 10^{-3}$ на теплообмен начинает влиять форма тела:

— для тонких горизонтальных стержней (проволок) $Nu_{min} = 0,45$;

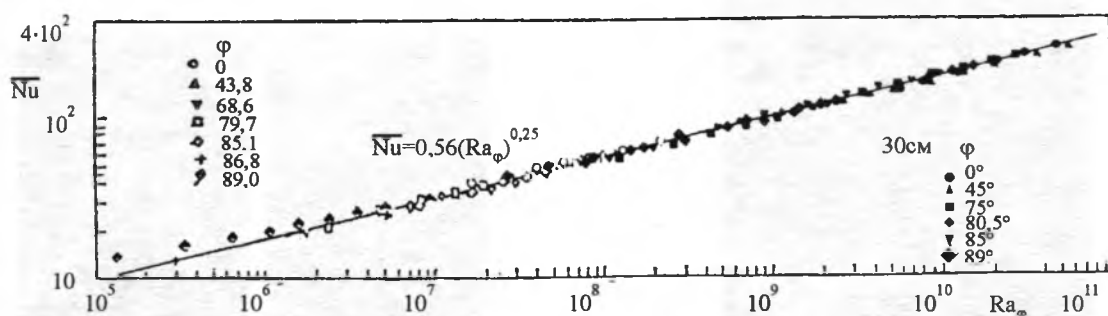


Рис. 4.30. Сравнение расчетных результатов с коэффициентом 0,623 с экспериментальными данными (точки) для средних чисел Нуссельта при ламинарной свободной конвекции в воде у изотермических обращенных вниз нагреваемой поверхностью наклонных пластинах¹

— для сферы — $Nu_{\min} = 2$.

В качестве определяющей используется средняя температура пограничного слоя $t_m = 0,5(t_0 + t_\infty)$.

3. Горизонтально расположенный цилиндр

Р. Германом для горизонтального цилиндра были решены уравнения пограничного слоя, согласующиеся с экспериментальными данными Йодль Бауэра. Опираясь на эти работы, можно сделать заключение: среднее значение коэффициента теплоотдачи для цилиндра диаметром d равняется его среднему значению у вертикальной поверхности пластины высотой $2,5d$ (рис. 4.31).

Характер свободной конвекции у горизонтального цилиндра показан на рис. 4.32а–в, 4.33. При этом нужно заметить (при прочих равных условиях): чем больше диаметр горизонтально расположенного цилиндра, тем вероятнее разрушение ламинарного течения. У труб малого диаметра такая картина не наблюдается, так как разрушение ламинарного течения происходит вдали от поверхности цилиндра.

Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи $\alpha(Nu)$ при свободном ламинарном движении жидкости у горизонтальных цилиндров ($10^3 < Ra < 10^8$) записано выражение (критериальное)

$$Nu_\infty = 0,5Ra_\infty^{0,25} \quad (4.146)$$

Здесь за определяющий размер принят диаметр, а за определяющую температуру — температура жидкости вдали от поверхности теплообмена t_∞ .

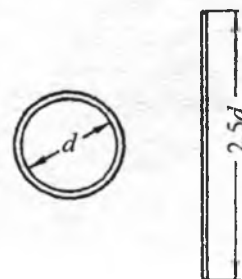


Рис. 4.31. Горизонтальная труба и вертикальная пластина с одинаковым средним коэффициентом теплоотдачи при свободной конвекции

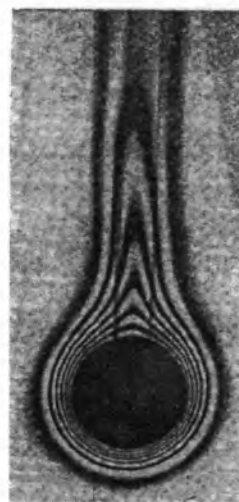


Рис. 4.32а. Изотермы у горизонтального цилиндра при свободной конвекции (интерференционная фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена)

Сопоставление расчетных результатов, полученных с использованием (4.146), с данными натурального эксперимента дает положительный результат.

¹ Sparrow E.M., Trow F.K. and Kurtl E.K. jr., Stability of laminar free convection flow on vertical plate, Phys fluids, vol. 8, pp. 1559...1561, 1965.

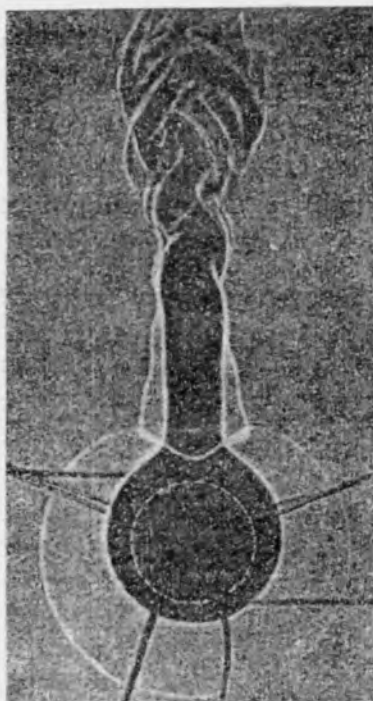


Рис. 4.326. Теневая фотография нагретой поверхности горизонтального цилиндра диаметром 50 мм при свободной конвекции воздуха (по Э. Шмидту)

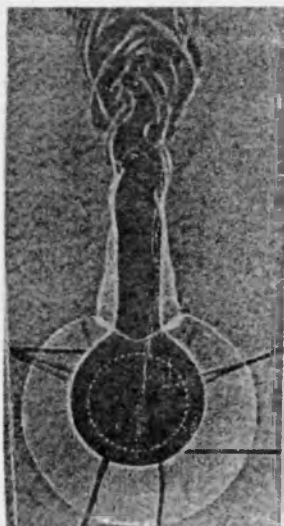


Рис. 4.32в. К определению толщины пограничного слоя и коэффициента теплоотдачи вокруг горизонтальной трубы при свободной конвекции по фотографии, выполненной с использованием неоднородности оптической среды (по Э. Шмидту)

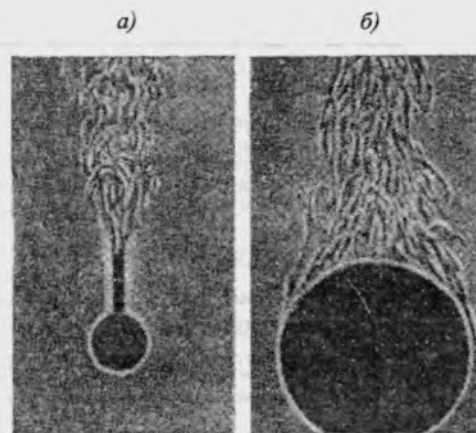


Рис. 4.33. Развитие свободного потока воздуха у нагретой горизонтальной трубы (по Э. Эккерту): а — $d = 25$; б — $d = 250$ мм

При очень малых значениях $Ra_m < 1$ имеет место **пленочный режим движения** в пограничном слое, который описывается $Nu_m = 5$ и $\alpha = \frac{0,5\lambda}{d}$. Как видим, теплообмен в таком режиме

осуществляется теплопроводностью, теплофизические характеристики выбираются по температуре $t_m = 0,5(t_0 + t_\infty)$. Пленочный режим отличается большой неустойчивостью, и уже при $Ra_m > 10^{-3}$ в жидкости появляются конвективные токи, число Нуссельта при переходном режиме течения жидкости описывается уравнением М.А. Михеева

$$Nu_0 = 1,18Ra_0^{0,125}, \quad (4.147)$$

где Nu_0 и Ra_0 — числа подобия, полученные при условии, что в качестве определяющей принята температура поверхности t_0 .

Для области $1000 < Ra < 10^9$ Макадамсом предлагается

$$Nu_0 = 0,53Ra_0^{0,25}. \quad (4.148)$$

Расчет теплоотдачи в случае горизонтального цилиндра ($10^3 < Ra_\infty < 10^8$) может выполняться также в соответствии с уравнением

$$Nu_\infty = 0,5(Ra_\infty)^{0,25} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (4.149)$$

Применительно к воздуху (4.149) упрощается

$$Nu_\infty = 0,46Gr_\infty^{0,25}. \quad (4.150)$$

В (4.149) и (4.150) в качестве определяющего размера используется диаметр цилиндра, а в качестве определяющей температуры (при выборе теплофизических характеристик жидкости) — температура вне пограничного слоя t_∞ .

Это же уравнение (4.149), но для области значений $Ra_d > 10^5$ имеет вид

$$\overline{Nu}_d = 0,41(Ra_d)^{0,25}. \quad (4.151)$$

Для горизонтальной трубы при $Ra_\infty = 10^{-3} \dots 10^3$

$$\overline{Nu}_\infty = 1,18(Ra_\infty)^{0,25} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \quad (4.152)$$

и при $Ra_\infty = 10^3 \dots 10^8$ расчетное соотношение выглядит так:

$$\overline{Nu}_\infty = 0,5(Ra_\infty)^{0,25} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (4.153)$$

Применительно к воздуху (4.153)

$$\overline{Nu}_\infty = 0,46Gr_\infty^{0,25}. \quad (4.154)$$

В (4.152)...(4.154) в качестве определяющего размера используется диаметр цилиндра, а за определяющую температуру принимается температура окружающей среды (жидкости) t_∞ , или в отдельных случаях

$$t_m = 0,5(t_0 + t_\infty). \quad (4.155)$$

Наряду с формулой (4.152) для области $Ra = 10^{-3} \dots 10^3$ рекомендуется выражение

$$Nu_m = 1,18(Ra_m)^{0,125} \quad (4.156)$$

и при $Ra = 10^3 \dots 10^8$

$$Nu_m = 0,5(Ra_m)^{0,25}. \quad (4.157)$$

В (4.156) и (4.157) в качестве определяющей температуры используется $t_m = 0,5(t_0 + t_x)$.

Решение, полученное Германом для длинного горизонтального цилиндра и ламинарного движения жидкости ($Pr = 0,7$), приведено ниже:

$$Nu_x = 0,604 \cdot f(\varphi) \cdot Gr_x^{0,25} \left(\frac{x}{d} \right)^{0,25}, \quad (4.158)$$

где x — криволинейная координата, отсчитываемая от передней критической точки у поверхности цилиндра; d — диаметр цилиндра; $Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda}$;

$Gr_x = \frac{g\beta x^3 (t_0 - t_\infty)}{\nu^2}$; α_x — локальное значение коэффициента теплоотдачи; $f(\varphi)$ — функция, зависящая от угла φ , отсчитываемого от передней критической точки. Значения функции $f(\varphi)$ приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Значения функции $f(\varphi)$

φ , град	0	30	60	90	120	150	165	180
Значение, $f(\varphi)$	0,760	0,752	0,718	0,664	0,581	0,458	0,360	0

Анализ влияния числа Pr на теплообмен у горизонтального цилиндра может быть выполнен в соответствии с выражением

$$\frac{Nu_x}{Gr_x^{0,25}} = \frac{2,21^{0,25}}{1,143 + Pr} \cdot Pr^{0,5}. \quad (4.159)$$

Используя (4.158), может быть получена формула для расчета среднего по поверхности числа Нуссельта

$$\overline{Nu}_d = 0,372(Gr_d)^{0,25}. \quad (4.160)$$

Как видим, при одинаковых числах Gr и $l = d$ средний коэффициент теплоотдачи у поверхности вертикального цилиндра в 1,29 раза выше в сравнении с цилиндром горизонтальным. При расчете среднего значения α (коэффициента теплоотдачи) у поверхности горизонтального цилиндра при различных числах критерия Ra могут быть использованы данные табл. 4.4.

Таблица 4.4

Значение \overline{Nu}_d в зависимости от числа Ra

Ra	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2
\overline{Nu}_d	0,50	0,616	0,785	1,03	1,42	2,04
Ra	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
\overline{Nu}_d	3,10	4,92	8,14	13,8	23,9	41,8

Как видим, табл. 4.4 составлена для очень широкого диапазона значений числа Ra ($10^{-3} < Ra < 10^8$), что позволяет, минуя расчетные формулы (4.146)...(4.156) и (4.159) и обращаясь к данным этой таблицы, произвести выбор среднего по поверхности числа \overline{Nu}_d (индекс d при числе \overline{Nu} свидетельствует, что в качестве определяющего размера цилиндра принят его наружный диаметр). При этом нужно заметить, что данные табл. 4.4 ($Ra > 10^5$ и $Pr \approx 0,74$) совпадают с результатами эксперимента с точностью до 2% (в качестве определяющей выбиралась температура $t_m = 0,5(t_0 + t_x)$).

Имеются также приближенные критериальные зависимости ($Nu_m = C(Ra_m)^n$), позволяющие обобщить экспериментальные данные по естественной конвекции для тел простейшей формы (рис. 4.34).

Известны комбинации асимптотических решений, полученных с помощью теории тонких пограничных слоев (Scholz F. для $Pr \rightarrow \infty$ и Saville D.A., Churchill S.W. для $Pr \rightarrow \infty$), в виде корреляционного уравнения при постоянной температуре стенки ($t_0 = \text{const}$):

$$\overline{Nu} = \frac{0,518Ra^{0,25}}{\left[\frac{1+0,559}{Pr^{0,562}} \right]^{0,444}} \quad (4.161)$$

В работах Langmuir I. предложено выражение, учитывающее влияние кривизны пограничного слоя у поверхности цилиндра на среднее значение критерия Нуссельта:

$$\overline{Nu} = 2 \ln \left(1 + \frac{2}{Nu_\infty} \right) \quad (4.162)$$

Уравнение (4.162) можно рассматривать совместно с (4.161), чтобы получить единое расчетное соотношение для всей области ламинарного течения жидкости. В итоге будем иметь

$$\overline{Nu} = \frac{6}{\ln \left[\frac{49,8(Pr+9,4)^{0,5}}{Nu \cdot Pr \cdot Ra} \right]} \quad (4.163)$$

Соотношения (4.161)...(4.163) сравниваются с экспериментальными данными ряда ученых. Результаты сравнения указывают на хорошую сходимость результатов расчета по (4.161)...(4.163) и эксперимента.

Применительно к воздуху или любому двухатомному газу теплоотдача от горизонтального цилиндра может быть рассчитана:

— при $Ra_\infty = 10^{-3} \dots 10^3$

$$Nu_\infty = 0,18Ra_\infty^{0,25} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}; \quad (4.164)$$

— при $Ra_\infty = 10^3 \dots 10^8$

$$Nu_\infty = 0,5Ra_\infty^{0,25} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \quad (4.165)$$

В (4.164) и (4.165) в качестве определяющего размера берется наружный диаметр трубы, а в качестве определяющей температуры — t_∞ .

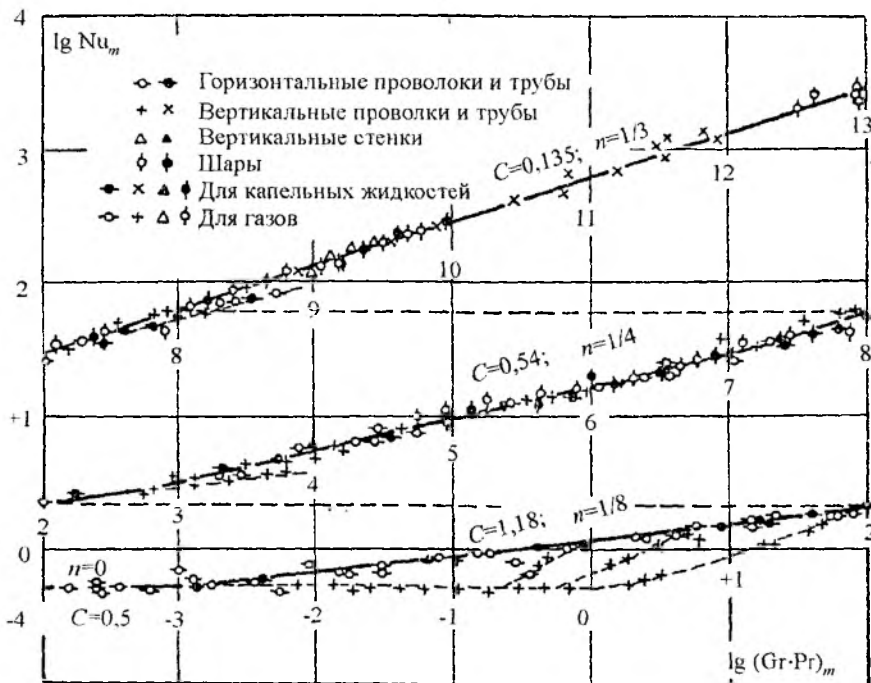


Рис. 4.34. Обобщение опытных данных по свободной конвекции с газообразными и капельными жидкостями для тел различной формы (обобщение выполнено М.А. Михеевым с использованием уравнения (4.160))¹

¹ Михеев М.А. Основы теплопередачи. — М.—Л.: Государственное энергетическое издательство, 1956.

4.3. Теплообмен при естественной конвекции в ограниченном объеме

4.3.1. Теплообмен при естественной конвекции в вертикальном ограниченном пространстве (объеме), образованном плоскими поверхностями

Рассмотрим прямоугольную полость с меньшей стороной H_1 и большей — H_2 . Если $H_1 > H_2 > 1$, то в прямоугольной полости будет наблюдаться движение жидкости в ламинарном режиме, представляющее собой вращающиеся элементы с квадратным поперечным сечением и горизонтальными осями, параллельными меньшей стороне полости. Эти вращающиеся ячейки увеличивают интенсивность движения, но сохраняют форму до начала турбулентного движения ($Ra \approx 10^6$). Обнаружено, все траектории частиц при ламинарном режиме являются спиралями и заключены в одной или другой половине вращающегося элемента.

Наблюдение температурного поля с использованием интерферометра Маха — Цендера раскрывает конфигурацию течения (рис. 4.35).

1. Характер течений при естественной конвекции в ограниченном пространстве

В ограниченном пространстве толщина пограничного слоя **соизмерима** с размерами ограниченного пространства. Если в неограниченном пространстве на перенос теплоты **слабо влияет форма обтекаемого жидкостью тела**, то в ограниченном пространстве процесс формирования полей скоростей и температур **существенно** определяется формой обтекаемой поверхности.

Процессы конвективного теплообмена в ограниченном пространстве широкое распространение получили в теплоизоляционных строительных конструкциях зданий, нагревательных печах, емкостях с жидкими и газообразными средами, радиоэлектронных устройствах, пористых средах, криогенной технике и др.

Особый интерес на практике представляют случаи переноса теплоты через горизонтальные, вертикальные и наклонные плоские и цилиндрические контуры, кольцевые и сферические полости, заполненные газом или капельной жидкостью.

При этом в вертикальном слое жидкости, ограниченном поверхностями, имеющими разную температуру, возникает неустойчивое расслоение плотности, что приводит к нарушению гидростатического равновесия, и возникает конвективное

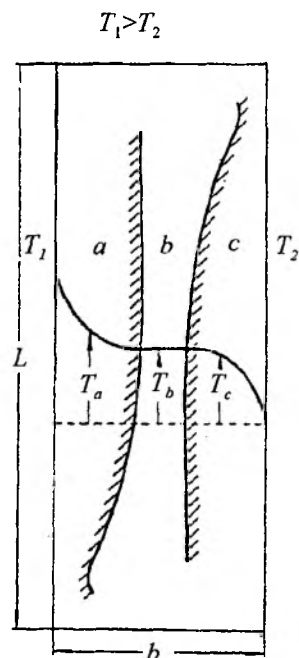


Рис. 4.35. Схема развития пограничного слоя и профиля температуры для свободной конвекции через вертикальный слой жидкости между горячей и холодной стенками

движение жидкости. Конвективное движение возникает при соблюдении условия

$$Ra \neq 0.$$

В вертикальных слоях возникает циркуляционное течение с восходящим потоком вдоль вертикальной поверхности, имеющей более высокую температуру, и нисходящим у поверхности с более низкой температурой. При отношении высоты вертикального слоя h к его толщине, равному 10, в диапазоне $0 < Gr < 2,8 \cdot 10^3$ теплообмен полностью определяется теплопроводностью жидкости, заполняющей полость, несмотря на то, что скорость жидкости в ней отлична от нуля ($w \neq 0$). При $2,8 \cdot 10^3 < Gr < 2,5 \cdot 10^4$ наблюдается некоторый промежуточный режим течения, предшествующий появлению температурных пограничных слоев на вертикальных поверхностях, имеющих постоянные, но различные температуры. В диапазоне значений Грасгофа $2,5 \cdot 10^4 < Gr < 3,2 \cdot 10^5$ в полости появляется **режим развитой ламинарной конвекции** (режим пограничного слоя).

Далее уже при $3,2 \cdot 10^5 < Gr < 10^6$ в слое жидкости наблюдаются вторичные течения в виде отдельных крупных вихрей, накладывающихся на циркуляционные потоки. Затем при $10^6 < Gr < 10^7$ происходит образование вихревых потоков и пе-

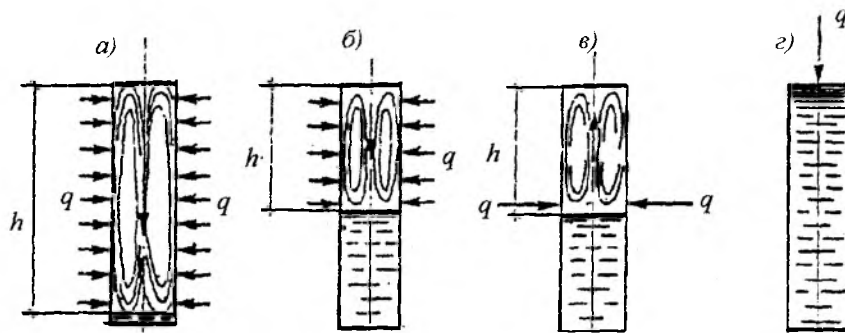


Рис. 4.36. Конвективные потоки при распространении теплоты в среде, находящейся в замкнутой вертикальной полости: а — при равномерном боковом нагреве; б — при равномерном частичном боковом нагреве; в — при сосредоточенном боковом нагреве; г — при верхнем нагреве (конвективный поток отсутствует)

стационарных пульсаций. Развитое турбулентное течение имеет место при $Gr > 10^7$.

Нужно помнить, что границы перечисленных режимов зависят от числа Gr и геометрических размеров пространства (ограниченного), где наблюдается течение капельной либо газообразной жидкости.

Характер естественной конвекции в ограниченном пространстве хорошо проиллюстрирован на рис. 4.36 и 4.37, где наглядно видна зависимость конвекции от формы и объема, взаимного расположения теплоотдающей и тепловоспринимающей поверхностей. Если замкнутый объем имеет форму вертикальной щели, то течение жидкости определяется шириной щели δ . При условии, что δ достаточна велика (рис. 4.37а), восходящий и нисходящий потоки жидкости не

пересекаются и повторяют движение у вертикальной пластины при наличии неограниченного объема. На рис. 4.37б видно, что в случае малой величины картина течения резко меняется. Высота контуров h_1 , h_2 и h_3 зависит от ширины вертикальной щели δ , а также сорта жидкости и температур t_{01} и t_{02} .

Ламинарная циркуляция в кольцевой полости (рис. 4.38) между concentрическими вертикальными стенками (обогреваемыми снизу) может быть представлена вращающимися ячейками с радиально направленными осями. При этом число ячеек равно средней длине окружности, деленной на глубину. Траекториями частиц жидкости явля-

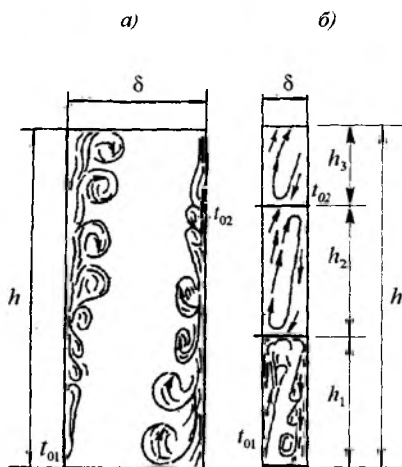


Рис. 4.37. Картина свободного движения жидкости в вертикальном ограниченном объеме

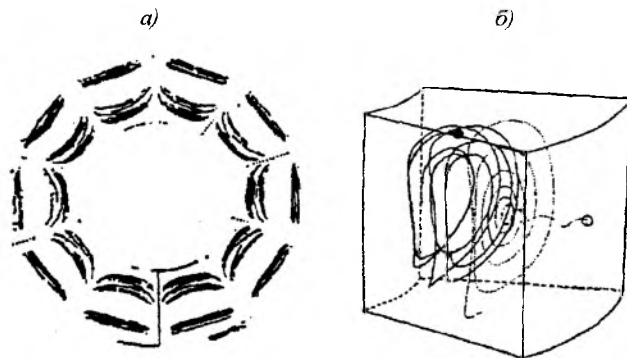


Рис. 4.38. Вид сверху расчетных линий движения для вертикальной кольцевой полости, обогреваемой снизу, $\frac{r_1}{d} = 1$; $\frac{r_2}{d} = 2$; $Ra = 6000$ и $Pr = 10^1$ (а) и общий вид расчетных линий движения для вертикальной кольцевой полости, обогреваемой сверху, с $\frac{r_1}{d} = 1$; $\frac{r_2}{d} = 2$; $Ra = 6000$ и $Pr = 10^1$ (б)

¹ Справочник по теплообменным аппаратам. Т. 1. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

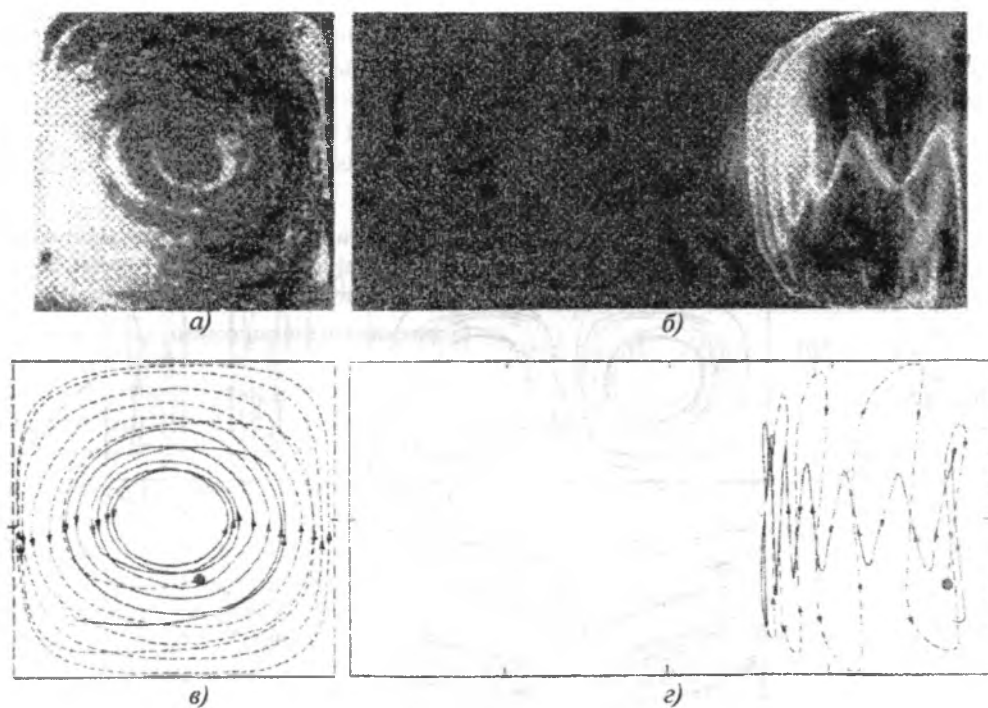


Рис. 4.39. Экспериментальные траектории частиц (а – вид спереди; б – вид сбоку), $Ra = 14\,400$ и $Pr = 4300$ и расчетные линии движения для прямоугольной полости, обогреваемой снизу (в – вид спереди; г – вид сбоку), $Ra = 4000$; $Pr = 10^1$

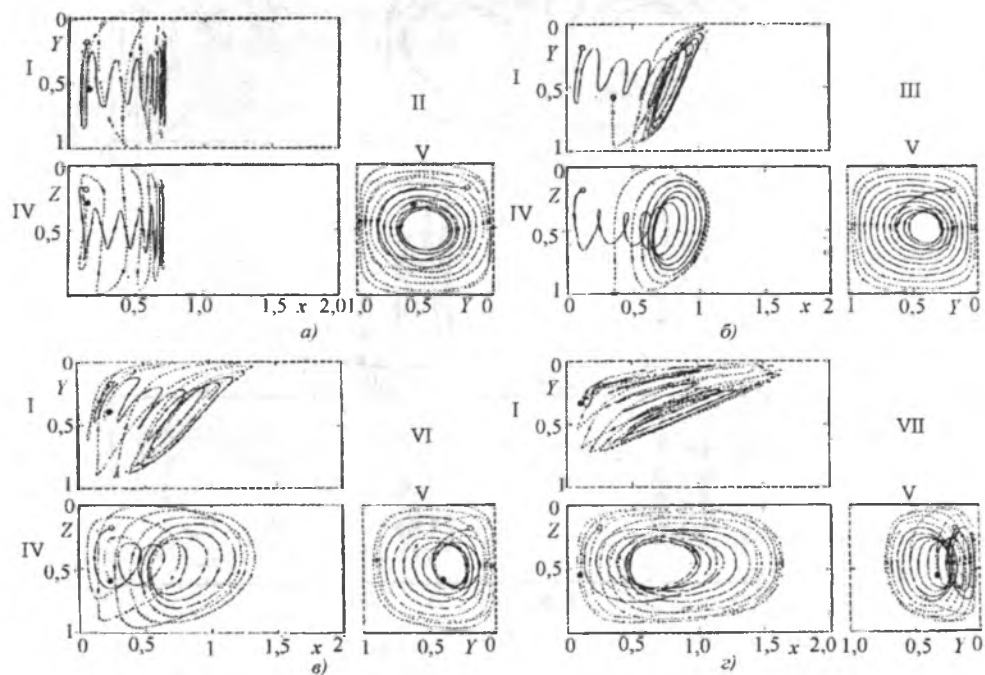


Рис. 4.40. Расчетные линии движения для 1×2 прямоугольного наклонного по отношению к длинной (бесконечной) стороне канала, обогреваемого снизу, $Ra = 4000$, $Pr = 10$. Границы, выполненные штриховой линией, – плоскости симметрии¹; I – вид сверху; II – горизонтальный; III – наклон 3° ; IV – вид сзади; V – вид сбоку; VI – наклон 5° ; VII – наклон 7°

¹ Справочник по теплообменным аппаратам. Т. 1. – М.: Энергоатомиздат, 1987.

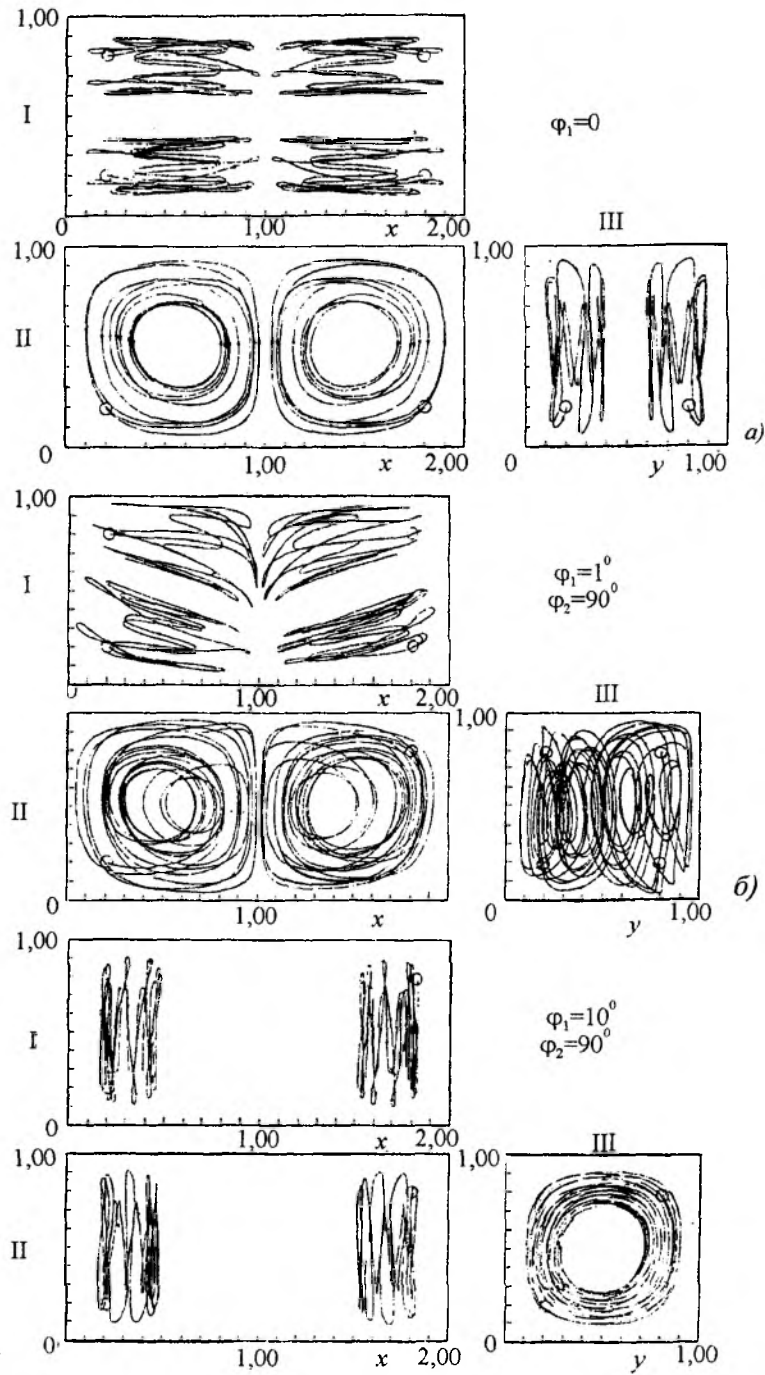


Рис. 4.41. Расчетные линии движения для $1 \times 1 \times 2$ прямоугольной полости, обогреваемой снизу и наклонной по отношению к длинной горизонтальной стороне¹, $Ra = 4000$, $Pr = 10$; I — вид сверху; II — вид сбоку; III — вид сзади

¹Справочник по теплообменным аппаратам. Т. 1. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

ются наклонные двойные спирали (рис. 4.38б), примыкающие к одной половине вращающейся ячейки.

Картинки тепловой естественной конвекции (аналогичные рис. 4.38) приведены на рис. 4.39...4.41.

2. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена у вертикальной плоской стенки (естественная конвекция в вертикальной щели с отношением сторон $\frac{h}{\delta}$)

Нами было отмечено, что в вертикальном слое газа или жидкости, ограниченном плоскими стенками с различными температурами ($t_{01} \neq t_{02}$), возникает неустойчивое расслоение плотности и гидростатическое равновесие нарушается. Происходит движение жидкости (рис. 4.36 и 4.37). Также нам уже известно, что конвективное движение жидкости у нагретой поверхности возможно при числах Рэлея (Ra), отличных от нуля ($Ra > 0$), и с увеличением числа Ra движение жидкости интенсифицируется.

У вертикальных стенок (в вертикальных слоях) наблюдается течение с восходящим потоком у стенок с более высокой температурой и нисходящим — вдоль стенок с низкой температурой. При естественной конвекции в вертикальном слое с отношением его высоты h к толщине слоя жидкости δ (рис. 4.37), равным 10 и $0 < Gr < 2,8 \cdot 10^3$, наблюдается режим псевдотеплопроводности, при котором интенсивность переноса теплоты остается на уровне теплопроводности, несмотря на то, что скорость жидкости (в поле течения) отлична от нуля. Однако уже при $2,8 \cdot 10^3 < Gr < 2,5 \cdot 10^4$ возникает режим развитой ламинарной конвекции, который называют **режимом пограничного слоя**. И, как было отмечено ранее, в области значений $3,2 \cdot 10^5 < Gr < 10^6$ в слое появляются вторичные течения в виде отдельных крупных вихрей, взаимодействующих с основным конвективным потоком. Наконец, при $10^6 < Gr < 10^7$ появляются течения, предшествующие переходу к турбулентному режиму: образование мелких вихрей и нестационарных пульсаций. Развитое турбулентное течение наступает при $Gr > 10^7$. **Еще раз напоминаем, границы указанных здесь режимов полностью определяются числом Pr, геометрическими размерами и конфигурацией контуров.**

В итоге для расчета конвективного теплообмена (**жидкость — воздух**) в ограниченном объеме,

представленном вертикальными длинными каналами, образованными двумя нагретыми плоскими поверхностями, может быть использована зависимость

$$Nu = 0,119Gr^{0,3}, \quad (4.166)$$

где входящие в числа подобия h и δ — соответственно высота прямоугольной полости и расстояние между нагретыми стенками.

Критериальная зависимость (4.166) справедлива для $10^3 < Gr < 5 \cdot 10^6$ и $2,3 < \frac{h}{\delta} < 47$.

В свою очередь, для **капельных жидкостей**

$$Nu = 0,28Ra^{0,25} \left(\frac{h}{\delta} \right)^{0,25} \quad (4.167)$$

$$(10^3 < Ra < 10^7 \text{ и } 5 < \frac{h}{\delta} < 20).$$

Формула (4.167) — эмпирическая. Опыты, по результатам которых получена (4.167), проводились с водой, спиртом, промышленными маслами, глицерином и другими жидкостями.

В (4.166) и (4.167) физические свойства жидкости следует находить по средней температуре слоя t_m :

$$t_m = \frac{t_0 + t_\infty}{2}.$$

За определяющий размер выбирается расстояние δ между стенками, образующими полость.

В режиме развитой ламинарной конвекции локальные числа Нуссельта существенно изменяются вдоль вертикальных стенок слоя жидкости (жидкость при движении нагревается, охлаждается) при $t_{01}(t_{02}) < t_\infty$. При $t_{01}(t_{02}) > t_\infty$ на большей части вертикального канала число Нуссельта снижается в направлении восходящего потока. Некоторые отклонения в части величины локального значения Nu возможны только на начальном участке вертикального канала, т.е. там, где происходит формирование пограничного слоя.

Согласование данных эксперимента (отмечено точками) и результатов расчета по формулам (4.166) и (4.167) (сплошные линии) показано на рис. 4.42. Оказалось, что наиболее интенсивный перенос теплоты имеет место в полости с отношением $\frac{h}{\delta} \sim 1,5$ (см. рис. 4.42, а также (4.166) и (4.167)) при $10^4 < Ra < 5 \cdot 10^4$.

Для турбулентного режима течения в вертикальном ограниченном пространстве также справедливо критериальное уравнение

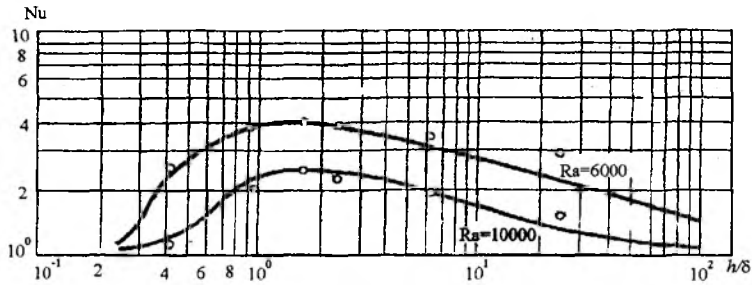


Рис. 4.42. Зависимость конвективной теплоотдачи от отношения сторон прямоугольной полости $\frac{h}{\delta}$: — теория; о — эксперимент

$$\overline{Nu} = 0,064 Ra^{1/3}. \quad (4.168)$$

Соотношение (4.168) получено для условий, когда на одной из вертикальных стенок соблюдается условие $q_0 = \text{const}$, а на другой — $t_{01(t_{02})} = \text{const}$, а также когда $10^6 < Ra < 10^9$, $1 < Pr < 20$ и $1 < \frac{h}{\delta} < 40$.

Число Ra (Рэля) получено в (4.168) при средней разности температур $0,5(t_{01} + t_{02})$. За характерный размер пужно принимать величину δ .

3. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена в вертикальных прямоугольных полостях и прослойках

Естественная тепловая конвекция в прямоугольной полости высотой h и с расстоянием между вертикальными стенками δ при различных условиях изменения потока теплоты q_0 и температуры $t_{01}(t_{02})$ на поверхности зависит в первую очередь от отношения $\frac{h}{\delta}$.

Рассмотрим случай теплообмена, когда температуры на поверхностях постоянны:

$$t_{01}(y=0) = \text{const} \text{ и } t_{02}(y=\delta) = \text{const},$$

а относительная максимальная температура жидкости θ_{max} изменяется по линейному закону

$$\theta_{\text{max}} = \frac{t_{\text{max}} - t_{0(y=\delta)}}{t_{0(y=0)} - t_{0(y=\delta)}} = 0,2 + 0,6 \frac{x}{h}.$$

При этом локальное значение теплоотдачи на более нагретой поверхности, образующей полость, будет

$$Nu_x = 0,256 \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-0,1} \cdot Ra_{\delta}^{0,3} \left(0,8 - 0,6 \frac{x}{h}\right) \cdot \left(\frac{x}{h}\right)^{-0,1}, \quad (4.169)$$

где $Pr = 0,71$; $Ra_{\delta} = 1,94 \cdot 10^3 \dots 2,3 \cdot 10^5$; $\frac{h}{\delta} = 1,25 \dots 20$.

Для $\frac{h}{\delta} < 1$ и $Ra_h < 10^9$ имеем

$$\overline{Nu} \frac{\delta}{h} = 1 +$$

$$\left\{ \left[\frac{\left(Ra_h \frac{h}{\delta} \right)^2}{362880} \right]^{-0,368} + \left(0,623 Ra_h^{1,5} \frac{\delta}{h} \right)^{-0,368} \right\}^{-2,713}. \quad (4.170)$$

Расчетные зависимости для случаев, когда $\frac{h}{\delta} < 1$, в окончательном виде могут быть представлены:

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 0,03 \dots 0,2; Pr = 1 \dots 10^3; Ra_h = 10^2 \dots 10^5$$

$$\overline{Nu} = 0,28 Pr^{0,024} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{1,75} \cdot Ra_h^{0,5}; \quad (4.171)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 0,03 \dots 0,2; Pr = 1 \dots 10^3; Ra_h = 10^5 \dots 10^6$$

$$\overline{Nu} = 0,851 Pr^{0,024} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{1,02} \cdot Ra_h^{0,25}; \quad (4.172)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 0,2 \dots 1; Pr = 1 \dots 10^3; Ra_h = 10^3 \dots 10^6$$

$$\overline{Nu} = 0,223 Pr^{0,024} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{1,19} \cdot Ra_h^{0,25}. \quad (4.173)$$

Уравнения (4.171)...(4.173) записаны для средних значений числа Нуссельта (\overline{Nu}).

При условии, что $\frac{h}{\delta} < 1$, имеем среднее значение коэффициента теплоотдачи $\overline{\alpha} (\overline{Nu})$:

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 1 \dots 100; Pr = 0,1 \dots 10; Ra_h = 5 \cdot 10^3$$

$$\overline{Nu} = 1 + Ra_h^2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0,8}{\left(\frac{h}{\delta}\right)^2 + 21 \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-3}} + Ra_h^2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10}{\left(\frac{h}{\delta}\right)^2 + 2^{10} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-1}}; \quad (4.174)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 5..47,5; \text{Pr} = 3..4 \cdot 10^4; \text{Ra}_h = 10^7 .. 4 \cdot 10^9$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,33 \text{Pr}^{0,27} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-0,06} \cdot \text{Ra}_h^{0,25}; \quad (4.175)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 5..47,5; \text{Pr} = 1..200; \text{Ra}_h = 4 \cdot 10^9 .. 4 \cdot 10^{12}$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,084 \text{Pr}^{0,051} \cdot \text{Ra}_h^{0,3}; \quad (4.176)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 5..47,5; \text{Pr} = 1..4; \text{Ra}_h > 4 \cdot 10^{12}$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,039 \text{Ra}_h^{0,33}. \quad (4.177)$$

Локальные значения коэффициента теплоотдачи α_x в вертикальной прослойке, заполненной жидким металлом, при условии $q_{01} = q_{02} = \text{const}$ и $\frac{h}{\delta} = 2..19; \text{Pr} = 0,023; \bar{t} = 0,7t_0 + 0,3t_\infty$ рассчитываются в соответствии с выражением

$$\text{Nu}_x \frac{\delta}{h} = 0,256 \left[\text{Gr}_x^* \left(\frac{\delta}{h}\right)^5 \right]^{0,165}, \quad (4.178)$$

где Gr_x^* — модифицированное число Gr ,
 $\text{Gr}_x^* = \text{Gr}_x^{1,25}$.

Также имеем:

$$\bullet \text{Gr}_x^* \left(\frac{\delta}{h}\right)^5 = 10^{-2} .. 10^3$$

$$\text{Nu}_x = 0,298 \left[\text{Gr}_x^* \left(\frac{\delta}{h}\right)^5 \right]^{0,141}; \quad (4.179)$$

$$\bullet \text{Gr}_x^* \left(\frac{\delta}{h}\right)^5 = 10^3 .. 10^9$$

$$\text{Nu}_x = 0,268 \left[\text{Gr}_x^* \left(\frac{\delta}{h}\right)^5 \right]^{0,165}. \quad (4.180)$$

При задании потока теплоты на одной из вертикальных поверхностей и температуры на другой расчет теплоотдачи (среднее значение) выполняются:

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 1,5..6; \text{Pr} = 0,018..30,6;$$

$$\text{Ra}_\delta = 8,12 \cdot 10^4 .. 1,01 \cdot 10^{12}$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,0714 \text{Ra}_\delta^{0,262}; \quad (4.181)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 1..40; \text{Pr} = 1..2 \cdot 10^4; \text{Ra}_\delta = 10^4 .. 10^7$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,42 \text{Pr}^{0,012} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-0,3} \cdot \text{Ra}_\delta^{0,25}; \quad (4.182)$$

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 1..40; \text{Pr} = 1..20; \text{Ra}_\delta = 10^6 .. 10^9$$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,046 \text{Ra}_\delta^{0,33}. \quad (4.183)$$

Среднее значение коэффициента теплоотдачи ($\bar{\alpha}$) в прямоугольной емкости квадратного сечения (в плоскости направления конвективного потока жидкости) при нагревании вертикальных боковых поверхностей ($t_0 < t_\infty$) находится из выражения

$$\overline{\text{Nu}} = 0,2 \text{Ra}_h^{0,29}. \quad (4.184)$$

Выражение (4.184) справедливо для условий:

$$\bullet \frac{h}{\delta} = 1; \text{Pr} < 10^5; \text{Ra}_h = 5 \cdot 10^4 .. 10^{10}.$$

При использовании (4.169)...(4.184) в качестве расчетных формул нужно помнить:

- конвективное движение в жидкости при наличии **вертикального** градиента плотности и бокового подвода теплоты в прямоугольной области имеет ячеистый характер (рис. 4.376). При этом плотность жидкости с течением времени не выравнивается между ячейками, а устанавливается ее скачкообразное изменение (в каждой ячейке устанавливается определенное, отличное от смежных ячеек, значение плотности). Причем в объеме отдельных ячеек вследствие конвективного движения плотности жидкости выравнивается достаточно быстро;

- коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$ между вертикальными стенками, образующими замкнутое пространство, снижается при установке **вертикальных и горизонтальных перегородок**;

- наличие сквозной (не сквозной) щелевой фильтрации ($\frac{h}{\delta} = 4..16; \text{Ra} < 2 \cdot 10^3$) приводит к линейному изменению температуры стенки и локального теплового потока.

4. Вертикальные плоскости с большим отношением сторон ($\frac{h}{\delta} > 1$)

Проанализировано развитие конвекции в капалах между вертикальными стенками при различных, но постоянных их температурах $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ и теплоизолированных торцах полости.

Для $\text{Ra}_\delta < 500 \frac{h}{\delta}$ жидкость движется вверх в полости, примыкающей к более нагретой поверхности, а затем — вниз вдоль поверхности менее нагретой. При этом имеет место параболическое распределение скорости у поверхностей, образующих полость. Интенсивность теплообмена увеличивается линейно с возрастанием Ra_δ по сравнению с чистой теплопроводностью след-

ствии переноса теплоты от одной стенки к другой ($t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$). Расчетная зависимость для случая $\frac{h}{\delta} > 500$ имеет вид

$$\text{Nu}_\delta = 1 + \left[\frac{\text{Ra}_\delta}{720 \left(\frac{\delta}{h} \right)} \right] \quad (4.185)$$

Считая производную от коэффициента теплоотдачи по δ равной 0, можно получить, что минимальное значение числа Нуссельта (Nu_{\min}) имеет место при $\frac{\delta}{h} = \frac{240}{\text{Ra}_\delta} = \left(\frac{240}{\text{Ra}_\delta} \right)^{0,25}$.

По мере роста числа Ra циркуляция в конечном счете переходит к режиму течения в ламинарном пограничном слое вдоль вертикальных стенок или непосредственно к течению в турбулентном слое жидкости. При этом центральное ядро течения всегда остается квазиподвижным с вертикальным градиентом температур.

Для ламинарного пограничного слоя

$$\text{Nu}_h = 0,364 \frac{[\text{Ra}_h \cdot f(\text{Pr})]^{0,25}}{\text{Ra}_h \cdot \frac{h}{\delta}} \quad (4.186)$$

Для турбулентного режима течения предложено соотношение

$$\text{Nu}_h = 0,05 [f(\text{Pr}) \cdot \text{Ra}_h]^{0,33} \quad (4.187)$$

Из (4.187) следует, что при турбулентном режиме течения коэффициент теплоотдачи не зависит от ширины канала.

5. Полости с отношением сторон $\left(\frac{h}{\delta} \cong 1 \right)$

Для асимптотических режимов течения и малых чисел Ra_δ получено

$$\text{Nu}_\delta = 1 + A \cdot \text{Ra}_\delta^2 \cdot \frac{\delta}{h},$$

где A — константа, при $\text{Ra}_\delta < 10^3$ $A = 5 \cdot 10^8$.

6. Полости с малым отношением сторон $\left(\frac{h}{\delta} < 1 \right)$

Для $\frac{h}{\delta} \rightarrow 0$ и малых значений Ra получено

$$\text{Nu}_\delta = 1 + \frac{\text{Ra}_h \cdot \frac{h}{\delta}}{362880} \quad (4.188)$$

Для режима ламинарного пограничного слоя

$$\text{Nu}_h = 0,623 \text{Ra}_h^{0,2} \quad (4.189)$$

Так как в уравнении импульсов опущены инерционные члены, то (4.189) является асимптотическим разложением для $\text{Pr} \rightarrow \infty$.

Тогда

$$\text{Nu}_h = 0,623 [\text{Ra}_h \cdot f(\text{Pr})]^{0,2} \quad (4.190)$$

где $f(\text{Pr})$ определялось нами ранее при рассмотрении течения в неограниченном пространстве.

Комбинация уравнений (4.188) и (4.190) приводит к

$$\text{Nu} = 1 + \left[\left(\frac{\text{Ra}_\delta \cdot \frac{h}{\delta}}{602,4} \right)^{-0,8} + \left(\frac{\text{Ra}_h \cdot f(\text{Pr})}{10,66} \right)^{0,2} \cdot \left(\frac{\delta}{h} \right)^{-0,4} \right]^{-2,5} \quad (4.191)$$

4.3.2. Теплообмен в ограниченном объеме, образованном вертикальной цилиндрической поверхностью

Цилиндрические прослойки образуются цилиндрическими твердыми поверхностями с температурами t_{01} и t_{02} . Теплообмен в прослойке, как и в случае с плоскими поверхностями, зависит от числа Ra и отношения $\frac{h}{\delta}$ (здесь h и δ — соответственно высота прослойки и ее толщина), а также эксцентриситетом кривизны поверхности. В самом общем виде такая зависимость может быть представлена

$$\text{Nu} = f \left(\text{Ra}, \frac{d_1}{d_2} \right).$$

Рассмотрим случаи конвективного теплообмена в вертикальной цилиндрической полости.

1. Конвекция между вертикальными цилиндрами с постоянной температурой

$t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ при условии, что зазор достаточно велик по сравнению с толщинами пограничных слоев (коаксиальные цилиндры)

В такой постановке расчетные формулы устанавливаются в зависимости от диаметра поверхности внутреннего цилиндра d_1 :

• $\frac{h}{d_1} \cdot \text{Ra}_h^{-0,25} < 0,1$ (индекс h при числе подобия означает, что в качестве определяющего размера следует брать высоту h прослойки, а индекс δ — означает, что в качестве определяющего размера использована толщина δ прослойки)

$$\overline{\text{Nu}} = 0,48 \text{Ra}_h \left[6830 \left(\frac{h}{d_2} \right)^4 \cdot \frac{d_1}{h} + \text{Ra}_h^{0,75} \right]^{-1}; \quad (4.192)$$

$$\bullet \frac{h}{d_1} \cdot Ra_h^{-0,25} = 0,1..0,738$$

$$\overline{Nu} = 1,19 Ra_h \left[16900 \left(\frac{h}{d_2} \right)^4 \cdot \frac{d_1}{h} + Ra_h^{0,84} \left(\frac{d_1}{h} \right)^{0,36} \right]^{-1}; \quad (4.193)$$

$$\bullet \frac{h}{d_1} \cdot Ra_h^{-0,25} > 0,738$$

$$\overline{Nu} = 0,845 Ra_h \left[12000 \left(\frac{h}{d_2} \right)^4 \cdot \frac{d_1}{h} + Ra_h^{0,95} \left(\frac{d_1}{h} \right)^{0,8} \right]^{-1}. \quad (4.194)$$

2. Конвекция в узком кольцевом зазоре при $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ и изоляции торцевых поверхностей (коаксиальные цилиндры)

Среднее значение коэффициента теплоотдачи при $\frac{h}{d_2 - d_1} \leq 1$; $\frac{Ra_h \cdot h}{d_2 - d_1} < 1$ может быть рассчитано в соответствии с выражением

$$\overline{Nu} = \frac{h}{d_1} \ln \frac{d_2}{d_1} \times \left[1 + 5,52 \cdot 10^6 (d_2 - d_1) \cdot d_1 \cdot \frac{\left[\frac{Ra_h \cdot h}{d_2 - d_1} \right]^2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} + \left[\frac{h}{d_2 - d_1} \right]^3 \right]. \quad (4.195)$$

3. Для цилиндров (при $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$), расположенных по отношению друг к другу эксцентрично

Имеем:

$$\overline{Nu}_{d_1} = (\overline{Nu}_{d_1} + \overline{Nu}_r^{-1,5})^{0,066}; \quad (4.196)$$

$$\overline{Nu}_{d_1} = \frac{2}{1 + \frac{2}{\overline{Nu}_{d_1}}}; \quad (4.197)$$

$$\ln \frac{\overline{Nu}_{d_1}}{2} = \frac{2}{1 - \frac{2}{\overline{Nu}_{d_1}}}$$

$$\overline{Nu}_r = \frac{2}{\text{arch} \left[\frac{d_2^2 + d_1^2 - 4e^4}{2d_1 \cdot d_2} \right]}, \quad (4.198)$$

где e — эксцентриситет.

Температура жидкости t_∞ может быть рассчитана из уравнения баланса теплоты

$$\frac{t_\infty - t_{02}}{t_{01} - t_\infty} = \frac{\overline{Nu}_{d_1}}{\overline{Nu}_{d_2}}$$

4.3.3. Замкнутые сферические контуры

Для тонкого ламинарного пограничного слоя получены теоретические решения (Churchill S.W., Chiang T. для $Pr = 0,7$; Mori S. для чисел Шервуда $Sc = 1, 100, 500$ и 650 и Raithby C.D., Hollands K.G.T. для $Sc \rightarrow \infty$):

$$\overline{Nu} = 0,770 \frac{(1 - 0,07160^2) Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}}; \quad (4.199)$$

$$\overline{Nu} = \frac{0,589 Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}}. \quad (4.200)$$

В (4.199) диаметр используется в качестве характерного размера, а θ представляет собой угол от верхней неподвижной точки, рад. Коррекция для пограничного слоя конечной толщины на поверхности с конечным радиусом кривизны, предложенная Ленгмюром, заключается в добавлении предельного значения 2,0 для передачи теплоты чистой теплопроводностью в правую часть уравнения (4.200). В итоге для среднего значения числа Нуссельта

$$\overline{Nu} = \frac{2 + 0,589 Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}}. \quad (4.201)$$

Для режимов с турбулентным течением жидкости

$$\overline{Nu} = \frac{2 + 0,589 Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}} \times \left[\frac{1 + 7,44 \cdot 10^{-8} Ra}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}} \right]^{0,083}. \quad (4.202)$$

Результаты многочисленных исследований сопоставлены с результатами расчетов с использованием выражения (4.202), полученными в широкой области параметров. Соответствие такого сопоставления тех и других результатов (рис. 4.43) указывает на их хорошее согласование, хотя данные для больших чисел Pr и Sc (число Шервуда) имеют тенденцию к замедлению перехода к за-

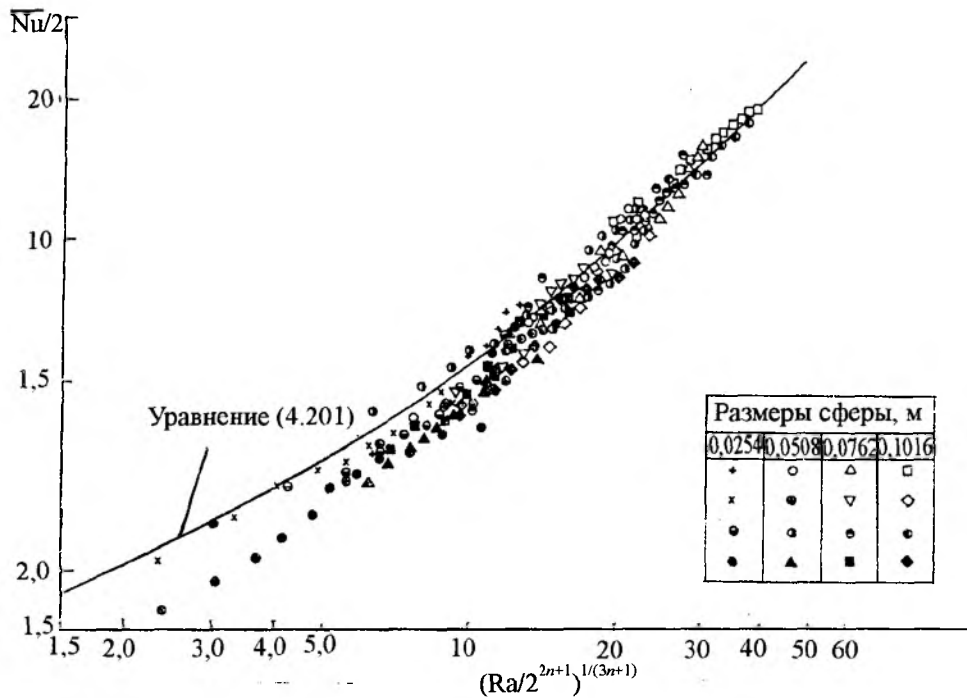


Рис. 4.43. Сравнение результатов, полученных из (4.201), с экспериментальными данными (точки) для средних чисел Нуссельта при ламинарной конвекции в растворах полимеров на изотермических сферах

висимости вида $Ra \left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,444}$ и, следовательно, лучше описываются уравнением (4.201) для всех чисел Ra . Наблюдается удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных (рис 4.44), хотя для малых углов экспериментальные данные лежат чуть ниже расчетных. По мере увеличения чисел Ra паступает отрыв пограничного слоя. За точкой отрыва интенсивность теплообмена увеличивается с возрастанием угла θ . Вклад в теплообмен образовавшегося следа виден из результатов Schutz G., которые свидетельствуют об увеличении теплообмена с возрастанием числа Ra .

Для ползущего течения ($Gr \rightarrow \infty$)

$$Nu = 2 + Gr + Gr^2(0,139 - 0,419Pr + 1,1902Pr^2). \quad (4.203)$$

4.3.4. Теплообмен при естественной конвекции в горизонтальном ограниченном пространстве (объеме)

1. Полости, образованные горизонтальными плоскими стенками (горизонтальная щель)

При потоке теплоты, направленном снизу вверх (рис. 4.45), вначале возникает неустойчивое расслоение плотности жидкости (рис. 4.45a), благода-

ря чему более легкая (нагретая) жидкость оказывается расположенной под более тяжелой (со стороны стенки t_{02}) и холодной. Рэлей установил, что такое нестабильное состояние должно нарушаться при некотором вполне определенном значении Ra_{δ} , выше которого начинается конвективное движение (рис. 4.45б). При этом в качестве определяющего размера для Ra_{δ} используется ширина щели δ (см. рис. 4.45a). Джеффрис и Лоу вычислили граничное значение $Ra_{\delta_{кр}}$ перехода от расслоения жидкости к ее конвективному движению:

— для щели, ограниченной с обеих сторон, $Ra_{\delta_{кр}} \cong 1700$;

— для щели, открытой сверху, $Ra_{\delta_{кр}} \cong 1100$.

Первое из этих значений было подтверждено оптическими наблюдениями Шмидта и Саундерса (для воды).

Характер движения жидкости между горизонтальными пластинами зависит в основном от их расположения и направления потока теплоты. Если нагретая пластина расположена выше холодной (подвод теплоты сверху), то конвекция между ними не наблюдается. При подводе теплоты снизу уже при значениях $Ra_{\delta_{кр}} \geq 1700$ в слое жидкости наблюдается конвекция. При

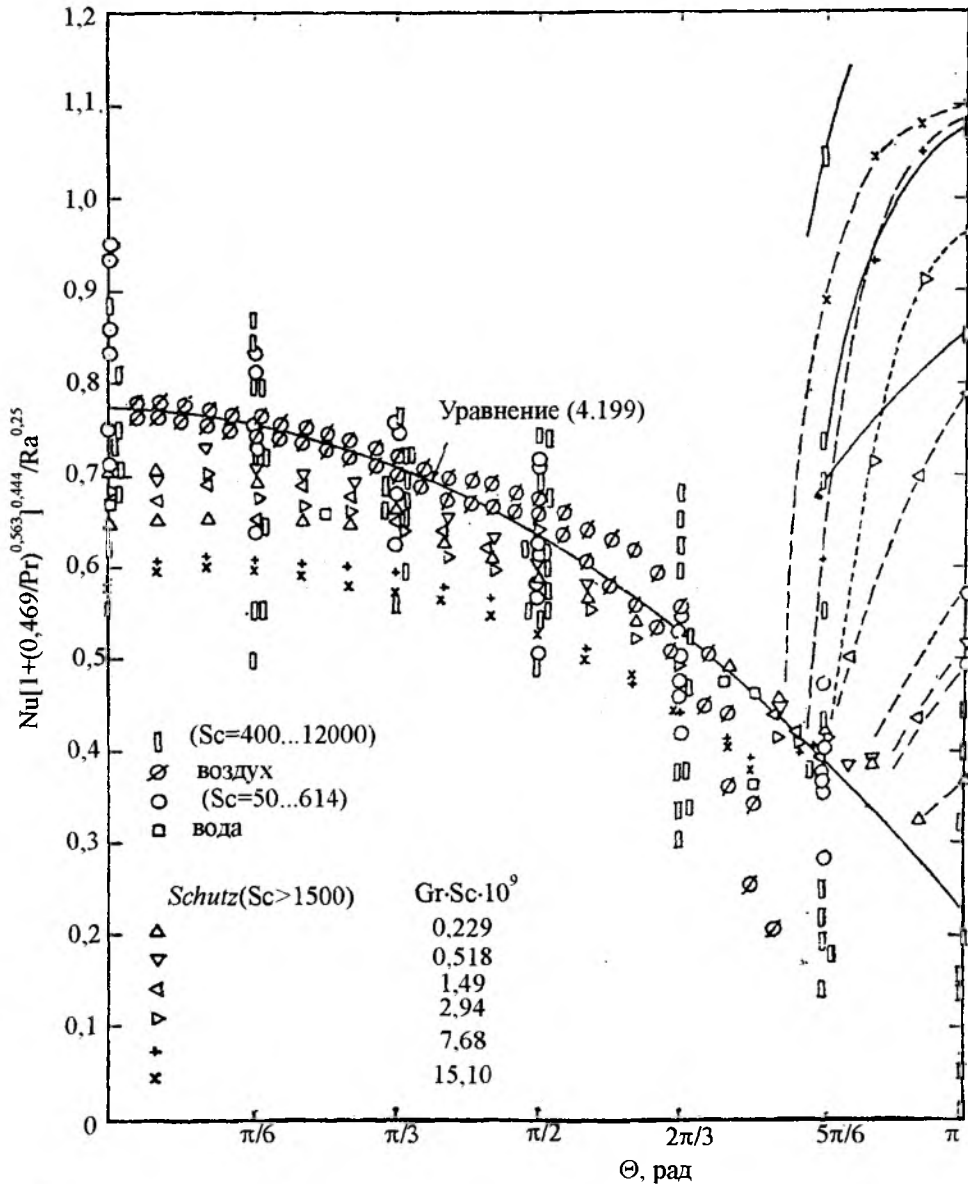


Рис. 4.44. Сравнение результатов, полученных из (4.199), с экспериментальными данными (точки) для локальных чисел Нуссельта и Шервуда при конвекции на изотермических сферах

$Ra_{\text{кр}} > 4700$ режим движения становится турбулентным.

Образец ячеистого потока жидкости в горизонтальных слоях (прослойка, ограниченная горизонтальными пластинами) воздуха представлен на рис. 4.46. Конвективные течения, возникающие после перехода величины Ra_8 граничного значения ($Ra_8 = 1700$ и $Ra_8 = 1100$), образуют в жидкости правильные восходящие и нисходящие ячейки (рис. 4.46).

На рис. 4.47 показано конвективное движение жидкости в ванне, нагреваемой сверху с различной интенсивностью. С учетом влияния вязкости и теплопроводности несжимаемой жидкости показано, что в бесконечном (достаточно длинном) горизонтальном слое жидкости, нагреваемом снизу, конвекция возникает при условии $Ra > Ra_{\text{кр}}$ ($Ra_{\text{кр}} \cong 1700$),

где $Ra_{\text{кр}} = \left[g \frac{\beta \delta^3}{\nu a} (t_{01} - t_{02}) \right]_{\text{кр}}$ — критическое зна-

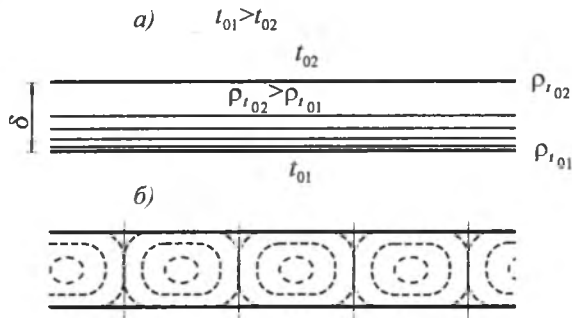


Рис. 4.45. Конвективные токи в жидкости, находящейся в горизонтальной полости (плоской), с нижним подогревом

чение числа Рэля, $Ra_{кр} \cong 1700$; δ — расстояние между нагретыми поверхностями (толщина слоя жидкости); a — коэффициент температуропроводности жидкости.

Однако нужно иметь в виду, что неоднородное распределение плотности жидкости не всегда приводит к конвективному движению, так как конвекция наступает только при условии неустойчивого распределения плотности. Расчетные и экспериментальные исследования показали, что после появления термической неустойчивости в горизонтальных конвективных контурах возника-

ет движение жидкости, характеризующейся ячеистой структурой, в форме ячеек (в плане сот) (рис. 4.46). Рэлей теоретически показал, что шестиугольная (рис. 4.46) ячейка соответствует наиболее устойчивой форме течения жидкости в горизонтальном слое.

При $1700 < Ra < 3 \cdot 10^3$ вследствие низкой скорости течения (конвективное движение жидкости) **называют ползуцим**. В этом диапазоне чисел Ra расчетное критериальное уравнение выглядит так:

$$Nu = 0,0012Ra^{0,9} \quad (4.204)$$

При этом в случае возникновения конвекции капельная жидкость поднимается в центре шестиугольной ячейки и опускается у ее периферии, (рис. 4.226). Для газообразной жидкости течение в ячейках противоположное. Различие течения капельной и газообразной жидкости связано с различным характером зависимости вязкости от температуры для этих жидкостей: вязкость газов увеличивается при повышении температуры, а вязкость капельных жидкостей снижается. Направление же распространения начальных возмущений (при возникновении конвекции) зависит от того, как меняется вязкость в слое.

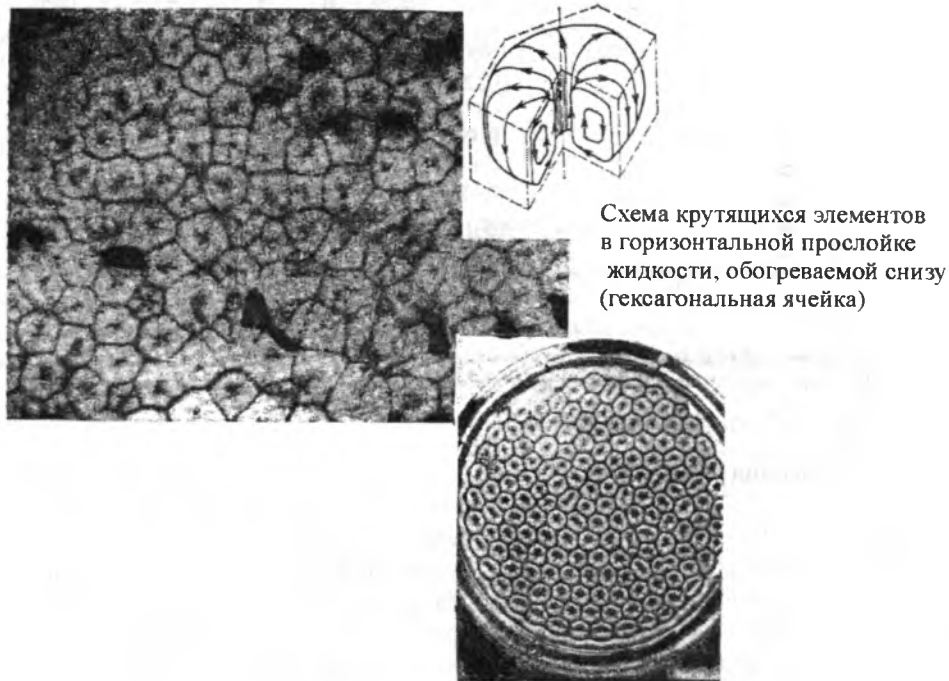


Рис. 4.46. Образец ячеистого потока, вызванного естественной конвекцией в горизонтальных воздушных слоях (согласно С. Зидентопфу и Прандтлю)

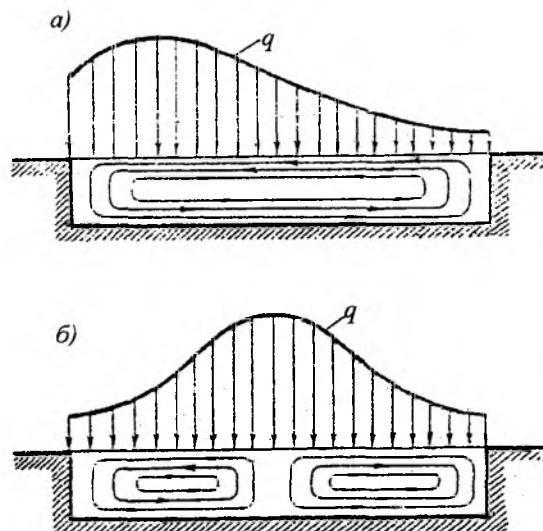


Рис. 4.47. Конвективные потоки жидкости в ванне: а — при несимметричном нагреве сверху; б — при симметричном нагреве сверху

влияние Gr и Pr на развитие течения жидкости проявляется индивидуально.

В (4.205) и (4.206) физические свойства среды отнесены к средней температуре $0,5(t_{01} + t_{02})$. В качестве характерного (определяющего) размера используется толщина прослойки жидкости δ .

В инженерных расчетах переноса теплоты через прослойки и щели вводится понятие **эквивалентного коэффициента теплопроводности** λ_s . При этом среднее число \overline{Nu} для плоского контура равно отношению λ_s к коэффициенту теплопроводности жидкости λ в этом же контуре $\overline{Nu} = \frac{\lambda_s}{\lambda}$ ($\lambda_s = \overline{Nu} \cdot \lambda$). Тогда **число Нуссельта показывает, во сколько раз увеличивает интенсивность переноса теплоты за счет естественной конвекции по сравнению с интенсивностью переноса теплопроводностью**.

По \overline{Nu} может быть определена средняя плотность потока теплоты q , проходящего через прослойку от стенки к стенке:

$$q = \frac{\lambda_s}{\delta(t_{02} - t_{01})} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda}{\delta(t_{02} - t_{01})}. \quad (4.207)$$

В рассматриваемых условиях вследствие вихревой структуры течения в контурах локальные (местные) числа Нуссельта изменяются вдоль границ этих контуров. Локальные числа Нуссельта $Nu_{t_{01}}$ и $Nu_{t_{02}}$ для горизонтальных прослоек устанавливаются соотношениями:

$$Nu_{t_{01}} = \lambda_{t_{01}} \left(\frac{\partial t_{01}}{\partial x} \right)_{t_{01}} \frac{\delta}{\Delta t}; \quad (4.208)$$

$$Nu_{t_{02}} = \lambda_{t_{02}} \left(\frac{\partial t_{02}}{\partial x} \right)_{t_{02}} \frac{\delta}{\Delta t},$$

где индексы t_{01} и t_{02} указывают, что используется температура стенки t_{01} и t_{02} ; $\Delta t = t_{02} - t_{01}$ (при $t_{02} > t_{01}$); λ — коэффициент теплопроводности.

При постоянных физических свойствах жидкости ($\lambda_{01} = \lambda_{02} = \lambda$) в пределах каждой вихревой (конвективной) ячейки локальное число Nu уменьшается по мере роста толщины теплового пограничного слоя.

Записанные выше расчетные соотношения справедливы для оценки величины числа Nu, как уже отмечалось, для длинных горизонтальных слоев жидкости (ограниченное пространство). Для слоев ограниченной протяженности ($\delta < 10L_{\min}$) наличие боковых стенок приводит к увеличению $Ra_{\delta_{\text{пр}}}$ — определяющего условия возникновения конвекции.

Режим развитой ламинарной конвекции имеет место при

$$3 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4.$$

При этом

$$Nu = 0,24 Ra^{0,25}.$$

В этом диапазоне ($3 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4$) чисел Ra при соблюдении изотермических границ может существовать двухмерная структура течения в виде чередующихся длинных валов (рис. 4.22а), оси симметрии которых параллельны стенкам контура. По мере роста числа Рэлея (Ra) отношение периода чередующихся восходящих и нисходящих токов к толщине слоя δ возрастает от 2 до 2,8.

При более высоких числах Ra (это уже отмечалось нами ранее) течение переходит в трехмерное с признаками перехода к турбулентному режиму, и в диапазоне $2,5 \cdot 10^4 < Ra < 3 \cdot 10^4$ справедлива формула

$$Nu = 0,3 Gr^{0,16} \cdot Pr^{0,21}. \quad (4.205)$$

Далее при росте числа Рэлея $Ra > 3 \cdot 10^4$ имеем

$$Nu = 0,1 Gr^{0,31} \cdot Pr^{0,36}. \quad (4.206)$$

В горизонтальных слоях жидкости турбулентное течение наблюдается уже при $Ra > 5 \cdot 10^4$. Переход к турбулентному течению зависит и от числа Pr; в менее вязких средах турбулентность возникает при более низких числах Ra.

Из (4.205) и (4.206) видно, что при $Ra > 5 \cdot 10^4$ число Рэлея не единственный определяющий безразмерный комплекс, так как при больших Ra

2. Полости, образованные горизонтальными стенками и теплоизолированными торцевыми пластинами (слои ограниченной протяженности)

Установлено, что естественная конвекция отсутствует, если температура верхней пластины выше нижней ($t_{02} > t_{01}$). При направленном тепловом потоке снизу ($t_{02} < t_{01}$) конвекция, как и ранее, возникает при $Ra_{\delta_{\text{кв}}} \cong 1700$ и имеет ячеистую структуру. С ростом числа Ra ячеистая структура конвекции разрушается, проходя ряд дискретных промежуточных состояний в интервале $Ra \cong 3 \cdot 10^3 \dots 10^7$, пока конвективное движение не станет полностью турбулентным.

Среднее значение коэффициента α теплоотдачи рассчитывается:

- при $Pr = 0,7 \dots 11700$; $Ra = 1700 \dots 4 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu} = 1 + 1,44 \left(1 - \frac{1700}{Ra} \right); \quad (4.209)$$

- при $Pr = 0,7 \dots 11700$; $Ra = 4 \cdot 10^3 \dots 3 \cdot 10^6$

$$\overline{Nu} = 0,24 Ra^{0,25}; \quad (4.210)$$

- при $Pr = 0,7 \dots 6$; $Ra = 3 \cdot 10^6 \dots 10^{10}$

$$\overline{Nu} = 0,115 Ra^{0,25}. \quad (4.211)$$

3. Прослойки, образованные сферами

Для воздушной прослойки, образованной концентрическими сферами, уравнение для определения числа Nu имеет вид

$$Nu_d = 0,16 Gr_d^{0,276}, \quad (4.212)$$

где d — характерный размер, $d = \frac{d_2 - d_1}{2} = \delta$.

В качестве определяющей температуры в (4.212) используется $t = 0,5(t_{02} + t_{01})$. Выражение (4.212) справедливо при условии $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$.

4. Кольцевые замкнутые контуры (горизонтальные)

У горизонтальных кольцевых контуров, образованных цилиндрическими поверхностями с диаметрами d_1 (внутренняя цилиндрическая поверхность) и d_2 и $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$, характер движения жидкости (рис. 4.48, 4.49) в основном зависит от ориентации нагретой и холодной поверхностей и их геометрических характеристик.

Температурный пограничный слой в кольцевой полости показан на рис. 4.49.

Корреляционное уравнение для расчета коэффициента теплоотдачи в кольцевом горизонтальном замкнутом контуре (рис. 4.48) между концентрическими или эксцентрическими цилиндрами (рис. 4.48z) при $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ имеет вид:

теплообмен совершается конвекцией $(Nu_{d_1})_{\text{conv}}$ и $(Nu_{d_2})_{\text{conv}}$

$$(Nu_{d_1})_{\text{conv}} = 2 / \ln \{ 1 + 2 / \{ (0,518 Ra_{d_1}^{1/4} \times [1 + (0,559 / Pr)^{3/5}]^{-5/12} \}^{15} + (0,1 Ra_{d_1}^{1/3})^{15} \}^{1/15} / 1,2 / \{ \{ [2 / (1 - e^{-0,25})]^{5/3} + (0,587 G \cdot Ra_{d_1}^{1/4})^{5/3} \}^{3/5} \}^{15} + (0,1 Ra_{d_2}^{1/3})^{15} \}^{1/15} \}, \quad (4.213)$$

где $G = \left[\left(1 + \frac{0,6}{Pr^{0,7}} \right)^5 + (0,4 + 2,6 Pr^{0,7})^5 \right]^{1/5}; \quad (4.214)$

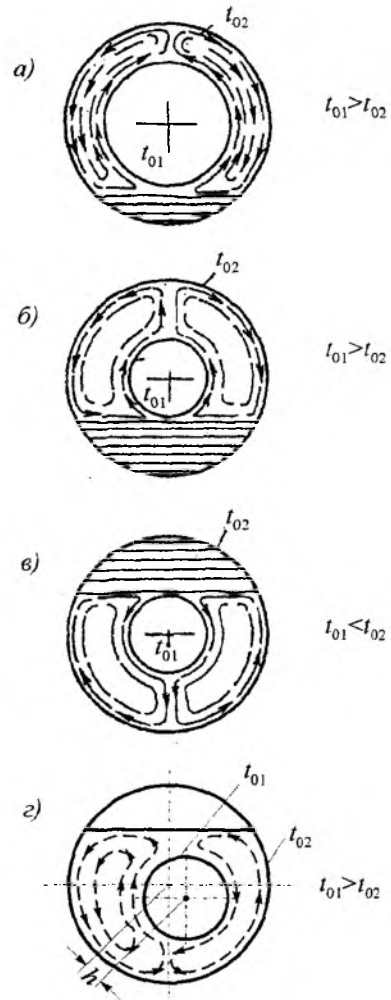


Рис. 4.48. Развитие движения жидкости в зависимости от характера подвода теплоты: а и б — теплота подводится от поверхности, образованной диаметром d_1 (d_1); в — то же, но со стороны поверхности, образованной диаметром d_2 (d_2); г — теплота подводится к жидкости от поверхности с температурой t_{01} ; h — эксцентриситет поверхностей, образованных внешним и внутренним цилиндрами



Рис. 4.49. Общий вид температурного пограничного слоя (интерференционная фотография Э. Эккерта и Э. Зойенгена) в кольцевой полости (случай б, рис. 4.48)

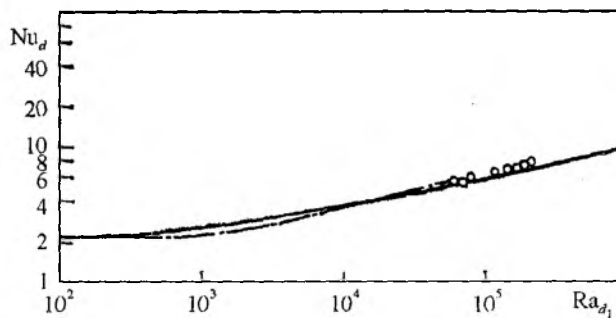


Рис. 4.51. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными для конвекции между эксцентрическими горизонтальными цилиндрами: о — эксперимент, воздух; — — — численные результаты, $Pr = 0,7$; — — — корреляционное уравнение, $Pr = 0,7$

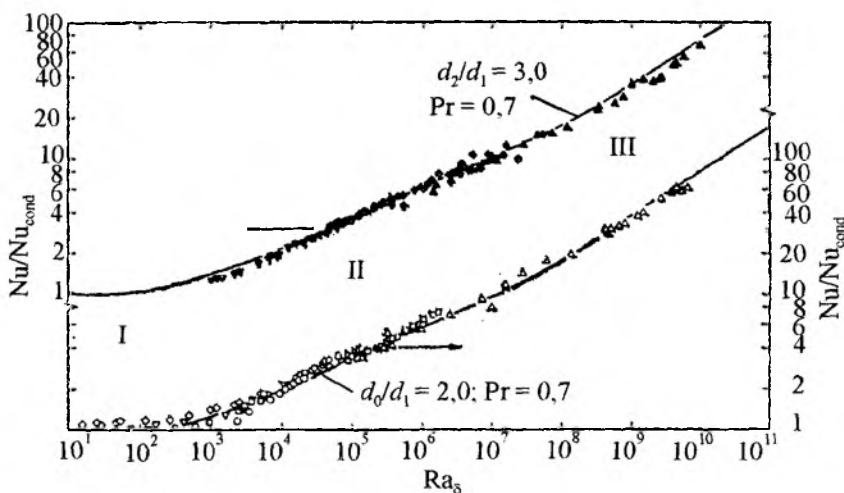


Рис. 4.50. Сравнение результатов, полученных из (4.216), с экспериментальными данными (точки) различных авторов по конвекции между концентрическими горизонтальными цилиндрами, температуры стенок которых различны и постоянны, $\delta = \frac{d_1 - d_2}{2}$: I — теплопроводность; II — течение в ламинарном пограничном слое; III — течение в турбулентном пограничном слое

d_1 — внутренний диаметр, м; d_2 — наружный диаметр, м.

Соответствующее выражение для чистой теплопроводности имеет вид

$$(Nu_{d_1})_{cond} = \frac{2}{\cos e^{-1} \left[\frac{d_1^2 + d_2^2 + 4 \cdot e^2}{2d_1 \cdot d_2} \right]}, \quad (4.215)$$

где e — отклонение оси внутреннего цилиндра от концентрического положения, м.

Общая интенсивность теплоотдачи определяется выражением

$$Nu_{d_1} = \left[(Nu_{d_1})_{conv}^{15} + (Nu_{d_1})_{cond}^{15} \right]^{1/15}. \quad (4.216)$$

Это соотношение сравнивается с экспериментальными данными для концентрических цилиндров на рис. 4.50 и для эксцентрических цилиндров на рис. 4.51.

Уравнение (4.213) можно упростить (для квазиустановившейся конвекции внутри горизонтального цилиндра):

$$Nu_{d_2} = 2 / (-\ln \{1 - 2 / [\{ \{ 2 / (1 - e^{-1/4}) \}^{5/3} + (0,587G \cdot Ra_{d_2}^{1/4})^{5/3} \}^{3/5}]^{15} + (0,1Ra_{d_2}^{1/3})^{15} \}^{1/15}). \quad (4.217)$$

В формулах (4.213) и (4.217) в качестве определяющего размера используются соответственно d_1 и d_2 .

Основные расчетные формулы, касающиеся естественной тепловой конвекции, сведены в табл. 4.5.

Формулы для расчета конвективного теплообмена при свободной (естественной) конвекции в неограниченном и ограниченном пространстве

Форма теплоотдающей поверхности	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги		
Все формы	$Q = \alpha F (t_0 - t_\infty)$	(4.37)		
1. Неограниченное пространство				
Вертикальная пластина (цилиндр)	$Nu_\infty = 0,15 \cdot Ra_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr}{Gr} \right)^{0,25}, Ra_\infty > 10^9$	(4.102)		
	$Nu_h = 0,55 \cdot Ra_h^{0,25}, 1700 < Ra < 10^8$	(4.103)		
	$Nu_h = 0,13 \cdot Ra_h^{0,33}, Ra > 10^8$	(4.104)		
Сфера	$Nu_m = 2 + 0,6(Gr)_m^{0,25} (Pr)_m^{0,33}$	(4.130)		
Горизонтально расположенный цилиндр	$Nu_{\text{од}} = 0,5 Ra_\infty^{0,25}, 10^3 < Ra < 10^8$	(4.146)		
Все формы	$Nu_m = C(Ra)^n$		(4.126)	
	Gr·Pr	C		n
	$1 \cdot 10^{-3} \dots 5 \cdot 10^2$	1,18		0,125
	$5 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^7$	0,54		0,25
	$2 \cdot 10^7 \dots 1 \cdot 10^{13}$	0,135		0,33
2. Ограниченное пространство				
Вертикальные плоские полости (вертикальная плоская щель): для воздуха	$Nu = 0,119 Gr^{0,3}$	(4.166)		
для капельной жидкости	$Nu = 0,28 Ra^{0,25} \left(\frac{h}{\delta} \right)^{0,25}$	(4.167)		
Вертикальные плоские прослойки $\left(\frac{h}{\delta} > 500 \right)$	$Nu = 1 + \left(\frac{Ra_\delta}{720 \left(\frac{\delta}{h} \right)} \right)$	(4.185)		

Форма теплоотдающей поверхности	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
<p>Вертикальные плоские прослойки $1 < \frac{h}{\delta} < 500$:</p> <p>а) $\frac{h}{\delta} = 1 \dots 100$; $Pr = 0,1 \dots 10$; $Ra_h < 5 \cdot 10^3$</p> <p>б) $\frac{h}{\delta} = 5 \dots 475$; $Pr = 3 \dots 10^4$; $Ra_h = 10^7 \dots 4 \cdot 10^9$</p> <p>в) $\frac{h}{\delta} = 5 \dots 475$; $Pr = 1 \dots 200$; $Ra_h = 4 \cdot 10^7 \dots 4 \cdot 10^{12}$</p> <p>г) $\frac{h}{\delta} = 5 \dots 475$; $Pr = 1 \dots 4$; $Ra_h > 10^{12}$</p>	$\overline{Nu} = 1 + Ra_h^{0,25} \cdot 10^{-6} \left[\frac{0,8}{\left(\frac{h}{\delta}\right)^2 + 21 \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-3}} + \frac{10}{\left(\frac{h}{\delta}\right)^2 + 2^{10} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-1}} \right] \quad (4.174)$ $\overline{Nu} = 0,33 Pr^{0,27} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{-0,06} \cdot Ra_h^{0,25} \quad (4.175)$ $\overline{Nu} = 0,084 Pr^{0,051} \cdot Ra_h^{0,3} \quad (1.176)$ $\overline{Nu} = 0,039 Ra_h^{0,33} \quad (4.177)$	
<p>Вертикальные плоские прослойки $\left(\frac{h}{\delta} < 1\right)$:</p> <p>а) $\frac{h}{\delta} = 0,03 \dots 0,2$; $Pr = 1 \dots 10^3$; $Ra = 10^2 \dots 10^5$</p> <p>б) $\frac{h}{\delta} = 0,2 \dots 1$; $Pr = 1 \dots 10^3$; $Ra = 10^3 \dots 10^6$</p>	$\overline{Nu} = 0,28 Pr^{0,024} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{1,75} \cdot Ra_h^{0,5} \quad (4.171)$ $\overline{Nu} = 0,223 Pr^{0,024} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{1,19} \cdot Ra_h^{0,25} \quad (4.173)$	
<p>Вертикальные цилиндрические прослойки:</p> <p>а) коаксиальные цилиндры</p> <p>б) цилиндры с эксцентриситетом</p>	$\overline{Nu} = \frac{h}{d_1} \ln \frac{d_2}{d_1} \times$ $\times \left\{ 1 + 5,52 \cdot 10^6 (d_2 - d_1) \cdot d_1 \cdot \frac{\left[\frac{Ra_h \cdot h}{d_2 - d_1}\right]^2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} + \left[\frac{h}{d_2 - d_1}\right]^3 \right\} \quad (4.195)$ $\overline{Nu}_e = \frac{2}{\operatorname{arch} \left[\frac{d_2^2 + d_1^2 - 4e^4}{2d_1 \cdot d_2} \right]}, \quad (4.198)$ <p>где e — эксцентриситет</p>	
<p>Замкнутые вертикальные сферические контуры (с отклонением по вертикали)</p>	$\overline{Nu} = 0,770 \frac{(1 - 0,0716\theta^2) Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr}\right)^{0,563} \right]^{0,444}} \quad (4.199)$ <p>где θ — угол отклонения оси контура от вертикали, рад</p>	

Форма теплоотдающей поверхности	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Замкнутые вертикальные сферические контуры	$\overline{Nu} = \frac{0,589Ra^{0,25}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr}\right)^{0,563}\right]^{0,444}}$	(4.200)
Горизонтальные плоские полости (горизонтальная щель): а) $3 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4$ б) $2,5 \cdot 10^4 < Ra < 3 \cdot 10^4$ в) $Ra > 3 \cdot 10^4$	$Nu = 0,24Ra^{0,25}$	(4.205)
	$Nu = 0,3Gr^{0,16} \cdot Pr^{0,21}$	(4.206)
	$Nu = 0,1Gr^{0,31} \cdot Pr^{0,36}$	(4.207)
Кольцевые горизонтальные контуры	$Nu_{d_1} = \left[(Nu_{d_1})_{conv}^{15} + (Nu_{d_1})_{cond}^{15} \right]^{1/15}$	(4.213)– (4.217)

Литература к главе 4

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа». Головное издат., 1988.

Вейник А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1965.

Гухман А.А. Введение в теорию подобия: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: «Высшая школа», 1973.

Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: «Наука», 1982.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Новиков И.И., Боришанский В.М. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче. — М.: Атомиздат, 1979.

Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Теплоперенос: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / Под редакцией Ю.Г. Ярошенко. — М.: ИКЦ «Академкнига», 2002.

Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.

Примеры решения задач к главе 4

Пример 4.1

Температура нагретой поверхности днища емкости с водой размерами $0,8 \times 0,4 \text{ м}^2$ равна 12°C , а температура воды составляет 11°C .

Требуется определить величину потока теплоты от днища к воде.

Решение. Характерная температура принимается $t_m = \frac{t_0 + t_w}{2}$, $^\circ\text{C}$.

По этой температуре выбираем теплофизические характеристики (см. приложения). Имеем:

$$\lambda_m = 57,65 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}); \nu_m = 1,276 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \\ \beta_m = 0,812 \cdot 10^{-4} \text{ 1}/\text{К}; Pr_m = 9,27.$$

Используя теплофизические характеристики воды, рассчитываем число Грасгофа

$$Gr_m = \beta \frac{gx^3}{\nu_m^2} \Delta t,$$

где x — характерный размер из условия примера, $x = 0,8 \text{ м}$.

Имеем

$$Gr_m = \frac{0,812 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 0,8 \cdot 10^3 (12 - 11)}{(1,276 \cdot 10^{-6})^2} = 2,5 \cdot 10^8.$$

Находим число Рэлея (Ra)

$$Ra = (Gr \cdot Pr)_m; Ra = 2,5 \cdot 10^8 \cdot 9,27 = 2,32 \cdot 10^9.$$

Рассчитываем число Нуссельта (Nu) (см. (4.126))

$$Nu_m = C(Ra)_m^n.$$

Или

$$Nu_m = 0,135(2,32 \cdot 10^9)^{0,33} = 179.$$

Коэффициент теплоотдачи от дна емкости к воде составит величину:

$$\alpha = \frac{Nu_m \cdot \lambda_m}{x};$$

$$\alpha = \frac{179 \cdot 57,65 \cdot 10^{-2}}{0,8} = 129 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Но так как теплоотдающая поверхность обращена кверху, рассчитанное значение коэффициента теплоотдачи необходимо увеличить на 30%.

Окончательно имеем

$$\alpha' = \alpha \cdot 1,3; \alpha' = 129 \cdot 1,3 = 168 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Величина же теплового потока составит:

$$Q = \alpha' \cdot \Delta t \cdot F; Q = 168 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,4 = 187,8 \text{ Вт}.$$

Пример 4.2

Определить коэффициент теплоотдачи от поверхности вертикально расположенного цилиндра (неограниченное пространство, свободная конвекция) к воздуху.

Расчет выполнить для условий: температура воздуха (t_∞) равна $t_\infty = 20^\circ\text{C}$. Температура поверхности цилиндра (t_0) принимает значения: $t_{01} = 100$; $t_{02} = 105$; $t_{03} = 110$; $t_{04} = 115$; $t_{05} = 120$; $t_{06} = 125^\circ\text{C}$. Высота цилиндра h равна 0,5 м.

Решение. Для определения коэффициента теплоотдачи воспользуемся критериальным уравнением (4.126) $Nu = C(Ra)^n$, где коэффициенты C и n находятся в соответствии со значением числа $Ra = Gr \cdot Pr$.

Рассчитываем число Грасгофа

$$Gr = \frac{\beta g l^3}{\nu^2} \Delta t \text{ для всех значений } \Delta t:$$

$$\Delta t_1 = 100 - 20 = 80; \Delta t_2 = 105 - 20 = 85;$$

$$\Delta t_3 = 110 - 20 = 90; \Delta t_4 = 115 - 20 = 95;$$

$$\Delta t_5 = 120 - 20 = 100 \text{ и } \Delta t_6 = 125 - 20 = 105^\circ\text{C}.$$

Коэффициент объемного расширения воздуха, входящий в число Gr ($\beta = \frac{1}{t_m + 273}$):

$$\beta_1 = 1/333 = 0,0030; \beta_2 = 1/335,5 = 0,00298;$$

$$\beta_3 = 1/338 = 0,00295; \beta_4 = 1/340,5 = 0,00293;$$

$$\beta_5 = 1/343 = 0,00291 \text{ и } \beta_6 = 1/345,5 = 0,00289.$$

$$\text{Находим: } Gr_1 = \frac{0,003 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(18,97 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 80 = 5,93 \cdot 10^8;$$

$$Gr_2 = \frac{0,00298 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(19,232 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 85 = 5,93 \cdot 10^8;$$

$$Gr_3 = \frac{0,00295 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(19,495 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 90 = 5,87 \cdot 10^8;$$

$$Gr_4 = \frac{0,00293 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(19,75 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 95 = 5,83 \cdot 10^8;$$

$$Gr_5 = \frac{0,00291 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(20,02 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 100 = 5,77 \cdot 10^8;$$

$$Gr_6 = \frac{0,00289 \cdot 9,8 \cdot 0,5^3}{(20,28 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 105 = 5,66 \cdot 10^8.$$

Находим число Рэлея ($Ra = Gr \cdot Pr$):

$$Ra_1 = 5,95 \cdot 10^8 \cdot 0,692 = 0,415 \cdot 10^9;$$

$$Ra_2 = 5,93 \cdot 10^8 \cdot 0,691 = 0,41 \cdot 10^9;$$

$$Ra_3 = 5,87 \cdot 10^8 \cdot 0,690 = 0,405 \cdot 10^9;$$

$$Ra_4 = 5,83 \cdot 10^8 \cdot 0,689 = 0,402 \cdot 10^9;$$

$$Ra_5 = 5,77 \cdot 10^8 \cdot 0,688 = 0,397 \cdot 10^9;$$

$$Ra_6 = 5,66 \cdot 10^8 \cdot 0,6875 = 0,389 \cdot 10^9.$$

Используя значения $Ra_{1...6}$, находим коэффициенты C и n .

Имеем (табл. 4.1):

$$C = 0,135; n = 0,33.$$

Находим значение числа Nu :

$$Nu_1 = 100,75; Nu_2 = 100,59; Nu_3 = 100,18;$$

$$Nu_4 = 99,94; Nu_5 = 99,53 \text{ и } Nu_6 = 98,86.$$

Соответственно для коэффициента теплоотдачи запишем $\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$:

$$\alpha_1 = 5,84; \alpha_2 = 5,84; \alpha_3 = 5,87; \alpha_4 = 5,89;$$

$$\alpha_5 = 5,90 \text{ и } \alpha_6 = 5,90 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Строим график зависимости коэффициента теплоотдачи от температуры стенки цилиндра, (см. рис. 1 (к примеру 4.2)). Как видим, наблюдается рост α с ростом температуры.

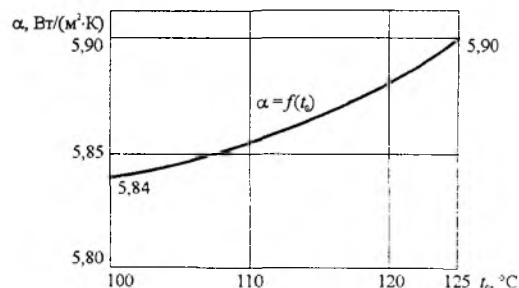


Рис. 1 (к примеру 4.2). Зависимость $\alpha = f(t_0)$

Глава 5. Теплообмен при вынужденной конвекции

5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
5.2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ ВДОЛЬ ПЛАСТИНЫ
5.3. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ
5.4. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА (ТРУБЫ)
5.5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ОБТЕКАНИИ ПУЧКОВ ТРУБ (ЦИЛИНДРОВ)
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 5
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 5

Chapter 5. HEAT TRANSFER WITH FORCED CONVECTION

Глава 5. Теплообмен при вынужденной конвекции

Главное — делать
в жизни все с увлечением.
Это украшает жизнь.
Ландау Л. Д.

Вынужденная конвекция создается внешним побудителем движения. К таким побудителям нужно отнести дымовые трубы печей нагревательных отделений металлургических заводов и котельных цехов тепловых электрических станций, всевозможные насосы, вентиляторы и др.

Если в вынужденном потоке газообразной или капельной жидкости создается температурное поле, в котором совершается теплообмен, то такой процесс называется теплообменом при вынужденном движении жидкости;

Как и в случае свободной тепловой конвекции, теплообмен происходит между жидкостью (капельной или газообразной) и твердой поверхностью (вынужденное обтекание пластины, цилиндра и шара, трубных пучков и т.п.).

По характеру движения жидкости теплообмен подразделяется на два режима:

— **вынужденная конвекция** при ламинарном течении жидкости¹

— **вынужденная конвекция** при турбулентном течении жидкости².

Так как четкая граница между режимами зависит от целого ряда факторов, **выделяют переходную область** движения жидкости (об этом уже говорилось в главе 4 книги).

Как и в главе 4, речь здесь будет идти о расчете потока теплоты (коэффициента теплоотдачи) и поля температур, в частности t_0 (t_{01}

¹ Ламинарное течение (от лат. lamina — пластинка, полоска), течение, при котором жидкость (или газ) перемещается слоями без перемешивания. Существование ламинарного течения возможно только до определенного, так называемого критического значения, *Рейнольдса числа* $Re_{кр}$. При Re , больших критического, ламинарное течение переходит в турбулентное.

² Турбулентное течение (от лат. turbulentus — бурный, беспорядочный), течение жидкости или газа, при котором частицы жидкости совершают неупорядоченные, хаотические движения по сложным траекториям, а скорость, температура, давление и плотность среды испытывают хаотические *флуктуации*. Турбулентное течение устанавливается при *Рейнольдса числах* Re , больших некоторого критического $Re_{кр}$, и отличается от ламинарного течения интенсивным перемешиванием, теплообменом, большими значениями коэффициента трения и пр. В природе и технике большинство течений жидкостей и газов — турбулентное течение.



Рамзин Леонид Константинович
(1887—1948)

Родился в 1887 г. в селе Сосновка Тамбовской области в семье сельского учителя.

После окончания Московского высшего технического училища в 1914 г. получил квалификацию инженера-механика и был оставлен для преподавательской работы в училище.

С 1920 г. профессор Московского высшего технического училища, до 1930 г. руководит кафедрами «Топливо, топки и котельные установки», «Тепловые станции». С 1944 г. руководил кафедрой «Котлостроение» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Был одним из организаторов открытия в 1921 г. Всесоюзного теплотехнического научно-исследовательского института имени Ф. Э. Дзержинского. С 1921 по 1930 г. был директором института а с 1944 г. — главным инженером и научным руководителем.

Доктор технических наук, профессор, лауреат Сталинской премии.

Под руководством Л. К. Рамзина сооружен первый образец промышленного прямоточного котла, что способствовало внедрению пара высокого давления в энергетику. С 1934 г. руководил Бюро прямоточного котлостроения.

и t_{02}), а также t_∞ ($t_{\infty 1}$ и $t_{\infty 2}$). При этом полностью сохраняются обозначения, касающиеся коэффициента теплоотдачи: локальные значения α будут обозначаться индексом x (α_x, Nu_x), средние — $\bar{\alpha}$ и Nu .

5.1. Общие сведения

Конвекция — это перенос теплоты движущейся жидкостью, сопровождаемый перемешиванием ее объемов, имеющих разную температуру. Жидкость, соприкасающаяся с более нагретой поверхностью, имеет более высокую температуру, чем остальная масса. Если движение жидкости происходит в поле гравитационных сил — это свободная или естественная конвекция. Если перемешивание осуществляется другим способом, то такой процесс называют **вынужденной конвекцией** (хотя в некоторых случаях свободная и вынужденная конвекция вносит равноценный вклад в результирующее движение жидкости). В любом случае конвекция представляет собой явление переноса теплоты или массы, имеющее преимущественно макроскопический характер.

Распределение температуры в потоке жидкости принимается в виде непрерывного поля, для которого остаются в силе понятия о градиенте температуры ($grad\ t$) и векторе плотности теплового потока (\vec{q}).

Процесс теплоотдачи рассматривается как **стационарный**, когда поле температур жидкости не зависит от времени, и **нестационарный**, если оно от времени зависит.

Конвективный теплообмен при движении жидкости под действием внешних сил, приложенных на границах системы, или однородного поля массовых сил, приложенных к жидкости внутри системы, или за счет кинетической энергии, сообщенной жидкости (например, в результате работы насосов, вентиляторов и т.п.), называется **вынужденной конвекцией**.

Характер движения жидкости влияет на интенсивность передачи теплоты. При ламинарном режиме и отсутствии естественной конвекции теплота передается только теплопроводностью, ее количество зависит от физических свойств жидкости, геометрических размеров, формы поверхности и мало зависит от скорости. При турбулентном режиме перенос теплоты наряду с теплопроводностью происходит в результате перпендикулярного к поверхности перемещения частиц.

Основной задачей расчета конвективного теплообмена является установление связи между плотностью теплового потока на поверхности теплообмена, температурами поверхности и жидкости. Сложность расчета процессов конвективной теплоотдачи состоит в нахождении коэффициента теплоотдачи α . Зная этот коэффициент, легко определить тепловой поток

$$Q_0 = \int q_0 dF, \text{ Вт.}$$

Если $q_0 = \text{const}$, тогда $Q_0 = q_0 F$.

Значения коэффициентов теплоотдачи находят с помощью эмпирических формул, полученных путем обработки экспериментальных данных. При этом рассмотрение теплоотдачи базируется на предположениях:

- движущаяся жидкость, используемая для переноса теплоты, рассматривается как сплошная среда;
- система дифференциальных уравнений, описывающая процессы конвективного теплообмена, выводится на основе балансовых уравнений сохранения энергии, вещества и количества движения;
- для замыкания исходной системы дифференциальных уравнений используются гипотезы, устанавливающие связь между тепловым потоком и градиентом температуры, трением и градиентом скорости;
- физические параметры жидкости (вязкость μ_∞ , плотность ρ_∞ , теплоемкость $c_{p\infty}$ и теплопроводность λ_∞) считаются известными функциями состояния.

В жидкости перенос теплоты теплопроводностью, плотность теплового потока выражаются в соответствии с постулатом Фурье как $\vec{q}_0 = -\lambda grad\ t$. Суммарная величина плотности теплового потока может быть представлена в виде $\vec{q} = \vec{q}_k + \vec{q}_t$ или $\vec{q} = \rho \vec{w} c_p t - \lambda grad\ t$, тогда

$$q_F = -\lambda_\infty \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0}.$$

Из последнего уравнения следует, что для определения плотности теплового потока на поверхности необходимо знать распределение температуры в потоке жидкости.

Обычно плотность теплового потока пропорциональна разности между температурами жидкости и поверхности тела

$$q_0 = \alpha(t_\infty - t_0),$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

Следовательно,

$$\alpha = -\lambda_\infty \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0} / (t_\infty - t_0) = \frac{\lambda_\infty}{\delta_T}. \quad (5.1)$$

Из уравнения (5.1) следует, что для увеличения коэффициента теплоотдачи необходимо использовать жидкости с высоким значением коэффициента теплопроводности и принимать меры, приводящие к сокращению толщины теплового пограничного слоя (увеличение скорости течения жидкости, плотности, шероховатости поверхности, внешних возмущений, уменьшение вязкости жидкости). **Количественное определение коэффициентов теплоотдачи является одной из основных задач теории конвективного теплообмена.**

В общем случае пропорциональность между тепловым потоком и разностью температур твердой поверхности и жидкости может нарушаться, тем не менее коэффициент теплоотдачи получил широкое распространение в практике теплотехнических расчетов, когда, к примеру, нужно найти количество переданной теплоты.

В качестве примера ниже приводим значения (ориентировочные) коэффициентов теплоотдачи для различных видов конвективного теплообмена.

Характеристика движения	Величина α , Вт/(м ² ·К)
Свободная гравитационная конвекция в газах	5...30
Свободная конвекция воды	10 ² ...10 ³
Вынужденная конвекция газов	10...500
Вынужденная конвекция воды	50...2·10 ⁴
Кипение воды	2·10 ³ ...4·10 ⁴
Жидкие металлы	10 ² ...3·10 ⁴
Пленочная конденсация водяных паров	4·10 ³ ...1,5·10 ⁴
Капельная конденсация водяных паров	4·10 ⁴ ...1,2·10 ⁵

5.2. Теплообмен при движении жидкости вдоль пластины

5.2.1. Гидродинамика потока при обтекании пластины

Закономерности при продольном обтекании пластины большой длины с постоянной скоростью справедливы для широкого круга технических задач (обтекание крыла самолета, лопаток турбин, сопел турбин и в окрестности критических точек тел цилиндрической и сферической формы). При

рассмотрении пластину располагаем так, что ось x совпадает с направлением потока, ось y — нормально к поверхности пластины. Рассматривается плоскопараллельный поток жидкости.

При фиксированной продольной скорости потока w_x , в направлении оси y при обтекании поверхности пластины, можно получить кривую распределения скорости вдоль оси y $w_x = f(y)$ или профиль скорости $w_x(y)$. Предполагается, что на пограничный слой, развивающийся у поверхности тела, не влияют пограничные слои соседних тел. Рассматривается вынужденное движение (поле скорости не зависит от поля температур) при отсутствии массовых сил и при постоянных физических свойствах жидкостей.

Изменение температуры пограничного потока происходит на малом расстоянии от поверхности. Область, в которой в направлении, перпендикулярном к поверхности, существует градиент температуры, — это температурный или тепловой пограничный слой. Соотношение между тепловым и гидродинамическими слоями зависит от рода жидкости. Если физические свойства жидкости зависят от температуры, то температурные градиенты в пограничном слое вызывают взаимодействие скоростных и температурных полей, которые, в свою очередь, влияют на теплообмен.

У поверхности пластины действуют касательные напряжения, пропорциональные градиенту скорости, нормальные к поверхностной скорости сдвига.

В направлении y скорость увеличивается, а затем, начиная с некоторого расстояния δ от поверхности, почти не изменяется. Следовательно, основной перепад скорости движения жидкости происходит в слое толщиной δ (пограничный слой).

Причиной снижения скорости от $w_x = \text{const}$ до нуля является вязкость, т.е. способность жидкости оказывать сопротивление относительному перемещению ее частиц благодаря молекулярному хаотическому движению. В итоге поток жидкости можно разделить на две области: пограничный слой, в котором проявляется действие сил вязкости, и область, где вязкостью можно пренебречь, а движущуюся жидкость считать идеальной. По характеру движения жидкости возможны ламинарный и турбулентный режимы, включая область пограничного слоя.

Распределение скоростей в плоскопараллельном неограниченном потоке жидкости при обтекании плоской поверхности (рис. 5.1) показывает, что у поверхности скорость жидкости снижается до нуля.

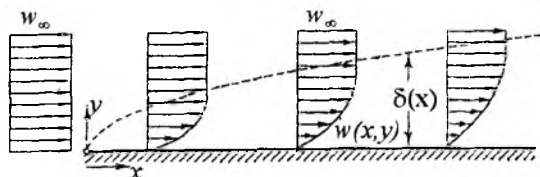


Рис. 5.1. Линии тока и распределение скоростей в пограничном слое среды, обтекающей тело с плоской поверхностью

Вне пограничного слоя стационарный поток имеет постоянную скорость течения w_∞ , в отличие от ламинарного потока, в котором осуществляется диффузионный молекулярный перенос возмущенных масс различного размера с разной скоростью дрейфа (рис. 5.2). Вследствие больших размеров турбулентных масс и соответственно большей их энергии по сравнению с массой и энергией отдельных молекул, несмотря на сравнительно небольшую скорость перемещения турбулентных молей, перенос массы и энергии в турбулентном потоке отличается большой интенсивностью.

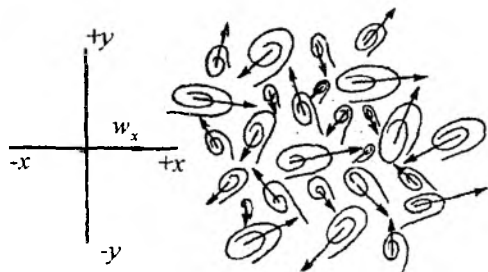


Рис. 5.2. Множество дрейфующих масс в турбулентном потоке

При обтекании различных тел потоками жидкости на начальном участке поверхности образуется пограничный слой с ламинарным течением (рис. 5.3). По мере отдаления от начальной кромки обтекаемого тела толщина ламинарного пограничного слоя среды увеличивается, достигая наибольшей величины на участке при критическом соотношении сил инерции и трения. Влияние вязкости существенно лишь в ламинарном пограничном слое, где происходит резкое изменение скорости по нормали к поверхности. За пределами пограничного слоя внутреннее трение в жидкости мало.

Для того чтобы определить характер движения жидкости (ламинарное или турбулентное течение на некотором расстоянии от передней кромки пластины), рассчитывается число Re с характерным размером x и сравнивается с $Re_{кр}$. Если $Re < Re_{кр}$ — режим течения ламинарный, если $Re \geq Re_{кр}$ — переходный или турбулентный (рис. 5.4), $Re_{кр} = 2000$.

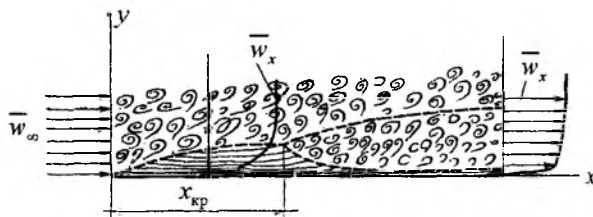


Рис. 5.3. Характер течения в пограничном слое при обтекании пластины турбулентным потоком

Нужно отметить, что подобие профилей скорости и температуры — следствие равенства переноса теплоты и импульса, вследствие чего справедливо соотношение

$$St_x = \frac{\lambda_{тр}}{2},$$

где St_x — локальное значение числа Стантона; $\lambda_{тр}$ — местный (локальный) коэффициент трения при ламинарном движении

$$\lambda_{тр} = \frac{0,664}{Re^{0,5}}.$$

Толщина пограничного слоя δ непрерывно увеличивается (рис. 5.4) вдоль поверхности начиная от нуля у переднего края пластины. На некотором расстоянии $x_{кр}$ от фронтального периметра режим движения в пограничном слое преобразуется из ламинарного в турбулентный. Значение $Re = 3 \cdot 10^6$ является верхним пределом для пограничного ламинарного слоя пластины, а $Re \approx 8 \cdot 10^4$ — нижним пределом. При наличии более сильных возмущений в потоке нижний предел перехода от одного режима к другому сокращается. При $Re > 5 \cdot 10^5$ движение в пограничном слое происходит при турбулентном режиме. Толщина ламинарного слоя на расстоянии x от переднего края пластины находится из формулы



Рис. 5.4. Профили скорости при обтекании плоской пластины

$$\delta_n = \frac{4,64x}{\sqrt{Re}}. \quad (5.2)$$

Толщина же турбулентного пограничного слоя по длине пластины изменяется в соответствии с уравнением

$$\delta_\tau = \frac{0,37x}{Re^{0,2}}. \quad (5.3)$$

5.2.2. Теплообмен при обтекании пластины

При обтекании плоской пластины жидкостью ее температура изменяется от t_0 (температура поверхности пластины) до температуры t_∞ (температура жидкости вдали от поверхности). Такое изменение происходит в слое δ_τ , характеризующем толщину теплового пограничного слоя. Толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев связаны между собой соотношением

$$\frac{\delta_\tau}{\delta} \approx \frac{1}{\sqrt{Pr}}.$$

Уравнение переноса теплоты дано Эвансом. Мерк представил решение в следующем виде:

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = \sqrt{\frac{Pr}{\pi}} \left[1 - 1,7207 \left(\frac{Pr}{\pi} \right)^{0,5} + \dots \right], Pr \leq 0,001; \quad (5.4)$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,33875 Pr^{0,333} [1 - 0,02 \cdot Pr + 0,00029 \cdot Pr^2 - \dots], Pr \geq 0,5. \quad (5.5)$$

Если числа Прандтля равны $0,5 \leq Pr \leq 50$, тогда локальное число Нуссельта можно рассчитать из выражения

$$Nu_x = 0,332 Re_x^{0,5} \cdot Pr^{0,33}. \quad (5.6)$$

При ламинарном режиме течения жидкости ($Re < 5 \cdot 10^5$) средняя теплоотдача может быть рассчитана по формуле

$$\overline{Nu_\infty} = 0,67 Re_\infty^{0,5} Pr_\infty^{0,33}. \quad (5.7)$$

Для воздуха локальное число Нуссельта равно

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,335 \cdot Pr^{0,333}. \quad (5.8)$$

Среднее значение коэффициента теплоотдачи при обтекании пластины воздухом для турбулентного пограничного слоя ($Re > 5 \cdot 10^5$) можно вычислить из выражения

$$\overline{Nu_\infty} = 0,037 Re_\infty^{0,8} Pr_\infty^{0,43} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (5.9)$$

Соответственно локальный коэффициент теплоотдачи при обтекании пластины воздухом для турбулентного пограничного слоя будет

$$Nu_x = 0,0255 Re_x^{0,8}. \quad (5.10)$$

В (5.10) за характерную температуру принимается температура жидкости вдали от пластины. Характерный размер — расстояние по направлению потока. Характерная скорость — скорость набегающего потока.

Если пластина обтекается жидкостью с различными числами Pr , то справедливо соотношение (табл. 5.1)

$$Nu = 0,332 Re^{0,5} \cdot f(Pr). \quad (5.11)$$

Таблица 5.1

Численные значения $f(Pr)$ в уравнении (5.11)

Pr	0,003	0,005	0,01	0,1
$f(Pr)$	0,084	0,460	0,156	0,400
Pr	0,7	1,0	3,0	7,0
$f(Pr)$	0,882	1,000	1,439	1,942
Pr	10,0	15,0	50,0	100,0
$f(Pr)$	2,198	2,515	3,765	4,728
Pr	300	500	1000	3000
$f(Pr)$	6,807	8,012	9,849	14,457

При условии, что тонкая пластина обтекается (рис. 5.5) потоком жидкости с обеих сторон, а необходимо увеличить в два раза.

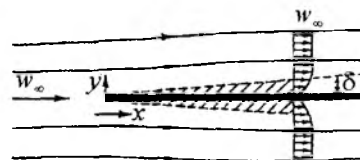


Рис. 5.5. Пограничный слой на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении

Для турбулентного режима (газообразные жидкости) может быть записана формула

$$Nu_\infty = 0,0296 Re_\infty^{0,8} Pr_\infty^{0,43} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (5.12)$$

Для капельных жидкостей зависимость между Nu , Re и Pr имеет вид

$$Nu_\infty = 0,76 Re_\infty^{0,5} Pr_0^{0,43} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (5.13)$$

На поверхности двух, трех и более пластин вследствие наличия начального необогреваемого участка возможно неодновременное развитие гидродинамического и теплового пограничных слоев, что вызовет необходимость учета влияния необогреваемого начального участка на формирование теплового пограничного слоя, а следовательно, и на теплоперенос.

Следует иметь в виду, что влияние начального необогреваемого участка пластины во многом зависит от граничных условий. При анализе локальной теплоотдачи за характерный размер принимается расстояние от передней (фронтальной) кромки пластины до рассматриваемой (данной) точки. Экспериментальные значения для пластины с необогреваемым участком расположены ниже зависимости, определяющей теплоперенос полностью обогреваемой пластины, т. е. ее теплоперенос менее интенсивен. Это обусловлено неодновременным образованием и развитием динамического и теплового пограничных слоев. Достигая обогреваемого участка пластины, развивающийся ламинарный динамический пограничный слой имеет большее термическое сопротивление теплопроводности, чем при отсутствии необогреваемого участка. Иными словами, ряд участков теплового пограничного слоя находятся в зоне с меньшей скоростью потока в динамическом пограничном слое.

Среднее число Нуссельта (с начальным необогреваемым участком) можно рассчитать из выражения

$$\overline{Nu}_\infty = 0,71 Re_\infty^{0,5} Pr_\infty^{0,33} (x_1/x)^{0,2} (Pr_\infty/Pr_0)^{0,25}, \quad (5.14)$$

где x_1 , x — обогреваемая и полная длины пластины.

В большинстве случаев теплообмен у поверхности пластины происходит при существенной ее неизотермичности, которая выражается через температурный напор между температурами поверхности и жидкости. Изменение температурного напора может быть задано степенным, ступенчатым, линейным законами, а чаще всего законами в произвольной (нужной) форме.

Продольный градиент температуры существенно влияет на развитие процесса теплообмена, что обусловлено наличием деформации распределения температуры в тепловом пограничном слое. Число Нуссельта для пластины со степенной неизотермичностью ($n = 0,4$) можно рассчитать из выражения

$$Nu_{\infty,x} = 0,43 Re_{\infty,x}^{0,5} Pr_{\infty,x}^{0,33} (Pr_\infty/Pr_0)^{0,25}. \quad (5.15)$$

5.3. Теплообмен при движении жидкости в каналах

5.3.1. Ламинарное движение жидкости

Движение жидкости в каналах происходит под действием разности давлений. Вследствие трения от одного слоя к другому передается касательное напряжение, пропорциональное градиенту скорости. Поэтому движение элементов жидкости ускоряется вследствие перепада давления и уменьшается вследствие напряжения сдвига, вызванного трением. Инерционные силы на жидкость не действуют, так как для каждой элементарной струи скорость в осевом направлении постоянна.

5.3.2. Профили скоростей жидкости по сечению цилиндра

Дифференциальное уравнение пограничного слоя при осесимметричном потоке в цилиндре имеет вид

$$\frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (5.16)$$

при граничных условиях:

$$r = 0; \quad \frac{dw}{dr} = 0;$$

$$r = r_0; \quad w = 0.$$

Проинтегрировав уравнение (5.16) дважды по r , с учетом того что p не зависит от r , можно получить выражение

$$w = \frac{r_0^2}{4\mu} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (5.17)$$

Из (5.17) видно, что в поперечном сечении цилиндра профиль скорости — параболический.

Элементарный, секундный и полный расходы жидкости через площадку dF_0 равны:

$$dm = w \rho dF;$$

$$m = \int_F w \rho dF.$$

Используя эти уравнения и выполнив ряд преобразований, можно получить уравнение для расчета локальной (по сечению цилиндра) скорости жидкости

$$w = 2\bar{w} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (5.18)$$

где \bar{w} — средняя скорость жидкости.

В практических расчетах обычно имеют дело не с локальным (точечным), а со средним значением скорости

$$\bar{w} = \frac{1}{F} \int w dF = \frac{V}{F}, \quad (5.19)$$

где \bar{w} — средняя скорость, м/с; V — объемный расход жидкости, м³/с; F — поперечное сечение цилиндра, м².

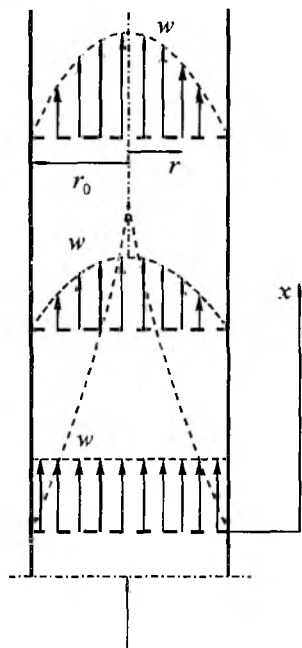


Рис. 5.6. Схема профилей скоростей в гидродинамическом начальном участке цилиндра

Схема профилей скоростей в гидродинамическом начальном участке цилиндра показана на рис. 5.6.

Как видим, отношение средней скорости к максимальной при ламинарном установившемся течении равно 0,5, т.е. скорость потока на оси цилиндра в два раза больше средней скорости. Коэффициент гидравлического сопротивления при ламинарном течении в соответствии с формулой Пуазейля равен

$$\lambda_{\text{лп}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

Основное изменение скорости наблюдается у поверхности, радиус которой составляет 15% от радиуса внутренней поверхности цилиндра. Толщина пограничных слоев δ с удалением от входного сечения канала увеличивается до тех пор, пока пограничные слои не сомкнутся между собой (рис. 5.6). Разделение потока на две области — гидродинамический пограничный слой, в котором сосредоточено действие сил вязкости, и ядро потока, где действие сил вязкости мало, — позволяет использовать теорию пограничного слоя при изучении теплообмена при вынужденном течении жидкости.

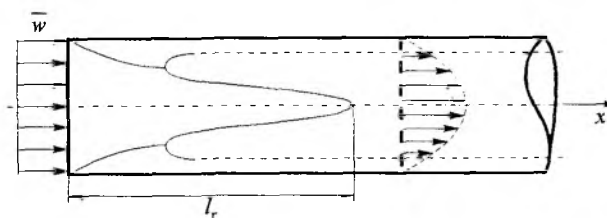


Рис. 5.7. Длина участка гидродинамической стабилизации l_r — длина начального участка гидродинамической стабилизации потока

5.3.3. Участок гидродинамической стабилизации потока жидкости

На входе в цилиндр скорость жидкости по сечению однородна, а на поверхности равна нулю. В направлении движения потока происходит слияние (смыкание) пограничного слоя у оси цилиндра и наступает стабилизация профиля скорости. Расстояние от входа в цилиндр (l_r), где профиль скорости не изменяется по длине, — это участок гидродинамически стабилизированного течения (участок с развитым профилем скорости).

Как видим, стабилизация скорости происходит на некотором расстоянии от входа в цилиндр. Вблизи входного сечения на поверхности цилиндра образуется динамический пограничный слой, толщина которого возрастает по мере увеличения расстояния от входа в него. При числе Re меньше критического на начальном участке гидродинамической стабилизации течение в пограничном слое ламинарное. Длина l_r тем больше, чем выше число Re . На начальном участке основными факторами, определяющими гидравлические сопротивления, являются скорость потока, геометрические параметры канала и физические свойства жидкости. Когда $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$, у входного сечения формируется ламинарный пограничный слой.

При этом у поверхности в тонком вязком подслое течение также сохраняет ламинарный характер течения (рис. 5.7), от длины которого зависит формирование профиля. При изотермическом течении в цилиндре длина участка гидродинамической стабилизации будет

$$l_r = 0,055d \text{Re}. \quad (5.20)$$

К примеру, для $\text{Re} = 1800$:

при $d = 0,1$ м, $l_r = 9,9$ м;

при $d = 0,5$ м, $l_r = 4,95$ м;

при $d = 0,3$ м, $l_r = 19,8$ м;

при $d = 0,2$ м, $l_r = 29,7$ м.

Для ламинарного течения граничные условия для начального участка имеют вид:

$$w = w, \quad x = 0; \quad w = 0 \quad \text{при} \quad r = r_0.$$

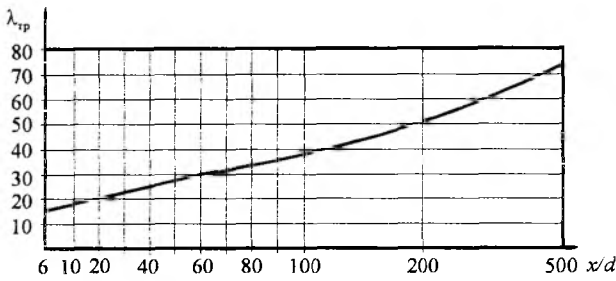


Рис. 5.8. Коэффициенты трения при ламинарном течении в гидродинамическом начальном участке цилиндра

Падение давления на участке от 0 до x определяется

$$\Delta p = 4\lambda_{\text{тр}} \frac{\rho \bar{w}^2 x}{2d}, \quad (5.21)$$

где $\lambda_{\text{тр}}$ находится из графика (рис. 5.8).

5.3.4. Участок тепловой стабилизации

В начале канала центральное ядро жидкости имеет температуру, равную температуре на входе. Все изменения температуры сосредоточиваются в пограничном слое. Таким образом, у поверхности цилиндра (на входе) образуется тепловой приграничный слой, толщина которого по мере удаления от входа, увеличивается. На некотором расстоянии от входа, равном l_t , тепловой пограничный слой полностью заполняет сечение трубы и вся жидкость участвует в теплообмене, причем интенсивность теплообмена уже не зависит от распределения скорости и температуры на входе. Участок длины цилиндра l_t называется начальным тепловым участком или **участком термической (тепловой) стабилизации**. Длина начального теплового участка — это расстояние от входа в цилиндр до сечения, в котором число Nu отличается от предельного значения не более чем на 1%.

Цилиндр, в котором происходит теплообмен, можно разделить на два участка. На первом участке происходит формирование профиля температуры, где число Nu убывает по длине. На втором участке профиль температуры по длине не изменяется и число Nu оказывается постоянным.

Производная $(\partial t / \partial r)_{r=r_0}$ и температурный напор $\theta = t_\infty - t_0$, где t_∞ — среднemasсовая по сечению температура жидкости, при $t_0 = \text{const}$ убывают вдоль цилиндра с одинаковой скоростью, если $x > l_t$.

На начальном участке производная $(\partial t / \partial r)_{r=r_0}$ убывает гораздо быстрее температурного напора, поэтому:

$$\alpha \theta = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r};$$

$$q = \alpha \theta;$$

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r};$$

$$\alpha = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r_0} / \theta.$$

На участке термической стабилизации α резко падает и при стабилизированном теплообмене становится постоянной величиной.

Если на начальном участке изменяется режим течения, то меняется зависимость $Nu = f(l)$. Коэффициент теплоотдачи уменьшается на участке ламинарного течения и увеличивается при его разрушении. Затем происходит стабилизация теплообмена уже при турбулентном режиме. Длина начального теплового участка зависит от коэффициента теплопроводности жидкости, наличия гидродинамической стабилизации, числа Рейнольдса, распределения температур на выходе и т.д.

При одних и тех же числах Re длина начального теплового участка определяется числом Pr теплоносителя. Для газов $Pr \approx 1$ величина l_t достигает ~ 100 диаметров, а для капельных жидкостей ($Pr = 1 \dots 100$ и выше) изменяется от нескольких сотен до нескольких тысяч диаметров, поэтому для капельных теплоносителей теплообмен по всей длине цилиндра является неустановившимся. В зависимости от Pr толщина пограничного теплового слоя может быть меньше ($Pr > 1$) и больше ($Pr < 1$) толщины гидродинамического пограничного слоя. При $Pr = 1$ величины δ_τ и δ_ν почти равны между собой.

При ламинарном течении жидкости с постоянными физическими параметрами и однородной температурой на входе длина участка термической стабилизации запишется:

$$l_t = 0,055d \text{ Pe}, \text{ если } t_0 = \text{const};$$

$$l_t = 0,07d \text{ Pe}, \text{ если } q_0 = \text{const}.$$

Эти уравнения соответствуют гидродинамически стабилизированному течению.

5.3.5. Расчет теплопереноса при ламинарном режиме

Для стационарного движения жидкости с постоянными физическими характеристиками ρ , c , μ и λ в цилиндре с внутренним радиусом r_1 , длиной l и постоянной температурой стенки t_0 , используя полярные координаты и обозначив полярный угол через θ , тепловой поток от внутренней поверхности цилиндра к жидкости запишется

$$q = \int_0^l \int_0^{2\pi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r_1} r_1 d\theta dx. \quad (5.22)$$

В (5.22) знак минус отсутствует, так как положительное направление градиента температуры $\partial t/\partial r$ выбирается в направлении r . Используя выражение (5.22), можно получить уравнение для коэффициента теплоотдачи α_1 , отнесенного к внутреннему диаметру цилиндра d и среднеарифметической разности температур $\Delta t_{\text{лог}}$:

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^l \int_0^{2\pi} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right) \right]_{r=r_1} d\theta dx}{2\pi l \Delta t_{\text{лог}}}. \quad (5.23)$$

Умножив α_1 на d/λ , можно получить безразмерный коэффициент теплоотдачи (число Нуссельта)

$$\text{Nu} = \frac{\int_0^l \int_0^{2\pi} \left[\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right) \right]_{r=r_1} d\theta dx}{\lambda 2\pi (l/d) \Delta t_{\text{лог}}}. \quad (5.24)$$

При расчете Nu по уравнению (5.24) определяется градиент у поверхности $(\partial t/\partial r)_{r=r_1}$. Температура жидкости t обычно является функцией многих переменных, в частности

$$t = f\left(\frac{l}{d}, \Delta t, \text{Re}, \text{Pr}\right). \quad (5.25)$$

Из (5.24), учитывая (5.25), можно получить обобщенную зависимость для теплоотдачи при вынужденном стационарном ламинарном течении в цилиндрах или каналах

$$\text{Nu} = f\left(\text{Re}, \text{Pr}, \frac{l}{d}\right). \quad (5.26)$$

В (5.26) физические свойства жидкостей считаются постоянными. При больших температурных напорах между стенкой и жидкостью это допущение приводит к ошибкам, так как μ и ρ могут изменяться в зависимости от температуры. Зидер и Тейт предложили коэффициент μ_∞/μ_0 , учитывающий изменение вязкости, где μ_∞ — вязкость жидкости при среднемассовой температуре, или средней температуре жидкости (между температурами на входе и выходе из канала), а μ_0 — вязкость жидкости при температуре стенки трубы. Коэффициент теплоотдачи может быть получен из уравнений, содержащих число Нуссельта $\text{Nu} = \alpha_1 \cdot d/\lambda$ или число Стантона:

$$\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{RePr}} = \frac{\alpha}{c_p m},$$

где m — массовый расход жидкости через единицу площади поперечного сечения цилиндра.

Уравнения, используемые для обобщения данных по теплоотдаче или для расчетов коэффициен-

тов теплоотдачи, называют иногда **уравнениями типа Нуссельта или Колберна**. Уравнения типа Колберна наиболее удобны для расчета теплоотдачи к газам, поскольку коэффициент теплопроводности газа входит только в число Прандтля, сравнительно мало зависящее от температуры. Поэтому значения коэффициентов теплоотдачи к газу можно вычислять с довольно высокой степенью точности даже в тех случаях, когда известно лишь число Прандтля при температуре, отличное от реального интервала его изменения. С другой стороны, теплофизические свойства капельных жидкостей удобно представлять в графической форме и использовать эти графики при вычислении коэффициентов теплоотдачи по уравнениям типа Нуссельта. Для начального участка цилиндра число Нуссельта при постоянной температуре поверхности цилиндра можно рассчитать из выражения:

при $\frac{\text{Pe} \cdot l}{d} < 250$ для начального участка цилиндра имеем

$$\text{Nu} = 3,66 + \frac{0,0668 \cdot \text{Pe} \cdot d/l}{1 + 0,04(\text{Pe} \cdot d/l)^{0,667}}. \quad (5.27)$$

Используя (5.27), имеем погрешность, которая не превышает 4%.

При теплообмене между поверхностью канала и жидкостью, движущейся в нем, по мере удаления от входа происходит нагревание или охлаждение пограничных слоев. В начальной части канала у поверхности образуется тепловой пограничный слой, а в центре — ядро потока, температура которого равна температуре жидкости на входе. По мере удаления от входа толщина теплового пограничного слоя увеличивается, а сечение ядра сокращается, и при $x = l_t$ изотермическое ядро исчезает. В дальнейшем вся жидкость, протекающая по каналу, участвует в теплообмене.

Вязкостный режим имеет место, когда наблюдается преобладание сил вязкости над подъемными силами, т.е. он соответствует течению вязких жидкостей при отсутствии влияния естественной конвекции. Поэтому при нагревании жидкости скорость у поверхности больше, а следовательно, и теплоотдача. При вязкостно-гравитационном режиме течения в вертикальном цилиндре и совпадении направлений вынужденной и свободной конвекции у стенки (охлаждении жидкости и течения сверху вниз или нагревании и течения снизу вверх) для расчета средней теплоотдачи применима формула

$$Nu_m = 0,35 \left(Pe_m \frac{d}{l} \right)^{0,3} \left[Ra_m \frac{d}{l} \right]^{0,18}, \quad (5.28)$$

где коэффициент теплоотдачи отнесен к начальной разности температур $t_0 - t_\infty$; $\alpha = \frac{q}{t_0 - t_\infty}$;
 $Pe = \frac{w \cdot d}{\alpha_m}$; $t_m = 0,5(t_{\infty,1} + t_{\infty,2})$.

При вязкостно-гравитационном режиме, кроме влияния вязкости, распределение скоростей зависит от интенсивности и направления естественной конвекции, обусловленных разностью плотностей менее и более нагретых участков жидкости. В зависимости от направлений вынужденного и свободного движения различают три случая:

- направления естественного и вынужденного движения совпадают (рис. 5.9);
- направления естественного и вынужденного движения взаимно перпендикулярны (рис. 5.10);
- направления естественного и вынужденного движения противоположны (рис. 5.11).

При этом результирующая скорость жидкости у поверхности под влиянием естественной конвекции, направленной в противоположные стороны, уменьшается. В ряде случаев у поверхности происходит возвратное (вихревое) движение жидкости.

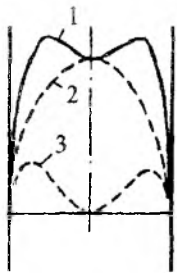


Рис. 5.9. Направления естественной и вынужденной конвекции совпадают

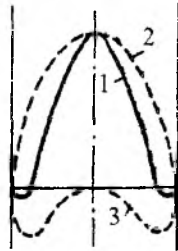


Рис. 5.10. Характер конвективных течений в горизонтальных цилиндрах. Направления взаимно перпендикулярны

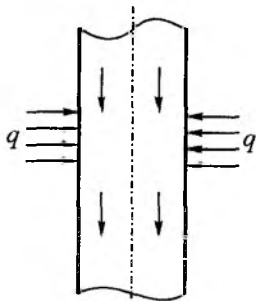


Рис. 5.11. Направления естественной и вынужденной конвекции

Тогда коэффициенты теплоотдачи практически равны их значениям, рассчитанным по уравнениям для турбулентного течения. В таких расчетах учет неустойчивости физических параметров и других значимых факторов требует сложной и трудоемкой работы. Поэтому инженерные задачи решаются с использованием простых эмпирических формул. Например, для случая $q_0 = \text{const}$, для расчета местных коэффициентов теплоотдачи при вязкостном течении на начальном тепловом участке используется формула

$$Nu_{\infty}(x)_x = 0,33 Re_{\infty(x)}^{0,5} Pr_{\infty(x)}^{0,43} \left(\frac{Pr_{\infty(x)}}{Pr_{0(x)}} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^{0,1}. \quad (5.29)$$

Отношение $(Pr_{\infty(x)} / Pr_{0(x)})^{0,25}$ учитывает влияние нестационарности физических свойств жидкости. В формуле (5.29) за характерный размер принято расстояние от рассматриваемого сечения до входа жидкости в цилиндр, за характерную температуру — средняя в данном сечении температура жидкости.

Если длина цилиндра больше длины начального теплового участка, средние коэффициенты теплоотдачи при вязкостном течении могут быть определены с точностью до 3% по уравнению

$$\bar{Nu} = 1,55 \left(Pe \frac{d}{l} \right)^{0,33} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right)^{-0,14} \cdot \epsilon_l, \quad (5.30)$$

где μ_∞, μ_0 — коэффициенты динамической вязкости, определяемые по температуре твердой поверхности и жидкости.

Средний коэффициент теплоотдачи соответствует среднему логарифмическому температурно-му напору. Физические свойства жидкости находятся по температуре $t = t_0 - \frac{\Delta t_\infty}{2}$. Характерный размер в числах \bar{Nu} и Pe — внутренний диаметр цилиндра.

При вязкостно-гравитационном режиме коэффициенты теплоотдачи больше коэффициентов, определяемых по формулам (5.29), (5.30). Средний коэффициент теплоотдачи при вязкостно-гравитационном режиме в условиях свободной и вынужденной конвекции может быть рассчитан:

$$\bar{Nu}_{\alpha d} = 0,15 Re_{\alpha d}^{0,33} Pr_{\infty}^{0,33} Ra_{\alpha d}^{0,1} \left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \epsilon_l; \quad (5.32)$$

— для воздуха

$$Nu = 0,13 Re^{0,33} Gr^{0,1} \epsilon_l, \quad (5.33)$$

если $\left(\text{Pe}_r \frac{d}{l}\right)_{ac} \leq \text{Pe}_r \frac{d}{l} \leq 110$; $20 \leq \frac{l}{d} \leq 130$,

где в качестве характерной принята средняя температура жидкости в цилиндре, характерный размер — внутренний диаметр цилиндра. Коэффициент ε_l ((5.32) и (5.33)) учитывает изменение среднего коэффициента теплоотдачи по длине цилиндра. Если $l/d > 50$, то $\varepsilon_l = 1$, а также при $l/d < 50$ ε_l можно выбрать из таблицы 5.2 или из формулы

$$\varepsilon_l = 0,6 \left(\frac{l}{\text{Re}_\infty \cdot d} \right)^{-0,143} \cdot \left(1 + 2,5 \frac{l}{\text{Re}_\infty \cdot d} \right) .$$

Таблица 5.2

Значения ε_l в формулах (5.32) и (5.33)

l/d	1	2	5	10	15
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18
l/d	20	30	40	50	
ε_l	1,13	1,05	1,02	1	

Исследования теплоотдачи при вязкостном и вязкостно-гравитационном режимах были проведены Петуховым Б.С., Краснощековым Е.А., Нольде А.Д. и другими.

При $q = \text{const}$ получено, что вследствие свободной конвекции температура поверхности горизонтального цилиндра существенно изменяется по периметру; в условиях нагрева воды в верхней части периметра она значительно выше, чем в нижней.

Если $8 \cdot 10^5 \leq \text{Ra}_m \leq 4 \cdot 10^8$ асимптотическое значение числа Пекле можно определить из выражения

$$\left(\text{Pe}_m \frac{d}{l} \right)_\infty \approx 1,5 \left(\text{Ra} \frac{d}{l} \right)_m^{0,25} . \quad (5.34)$$

При $\text{Ra} > 8 \cdot 10^5$ учитывается и свободная конвекция. Если $\text{Ra} < 8 \cdot 10^5$, то естественная конвекция не оказывает существенного влияния на теплоотдачу и режим течения жидкости — вязкостный. Расчет средней теплоотдачи при вязкостном режиме течения жидкости в цилиндрах при постоянной температуре поверхности можно вычислить из формулы

$$\text{Nu}_\infty = 1,55 \left(\text{Pe}_\infty \frac{d}{l} \right)^{0,33} \cdot \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right)^{0,14} \cdot \varepsilon_l . \quad (5.35)$$

Средний коэффициент теплоотдачи на внутренней поверхности горизонтального цилиндра можно определить

$$\bar{\alpha} = \frac{q_0}{\Delta t} = \frac{\int_0^l \alpha \Delta t dx}{\int_0^l \Delta t dx} = \frac{\int_0^{l_r} \alpha_r \Delta t dx + \int_{l_r}^l \alpha_\infty \Delta t dx}{\int_0^{l_r} \Delta t dx + \int_{l_r}^l \Delta t dx} , \quad (5.36)$$

где l — длина цилиндра;

Δt — разность температур между поверхностью и жидкостью.

После соответствующих преобразований уравнения (5.36) можно получить выражение

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_\infty} = 1 + \frac{l_r}{l} \left(\frac{\bar{\alpha}_r}{\alpha_\infty} - 1 \right) , \quad (5.37)$$

из которого следует, что в длинных цилиндрах

($l \gg l_r$), $\bar{\alpha} \rightarrow \alpha_\infty$, т.е. для длинных труб $\bar{\alpha}$ и α_∞

практически совпадают. Длина цилиндра l_r , при которой можно полагать, что средний коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$ равен коэффициенту теплоотдачи при стабилизированном теплообмене α_∞ , обычно используется в практических расчетах средней теплоотдачи. Очевидно, l_r является условной расчетной величиной, численное значение которой зависит от точности аналитического расчета и экспериментальных данных. Для $x > l_r$ (для цилиндра, когда его длина больше участка тепловой стабилизации) $\text{Nu} = 3,66$.

Средняя температура жидкости на расстоянии x от входа в цилиндр после участка тепловой стабилизации ($x > l_r$ и $q_0 = \text{const}$) равна

$$\frac{t_{0,x} - t_{\infty,0}}{q_0 \cdot d / \lambda_\infty} = \frac{2}{\text{Pe}} \cdot \frac{x}{r} + 0,5 \left(\frac{y}{r} \right)^2 - 0,125 \left(\frac{y}{r} \right)^4 - 0,146 , \quad (5.38)$$

где r — радиус цилиндра;

y — расстояние от оси цилиндра с радиусом по нормали;

$t_{\infty,0}$ — температура жидкости на входе в цилиндр.

Температура поверхности цилиндра ($y = r$) в сечении x

$$\frac{\lambda_\infty (t_0 - t_{\infty,0})}{2r \cdot q_0} = \frac{2x}{\text{Pe} \cdot r} + 0,146 . \quad (5.39)$$

Температура внутренней поверхности цилиндра на входе

$$\frac{\lambda_\infty (t_{0,0} - t_{\infty,0})}{2r \cdot q_0} = 0,146 . \quad (5.40)$$

На начальном участке тепловой стабилизации при $q_0 = \text{const}$

$$\text{Nu}_r = 1,31 \left(\frac{x}{\text{Pe} \cdot d} \right)^{0,33} \left(1 + \frac{2}{\text{Pe}} \cdot \frac{x}{d} \right) . \quad (5.41)$$

За участком тепловой стабилизации при $q_0 = \text{const}$ $Nu \approx 4,36$.

В таблице 5.3 приведены уравнения для расчета чисел Нуссельта в зависимости от формы канала.

Таблица 5.3

Числа Нуссельта при ламинарном течении жидкости в каналах

Профиль канала	Характерный размер	$Re \frac{d_s}{l}$	Число Нуссельта
Цилиндр диаметром d	d	> 12	$1,61 \left(Pe \frac{d_s}{l} \right)^{0,33}$
Цилиндр диаметром d	d	< 12	3,66
Плоская щель шириной δ	2δ	> 70	$1,85 \left(Pe \cdot \frac{d_s}{l} \right)^{0,33}$
Плоская щель шириной δ	2δ	< 70	7,50
Треугольный канал со стороной a	$0,58a$	> 7	$1,5 \left(Pe \cdot \frac{d_s}{l} \right)^{0,33}$
Треугольный канал со стороной a	$0,58a$	< 7	2,70

5.3.6. Турбулентное движение жидкости

1. Профиль скоростей при турбулентном течении

Использование эквивалентного диаметра возможно при расчете теплообмена в каналах, в которых нет острых углов или резких сужений поперечного сечения. Для треугольных каналов с острыми углами, пучков плотноупакованных стержней, кольцевых каналов с большим соотношением диаметров эквивалентный диаметр d_s не является единственным характерным геометрическим размером. В острых углах и аналогичных областях образуются так называемые **ламинизированные зоны** (области с ламинарным режимом течения даже при высоких значениях числа Re).

У внутренней поверхности цилиндра температура изменяется резко, а в центральной части сечения (турбулентном ядре потока) — плавно (рис. 5.12). При этом максимальная скорость наблюдается на оси цилиндра. Отношение средней скорости \bar{w} к максимальной w_0 зависит от числа Re :

$$\bar{w}/w_0 = f(Re); \quad \frac{\bar{w}}{w_0} = 0,8...0,9.$$

По Блазиусу для гидравлически гладких цилиндров коэффициент гидравлического сопротивления трению равен

$$\lambda_{тр} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}.$$

Из опытных данных при турбулентном течении длина участка тепловой стабилизации равна $l_T = (10...15)d$.

5.3.7. Теплоотдача при турбулентном режиме движения жидкости в трубах

При стабилизированном режиме течения число Нуссельта можно рассчитать из формулы

$$Nu_{\infty d} = \frac{0,125 \lambda_{тр} Pe_{\infty d}}{1,07 + 12,7 \sqrt{\lambda_{тр}/8} (Pr^{0,667} - 1)} \left(\frac{\mu_c}{\mu_0} \right)^n, \quad (5.42)$$

где $\lambda_{тр} = (1,821g Re_{\infty} - 1,64)^{-2}$ — коэффициент сопротивления трению (изотермическое течение жидкости в гладких цилиндрах).

В (5.42) при нагревании жидкости — $n = 0,11$, при охлаждении — $n = 0,25$. За характерную температуру жидкости принята средняя по сечению (при расчете локальных коэффициентов теплоотдачи) или средняя в цилиндре (при расчете средних коэффициентов теплоотдачи) температура жидкости. Исключение составляет коэффициент динамической вязкости μ_0 , определяемый по температуре поверхности, характерный размер — внутренний диаметр цилиндра.

Используя уравнение $Nu = \frac{\lambda_{тр}}{8} Re$, можно получить формулу ($Pr \geq 1$), если ввести в него экспериментальную функцию $f(Pr) = 0,91 Pr^{0,43}$. Для опре-

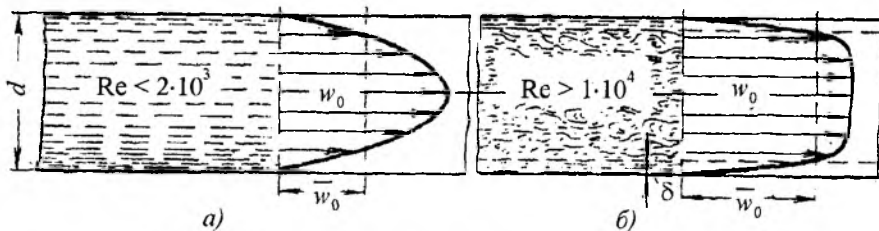


Рис. 5.12. Профиль скорости при турбулентном течении

Поправочный коэффициент ϵ_l

l/d	Значение ϵ_l при турбулентном режиме				
	$\bar{\epsilon}_l$ при				
	Re=1·10 ⁴	Re=2·10 ⁴	Re=5·10 ⁴	Re=1·10 ⁵	Re=1·10 ⁶
1	1,65	1,51	1,34	1,28	1,14
2	1,50	1,40	1,27	1,22	1,11
5	1,34	1,27	1,18	1,15	1,08
10	1,23	1,18	1,13	1,10	1,05
15	1,17	1,13	1,10	1,08	1,04
20	1,13	1,10	1,08	1,06	1,03
30	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02
40	1,03	1,02	1,02	1,02	1,01
50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Влияние степени турбулизации потока на критическое число Рейнольдса показано на рис. 5.13.

Для каналов некруглого поперечного сечения, цилиндров с внутренним оребрением имеем:

– уравнение Нуссельта

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,023 \left(\frac{dm}{\mu} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,333} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{0,14}; \quad (5.44)$$

– уравнение Колберна

$$\alpha \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,667} \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{-0,14} = \frac{0,023}{(dm)^{0,2}}, \quad (5.45)$$

где m – массовая скорость, кг/с.

5.3.8. Теплообмен при переходном режиме движения жидкости в цилиндрах

При числах Рейнольдса $2 \cdot 10^3 < Re < 10^4$ теплоотдача зависит от многих факторов, трудно поддающихся учету. Наличие вынужденного и свободного движения может существенно изменить характер теплообменных процессов, что для переходной области чисел Рейнольдса усложнит количественную оценку процесса теплообмена. И совершенно понятно, что уравнения, записанные ранее для ламинарного или турбулентного режимов нельзя, распространять на область переходного режима ($Re = 2 \cdot 10^3 \dots 10^4$).

Согласно исследованиям Хаузена уравнение типа Нуссельта имеет вид:

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,116 \left[\left(\frac{d \cdot m}{\mu} \right)^{0,667} - 125 \right] \times \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,333} \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{0,14} \left[1 + \left(\frac{d}{l} \right)^{0,667} \right], \quad (5.46)$$

деления коэффициента гидравлического сопротивления используется формула

$$\lambda_{тр} = 0,184 Re_d^{-0,2}.$$

Внося поправку $\epsilon_l = \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)$ на изменение физических свойств жидкости в зависимости от направления теплового потока, для капельных жидкостей имеем

$$\overline{Nu}_{\infty d} = 0,021 Re_{\infty d}^{0,8} Pr_{\infty}^{0,43} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \epsilon_l. \quad (5.43)$$

По этой формуле рассчитывают средний коэффициент теплоотдачи в прямых гладких цилиндрах при $l/d > 50$. Число Pr_0 находится по средней температуре поверхности стенки трубы. При $Pr = 1$ и $Re = 10^4 \dots 2 \cdot 10^6$ $Nu = 0,023 Re^{0,8}$. Для газов влияние изменения физических свойств на теплоотдачу учитывается величиной $\theta = \frac{t_0}{t_\infty}$: при охлаждении $0,5 \leq \frac{t_0}{t_\infty} \leq 1$ и $Nu = Nu_\infty \left(1,27 \dots 0,27 \frac{t_0}{t_\infty} \right)$, при нагревании $0,5 \leq \frac{t_0}{t_\infty} \leq 1$ и $Nu = Nu_\infty \left(\frac{t_0}{t_\infty} \right)^{-0,55}$, где Nu_∞ – число Нуссельта при постоянных физических параметрах.

Для воздуха ($Pr \approx 0,7$) формула (5.43) имеет вид

$$\overline{Nu}_{\infty d} = 0,018 Re_{\infty d}^{0,8} \cdot \epsilon_l.$$

Здесь за характерную температуру принята средняя температура потока; за характерный размер – внутренний диаметр цилиндра или эквивалентный диаметр канала. Формула (5.43) и последующие справедливы при: $Re_{\infty d} = 1 \cdot 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$, $Pr_\infty = 0,6 \dots 2500$.

Для цилиндров $l/d < 50$ вносится поправочный коэффициент ϵ_l , который зависит от числа Re (табл. 5.4).

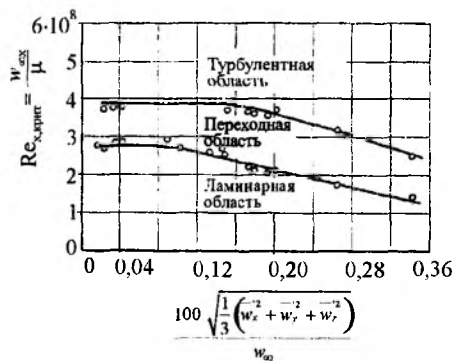


Рис. 5.13. Влияние степени турбулизации потока на критическое число Рейнольдса

а типа Колберна запишется

$$\frac{(\alpha/c \cdot m)(c\mu/\lambda)^{0,667}(\mu/\mu_0)^{-0,14}}{1+(d/l)^{0,667}} = \frac{0,116 \left[(d \cdot m/\mu)^{0,667} - 125 \right]}{d \cdot m/\mu} \quad (5.47)$$

Расчет теплообмена в переходной области может быть выполнен также с помощью графических зависимостей (рис. 5.14) или с использованием уравнения

$$\overline{Nu}_\infty = 0,008 Re_\infty^{0,9} Pr_\infty^{0,43} \quad (5.48)$$

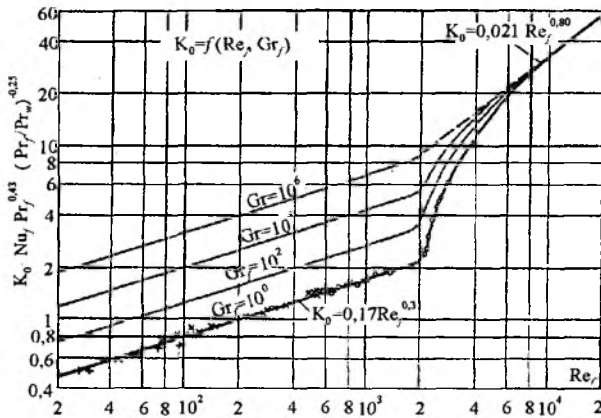


Рис. 5.14. Графические зависимости для определения числа Нуссельта в переходной области

1. Характерный (определяющий) размер

Во многие числа подобия (Nu , Re , Pr) входит линейная величина l , которую называют характерным линейным размером и принимают в зависимости от конкретных условий. Если условиями однозначности заданы несколько линейных размеров, то за определяющий принимают тот, от которого в большей степени зависит процесс конвективного теплообмена. Остальные размеры в критерияльных уравнениях представляются в виде

$$\frac{l_1}{l}, \frac{l_2}{l} \dots$$

В расчетах теплообмена при поперечном омывании цилиндров за l принимают наружный диаметр цилиндра. При течении жидкости в цилинд-

рах за характерный линейный размер принимает-ся его внутренний диаметр, в каналах с различной конфигурацией поперечного сечения — эквивалентный диаметр d_3

$$d_3 = \frac{4F}{\Pi},$$

где F — площадь поперечного сечения канала, по которому перемещается жидкость;

Π — периметр сечения поверхности, через которую происходит передача теплоты.

При движении жидкости в канале прямоугольного сечения с размерами a и b d_3 (эквивалентный характерный размер) можно определить (рис. 5.15):

$$d_3 = \frac{4 \cdot ab}{2a + 2b} = \frac{2a}{a + b}$$

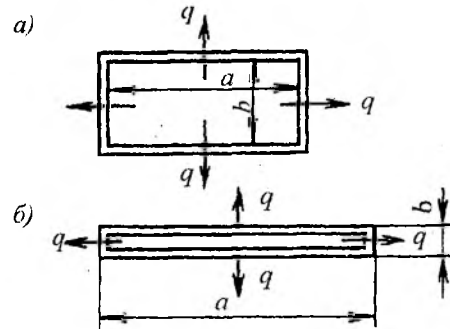


Рис. 5.15. Схема канала прямоугольного сечения

В случае, когда размер b мал по отношению к a (канал имеет сечение в виде узкой щели) (рис. 5.15б), тогда

$$d_3 = \frac{4 \cdot ab}{2a + 2b} \approx \frac{4ab}{2a} = 2b.$$

При течении жидкости через кольцевое сечение между двумя соосными цилиндрами и при передаче теплоты через внешнюю и внутреннюю поверхности эквивалентный диаметр запишется

$$d_2 = \frac{4 \left(\frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right)}{\pi d_1 + \pi d_2} = d_2 - d_1.$$

Если перенос теплоты происходит только через внутреннюю поверхность (рис. 5.16), тогда

$$d_2 = \frac{4 \left(\frac{\pi d_2^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right)}{\pi d_1} = \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_1}.$$

При течении жидкости вдоль цилиндрического пучка (рис. 5.17), расположенного в канале прямоугольного сечения с размерами a и b , и при

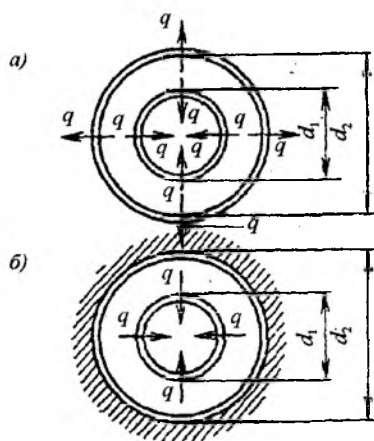


Рис. 5.16. Схема канала кольцевого сечения

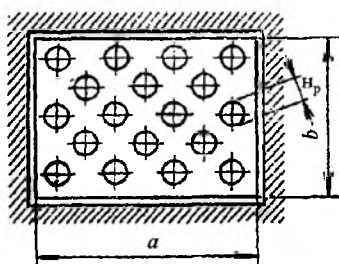


Рис. 5.17. Схема прямоугольного канала с пучком труб

передаче теплоты только от трубного пучка d_3 находится

$$d_3 = \frac{4 \left(ab - \frac{\pi d_1^2}{4} \right)}{\pi d_1} = \frac{4ab}{\pi d_1} - d_1.$$

2. Теплообмен в изогнутых цилиндрах

При турбулентном течении жидкости в изогнутых цилиндрах (коленах, отводах, змеевиках) вследствие центробежного эффекта в поперечном сечении цилиндра возникает вторичная циркуляция, наличие которой приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. С ростом радиуса кривизны r влияние центробежного эффекта уменьшается, и в пределе (при $r = \infty$) оно совсем исчезает (прямой цилиндр). Вследствие возрастания скорости и вторичной циркуляции и как следствие этого — увеличения турбулентности потока коэффициенты теплоотдачи в изогнутых цилиндрах выше, чем в прямых.

Расчет теплоотдачи в изогнутых цилиндрах выполняется по уравнениям, справедливым для прямого цилиндра, но полученное значение коэффициента теплоотдачи умножается на поправочный коэффициент, который определяется из выражения

$$\epsilon_r = 1 + 1,77 \frac{d}{r},$$

где d — диаметр цилиндра; r — радиус змеевика (колена).

В змеевиках влияние вторичной циркуляции распространяется на всю длину.

Определенный интерес представляет распределение скоростей (изотахи¹) в некруглых цилиндрах. На рис 5.18 представлены изотахи для канала прямоугольного и треугольного поперечного сечений по измерениям Никурадзе И. Как видно из этого рисунка, в углах канала преобладают высокие скорости вследствие наличия вторичных течений, когда вдоль биссектрис углов жидкость движется в эти углы и затем растекается в обе стороны. Вторичные течения переносят импульсы из центральных областей течения в углы и приводят к увеличению скорости.

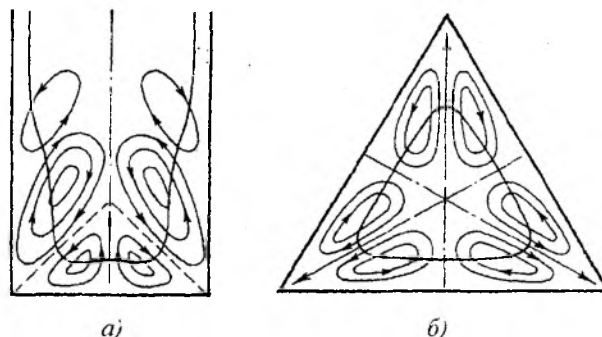


Рис. 5.18. Схема изотак в канале: а) по Никурадзе И.; б) схема изотак в каналах с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника

Рис. 5.18 иллюстрируется схема вторичных течений в треугольном и четырехугольном поперечном сечениях. В четырехугольном поперечном сечении вторичные течения, направленные у длинных сторон и в середине коротких сторон от стенки внутрь, создают зоны пониженной скорости. Эти зоны заметны на картине изотах (см. рис. 5.18). Вторичные течения возникают также в потоках со свободной поверхностью. На рис. 5.19 изображена картина изотак в открытом прямоуголь-

¹ Изотахи (от изо... и греч. tachos — скорость), изолинии, характеризующие скорость ветра или течения воды.

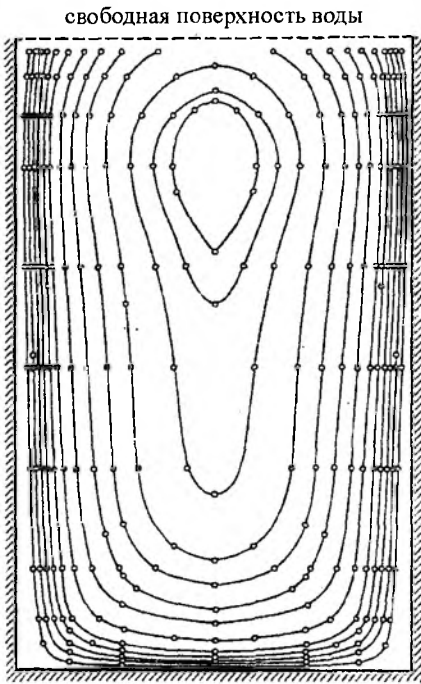


Рис. 5.19. Схема изотех в прямоугольном открытом лотке (по Никурадзе И.)

ном водотоке, где максимальная скорость жидкости получается не на свободной поверхности, а ниже, примерно на 0,2 глубины. Кроме того, свободная поверхность не является сечением плоского течения. В трубах с треугольным поперечным сечением с одним очень острым углом течение в этом угле продолжает оставаться ламинарным до высоких чисел Рейнольдса.

5.4. Теплообмен при поперечном обтекании цилиндра (трубы)

Известны теплообменные устройства различного назначения, в которых распространенным элементом являются криволинейные, поперечно-обтекаемые тела, например, круглые, эллиптические цилиндры и тела других форм. Разнообразные формы цилиндров применяются в строительных сооружениях, судостроении, авиационной технике, энергетическом (котельном) оборудовании. Многочисленные исследования теплообмена при поперечном обтекании цилиндров выполнены Жукаускасом А.А., Чженом П., Морковиным М. и др.

5.4.1. Гидродинамические особенности поперечного обтекания цилиндра

Если скорость потока на бесконечном расстоянии от фронтальной точки равна w_∞ , давление p_∞ , а локальные значения этих величин у поверхности цилиндра — w и p , то связь между давлением и скоростью для невязкой жидкости можно представить в форме уравнения Бернулли:

$$p + \frac{\rho \cdot w^2}{2} = \text{const}, \quad p_\infty + \frac{\rho \cdot w_\infty^2}{2} = \text{const}.$$

Обтекание цилиндра поперечным неограниченным потоком жидкости характеризуется рядом особенностей (см. рис. 5.20 и 5.21). Безотрывное обтекание цилиндра имеет место только при $Re \leq 5$. При $Re > 5$ поперечно-обтекаемый цилиндр является неудобнообтекаемым телом (рис. 5.21 и 5.22). Пограничный слой, образующийся на фронтальной половине цилиндра, в его кормовой части отрывается от поверхности, и за ней образуются два симметричных вихря (дорожка Кармана) (см. рис. 5.21). Затем вихри периодически отрываются от цилиндра и уносятся потоком жидкости.

Начиная с $Re \approx 10^3$ частота отрыва вихрей растет и уже при $Re = 10^3 \dots 2 \cdot 10^5$ является постоянной величиной, характеризуемой числом Струхала

$$Sh = \frac{fd}{w_\infty} = 0,2,$$

где f — частота отрыва вихрей.

За счет действия сил вязкости скорость и, следовательно, кинетическая энергия жидкости непосредственно у поверхности цилиндра малы. Увеличение давления вдоль потока приводит к торможению жидкости и возникновению возвратного движения. Возвратное течение оттесняет пограничный слой от поверхности тела, и образуется вихрь. При сравнительно малых числах Рейнольдса и малой степени турбулентности набегающего потока наблюдается отрыв ламинарного пограничного слоя при угле φ , равном примерно 82° (рис. 5.20в).

При больших числах Рейнольдса подтормаживание течения вследствие роста давления приводит не к отрыву, а к переходу движения в слое в турбулентную форму. Турбулентный пограничный слой обладает большой кинетической энергией вследствие турбулентных пульсаций, поэтому место отрыва смещается по потоку ($\varphi \approx 140^\circ$). Смещение точек отрыва приводит к уменьшению вихревой зоны за цилиндром.

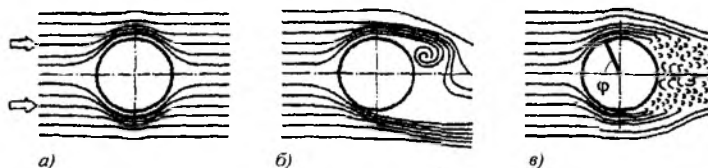


Рис. 5.20. Схема обтекания цилиндра при $Re \approx 1$ (а), $Re < 2 \cdot 10^5$ (б) и $Re > 4 \cdot 10^5$ (в)

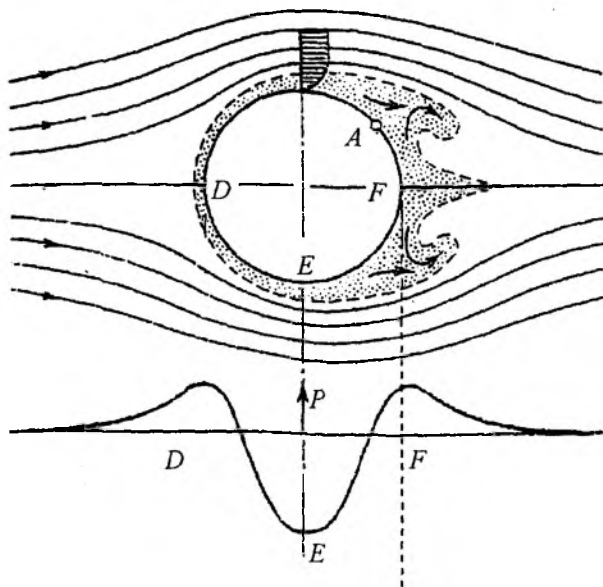


Рис. 5.21. Схематическое изображение отрыва пограничного слоя и образования вихрей при обтекании цилиндра; А — точка отрыва

Турбулентное течение в пограничном слое происходит при больших значениях числа Re ($Re = 10^5 \dots 4 \cdot 10^5$). На значение $Re_{кр}$ влияет степень турбулентности набегающего потока. Чем больше степень турбулентности, тем при меньших числах Re появляется турбулентный пограничный слой. По данным Жукаускаса А.А. и Дауэта-

са П.М., при $Re > 2 \cdot 10^5$ угол $\varphi_{кр}$, соответствующий переходу ламинарного течения в пограничном слое в турбулентное, зависит от числа Рейнольдса.

Рассматривая особенности обтекания цилиндра, необходимо остановиться на потоках идеальной и реальной жидкостей. При обтекании цилиндра потоком идеальной жидкостью, не обладающей внутренним трением (вязкостью), скорость на поверхности цилиндра может быть рассчитана из выражения

$$w = w_0 \sin \varphi \left[1 + \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right], \quad (5.49)$$

где r , r_1 — внешний радиус цилиндра и расстояние от оси до рассчитываемой точки;

w_0 — скорость набегающего потока.

Из уравнения (5.49) видно, что с увеличением расстояния от поверхности цилиндра скорость жидкости уменьшается и на поверхности цилиндра она равна

$$w = 2w_0 \cdot \sin \varphi. \quad (5.50)$$

В соответствии с выражением (5.50) касательная скорость в любой критической точке ($\varphi = 0^\circ$) минимальна и равна 0. С увеличением φ поток ускоряется, и в миделевом сечении ($\varphi = 90^\circ$) скорость увеличивается в два раза. При поперечном обтекании цилиндра на его фронтальной части об-

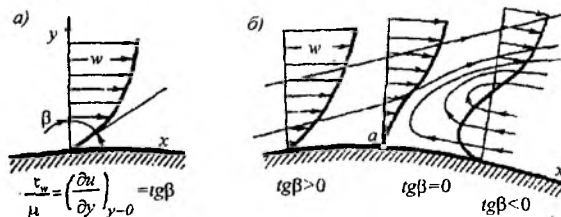


Рис. 5.22. Схема распределения скоростей и касательных напряжений:
а) схема распределения касательного напряжения;
б) схема распределения скорости в области отрыва пограничного слоя

разуется ламинарный пограничный слой, толщина которого возрастает вверх по течению. Основными его характеристиками служат число Re и степень турбулентности (число турбулентности) набегающего потока (Tu), определяемая из выражения

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{w_x'^2} + \overline{w_y'^2} + \overline{w_z'^2})}}{w_0}, \quad (5.51)$$

где $\overline{w_x'^2}$, $\overline{w_y'^2}$, $\overline{w_z'^2}$ — средние во времени квадраты трех составляющих пульсаций скоростей;

w_0 — скорость внешнего потока.

При $Re = 10^5 - 10^7$ на поперечно-обтекаемом цилиндре образуются ламинарная, переходная и турбулентная зоны.

Характерным признаком отрыва потока является равенство нулю поперечного градиента скорости на поверхности в точке, расположенной за минимумом давления. Отрыв ламинарного пограничного слоя также зависит от распределения скорости на внешней его границе. В соответствии с зависимостью (5.49) отрыв происходит при угле $\varphi = 82^\circ$.

5.4.2. Распределение касательных напряжений и давления у поверхности горизонтального цилиндра

Касательное напряжение — важная гидродинамическая характеристика, отражающая характер обтекания цилиндра и позволяющая проследить за развитием пограничного слоя, определить точку его отрыва. В пограничном слое на поперечно-обтекаемых цилиндрических телах имеет место продольный градиент давления, обусловленный кривизной их поверхности. Анализ уравнения движения

$$w_x \frac{\partial w}{\partial x} + w_y \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\tau}{dy} \quad (5.52)$$

при граничном условии $w_x = w_y = 0$ (когда $y = 0$) позволяет определить связь между распределением касательных напряжений и давлением

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}.$$

Из уравнения (5.52) видно, что от изменения градиента давления (во фронтальной и кормовой частях цилиндра) зависит характер изменения касательных напряжений. К примеру, во фронтальной части цилиндра, где $dp/dx < 0$ с увеличением расстояния от его поверхности, касательные напряжения убывают, а в кормовой части (где

$dp/dx > 0$) они сначала увеличиваются, а затем уменьшаются, приближаясь к нулевому значению на внешней границе пограничного слоя.

Поскольку касательное напряжение связано со скоростью в пограничном слое, оно определяется градиентами скорости в пристенной области

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0}. \quad (5.53)$$

Таким образом, касательные напряжения τ_w уменьшаются или становятся равными нулю одновременно с соответствующим изменением градиента скорости $\partial w/\partial y$.

Геометрическая интерпретация (рис. 5.22а) показывает, что градиент скорости равен тангенсу угла между нормалью и касательной профиля скорости. При $\text{tg } \beta > 0$ градиент скорости положителен и касательное напряжение больше нуля. За точку отрыва пограничного слоя принимается такая точка, в которой $(\partial w/\partial y)_{y=0} = 0$, т.е. $\text{tg } \beta = 0$ (β — угол, образованный между нормалью к поверхности и касательной профиля скорости).

Коэффициент давления на фронтальной части цилиндра из-за ускорения потока падает до значения, соответствующего распределению давления при потенциальном обтекании и обычно не превышает (-3) . В итоге в точке отрыва $\tau_w = 0$, т.е. касательное напряжение обращается в нуль, а поток отрывается от стенки (см. рис. 5.22б). За точкой a ($\text{tg } \beta < 0$ (рис. 5.22б)) возникает возвратное течение и касательные напряжения становятся отрицательными. При этом векторы скорости пристенных масс жидкости направлены в противоположные стороны. Жидкость, движущаяся против основного потока, встречаясь с пограничным слоем, преобразуется в контуры, что способствует началу вихревого движения. В большинстве случаев изменение распределения коэффициента давления в области фронтальной критической точки до $\varphi \approx 40^\circ$ автомодельно в отношении Re и Tu и с изменением этих параметров остается постоянным.

Полное сопротивление поперечно-обтекаемых цилиндрических тел равно равнодействующей сил трения и давления, приложенных к поверхности. При малых Re равнодействующая сил давления незначительна и сопротивление определяется в основном силами трения. При $Re < 30$ коэффициент сопротивления трения для круглого цилиндра можно определить по формуле

$$\lambda_{\tau p} = \frac{8\pi}{Re(2,002 - \ln Re)}, \quad (5.54)$$

а когда $Re = 30 \dots 40$ — в соответствии с выражением

$$\lambda_{тр} = 4 Re^{-0,5},$$

который при нижнем значении $Re_{кр}$ составляет около 50% полного гидравлического сопротивления для горизонтального цилиндра и при верхнем — лишь 2%.

Напоминаем, что сопротивление трения равно 1–3% общего гидравлического сопротивления λ_0 для чисел $Re \cdot 10^3 \dots 5 \cdot 10^6$. С увеличением Re влияние составляющей сопротивления трения уменьшается. В критическом режиме обтекания коэффициент общего сопротивления круглого цилиндра (рис. 5.23) падает до 0,3, а затем возрастает до 0,9 в режиме сверхкритических чисел Re . Для эллиптического цилиндра, обтекаемого вдоль большой оси, его значение снижается до 0,1.

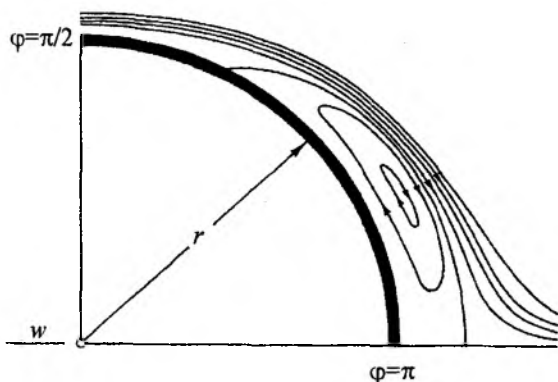


Рис. 5.23. Пограничный слой на кормовой стороне круглого цилиндра после отрыва при разгоне с постоянным ускорением (по Блазиусу)

Отрыв потока и образование вихрей — основная особенность поперечно-обтекаемого цилиндра. Точка отрыва пограничного слоя от поверхности цилиндра зависит от того, является ли движение перед местом отрыва ламинарным или турбулентным. Когда турбулизация набегающего потока невелика, отрыв пограничного слоя происходит при $\varphi = 80^\circ \dots 85^\circ$. Угол φ отсчитывается от фронтальной точки цилиндра. Чем больше скорость потока, тем при больших углах φ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя. При сильной турбулизации потока вследствие увеличения давления на фронтальной части цилиндра отрыв слоя происходит при $\varphi = 120^\circ \dots 140^\circ$. Это смещение приводит к уменьшению вихревой зоны в кормовой части цилиндра.

5.4.3. Расчет теплообмена при вынужденном движении жидкости

В результате исследования средней по окружности цилиндра теплоотдачи Жукаускасом А.А. были получены критериальные расчетные выражения:

— при $Re < 40$

$$\bar{Nu}_\infty = 0,76 Re_\infty^{0,4} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}; \quad (5.55)$$

— для $40 < Re < 10^3$

$$\bar{Nu}_\infty = 0,52 Re_\infty^{0,5} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}; \quad (5.56)$$

— для воздуха

$$\bar{Nu}_\infty = 0,43 Re_\infty^{0,5}; \quad (5.57)$$

— для $Re = 1 \cdot 10^3 \dots 2 \cdot 10^5$

$$\bar{Nu}_\infty = 0,26 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}; \quad (5.58)$$

— для воздуха

$$\bar{Nu}_\infty = 0,216 Re_\infty^{0,6}; \quad (5.59)$$

— и наконец для $Re_\infty = 2 \cdot 10^5 \dots 10^7$

$$\bar{Nu}_\infty = 0,023 Re_\infty^{0,8} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}. \quad (5.60)$$

За характерный размер принят внешний диаметр цилиндра, скорость отнесена к самому узкому поперечному сечению канала, стесненному цилиндром, за характерную температуру принимается средняя температура жидкости (находится по средней температуре стенки). Формулы (5.55), (5.56) справедливы, если угол ψ , составленный направлением потока и осью цилиндра и называемый углом атаки, равен 90° . Если $\varphi < 90^\circ$, теплоотдача уменьшается, поэтому в формулах (5.55)–(5.60) число Нуссельта необходимо умножить на поправочный коэффициент ϵ_ψ (табл. 5.5). Для оценки снижения теплоотдачи при $\psi = 30^\circ \dots 90^\circ$ можно использовать также зависимость

$$\bar{\alpha}_\psi = \bar{\alpha}_{\psi=90^\circ} (1 - 0,54 \cos^2 \psi),$$

где $\bar{\alpha}_\psi$, $\bar{\alpha}_{\psi=90^\circ}$ — коэффициенты теплоотдачи соответственно при $\psi < 90^\circ$ и $\psi = 90^\circ$.

Угол атаки, равный нулю, соответствует продольному омыванию цилиндра. При прочих равных условиях поперечное омывание дает более высокое значение коэффициента теплоотдачи. За-

метим, что характер продольного и поперечного обтекания различен.

Таблица 5.5

Значения поправки ϵ_ψ от угла атаки ψ

ψ , град	90	80	70	60	50
ϵ_ψ	1	1	0,98	0,95	0,87
ψ , град	40	30	20	10	
ϵ_ψ	0,77	0,67	0,6	0,55	

Мнения исследователей относительно выбора характерного размера для труб различного профиля при обобщении результатов не совпадают. В некоторых работах предлагаются следующие характерные размеры: эквивалентный диаметр $\frac{4F}{\Pi}$, фронтальная или горизонтальная ширина тела, корень квадратный из величины теплообменной поверхности и др. Однако до сих пор не найден единый определяющий геометрический параметр, который дал бы возможность получать универсальное уравнение подобия, достаточно точно обобщающее экспериментальные данные по теплоотдаче тел различных форм (эллиптические цилиндры и т.д.).

Средняя теплоотдача при различной степени турбулентности представлена на рис. 5.24.

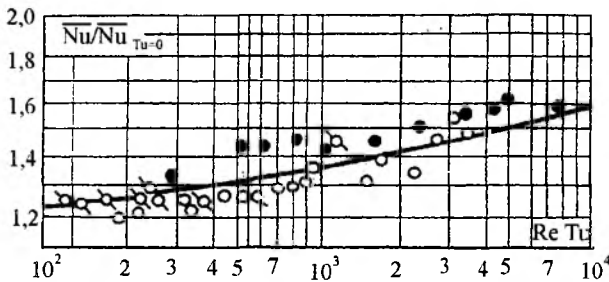


Рис. 5.24. Средняя теплоотдача цилиндра в поперечном потоке искусственно турбулизированного воздуха

Изменение локального коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра при $q_0 = \text{const}$ представлено на рис. 5.25.

На рис. 5.25 показано изменение коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра. Линия 1 соответствует теплоотдаче при отрыве ламинарного пограничного слоя, а линия 2 — теплоотдаче при отрыве турбулентного течения. Падение ко-

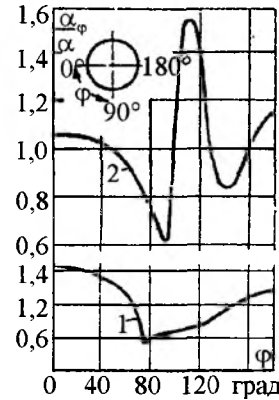


Рис. 5.25. Изменение локального коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра, омываемого поперечным потоком газа, при $q_0 = \text{const}$

эффициента теплоотдачи на фронтальной части цилиндра (рис. 5.25) объясняется ростом толщины ламинарного пограничного слоя. На кривой 1 минимум теплоотдачи примерно соответствует месту отрыва слоя; кормовая часть цилиндра омывается жидкостью, имеющей сложный вихревой характер движения. На линии 2 наблюдается два минимума. Первый минимум соответствует переходу ламинарного течения в турбулентное. Коэффициент теплоотдачи при этом резко возрастает (при больших значениях числа Re он может увеличиться в 2...3 раза). Второй минимум соответствует месту отрыва турбулентного пограничного слоя. Снижение теплоотдачи перед отрывом можно объяснить подтормаживанием пограничного слоя. За местом отрыва цилиндр омывается вихрями, имеющими сложный характер движения. Здесь теплоотдача несколько возрастает. Теплоотдача ламинарного пограничного слоя при $q_0 = \text{const}$ в среднем на 15...20% выше, чем при $t_0 = \text{const}$.

На рис. 5.26 представлена диаграмма для чисел Нуссельта при различных числах Re, из которой следует, что при обтекании цилиндра ламинарным потоком максимальная теплоотдача имеет место на фронтальной и кормовой поверхностях. При турбулентном режиме характер изменения теплоотдачи аналогичен теплообмену при ламинарном течении. Если набегающий на цилиндр поток искусственно турбулизирован, то коэффициент теплоотдачи будет больше, чем это следует из формулы (5.56). При этом изменение закона теплообмена наступает при числах Re, меньших 10^3 . Искусственную турбулизацию потока можно осуществить с помощью различных псевдообтекаемых решеток; особенно значительно возмущен поток на выходе из вентиля-

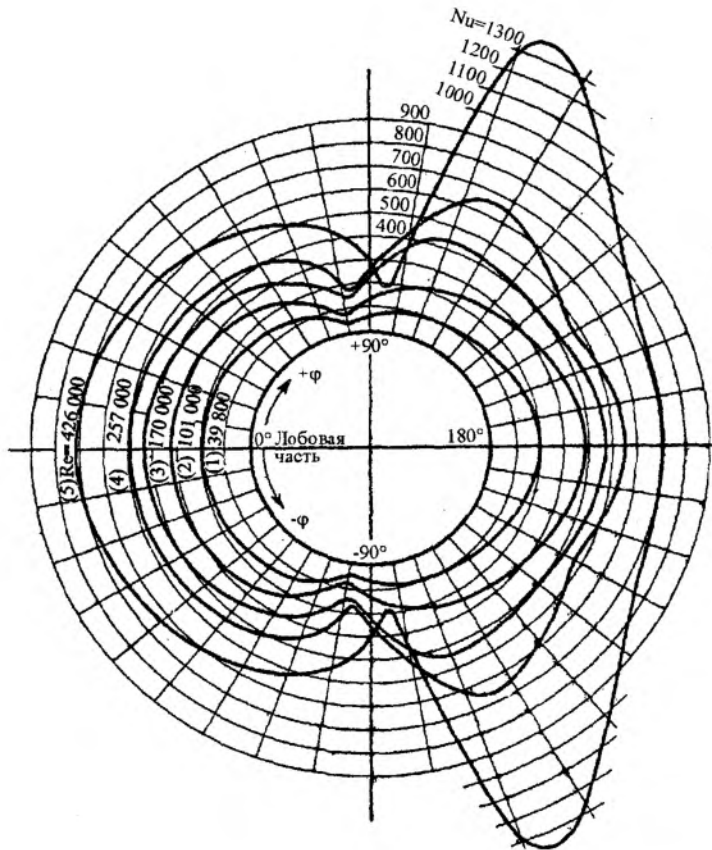


Рис. 5.26. Числа Nu на поверхности цилиндра при обтекании его потоком при различных числах Re

тора или насоса. Если, к примеру, цилиндр поместить непосредственно за вентилятором, то средняя теплоотдача может увеличиться в 2 раза. На рис. 5.24 показано влияние степени турбулентности набегающего потока Tu на среднюю теплоотдачу трубы. В интервале $100 \leq Re \cdot Tu \leq 10^4$ и при $Tu \leq 14\%$ для воздуха средняя теплоотдача может быть описана уравнением

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_0 \left[1 + 0,09(Re \cdot Tu)^{0,2} \right], \quad (5.61)$$

где \overline{Nu}_0 вычисляется по формуле (5.56).

5.5. Теплообмен при обтекании пучков труб (цилиндров)

Теплообменные устройства сравнительно редко выполняются из одного обтекаемого цилиндра, так как поверхность теплообмена при этом будет невелика. Обычно цилиндры компонуют в пучки. В технике чаще встречаются два основных типа

цилиндрических пучков: **шахматный** и **коридорный** (рис. 5.27).

Характеристикой пучка являются поперечный шаг S_1 (расстояние между осями цилиндров в направлении, поперечном потоку жидкости) и продольный шаг S_2 (расстояние между осями соседних двух рядов цилиндров, расположенных один за другим в направлении течения жидкости). Кроме S_1 и S_2 пучки характеризуются внешним диаметром труб и количеством рядов труб по ходу движения жидкости. Для определенного пучка шаги S_1 и S_2 и диаметр являются постоянными, не изменяющимися поперек и вдоль течения жидкости (трубы в пучке используются одного диаметра). Относительный шаг (расстояние) по глубине пучка $\frac{S_1}{d}$ — это отношение расстояния между осями двух соседних рядов цилиндров по направлению движения жидкости к внешнему диаметру цилиндра. Относительный шаг (расстояние) $\frac{S_2}{d}$

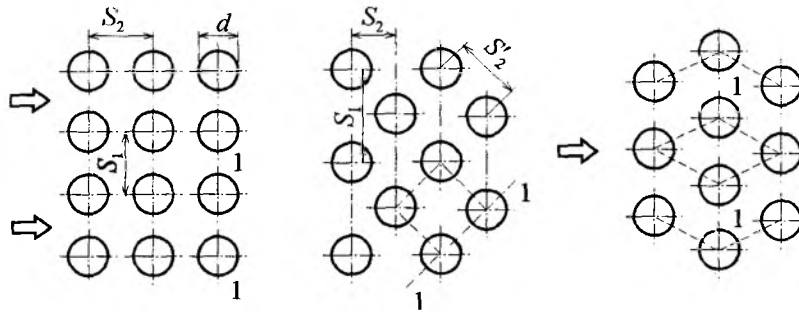


Рис. 5.27. Схема расположения цилиндров в пучке (наименьшее проходное сечение по 1—1)

по ширине пучка — отношение расстояния между осями цилиндров по ширине пучка к внешнему диаметру. Геометрию пучков обычно задают диаметрами труб (цилиндров), относительными поперечными продольными шагами.

Обтекание пучков цилиндров отличается от обтекания одиночного цилиндра, так как соседние цилиндры оказывают влияние на характер движения.

5.5.1. Характер движения жидкости в пучке

Течение жидкости в пучках имеет достаточно сложный характер. Рядом стоящие цилиндры пучка оказывают воздействие на обтекание соседних. В результате теплообмен труб пучка отличается от теплоотдачи одиночного цилиндра. Обычно трубный пучок устанавливается в каком-либо канале, поэтому течение в нем может быть связано с течением в канале.

Форма течения жидкости в пучке во многом зависит от характера течения в канале, где он установлен: турбулентное при отсутствии пучка, то оно обязательно будет турбулентным и в пучке, так как пучок является прекрасным турбулизатором. Однако если пучок находится в канале, в котором до его установки имел место ламинарный режим течения, то в этом случае в зависимости от числа Re можно иметь как одну, так и другую форму течения. Чем меньше число Re , тем устойчивее ламинарное течение, чем больше — тем легче перевести его в турбулентное. При низких значениях числа Re течение может остаться ламинарным. При этом зазор между цилиндрами образует отдельные щелевидные каналы переменного сечения (исключения составляет предельный случай, когда расстояние между цилиндрами велико).

В технике чаще встречается турбулентная форма течения жидкости в пучках. Так, например, по-

перечно-обтекаемые трубные поверхности нагрева котлов обтекаются турбулентным потоком.

Однако и при турбулентном течении имеют место различные законы. Это объясняется различным характером течения на поверхности цилиндров. Закон теплоотдачи изменяется при появлении на поверхности цилиндров турбулентного пограничного слоя. В пучке цилиндров турбулентный слой может появляться при меньших числах Re . Для пучков приближенно можно принять, что $Re_{кр} = 1 \cdot 10^5$. При этом числе Re скорость рассчитывается по самому узкому поперечному сечению пучка, определяющий размер — внешний диаметр единичной трубки пучка.

При $Re < 1 \cdot 10^5$ фронтальная часть цилиндра обтекается ламинарным пограничным слоем, а кормовая — неупорядоченными вихрями. Таким образом, в то время как течение в пространстве между цилиндрами является турбулентным, на фронтальной половине цилиндра имеется слой ламинарно текущей жидкости (имеет место смешанное движение жидкости).

Изменение характера обтекания сказывается и на теплоотдаче. Можно выделить три основных режима обтекания: ламинарный, турбулентный и смешанный. Наиболее изучен смешанный режим, который часто встречается в технике. Смешанному режиму соответствуют числа Re от $1 \cdot 10^3$ до $1 \cdot 10^5$. Рассмотрим основные особенности смешанного режима течения жидкости в трубном пучке.

Обтекание первого ряда труб шахматного и коридорного пучков аналогично обтеканию одиночного цилиндра. Характер обтекания остальных цилиндров (рис. 5.28) в значительной мере зависит от типа пучка.

В коридорных пучках все цилиндры второго и последующих рядов находятся в вихревой зоне впереди стоящих цилиндров, причем циркуляция жидкости в вихревой зоне слабая, так как поток в

основном проходит в продольных зазорах между цилиндрами («в коридорах»). Поэтому в коридорных пучках как фронтальная, так и кормовая часть цилиндров обтекается со значительно меньшей интенсивностью, чем те же части одиночных цилиндров первого ряда пучка. В шахматных пучках обтекание глубоко расположенных цилиндров мало отличается от характера обтекания цилиндров первого ряда.

Скорости и их пульсации в межтрубном пространстве пучка при различных числах Re зависят от их геометрических характеристик, точки соударения потока с цилиндром, места его отрыва от

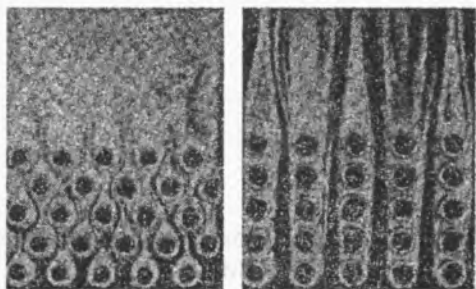


Рис. 5.28. Характер обтекания потоком пучков цилиндров с различным расположением труб

впереди расположенного цилиндра. На рис. 5.29, 5.30 представлены профили распределения местной скорости (w/\bar{w}).

На рис. 5.31...5.33 представлены схемы обтекания продольного ряда труб в сжатых коридорных пучках и глубинных рядах цилиндров при шахматной компоновке. Показано, что в зонах, где местная скорость увеличивается, пульсации скорости уменьшаются (до $\varphi = 30^\circ$ и $\varphi = 90^\circ \dots 140^\circ$). Уменьшение скорости в зонах ($\varphi = 30^\circ \dots 60^\circ$ и $\varphi = 90^\circ \dots 140^\circ$) приводит к существенному увеличению пульсаций скорости.

Коридорный пучок с малым продольным шагом можно рассматривать как систему продольных плоских каналов, в которых основной поток движется между продольными рядами цилиндров, а между ними имеются застойные зоны.

Между цилиндрами при шахматной компоновке на фронтальной точке цилиндра жидкость разделяется на потоки, направленные в разные стороны от этой точки. Во фронтальной части цилиндра жидкость ускоряется, а в кормовой - замедляется. На рис. 5.33: А — зона ускорения; Б — зона замедления; В — вихревая зона; Г — зона возвратного течения.

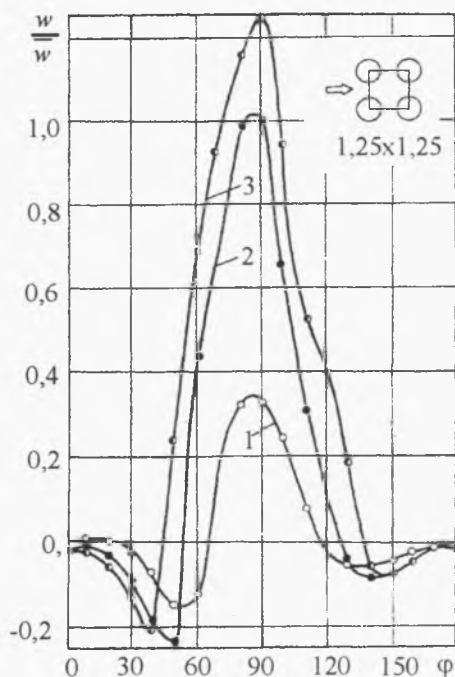


Рис. 5.29. Распределение локальной скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда коридорных пучков при расстояниях от поверхности 0,33 (1), 1,55 (2) и 3,6 мм (3), $Re \approx 10^3$, $Pr = 2100$

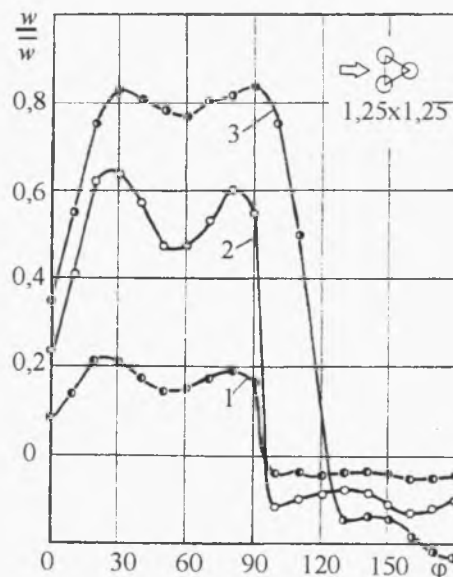


Рис. 5.30. Распределение локальной скорости в межтрубном пространстве глубинного ряда шахматных пучков при расстояниях от поверхности 0,32 (1), 2,0 (2) и 18,75 мм (3), $Re \approx 10^3$, $Pr = 2100$

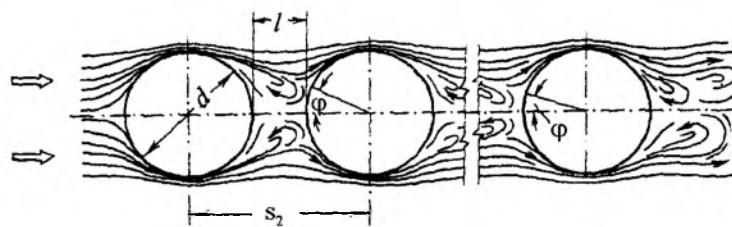


Рис. 5.31. Обтекание продольного ряда коридорных пучков

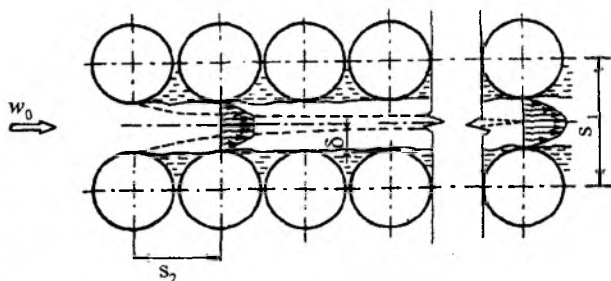


Рис. 5.32. Схема течения в сжатых коридорных пучках цилиндров

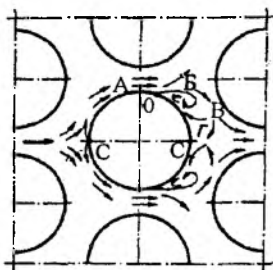


Рис. 5.33. Схема течения в глубинных рядах цилиндров шахматных пучков

Гидроаэродинамический режим в межтрубном пространстве пучков зависит от так называемого коэффициента давления (k_p), который определяется из формулы

$$k_p = 1 - \frac{2(p_{\varphi=0} - p_{\varphi})}{\rho \bar{w}^2},$$

где \bar{w} — средняя скорость в ламинарном слое проходного сечения пучка.

На рис. 5.34 и 5.35 даны графические зависимости этих коэффициентов при $Re = 10\ 800$.

Важнейшей характеристикой пучков цилиндров является их гидравлическое сопротивление, которое зависит от компоновки цилиндров в пучке, числа цилиндров, теплофизических характеристик жидкости. При сокращении числа рядов

на общее гидравлическое сопротивление оказывают влияние дополнительная потеря кинетической энергии в первом ряду и потери при истечении жидкости из пучка. Перепад давления в общем случае может быть представлен в виде функциональной зависимости

$$\Delta p = f(w, S_1, S_2, d, Z, \mu, \rho). \quad (5.62)$$

В безразмерной форме эта зависимость будет

$$Eu = \varphi(Re, S_1/d, S_2/d, Z). \quad (5.63)$$

5.5.2. Теплоотдача в поперечно-обтекаемых пучках цилиндров

Так как толщина гидродинамического и теплового пограничных слоев в пучках мала, а также вследствие высокой турбулентности интенсивность теплообмена в пучках достаточно велика. Теплоперенос у поверхности цилиндра в пучке зависит преимущественно от скорости потока, компоновки цилиндров, теплофизических характеристик жидкости, тепловой нагрузки, направления теплового потока

$$Nu = f\left(Re, Pr, \frac{\mu_{\infty}}{\mu_0}, \frac{\lambda_{\infty}}{\lambda_0}, \frac{c_{\infty}}{c_0}, \frac{\rho_{\infty}}{\rho_0}, \frac{S_1}{d}, \frac{S_2}{d}\right). \quad (5.64)$$

Влияние теплофизических свойств жидкости на теплоперенос зависит от учета их измерения, от температуры пограничного слоя. В большинстве случаев за характерную температуру принимают среднюю температуру потока жидкости. В свою очередь за характерный размер берется внешний диаметр цилиндра, а за расчетную скорость — скорость жидкости в минимальном проходном сечении. В ряде случаев при расчетах используют понятие «средняя скорость», под которой следует понимать среднее интегральное значение скорости по всей длине пути обтекания цилиндра. Расчет по средней скорости в зоне ламинарного течения жидкости показал, что теплоотдача первых рядов цилиндров в пучках с различной компоновкой не отличается от теплоотдачи одиночно-

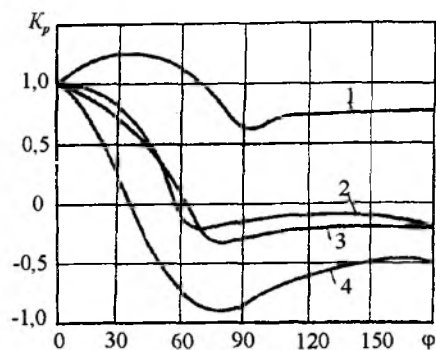


Рис. 5.34. Распределение коэффициента давления на цилиндре в четвертом (1), первом (2) рядах коридорного пучка и в первом (3), четвертом (4) рядах шахматного пучка

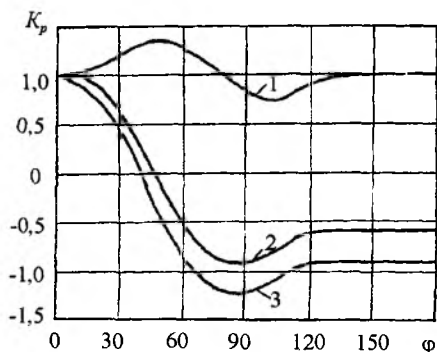


Рис. 5.35. Изменение коэффициента давления при продольных расстояниях между цилиндрами s_2/d , равных 3 (1), 6 (2) и 9 (3)

го цилиндра. Теплоотдача глубинных рядов цилиндров более интенсивна в связи с наличием завихренности потока.

Чаще всего для расчета теплоотдачи обычных пучков труб используют максимальную скорость, которая мало отличается от средней. Исключение составляют тесные пучки, в которых средняя скорость близка к скорости набегающего потока.

Если теплоотдачу **третьего ряда принять за 100%**, то теплоотдача первого ряда коридорных и шахматных пучков составляет 60%. Теплоотдача второго ряда коридорного пучка равна 90%, а шахматного — 70%. Кроме того, теплоотдача в пучках зависит от расстояния между трубами (цилиндрами). При расчете теплообменных аппаратов и определении среднего коэффициента теплоотдачи третьего ряда пучка при смешанном режиме ($Re_\infty \approx 1 \cdot 10^3 \dots 1 \cdot 10^5$) применяются уравнения:

$$\bar{Nu}_\infty = 0,26 Re_\infty^{0,65} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{S_2}{d} \right)^{-0,15} \cdot \epsilon_\psi; \quad (5.65)$$

— при шахматном расположении (когда $\frac{S_1}{S_2} < 2$)

$$\bar{Nu}_\infty = 0,41 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{0,166} \cdot \epsilon_\psi. \quad (5.66)$$

И при условии $\frac{S_1}{S_2} \geq 2$

$$\bar{Nu}_\infty = 0,41 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot 1,12 \cdot \epsilon_\psi. \quad (5.67)$$

В этих уравнениях за характерную температуру принята средняя температура жидкости, за характерную скорость — скорость жидкости в самом узком сечении ряда и за характерный размер — диаметр цилиндра. Формулы справедливы для любых каплежидкостей и значения поправочного коэффициента ϵ_ψ на угол атаки. Для пучков из круглых цилиндров ϵ_ψ находится из таблицы 5.6. Данные получены на базе исследований Локшина В.А. и Орнатского А.П.

Таблица 5.6

Коэффициент ϵ_ψ в зависимости от угла атаки

ψ	90	80	70	60	50
ϵ_ψ	1,00	1,00	0,98	0,94	0,88
ψ	40	30	20	10	
ϵ_ψ	0,78	0,67	0,52	0,42	

Значение коэффициента теплоотдачи для цилиндров первого ряда определяется путем умножения коэффициента теплоотдачи для третьего ряда на поправочный коэффициент $\epsilon_1 = 0,6$, для труб второго ряда в шахматных пучках — на $\epsilon_2 = 0,7$, а в коридорных — на $\epsilon_2 = 0,9$.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи для всего пучка в целом определяется по формуле

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}_1 \cdot F_1 + \bar{\alpha}_2 \cdot F_2 + \dots + \bar{\alpha}_n \cdot F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}, \quad (5.68)$$

где $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_n$ — средние значения коэффициентов теплоотдачи отдельных рядов труб;

F_1, F_2, \dots, F_n — поверхности нагрева каждого ряда.

В промышленных теплообменниках вследствие загрязнения поверхности нагрева теплоотдача поперечно омываемых пучков цилиндров несколько ниже. Учитывая это обстоятельство, Кузнецов Н.В. рекомендует расчетные формулы:

— при коридорном расположении цилиндров

$$Nu_{\infty} = 0,18 Re_{\infty}^{0,64}; \quad (5.69)$$

— при шахматном расположении

$$Nu_{\infty} = 0,29 Re_{\infty}^{0,60}. \quad (5.70)$$

По (5.69) и (5.70) коэффициент теплоотдачи получается в среднем на 20% ниже, чем по формулам (5.65) и (5.67).

Одним из методов интенсификации теплообмена является применение шероховатости теплообменной поверхности, которая вызывает локальные завихрения и усиливает перенос теплоты вблизи стенки.

Изменение теплоотдачи по рядам приведено на рис. 5.36, где по вертикали отложены отношения среднего коэффициента теплоотдачи произвольного ряда к той же величине для третьего ряда, по горизонтали — номера рядов. При шахматном расположении цилиндров загромождения одних труб другими не происходит. Вследствие этого коэффициент теплоотдачи в шахматных пучках при одинаковых условиях выше, чем в коридорных.

Результаты исследования локального коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра в зависимости от угла φ для первого и последующих рядов семирядного коридорного и шахматного пучков представлены рис. 5.37, где по оси ординат отложены относительные значения коэффициента теплоотдачи $\frac{\alpha_{\varphi}}{\alpha}$, ось абсцисс — угол φ , отсчитываемый от фронтальной точки цилиндра. На рис. 5.38а и б α — среднее значение коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра различных рядов, а α_{φ} — его локальное значение.

Из рассмотрения графиков следует, что α_{φ} для любого ряда шахматного расположения цилиндров во фронтальной части (при $\varphi = 0$) имеет максимальное значение и изменение его мало отличается от изменения коэффициента теплоотдачи одиночного



Рис. 5.36. Диаграмма изменения коэффициентов теплоотдачи по рядам коридорного и шахматного пучков труб: i — число рядов

цилиндра. Аналогичное изменение α имеет место и для первого ряда коридорного пучка.

Для цилиндров второго и последующих рядов коридорного расположения наблюдается два максимума теплоотдачи при углах α_{φ} $50^{\circ} \dots 60^{\circ}$ по направлению потока. Из этого следует, что теплоотдача во фронтальной и кормовой частях цилиндров будет меньшей по сравнению с теплоотдачей одиночного цилиндра. При любом расположении цилиндров каждый ряд вызывает дополнительную турбулизацию потока, поэтому коэффициенты теплоотдачи для цилиндров второго ряда выше, чем для первого, а для третьего ряда выше, чем для второго. Начиная с третьего ряда поток жидкости стабилизируется и коэффициент теплоотдачи для всех последующих рядов остается величиной постоянной.

Если пучок многорядный, то доля теплоотдачи начальных рядов незначительна по сравнению с теплоотдачей всего пучка и неточность в определении ϵ_i не приведет к существенным ошибкам при расчете среднего коэффициента теплоотдачи всего пучка.

Теплоотдача пучков цилиндров зависит также от расстояния между ними, которое принято выражать в виде безразмерных характеристик

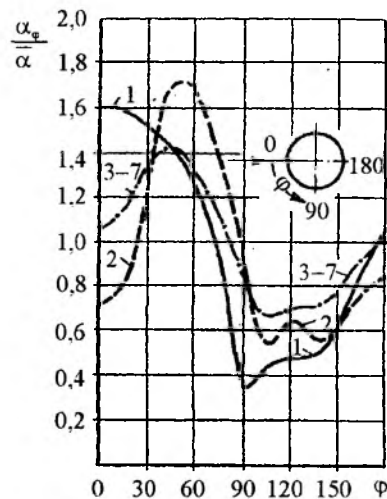


Рис. 5.37. Коэффициенты теплоотдачи по окружности труб для коридорных пучков ($Re = 14 \cdot 10^3$, воздух), распределение относительного коэффициента теплоотдачи (по отношению к среднему значению) на поверхности цилиндров в пучке: 1 — первый ряд цилиндров; 2 — второй ряд цилиндров в коридорном пучке; 3–7 — ряды цилиндров от третьего до седьмого в коридорном пучке

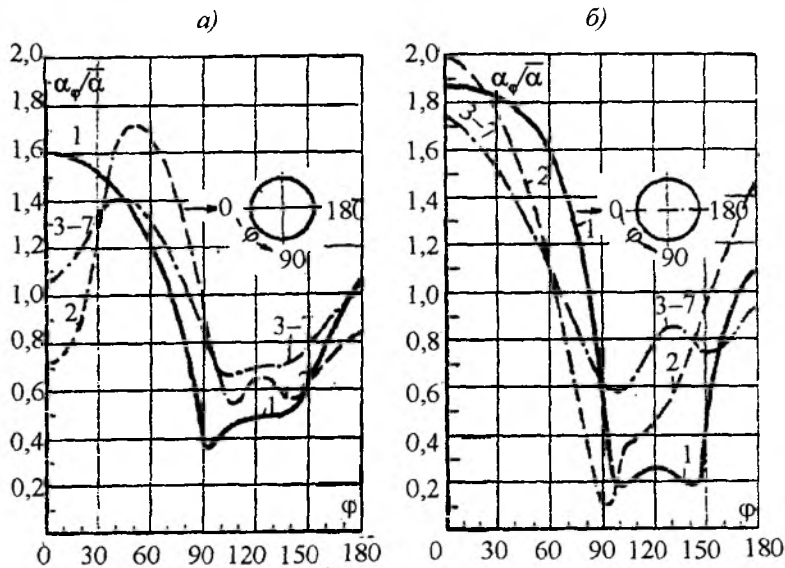


Рис. 5.38. Зависимость теплоотдачи пучков цилиндров от угла атаки

S_1/d и S_2/d . При смешанном режиме ($Re_{\infty d} = 10^3 \dots 10^5$) средний коэффициент теплоотдачи определенного ряда пучка может быть найден из уравнения

$$Nu_{\infty d} = C Re_{\infty d}^n (Pr_{\infty}/Pr_0)^{0,25} \epsilon_r \epsilon_0, \quad (5.71)$$

где для шахматных пучков $C = 0,41$ и $n = 0,60$ и для коридорных — $C = 0,26$ и $n = 0,65$. В формуле (5.71) характерным размером является внешний диаметр цилиндра пучка. Скорость жидкости $Re_{\infty d}$ рассчитывается в самом узком поперечном сечении ряда пучка. Определяющей температурой служит средняя температура жидкости (исключение составляет число Pr_0 , определяемое по температуре стенки).

Поправочный коэффициент ϵ_0 учитывает влияние относительных шагов. Для глубинных рядов коридорного пучка

$$\epsilon_0 = (S_2/d)^{-0,15}.$$

Для шахматного:

$$\begin{aligned} \text{при } S_1/S_2 < 2 \quad \epsilon_0 &= (S_1/S_2)^{0,17}; \\ \text{при } S_1/S_2 \geq 2 \quad \epsilon_0 &= 1,12. \end{aligned}$$

Средняя теплоотдача тесных десятирядных шахматных и коридорных пучков описывается

$$Nu_{\infty \alpha} = C Re_{\infty d}^{0,33} Pr_{\infty d}^{0,33} (Pr_{\infty}/Pr_0)^{1,4}, \quad (5.72)$$

где для шахматного пучка $C = 1,8$, для коридорного — $C = 1,2$. Все характерные величины находятся так же, как и для случая (5.71). Формула (5.72) справедлива при $Re_{\infty d} = 10 \dots 200$ — для шахматных и $Re_{\infty d} = 10 \dots 150$ — для коридорных пучков.

Для прочих равных условий в ламинарной области теплоотдача шахматных пучков в полтора раза выше теплоотдачи в коридорных. В смешанной области эта разница снижается и в пределе ($Re \approx 10^5$) практически исчезает. В турбулентной области теплоотдача шахматных и коридорных пучков отличается мало. Теплоотдача глубинных рядов шахматного и коридорного пучков цилиндров ($Re > 2 \cdot 10^5$) может быть рассчитана

$$Nu_{\infty d} = 0,021 Re_{\infty d}^{0,84} Pr_{\infty d}^{0,36} (Pr_{\infty}/Pr_0)^{0,25}. \quad (5.73)$$

Формула (5.71) применима только в тех случаях, когда поток жидкости перпендикулярен к оси трубки пучка (угол атаки $\psi = 90^\circ$). Если $\psi < 90^\circ$, то изменение теплоотдачи может быть учтено путем введения в формулу (5.71) поправочного коэффициента

$$\epsilon_\psi = \bar{\alpha}_\psi / \bar{\alpha}_{\psi=90^\circ}.$$

При значениях ψ , близких к нулю, теплоотдача рассчитывается по формуле продольно-обтекаемых пучков цилиндров. Приведенные выше данные относятся к случаю $Pr \geq 1$.

5.5.3. Теплообмен при продольном обтекании трубных пучков

Каналы круглого (произвольного) поперечного сечения и продольного обтекания цилиндров находят широкое применение в различных теплообменных устройствах. Характер течения в них сложнее, чем в цилиндрах с круглым сечением, что обусловлено его многомерностью, наличием

конвективных потоков, нормальных к основному, вследствие крупномасштабного вихреобразования и вторичных течений.

В каналах с плотно упакованными пучками цилиндров в области малых живых сечений возможен ламинарный режим движения даже при числах Re , в несколько раз больших критических. Для пучков с круглыми трубами и относительным шагом $(S/d) \geq 1,1$ развитый турбулентный режим имеет место при $Re = (1,0 \dots 1,5) \cdot 10^4$. На рис. 5.39 представлены изотахи (линии одинаковой скорости) для каналов различного профиля.

Для турбулентного течения и переменной кривизне изотах всегда возникают вторичные течения в связи с перераспределением инерционных и вязкостных сил по сечению канала (рис. 5.40). При этом на основное продольное течение накладывается вихревое. Тогда течение может иметь спиральную структуру. Число накладывающихся вихрей зависит от формы канала. Скорость вторичных течений в квадратном канале составляет $\approx 2\%$, в треугольном — $\approx 1,15\%$, в пучках с цилиндрическими трубами — $\approx 0,6\%$ от средней осевой скорости потока. Исследования показали, что если скорость вторичного течения составляет $0,5\%$ от средней скорости, то обусловленный вторичным течением конвективный поперечный перенос стремится к переносу турбулентного потока.

Если за характерный размер в критериальных уравнениях использовать эквивалентный диаметр

($d_s = 4F/\Pi$), то число Нуссельта будет являться функцией относительного шага. Причем эта зависимость не является линейной. В области малых значений S/d степень влияния уменьшается. При $S/d = 1,2 \dots 1,3$ теплообмен в пучках примерно равен теплообмену в круглых цилиндрах.

Расчет коэффициента теплоотдачи при продольном обтекании пучков различной конструкции можно выполнить по уравнению

$$Nu/Nu_1 = 1 + 0,91 Re^{-0,1} Pr^{0,4} [1 - 2 \exp(-B)], \quad (5.74)$$

где $Nu_1 = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$;

$$B = d_s/d, \quad (5.75)$$

для труб треугольного сечения

$$B = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \left(\frac{S}{d}\right)^2 - 1; \quad (5.76)$$

для квадратного

$$B = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{S}{d}\right)^2 - 1. \quad (5.77)$$

Для пучков ($1,03 \leq S/d \leq 2,4$), охлаждаемых воздухом, Айн Е.М., Пучков П.И. предложили формулу

$$Nu/Re^{0,8} Pr^{0,4} = 0,00810 \lg\left(\frac{S}{d} - 1\right) + 0,0272. \quad (5.78)$$

Для пучков с треугольной решеткой при $1,1 \leq S/d \leq 1,8$; $1,0 < Pr \leq 20$, а также $5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 5 \cdot 10^5$ Субботин В.И., Ибрагимов М.Х. и другие рекомендуют число Нуссельта рассчитывать из выражения

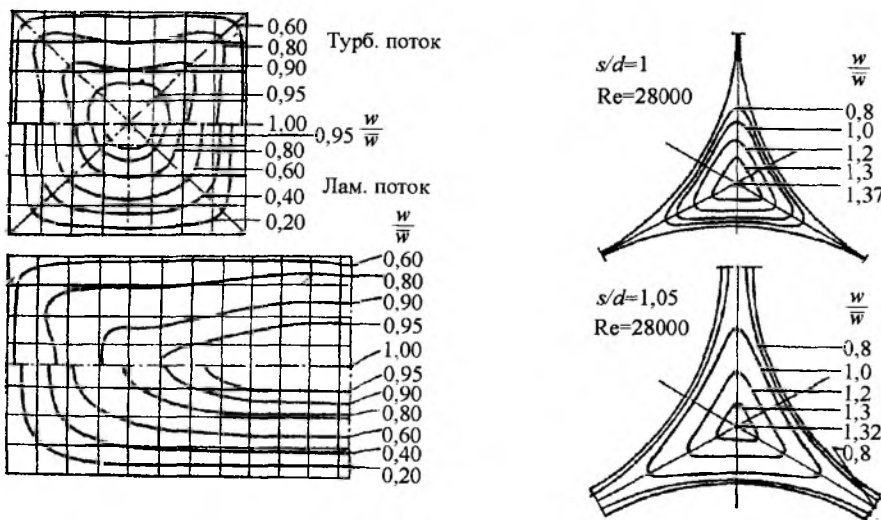


Рис. 5.39. Характерные распределения скоростей для каналов различного типа

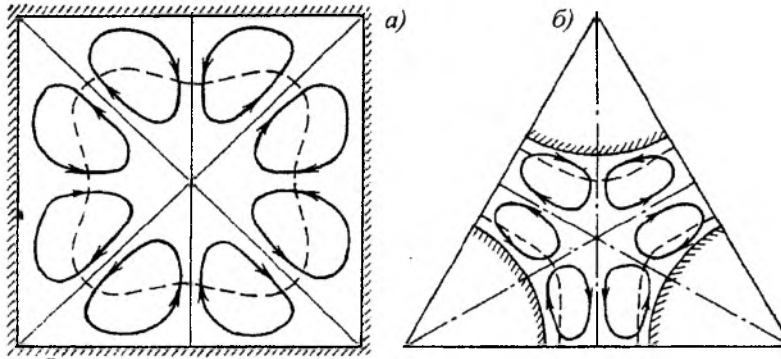


Рис. 5.40. Схема вторичных течений в каналах различной формы: а — квадратный канал, б — пучок круглых стержней; сплошные линии — вторичные течения, пунктир — изотакхи

$$Nu = \left\{ 0,0165 + 0,02 \left[1 - \frac{0,91}{(S/d)^2} \right] \cdot \left(\frac{S}{d} \right)^{0,15} \right\} Re^{0,8} Pr^{0,4}. \quad (5.79)$$

За характерный размер в (5.78) и (5.79) принимается эквивалентный диаметр пучка. Для пучков с треугольным сечением и шахматным расположением цилиндров

$$d_s = \left[1,102 \cdot \left(\frac{S}{d} \right)^2 - 1 \right] \cdot d, \quad (5.80)$$

а для пучков с квадратным (коридорным) расположением d_s находится

$$d_s = \left[1,272 \cdot \left(\frac{S}{d} \right)^2 - 1 \right] \cdot d. \quad (5.81)$$

За характерную температуру принимается среднemasовая температура, характерная скорость — среднemasовая скорость.

Дошахью Дж.П. предложено уравнение для расчета коэффициента теплоотдачи в межтрубном пространстве кожухотрубного теплообменника (при известной средневзвешенной массовой скорости в межтрубном пространстве), которое имеет вид

$$\frac{\alpha d_s}{\lambda} = 0,2 \left(\frac{d_s \cdot m_s}{\mu} \right)^{0,6} \cdot \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,33} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{0,14}, \quad (5.82)$$

где $m_s = (m_{\text{поп}} \cdot m_{\text{прод}})^{0,5}$;

$m_{\text{поп}}$ — массовая скорость для поперечного потока, кг/ч;

$m_{\text{прод}}$ — массовая скорость продольного потока, кг/ч.

При малых скоростях поперечного потока ($Re < 2100$) коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot d_s}{\lambda} \cdot \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right)^{0,14} = 1,86 \left(\frac{d_s \cdot m}{\mu} \cdot \frac{c\mu}{\lambda} \cdot \frac{d_s}{l_r} \right). \quad (5.83)$$

Хаузен для переходного режима движения ($10^4 > Re > 2 \cdot 10^3$) рекомендует формулу

$$\frac{\lambda d_s}{\lambda} = 0,116 \left[\left(\frac{d_s \cdot m}{\mu} \right)^{0,67} - 125 \right] \times \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,33} \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)^{0,14} \left[1 + \left(\frac{d_s}{l_r} \right)^{0,67} \right], \quad (5.84)$$

где l_r — длина участка невозмущенного потока в направлении движения жидкости.

Для режима развитого турбулентного течения коэффициент теплоотдачи α

$$\frac{\alpha d_s}{\lambda} = 0,023 \left(\frac{d_s \cdot m}{\mu} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{c\mu}{\lambda} \right)^{0,33}, \quad (5.85)$$

где c — массовая удельная теплоемкость.

В табл. 5.7 приведены основные формулы, необходимые для выполнения расчетных работ.

Формулы для расчета теплообмена при вынужденной конвекции

Виды взаимодействия потоков жидкости с телами различных геометрических характеристик	Расчетная формула	Номер формулы по тексту
Обтекание пластины	$\bar{Nu}_\infty = 0,67 Re_\infty^{0,5} Pr_\infty^{0,33}$ при $Re < 5 \cdot 10^5$	(5.7)
	$\bar{Nu}_\infty = 0,037 Re_\infty^{0,8} Pr_\infty^{0,43} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}$ при $Re > 5 \cdot 10^5$	(5.9)
Движение в трубах и каналах	$\bar{Nu}_{\text{од}} = 0,15 Re_{\text{од}}^{0,33} Pr_{\text{од}}^{0,33} Ra_{\text{од}}^{0,1} \left(\frac{Pr_{\text{од}}}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_l$ при $Re < 2 \cdot 10^3$	(5.32)
	$\bar{Nu}_{\text{од}} = 0,021 Re_{\text{од}}^{0,8} Pr_{\text{од}}^{0,43} \left(\frac{Pr_{\text{од}}}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_l$ при $Re > 10^4$	(5.43)
	$\bar{Nu}_\infty = 0,008 Re_\infty^{0,9} Pr_\infty^{0,43}$ при $10^4 > Re > 2 \cdot 10^3$	(5.48)
Поперечное обтекание одиночно-расположенного цилиндра	$\bar{Nu}_\infty = 0,76 Re_\infty^{0,4} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}$ при $Re < 4$	(5.55)
	$\bar{Nu}_\infty = 0,52 Re_\infty^{0,5} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}$ при $40 < Re < 10^3$	(5.56)
	$\bar{Nu}_\infty = 0,26 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}$ при $Re = 1 \cdot 10^3 \dots 2 \cdot 10^4$	(5.58)
	$\bar{Nu}_\infty = 0,023 Re_\infty^{0,8} Pr_\infty^{0,37} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25}$ при $Re_\infty = 2 \cdot 10^5 \dots 10^7$	(5.60)
Пучки труб	Если $Re \approx 1 \cdot 10^3 \dots 1 \cdot 10^5$: при коридорном расположении $\bar{Nu}_\infty = 0,26 Re_\infty^{0,65} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{S_2}{d} \right)^{-0,15} \cdot \varepsilon_\psi$	(5.65)
	при шахматном расположении $\left(\frac{S_1}{S_2} < 2 \right)$ $\bar{Nu}_\infty = 0,41 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{0,166} \cdot \varepsilon_\psi$	(5.66)

Виды взаимодействия потоков жидкости с телами различных геометрических характеристик	Расчетная формула	Номер формулы по тексту
Пучки труб	при условии $\left(\frac{S_1}{S_2} \geq 2\right)$ $\overline{Nu}_\infty = 0,41 Re_\infty^{0,6} Pr_\infty^{0,33} \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_0}\right)^{0,25} \cdot 1,12 \cdot \varepsilon_\psi$	(5.67)

Литература к главе 5

Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. — М.: Изд-во иностр. лит., 1958.

Жукаускас А.А. Конвективный теплоперенос в теплообменниках. — М.: «Наука», 1982.

Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. — М.: «Энергия», 1975.

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — Новосибирск: «Наука» (СО), 1970.

Мак-Адамс В.Х. Теплопередача. — М.: Металлургиздат, 1961.

Михеев М.А. Основы теплоотдачи. — М.: Госэнергоиздат, 1956.

Шорин С.Н. Теплопередача. — М.: «Высшая школа», 1964.

Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. — М.: Госэнергоиздат, 1961.

Примеры решения задач к главе 5

Пример 5.1

Одна поверхность тонкой пластины длиной $l = 125$ мм обтекается продольным потоком воздуха, температура которого 20°C , со скоростью 10 м/с. Определить местные (локальные) конвективные коэффициенты теплоотдачи на расстояниях $x_1 = 0,0125$ м, $x_2 = 0,025$ м, $x_3 = 0,0652$ м, $x_4 = 0,125$ м от передней кромки пластины.

Решение. Из таблицы по температуре воздуха выбираем его теплофизические характеристики:

$$Pr = 0,703; \lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$v = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, скорость которого $w = 10$ м/с.

Так как число Прандтля лежит в пределах $0,5 \leq Pr \leq 50$, локальное значение коэффициента теплоотдачи можно найти из уравнения (5.8)

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = 0,335 Pr^{0,333}$$

Для $x_1 = 0,0125$ м находим:

$$Nu_{x_1} = \sqrt{\frac{w \cdot x_1}{v}} \cdot 0,335 Pr^{0,333} =$$

$$= \sqrt{\frac{10 \cdot 0,0125}{15,06 \cdot 10^{-6}}} \cdot 0,335 \cdot 0,703^{0,333} = 27,18;$$

$$\alpha_1 = \frac{Nu_{x_1} \cdot \lambda}{x_1} = \frac{27,18 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2}}{0,0125} =$$

$$= 56,31 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Для $x_2 = 0,025$ м находим:

$$Nu_{x_2} = 38,38;$$

$$\alpha_{x_2} = 39,76 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Также для $x_3 = 0,0625$ м:

$$Nu_{x_3} = 60,68;$$

$$\alpha_{x_3} = 25,15 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

И наконец, для $x_4 = 0,125$ м:

$$Nu_{x_4} = 85,82;$$

$$\alpha_{x_4} = 17,78 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Пример 5.2

Через изогнутый в виде змеевика цилиндр диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 1,5$ м со скоростью $v = 0,8$ м/с протекает вода. Определить коэффициент теплоотдачи при условии, что средняя температура воды $t_\infty = 50^\circ\text{C}$, температура стенки $t_0 = 45^\circ\text{C}$, радиус кривизны $r = 300$ мм.

Решение. По температуре $t_\infty = 50^\circ\text{C}$ и $t_0 = 45^\circ\text{C}$ находим:

$$v_\infty = 0,556 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \lambda_\infty = 64,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$Pr_\infty = 3,54; Pr_0 = 3,93.$$

Определяем режим движения теплоносителя

$$Re_\infty = \frac{wd}{v} :$$

$$Re_\infty = \frac{0,8 \cdot 0,05}{0,556 \cdot 10^{-6}} = 7,19 \cdot 10^4.$$

Режим движения воды турбулентный, поэтому коэффициент теплоотдачи рассчитываем по (5.43).

$$Nu_{\infty d} = 0,021 Re_{\infty}^{0,8} Pr_{\infty}^{0,43} \left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_l;$$

$$\frac{l}{d} = \frac{1,5}{0,05}; \quad 30 < 50.$$

Тогда находим $\varepsilon_l = 1,04$,

$$Nu_{\infty d} = 0,021(7,19 \cdot 10^4)^{0,8} \times \\ \times 3,54^{0,43} \left(\frac{3,54}{3,93} \right)^{0,25} \cdot 1,04 = 279,84.$$

Определяем коэффициент, учитывающий влияние радиуса цилиндра на коэффициент теплоотдачи

$$\varepsilon_r = 1 + 1,77 \frac{d}{r} = 1 + 1,77 \frac{0,05}{0,3} = 1,295.$$

Находим коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{Nu_{\infty d} \cdot \lambda}{d} \varepsilon_r = \frac{279,84 \cdot 64,8 \cdot 10^{-2} \cdot 1,295}{0,05} = \\ = 4696,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Пример 5.3

Определить коэффициент теплоотдачи для 10-рядного коридорного пучка. Дано: средняя температура воздуха $t_{\infty} = 250^\circ$; средняя скорость в узком сечении $w = 12 \text{ м}/\text{с}$; температура поверхности цилиндра $t_0 = 150^\circ\text{C}$; наружный диаметр цилиндра $d = 50 \text{ мм}$; угол атаки $\psi = 50^\circ$; расстояние между осями цилиндров по ширине пучка $S_1 = 100 \text{ мм}$, по глубине пучка — $S_2 = 110 \text{ мм}$.

Решение. Зная t_{∞} и t_0 , из таблиц физических свойств сухого воздуха находим:

$$\lambda_{\infty} = 4,27 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}); \quad \nu_{\infty} = 40,61 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \\ Pr_{\infty} = 0,6774; \quad Pr_0 = 0,683.$$

Определяем число Рейнольдса

$$Re_{\infty} = \frac{wl}{\nu} = \frac{12 \cdot 0,05}{40,61 \cdot 10^{-6}} = 14774,68.$$

Как видим, $10^5 > Re > 10^3$, поэтому для расчета коэффициента теплоотдачи для 3-го ряда пучка используем уравнение (5.65)

$$\overline{Nu}_{\infty} = 0,26 Re_{\infty}^{0,65} Pr_{\infty}^{0,33} \left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} \left(\frac{S_2}{d} \right)^{-0,15} \cdot \varepsilon_{\psi}.$$

Поправочный коэффициент ε_{ψ} на угол атаки равен $\varepsilon_{\psi} = 0,88$.

Тогда

$$\overline{Nu}_{\infty} = 0,26 \cdot 14774,68^{0,65} \cdot 0,677^{0,33} \times \\ \times \left(\frac{0,677}{0,683} \right)^{0,25} \left(\frac{110}{50} \right)^{-0,15} \cdot 0,88 = 91,48.$$

Определяется коэффициент теплоотдачи для 3-го и последующих рядов цилиндров

$$\alpha_3 = \frac{\overline{Nu}_{\infty} \cdot \lambda}{d} = \frac{91,48 \cdot 4,27 \cdot 10^{-2}}{0,05} = 78,125.$$

Определяем α для 1-го и 2-го рядов:

$$\alpha_1 = \alpha_3 \cdot 0,6 = 78,125 \cdot 0,6 = 46,875;$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 \cdot 0,9 = 78,125 \cdot 0,9 = 70,313 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Определяем средний коэффициент теплоотдачи для 10-рядного пучка

$$\overline{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + 8 \cdot \alpha_3}{10} = \\ = \frac{46,875 + 70,313 + 8 \cdot 78,125}{10} = 74,22 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Пример 5.4

Трубопровод, диаметр которого $d = 50 \text{ мм}$, обтекается поперечным потоком воды со скоростью движения потока $w = 1 \text{ м}/\text{с}$. Средняя температура воды $t_{\infty} = 10^\circ\text{C}$, температура поверхности $t = 100^\circ\text{C}$. Определить коэффициент теплоотдачи от поверхности трубопровода к охлаждающей воде, если угол, составленный между направлением потока и осью трубопровода (угол атаки), равен 60° .

Решение. Из таблиц, зная t_{∞} и t_0 , находим значения теплофизических параметров воды:

$$\lambda_{\infty} = 57,4 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}); \quad \nu_{\infty} = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \\ Pr_{\infty} = 9,52; \quad Pr_0 = 1,75.$$

Рассчитываем число Рейнольдса

$$Re_{\infty} = \frac{wl}{\nu} = \frac{1,0 \cdot 0,05}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 3828,483.$$

Так как $2 \cdot 10^5 > Re > 10^3$, то для нахождения α воспользуемся уравнением (5.58):

$$\overline{Nu}_{\infty} = 0,26 Re_{\infty}^{0,6} Pr_{\infty}^{0,37} \left(\frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25};$$

$$\overline{Nu}_{\infty} = 0,26 \cdot 3828,483^{0,6} \cdot 9,52^{0,37} \left(\frac{9,52}{1,75} \right)^{0,25} = 51,373.$$






Находим поправочный коэффициент на угол атаки, который равен $\varepsilon_{\psi} = 0,95$.

Определяем коэффициент теплоотдачи:

$$Nu_3 = \frac{\alpha l}{\lambda};$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} \varepsilon_{\psi} = \frac{51,373 \cdot 57,4 \cdot 10^{-2} \cdot 0,95}{0,05} = 564,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Глава 6. Тепловое излучение

		6.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ
	
		6.2. ИЗЛУЧЕНИЕ В СИСТЕМЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, РАЗДЕЛЕННЫХ ГАЗОВОЙ ПРОСЛОЙКОЙ
	
		ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 6
	
		ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 6
	

Chapter 6. THERMAL RADIATION

Глава 6. Тепловое излучение

Перенос энергии излучением может рассматриваться как с позиций классической волновой электромагнитной теории, так и квантовой механики. Рассмотрение теплового излучения (лучистый перенос энергии), его взаимодействия с веществом с позиций квантовой теории, как правило, приводит к уравнениям, которые в значительной степени подобны классическим. Поэтому, за некоторыми исключениями, тепловое излучение можно рассматривать как явление, основанное на классическом представлении о переносе энергии электромагнитными волнами. Однако эти исключения содержат некоторые из наиболее важных эффектов, свойственных теплопередаче излучением, такие, как спектральное распределение энергии излучения тела и радиационные свойства газов, которые можно объяснить и вычислить только с позиций квантовой механики в предположении, что энергия переносится только дискретными порциями (фотонами). Сегодня природа электромагнитной энергии (т.е. волн или квантов) неизвестна, да это и не столь важно для инженера. В этой книге мы повсюду будем придерживаться волновой теории, так как эта теория имеет большие преимущества в инженерных расчетах и к тому же обычно приводит к тем же формальным уравнениям, что и квантовая теория.

В рамках волновой теории электромагнитное излучение описывается законами, определяющими поведение поперечных волн, в которых колебания происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны. Скорость распространения электромагнитного излучения равна скорости света; свет по существу является лишь частным случаем электромагнитного излучения в узком диапазоне спектра. Скорость в вакууме равна $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с. Скорость в среде меньше, чем c_0 , и обычно дается в виде показателя преломления $n = \frac{c_0}{c}$, где n больше единицы¹. Для стекла $n \approx 1,5$, а для газов показатель n очень близок к единице.

Типы электромагнитного излучения можно классифицировать в соответствии с длиной волны в вакууме (или частотой ν , так как $c_0 = \lambda\nu$). Общепринятыми единицами измерения длины волны являются **микрометр** (мкм) и **ангстрем** (1 мкм = 10^6 м = 10^4 А). Шкала спектра излучения приведена на рисунке, расположенном ниже.

¹ Для ослабляющих сред, например металлов, показатель преломления является комплексной величиной, в которой n — действительная часть. В некоторых случаях, например в области аномальной дисперсии, n может быть меньше единицы, в связи с чем можно сделать ошибочный вывод, что скорость света больше c_0 . Но это не так, поскольку распространяющиеся в среде волны могут быть сложными по форме и скорость c является фазовой скоростью волны, которая теряет свой физический смысл при достижении значений c_0 . Более подробно этот вопрос рассмотрен в книге М. Борна и Е. Вольфа, «Основы оптики», М., «Наука», 1970 (разд. 1.3).

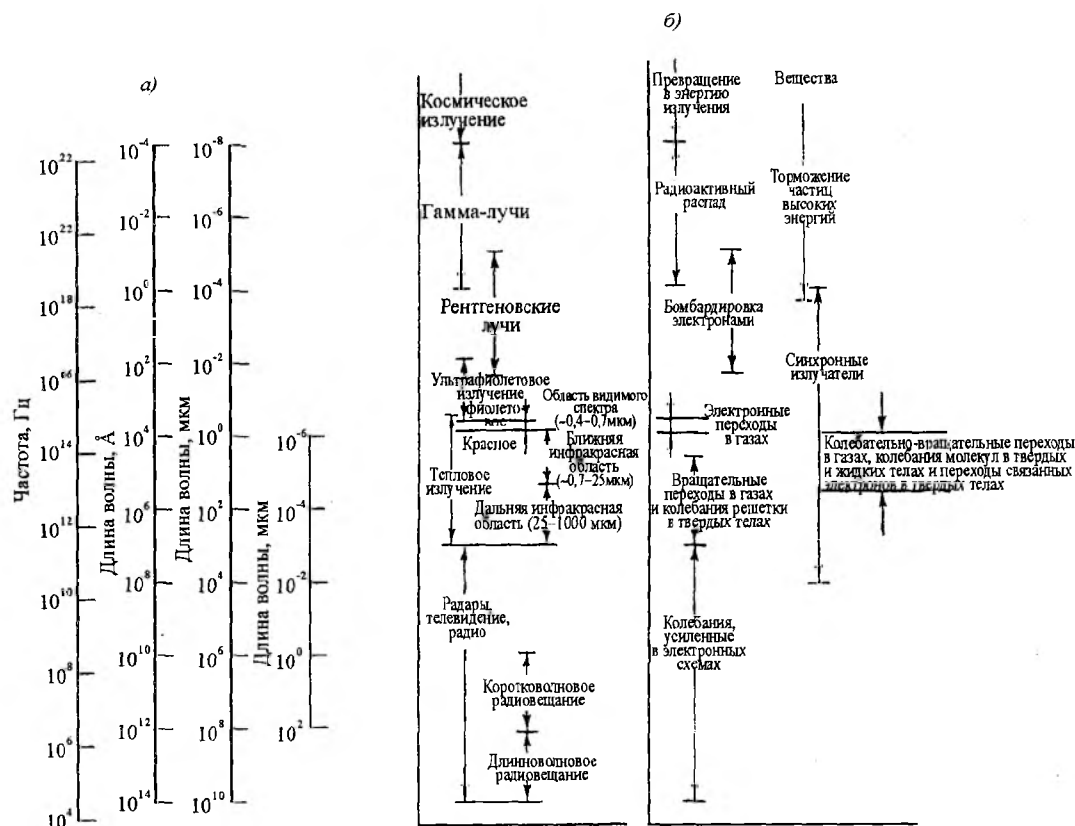


Вин Вильгельм Карл
(1864—1928)

Немецкий физик. Родился в Гаффене. Окончил Берлинский университет (1886 г.). В 1890—1902 гг. был ассистентом Г. Гельмгольца в Физико-технологическом институте (Берлин).

Работы относятся к теории теплового излучения, оптике, термодинамике, гидродинамике, изучению электрических разрядов в газах. В 1893 г. распространил понятия температуры и энтропии на тепловое излучение, показал, что максимум излучения в спектре абсолютно черного тела с увеличением температуры смещается в сторону коротких волн (закон смещения Вина).

В 1895 г. совместно с О. Люммером развил идеи Г. Кирхгофа об абсолютно черном теле, показал, что его можно осуществить в виде полости с внутренними зеркальными стенками и узким отверстием. В 1896 г. исходя из классических представлений вывел закон распределения энергии в спектре черного тела (закон излучения Вина). Эти два закона Вина сыграли значительную роль в развитии квантовой теории (Нобелевская премия 1911 г.).



Спектр электромагнитного излучения: а — вид излучения; б — механизм излучения

Переводные коэффициенты в законах излучения

(здесь приведены переводные коэффициенты, связывающие единицы системы СИ с единицами других применяемых систем)

Переводные коэффициенты для единиц длины

Наименование единицы	Миля	Километр, км	Метр, м	Фут	Дюйм
1 миля	1	1,609	1609	5280	$6,336 \cdot 10^4$
1 километр	0,6214	1	10^3	$3,281 \cdot 10^3$	$3,937 \cdot 10^4$
1 метр	$6,214 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	1	3,281	39,37
1 фут	$1,894 \cdot 10^{-4}$	$3,048 \cdot 10^{-4}$	0,3048	1	12
1 дюйм	$1,578 \cdot 10^{-5}$	$2,540 \cdot 10^{-5}$	$2,540 \cdot 10^{-2}$	$8,333 \cdot 10^{-2}$	1
1 сантиметр	$6,214 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	10^{-2}	$3,281 \cdot 10^{-2}$	0,3937
1 миллиметр	$6,214 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	10^{-3}	$3,281 \cdot 10^{-3}$	0,03937
1 микрон (микрометр)	$6,214 \cdot 10^{-10}$	10^{-9}	10^{-6}	$3,281 \cdot 10^{-6}$	$3,937 \cdot 10^{-5}$
1 миллимикрон (нанометр)	$6,214 \cdot 10^{-13}$	10^{-12}	10^{-9}	$3,281 \cdot 10^{-9}$	$3,937 \cdot 10^{-8}$
1 ангстрем	$6,214 \cdot 10^{-14}$	10^{-13}	10^{-10}	$3,281 \cdot 10^{-10}$	$3,937 \cdot 10^{-9}$

Наименование единицы	Сантиметр, см	Миллиметр, мм	Микрон (микрометр), мкм	Миллимикрон (нанометр), нм	Ангстрем, А
1 миля	$1,609 \cdot 10^5$	$1,609 \cdot 10^6$	$1,609 \cdot 10^9$	$1,609 \cdot 10^{12}$	$1,609 \cdot 10^{13}$
1 километр	10^5	10^6	10^9	10^{12}	10^{13}
1 метр	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{10}
1 фут	30,48	$3,048 \cdot 10^2$	$3,048 \cdot 10^5$	$3,048 \cdot 10^8$	$3,048 \cdot 10^9$
1 дюйм	2,540	25,40	$2,540 \cdot 10^4$	$2,540 \cdot 10^7$	$2,540 \cdot 10^8$
1 сантиметр	1	10	10^4	10^7	10^8
1 миллиметр	10^{-1}	1	10^3	10^6	10^7
1 микрон (микрометр)	10^{-4}	10^{-3}	1	10^3	10^4
1 миллимикрон (нанометр)	10^{-7}	10^{-6}	10^{-3}	1	10
1 ангстрем	10^{-8}	10^{-7}	10^{-4}	10^{-1}	1

Наименование единицы	Киловатт-час, кВт·ч	Британская тепловая единица, БТЕ	Калория, кал	Джоуль, Дж	Эрг	Электрон-вольт, эВ
1 киловатт-час	1	3412	$8,598 \cdot 10^5$	$3,600 \cdot 10^6$	$3,600 \cdot 10^{13}$	$2,247 \cdot 10^{25}$
1 британская тепловая единица ¹	$2,931 \cdot 10^{-4}$	1	252,0	1055	$1,055 \cdot 10^{10}$	$6,585 \cdot 10^{21}$
1 калория ¹	$1,163 \cdot 10^{-6}$	$3,968 \cdot 10^{-3}$	1	4,187	$4,187 \cdot 10^7$	$2,614 \cdot 10^{19}$
1 джоуль	$2,778 \cdot 10^{-7}$	$9,479 \cdot 10^{-4}$	0,2388	1	10^7	$6,242 \cdot 10^{18}$
1 эрг	$2,778 \cdot 10^{-14}$	$9,479 \cdot 10^{-11}$	$2,388 \cdot 10^{-8}$	10^{-7}	1	$6,242 \cdot 10^{11}$
1 электронвольт	$4,450 \cdot 10^{-26}$	$1,519 \cdot 10^{-22}$	$3,826 \cdot 10^{-20}$	$1,602 \cdot 10^{-19}$	$1,602 \cdot 10^{-12}$	1

Переводные коэффициенты для единиц потока энергии

Наименование единицы	кал/(с·см ²)	БТЕ/(ч·фут ²)	Вт/м ²	эрг/(с·см ²)
1 кал/(с·см ²) ¹	1	$1,329 \cdot 10^4$	$4,187 \cdot 10^4$	$4,187 \cdot 10^7$
1 БТЕ/(ч·фут ²)	$7,525 \cdot 10^{-5}$	1	3,152	$3,152 \cdot 10^3$
1 Вт/м ²	$2,388 \cdot 10^{-5}$	0,3174	1	10^3
1 эрг/(с·см ²)	$2,388 \cdot 10^{-8}$	$3,174 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	1

¹ На основании международных таблиц для водяного пара.

**Переводные множители для перехода от некоторых английских
и американских единиц к единицам системы СИ**

Наименование единицы	Сокращенное обозначение	Значение переводной единицы в единицах системы СИ
Ярд	<i>yd</i>	0,9144 м (точно)
Фут	<i>ft</i>	0,3048 м (точно)
Дюйм	<i>in</i>	0,0254 м (точно)
Миля	<i>mile</i>	1609,344 м (точно) » 1,609 км
Квадратный дюйм	<i>in²</i>	$6,4516 \cdot 10^{-4}$ м ² (точно)
Квадратный фут	<i>ft²</i>	0,0929030 м ²
Квадратный ярд	<i>yd²</i>	0,836127 м ²
Кубический ярд	<i>yd³</i>	0,764555 м ³
Кубический фут	<i>ft³</i>	0,0283168 м ³
Кубический дюйм	<i>in³</i>	$16,3871 \cdot 10^{-6}$ м ³
Кубический фут на фунт-моль	...	0,062428 м ³ /кмоль
Фут в секунду (на секунду в квадрате)	<i>ft/s</i>	0,3048 м/с (точно)
Фунт (торговый)	<i>lb</i>	0,45359237 кг
Унция	<i>oz</i>	$28,3495 \cdot 10^{-3}$ кг
Тонна (Брит)	<i>ton</i>	1016,05 кг
Аптека́рская унция	<i>oz apoth</i>	$31,1035 \cdot 10^{-3}$ кг
Фунт на кубический фут	<i>lb/ft³</i>	16,0185 кг/м ³
Фунт на кубический дюйм	<i>lb/in³</i>	27680 кг/м ³
Фунт-сила	<i>lbf</i>	4,44822 Н
Тонна-сила	<i>tonf</i>	9964,02 Н
Фунт-сила-фут	<i>lbf·ft</i>	1,35582 Н·м
Фунт-квадратный дюйм	<i>lb·in²</i>	$2,9264 \cdot 10^{-4}$ кг·м ²
Фунт-сила на квадратный фут	<i>lbf/ft²</i>	1,48816 Н/м ²
Фунт-сила на квадратный дюйм	<i>lbf/in²</i>	6894,76 Н/м ²
Фут вод. ст.	<i>ft H₂O</i>	2989,07 Н/м ²
Дюйм вод. ст.	<i>in H₂O</i>	249,089 Н/м ²
Дюйм рт. ст.	<i>in Hg</i>	3386,39 Н/м ²
Фунт-сила-фут в 1 с	<i>lbf·ft/s</i>	1,35582 Вт
Квадратный фут в 1 с	<i>ft²/s</i>	0,092903 м ² /с
Квадратный фут в 1 ч	<i>ft²/h</i>	$25,806 \cdot 10^{-6}$ м ² /с
Дюйм квадратный в 1 ч	<i>in²/h</i>	$17,92111 \cdot 10^{-8}$ м ² /с
Дюйм квадратный в 1 с	<i>in²/s</i>	$6,4516 \cdot 10^{-4}$ м ² /с (точно)
Фунт-сила-секунда на 1 квадратный фут	<i>lbfs/ft²</i>	47,8803 Н·с/м ²

Наименование единицы	Сокращенное обозначение	Значение переводной единицы в единицах системы СИ
Британская тепловая единица	<i>Btu</i>	1055,06 Дж
Средняя британская тепловая единица	<i>Btumean</i>	1055,8 Дж
Термия	<i>th</i>	4,2МДж
Британская тепловая единица в 1 ч	<i>Btu/h</i>	0,293071 Вт
Британская тепловая единица в 1 с	<i>Btu/s</i>	1055,06 Вт
Тепловая британская единица на 1 фунт	<i>Btu/lb</i>	2326 Дж/кг (точно)
Британская тепловая единица на 1 градус Фаренгейта	<i>Btu/deg F</i>	$1,89911 \cdot 10^3$ Дж/К
Британская тепловая единица на 1 фунт-град Фаренгейта	<i>Btu/(lb \cdot deg F)</i>	$4,1868 \cdot 10^3$ Дж/(кг \cdot К) (точно)
Британская тепловая единица на квадратный дюйм-секунду	<i>Btu/(in² \cdot s)</i>	$1,63535 \cdot 10^6$ Вт/м ²
Британская тепловая единица на квадратный фут-ч	<i>Btu/(ft² \cdot h)</i>	3,15461 Вт/м ²
Британская тепловая единица на квадратный фут-ч-град Фаренгейта	<i>Btu/(ft² \cdot h \cdot deg F)</i>	5,6783 Вт/(м ² \cdot К)
Британская тепловая единица на 1 квадратный дюйм-с-град Фаренгейта	<i>Btu/(in² \cdot s \cdot deg F)</i>	$2,94363 \cdot 10^6$ Вт/(м ² \cdot К)
Британская тепловая единица на 1 фут-ч-град Фаренгейта	<i>Btu/(ft \cdot h \cdot deg F)</i>	1,730741 Вт/(м \cdot К)
Британская тепловая единица на 1 дюйм-с-град Фаренгейта	<i>Btu/(in \cdot s \cdot deg F)</i>	$7,47681 \cdot 10^4$ Вт/(м \cdot К)
Градус Фаренгейта на 1 фут	<i>deg F/ft</i>	1,82269 К/м
Градус Фаренгейта на 1 дюйм	<i>deg F/in</i>	21,8723 К/м

Представляющая для нас интерес область спектра начинается от длинноволновой границы ультрафиолетовой области спектра, включает область видимого света, охватывающую диапазон длин волн $\sim 0,4 \dots 0,7$ мкм, и инфракрасную область спектра, простирающуюся от красной границы области видимого света до $\lambda = 1000$ мкм. Инфракрасную область спектра иногда подразделяют на ближнюю инфракрасную область, простирающуюся от области видимого света до $\lambda \approx 25$ мкм, и на дальнюю инфракрасную область, соответствующую более длинным волнам инфракрасного спектра.

На вышеприведенном рисунке указаны различные механизмы электромагнитного излучения. Некоторые механизмы приведены с позиций квантовой механики, согласно которой электроны или молекулы в состоянии возбуждения совершают переходы из одного энергетического состояния в другое с меньшей энергией. В результате этих переходов высвобождается энергия излучения. Эти

переходы могут происходить спонтанно или возникать под действием поля излучения.

Период с 1860 по 1900 г. — время развития теории теплового излучения, отмеченное замечательными именами Густава Роберта Кирхгофа, Людвига Больцмана, Вильгельма Вина, Джона Уильяма Рэлея и Макса Планка.

Вековой опыт убеждает нас в том, что теплота передается не только посредством теплопроводности, но и путем излучения и что тепловое излучение тесно связано со светом. Солнце (как и все раскаленные тела) посылает нам как тепло, так и свет. Невидимые тепловые лучи отличаются от световых лучей фактически только большим значением длин волн. Поэтому физика теплового излучения представляет собой связующее звено между теплотехникой и оптикой, и в силу этого она с самого начала была призвана способствовать созданию единой физической картины мира.

Фундаментальный характер проблемы теплового излучения заставил Планка обратить на него

внимание. Несмотря на такое представление, Планк не мог предвидеть, что объяснение термо- и электродинамики сломает рамки классической физики, а сам он невольно начнет одну из величайших революций в физике. Но именно это и делает столь интересной историю теории теплового излучения, которая начинается с Пьера Прево. В 1809 г. Прево установил, что излучение любого тела не зависит от окружающей его среды. Исходя из этого, он развил диалектическое представление о равновесии, при котором нет затухания излучения и при котором испускание пропорционально поглощению (тепла, приносимого излучением извне). Эта концепция стала образцом для всех более поздних теорий динамически равновесных состояний. Она составила фундамент всей теории теплового излучения. Вскоре теория теплового излучения пришла к постулату о равенстве поглощения и испускания не только для всего излучения в целом, но и для каждой его составляющей.

В 1858 г. Балфур Стьюарт провел исследование излучения и поглощения тепла пластинками и пришел к следующему выводу: «Поглощение пластинки равно ее лучеиспусканию, и это справедливо для любого вида теплоты (тепловых лучей)». И только Густаву Роберту Кирхгофу принадлежит заслуга раскрыть тонкий и глубокий смысл, скрывавшийся за такого рода представлениями (его основополагающая работа «Об отношении между испускательной и поглощательной способностями тел для тепла и света» (1860 г.)). Основанием для статьи Кирхгофа послужило открытие, сделанное им и Бунзеном. Они обнаружили, что линии поглощения в солнечном спектре совпадают с линиями испускания известных паров и газов. Это было доказательством того факта (весьма существенно для нашего представления о мире), что материя и вне Земли представлена известными нам химическими элементами. При этом он, разумеется, не мог знать, что в большинстве случаев свечение газов вызывается химическим или электрическим возбуждением и поэтому совпадение линий поглощения и испускания здесь не может быть объяснено теорией теплового излучения.

При каких же условиях можно говорить именно о тепловом излучении? Если излучение падает на элемент поверхности какого-либо реального тела, то часть его отражается, а остальная часть проникает внутрь. Из проникшего излучения некоторая доля снова выходит наружу, а остаток поглощается. В случае теплового излучения вся потерянная им при этом энергия идет исключительно на нагревание тела. Если же, наоборот, излучение идет изнутри тела наружу, то часть его проникла в тело раньше, а остальная часть производится телом. В случае теплового излучения необходимая для этого энергия отбирается у тела и оно охлаждается.

Людвиг Больцман в некрологе, посвященном Кирхгофу, так характеризовал его физическое мышление: «Предельное уточнение гипотез, тонкая проработка деталей, спокойное, даже эпическое развитие рассуждения с железной последовательностью, без замалчивания каких бы то ни было трудностей и с освещением малейших неясностей». Хотя Больцман с полным правом и называл статью Кирхгофа о поглощении и испускании «художественно прекрасной», но как раз именно эта эпическая форма рассуждений иногда мешает правильно оценить сравнительную значимость отдельных аргументов в доказательстве.



Кирхгоф Густав Роберт
(1824—1887)

Немецкий физик, член Берлинской АН (1875 г.). Родился в Кенигсберге. Окончил Кенигсбергский университет (1846 г.).

Работы посвящены электричеству, механике, оптике, математической физике, теории упругости, гидродинамике. В 1845—1847 гг. открыл закономерности в протекании электрического тока в разветвленных электрических цепях (правила Кирхгофа), в 1857 г. построил общую теорию движения тока в проводниках. Совместно с Р. Бунзеном в 1859 г. разработал метод спектрального анализа и открыл новые элементы — цезий (1860 г.) и рубидий (1861 г.).

Открыл (1859 г.) один из основных законов теплового излучения, согласно которому отношение испускательной способности тела к поглощательной не зависит от природы излучающего тела (закон Кирхгофа), предложил (1862 г.) концепцию черного тела и дал его модель.



Планк Макс
(1858—1947)

Немецкий физик. Родился в Киле. Образование получил в Мюнхенском и Берлинском университетах. С 1879 г. доцент Мюнхенского университета, с 1885 г. профессор университета в Киле, с 1889 г. профессор Берлинского университета. Лауреат Нобелевской премии по физике 1918 г.

Автор многочисленных фундаментальных работ как по основам термодинамики, так и ее приложениям. Но наиболее важными являются исследования по термодинамике и статистике излучения, с которыми связано введение в физику квантовой гипотезы, положившей начало развитию современной физики.



Стретт Джон Уильям
(1842—1919)

Рэлей (Рейли) Джон Уильям, барон (до получения в 1873 г. титула после смерти отца — Стретт). Английский физик, один из основоположников теории колебаний, член (1873 г.) и президент (1905—1908 гг.) Лондонского королевского общества, иностранный член-корреспондент Петербургской АН (1896 г.). Директор Кавендишской лаборатории (1879—1884 гг.). Фундаментальные труды по акустике, молекулярному рассеянию света (рэлеевское рассеяние света) и др. Открыл (1894 г., совместно с У. Рамзаем) аргон. Вывел закон излучения Рэля — Джинса. Нобелевская премия (1904 г.).

На данном этапе теория теплового излучения сформировалась в самостоятельную науку, способную решать самые разнообразные задачи энергетики, металлургии и машиностроения, химии и других отраслей народного хозяйства, где процессы подвода и отвода теплоты имеют основополагающее значение в формировании теплотехнологий.

6.1. Основные понятия и определения

6.1.1. Природа теплового излучения

Тепловое излучение следует рассматривать как процесс распространения **электромагнитных волн, испускаемых телом**. Эти волны, движущиеся прямолинейно, при поглощении каким-либо телом или средой вновь преобразуются в теплоту.

Электромагнитные колебания характеризуются длиной волны λ и частотой ν , связанными между собой соотношением $c = \lambda\nu$ (здесь $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с — **скорость света в вакууме**). Величины λ , соответствующие тепловому излучению, определяются **промежутком волн $0,8 \cdot 10^{-3} \dots 0,8$ мм**. Если излучение содержит в себе все разрешенные для него длины волн, его называют **интегральным**, а если оно происходит в пределах некоторых (одного или нескольких) участков длин λ , то **спектральным** либо **полосчатым**.

Испускание лучей свойственно всем телам, причем излучают в системе как горячие из них, так и холодные. **Количество возникающей в теле лучистой энергии зависит только от его температуры**.

Теплообмен излучением между телами определяется (зависит) радиационными свойствами поверхностей и сред — их степенью черноты (излучательной способностью), поглощательной и отражательной способностями, прозрачностью. При описании радиационных свойств реальных тел используют относительные безразмерные величины, связывающие свойства реальных и идеальных тел.

Относительная излучательная способность (степень черноты, коэффициент теплового излучения) ϵ — отношение энергии излучения реальной поверхности к энергии излучения абсолютно черного тела $\left(\frac{E}{E_0}\right)$ при той же температуре и прочих равных условиях.

Поток излучения Q — это количество энергии, переносимой в единицу времени через произвольную поверхность, а **плотность потока E** — излучение, проходящее через единицу поверхности по всевозможным направлениям: $E = dQ/dF$.

Так как природа теплового и светового лучей одинакова, законы распространения, отражения и преломления справедливы для них обоих. При встрече потока Q из окружающей среды с поверхностью тела в общем случае одна часть этого потока Q_R отражается от нагреваемого материала, другая Q_A поглощается им и третья Q_D проходит через него. Таким образом, по закону сохранения энергии (рис. 6.1)

$$Q = Q_R + Q_A + Q_D. \quad (6.1)$$

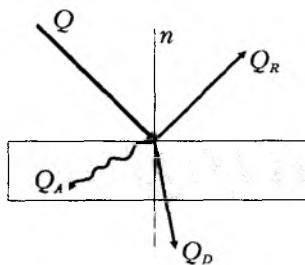
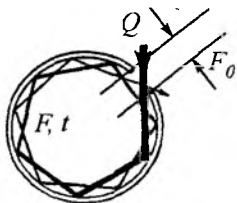
Рис. 6.1. Распределение падающего потока энергии Q в теле

Рис. 6.2. Идеализированная модель абсолютно черного тела

Отношение Q_R/Q , известное как **отражательная способность**, обозначают через $R = Q_R/Q$. Если при отражении падающий луч превращается в пучок лучей, равномерно распределенных по полупространству, такое отражение называют **диффузным**, а если при этом луч сохраняет свою форму и угол его падения равен углу отражения, то **зеркальным**.

Неотраженная часть энергии может в какой-то мере пройти через тело без изменения и поглотиться им, перейдя в теплоту. Проницаемость и поглощение зависят от физических свойств и формы тела, а также от длины волны, на которой происходит излучение.

Соотношение между Q_A/Q принято считать поглощательной способностью (обозначается как $A = Q_A/Q$), а отношение Q_D/Q — пропускающей ($D = Q_D/Q$). С учетом выражения (6.1) $R + A + D = 1$. Большинство твердых тел и жидкостей непрозрачны, и для них $D = 0$. Поэтому $R + A = 1$.

Тела, **частично** поглощающие лучистую энергию, называются **серыми**. В данном случае спектральная поглощательная способность не зависит от длины волны падающего потока. Экспериментально доказано, что газы не отражают лучей ($R = 0$), и для них $A + D = 1$.

Непрозрачное тело, поглощающее всю падающую на него энергию, считается **абсолютно черным** (рис. 6.2) ($A = 1, R = 0, D = 0$), а полностью ее отражающее, — **абсолютно белым** ($R = 1, A = 0, D = 0$).

Тело (среда), пропускающее все излучение, называется абсолютно **прозрачным или диатермичным** (например, одноатомные газы при умеренной температуре. При этом $D = 1, A = 0, R = 0$).

Абсолютно черным телом называется идеализированное тело, которое пропускает внутрь себя все падающие излучения (не отражая энергии) и поглощает внутри себя все падающие излучения (не пропуская энергии). Это свойство справедливо для излучения, соответствующего всем длинам волн и всем углам падения. Следовательно, абсолютно черное тело является идеальным поглотителем падающего излучения. Все другие качественные характеристики, определяющие поведение абсолютно черного тела, вытекают из этого определения. Понятие абсолютно черного тела является основным при изучении переноса энергии излучения. Являясь идеальным поглотителем излучения, абсолютно черное тело используется в качестве эталона, с которым сравнивается поглощение реальных тел. Как мы увидим далее, абсолютно черное тело также и испускает максимальное количество излучения и поэтому используется в качестве эталона для сравнения с излучением реальных тел. Излучательные свойства абсолютно черного тела были установлены с помощью квантовой теории и подтверждены экспериментом.

Только некоторые поверхности приближаются к абсолютно черному телу по способности поглощать излучение (сажа, карборунд, платиновая и золотая черни). Свое название черное тело получило в связи с тем, что тела, хорошо поглощающие падающий видимый свет, **кажутся глазу черными**. Однако за пределами области видимого света, в диапазоне длин волн теплового излучения, глаз не является хорошим индикатором поглощательной способности тел. Например, поверхность, покрытая белой масляной краской, хорошо поглощает инфракрасное излучение, испускаемое при комнатной температуре, и в то же время является плохо поглощающим веществом при более коротких длинах волн, характеризующих видимый свет.

Моделью **абсолютно черного тела** может служить полость, оболочка которой равномерно нагрета (рис. 6.2). Отверстие в оболочке настолько мало $\left(\frac{F_0}{F} \leq 0,1\right)$, что выход излучения через него не в состоянии нарушить термодинамическое равновесие в полости. Эта конструкция яв-

ляется одновременно моделью абсолютно черного тела для поглощения излучения. Как видно из схемы, многократное отражение луча, вошедшего в полость через малое отверстие, обеспечивает практически полное его поглощение стенками полости даже при их значительной отражательной способности. В природе подобные условия достаточно хорошо моделируются кавернами и углублениями в пористых и рыхлых поверхностях сыпучих сред.

Распределение энергии по длинам волн и частотам в спектре излучающего тела связано с температурным уровнем и его физической структурой. Существует некоторое распределение энергии, соответствующее максимально возможному излучению тела при заданной температуре. Тело, обладающее таким спектром, называется абсолютно черным. **Абсолютно черное тело поглощает полностью любое падающее на него тепловое излучение.** Свойства реальных тел в большей или меньшей степени отклоняются от свойств абсолютно черных. Распределение энергии излучения абсолютно черного тела соответствует условиям термодинамического равновесия и однозначно определяется лишь его температурой. В связи с этим излучение абсолютно черного тела иногда называют **равновесным излучением.**

В природе не существует ни абсолютно черного, ни диатермичного, ни абсолютно белого тел. Однако данные понятия широко используются в инженерных расчетах лучистого теплообмена.

6.1.2. Законы излучения абсолютно черного тела

Возвращаясь к уже освоенному нами материалу, напомним, что, изучая теплопроводность, мы использовали метод, базирующийся на данных эксперимента и результатах реализации физико-математических моделей, составленных на основе физического представления процесса. В качестве опытного в основу изучения был положен закон Ж. Фурье. Использование этих составных частей метода познания дало основание получить формулы для расчета температурного поля в твердом теле и передаваемого в нем количества теплоты.

Изучение лучистого теплообмена преследует те же цели: это запись формул для расчета количества передаваемой теплоты (здесь уже не теплопроводностью, а в процессе излучения) и коэффи-

циента теплоотдачи излучением. Однако для достижения конечной цели (как и ранее) в самом начале нужно выявить и изучить наиболее общие законы теплового излучения, на которые можно будет опереться и которые будут служить непоколебимой основой при разработке расчетного математического аппарата (формул).

С самого начала, до рассмотрения законов теплового излучения, напомним, что они получены **для равновесного излучения абсолютно черного тела.** Равновесным (черным) называют такое излучение, при котором все тела, входящие в систему, принимают одинаковую температуру, так что $q_{\text{рез}} = 0$. Нагретое черное тело испускает фотоны, которые имеют определенное распределение энергии по длинам волн (спектр), зависящее только от температуры. Для серых тел спектр излучения кроме длины волны зависит от их физических свойств, поверхностных условий и может быть определен лишь экспериментально.

1. Закон Макса Планка (закон Планка)

Излучательная (лучеиспускательная) способность тела E соответствует количеству энергии, излучаемой единицей поверхности в единицу времени для волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$. Величина E абсолютно черного тела является функцией длины волны излучения E_λ и температуры (закон Планка):

$$E_{0_\lambda} = f(\lambda, T). \quad (6.2)$$

Или

$$E_{0_\lambda} = \frac{dE}{d\lambda}. \quad (6.3)$$

Из (6.3) видно, что E_λ является спектральной интенсивностью излучения, Вт/(м²·мкм¹) или Вт/м³.

Для абсолютно черного тела на основе квантовой теории М. Планком был установлен фундаментальный закон для зависимости (6.2)

$$E_{0_\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}, \quad (6.4)$$

где $C_1 = 3,7418 \cdot 10^{-16}$ Вт/м² — первая константа излучения;

$C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2}$ м·К — вторая константа излучения;

λ — длина волны, м;

T — абсолютная температура, К.

¹ мкм — микрон.

Или

$$E_{0\lambda} = \frac{2\pi h^2 n^2 \nu^3}{c_0^2 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]}, \quad (6.5)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж/К — постоянная Планка;
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана;
 $c_0 = 2,998 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме;
 $n = \frac{c}{c_0}$ — показатель преломления среды.

Графическое отображение закона Планка дано на рис. 6.3 и 6.4.

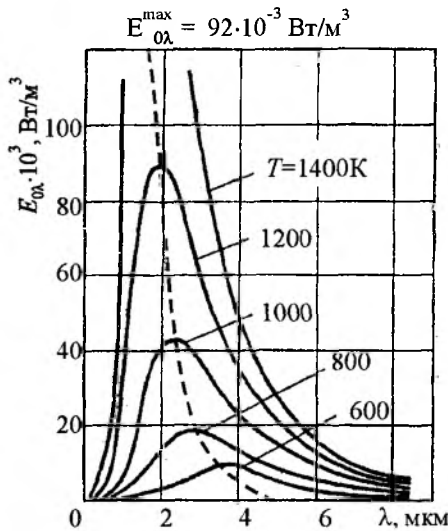


Рис. 6.3. Графическое представление закона Планка ($E_{0\lambda} = f(\lambda, T)$)

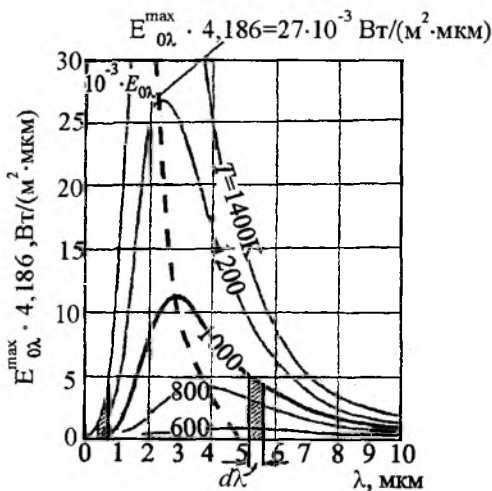


Рис. 6.4. Графическое представление закона Планка ($E_{0\lambda} = f(\lambda, T)$)

Выражение $E_{0\lambda}$ может быть записано так:

$$\frac{E_{0\lambda}}{\sigma n^3 T^5} = \frac{\frac{C_1}{\sigma}}{(n\lambda T)^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{n\lambda T}\right) - 1 \right]}, \quad (6.6)$$

где $\sigma = 5,668 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) — постоянная Стефана... Больцмана, позволяет заключить, что $\frac{E_{0\lambda}}{\sigma n^3 T^5}$ является функцией только одной переменной $n\lambda T$.

Закон Планка обобщает все частные законы излучения черного тела.

Рассмотрим два предельных случая. При $\lambda T \gg C_2$ (или $h\nu \ll kT$) экспоненту (6.4) можно разложить в ряд

$$\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) = 1 + \frac{1}{1!} \left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)^2 + \dots$$

Ограничиваясь двумя членами ряда, имеем

$$E_{0\lambda} = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{T}{\lambda^4}. \quad (6.7)$$

Выражение (6.7) известно как закон Рэлея... Джинса.

При $\lambda T \ll C_2$ (или $h\nu \gg kT$) в (6.4) можно пренебречь единицей по сравнению с $\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)$ и записать соотношение для закона Вина

$$E_{0\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T}\right). \quad (6.8)$$

Положение максимумов интенсивности излучения найдем из (6.4), приравняв производную $\frac{dE_{0\lambda}}{d\lambda}$ нулю:

$$\exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T}\right) + \frac{C_2}{5\lambda T} - 1 = 0.$$

Имеем:

$$\frac{C_2}{\lambda T_{\max}} = 4,965; \quad \lambda T_{\max} = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}; \quad (6.9)$$

$$\frac{h\nu_{\max}}{kT} = 2,8214. \quad (6.10)$$

2. Закон Вили Вина (закон Вина)

Выражение (6.10) называют законом Вина, который устанавливает смещение максимума излучения в сторону коротких волн (см. рис. 6.3 и 6.4). На этих рисунках отчетливо видно (пунктирная линия), что с ростом абсолютной температуры $E_{0\lambda}^{\max}$ приближается к оси $E_{0\lambda}$.

3. Закон Йозефа Стефана—Людвига Больцмана (закон Стефана—Больцмана)

Полное количество энергии, излучаемой в час 1 м² абсолютно черного тела, запишется

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{c_1 d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \quad (6.11)$$

После интегрирования (6.11) принимает вид¹

$$E_0 = \frac{6,494c_1}{c_2^4} T^4 = \sigma_0 T^4, \text{ Вт/м}^2 \quad (6.12)$$

где σ_0 — константа излучения (коэффициент излучения) абсолютно черного тела,

$$\sigma_0 = \frac{2\pi^5 k^4}{15c_0^2 h^3} = \frac{C_1}{15} \left(\frac{\pi}{C_2} \right)^4 = 5,668 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4). \quad (6.13)$$

Выражение (6.12) — закон Стефана — Больцмана, который гласит: **полное количество энергии, излучаемой абсолютно черным телом в единицу времени с единицы поверхности во всем диапазоне длин волн (частот), зависит от константы излучения абсолютно черного тела и его температуры в четвертой степени. Иными словами, плотность потока излучения описывается интегралом распределения Планка** (6.11).

Для технических расчетов закон Стефана — Больцмана (6.12) переписывается с использованием коэффициента лучеиспускания абсолютно черного тела C_0

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (6.14)$$

где $C_0 = \sigma_0 \cdot 10^8 = 5,668 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$.

Как видим, энергия излучения пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Строго закон Стефана...Больцмана **справедлив только для абсолютно черного тела**. Опытами Стефана и других исследователей было показано, что закон может быть применен и к серым телам. В этом случае он принимает следующий вид:

$$E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4; E = C_0 A \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (6.15)$$

В (6.15) величина C — лучеиспускание серого тела, $0 < C < 5,668$.

Иными словами, плотность потока интегрального излучения черного тела изменяется пропорционально четвертой степени абсолютной температуры. Полагая, что пропорциональность собственного излучения четвертой степени температуры справедлива и для серых тел, закон Стефана — Больцмана принимает вид

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon \sigma_0 T^4, \quad (6.16)$$

¹ Этот закон был опытным путем выведен Стефаном (1879 г.) и теоретически обоснован Больцманом (1881 г.) еще задолго до установления закона Планка (1901 г.).



Стефан Йозеф
(1835—1893)

Австрийский физик. Учился в Венском университете. С 1858 г. преподавал в нем. Член Венской АН (1865 г.). Экспериментально установил (1879 г.) закон излучения абсолютно черного тела (закон Стефана—Больцмана). Труды по диффузии и теплопроводности газов, оптике и др.

где $\varepsilon = \frac{E}{E_0}$ — степень черноты (коэффициент теплового излучения, интегральная излучательная способность, степень черноты).

Соотношение между C_0 и C можно представить в виде

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{C \left(\frac{T}{100} \right)^4}{C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4} = \frac{C}{C_0}. \quad (6.17)$$

Сравнивая энергию излучения серого тела с энергией излучения абсолютно черного тела при той же температуре, получим очень важную характеристику тела, которая называется **относительной излучательной способностью или степенью черноты тела ε** .

В диапазоне между абсолютно черным и серым телом ε принимает значения от 1 до 0 ($\varepsilon = 1 \dots 0$). Практически для всех материалов, участвующих в тепловом излучении, значение ε табулировано по сорту материала, состоянию излучающей поверхности и температуре (табл. 6.1 и 6.2).

С учетом изложенного уравнение (6.15) можно представить

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = \varepsilon \cdot 5,668 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (6.18)$$

Таблица 6.1

Значения степени черноты полного излучения поверхности некоторых материалов

(Интегральные ε и спектральные ε_λ степени черноты поверхностей твердых тел по Goldsmith A., Waterman T.E., Hirschorn H.J., Handbook of thermophysical properties of solid materials, 1961, помещены в книге А.Г. Блоха «Тепловое излучение в котельных установках», М., «Энергия», 1967.)

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ε
<i>Чистые и окисленные металлы</i>		
Алюминий:		
полированный	225...575	0,039...0,057
шероховатый	26	0,055
окисленный при 600 °С	200...600	0,11...0,19
Покрытая алюминием поверхность:		
медь при нагреве до 600 °С	200...600	0,18...0,19

Продолжение табл.

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ε
сталь при нагреве до 600 °С	200...600	0,52...0,57
Вольфрам	230...2230	0,053...0,31
Вольфрамовая нить	3300	0,39
Вольфрамовая нить, бывшая в употреблении	25...3300	0,032...0,35
Железо:		
электролитное, тщательно полированное	175...225	0,052...0,064
сварочное, тщательно полированное	40...250	0,28
полированное	425...1020	0,144...0,377
свежеобработанное наждаком	20	0,242
окисленное гладкое	125...525	0,78...0,82
литое необработанное	925...1115	0,87...0,95
Стальное литье полированное	770...1040	0,52...0,56
Сталь:		
листовая шлифованная	940...1110	0,52...0,61
окисленная при 600 °С	200...600	0,79...0,69
листовая с плотным блестящим слоем окиси	25	0,82
окисленная шероховатая	40...370	0,94...0,97
мягкая расплавленная	1600...1800	0,28
Чугун:		
полированный	200	0,21
обточенный	830...990	0,60...0,70
окисленный при 600 °С	200...600	0,64...0,78
шероховатый, сильно окисленный	40...250	0,95
расплавленный	1300...1400	0,29
Золото, тщательно полированное	225...625	0,018...0,035
Латунь, тщательно полированная, % (вес):		
73,2 % Cu; 26,7 % Zn	245...355	0,028...0,031
62,4 % Cu; 36,8 % Zn; 0,4 % Pb; 0,3 % Al	255...375	0,039...0,037
82,9 % Cu; 17,0 % Zn	275	0,030

Продолжение табл.

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ
прокатанная с естественной поверхностью	22	0,06
прокатанная, тертая грубым наждаком	22	0,20
тусклая	50...350	0,22
окисленная при нагреве до 600 °С	200...600	0,61...0,59
Медь:		
тщательно полированная электролитная	80	0,018
полированная	115	0,023
шабреная до блеска, но не зеркальная	22	0,072
окисленная при нагреве до 600 °С	200...600	0,57...0,55
продолжительно нагревавшаяся, покрытая толстым слоем окиси	25	0,78
расплавленная	1075...1275	0,11...0,13
Молибденовая пиль	725...2600	0,096...0,292
Никель:		
нанесенный гальваническим способом на полированное железо и затем полированный	23	0,045
технически чистый полированный	225...375	0,07...0,087
окисленный при нагреве до 600 °С	200...600	0,11
Никелевая проволока	185...1000	0,096...0,186
Хромоникель	52...1035	0,64...0,76
Олово, блестящее луженое листовое железо	25	0,043...0,064
Платина чистая полированная	225...625	0,054...0,104
Платиновая лента	925...1115	0,12...0,17
Платиновая пиль	25...1230	0,036...0,192
Платиновая проволока	225...1375	0,073...0,182
Ртуть очень чистая	0...100	0,09...0,12
Свинец:		

Продолжение табл.

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ
чистый неокисленный	125...225	0,057...0,075
серый окисленный	24	0,281
окисленный при 200 °С	200	0,63
Серебро:		
полированное чистое	225...625	0,0198...0,0324
полированное	38...370	0,0221...0,0312
Хром	38...538	0,08...0,26
Цинк:		
торговый (99,1 %) полированный	225...325	0,045...0,053
окисленный при нагреве до 400 °С	400	0,11
Оцинкованное листовое железо:		
очень блестящее	28	0,228
серое окисленное	24	0,276
<i>Огнеупорные, строительные, термоизоляционные и другие материалы</i>		
Асбестовый картон	24	0,96
Асбестовая бумага	40...370	0,93...0,95
Асбошифер	20	0,96
Динасовый кирпич:		
неглазурованный шероховатый	1000	0,8
глазурованный шероховатый	1100	0,85
Кирпич:		
шамотный глазурованный	1100	0,75
магнетитовый (80 % MgO; 9 % Al ₂ O ₃)	1500	0,39
силикатный (95 % SiO ₂)	1230	0,66
силлиманитовый (33 % SiO ₂ ; 64 % Al ₂ O ₃)	1500	0,29
красный шероховатый	20	0,93
шамот (55 % SiO ₂ ; 41 % Al ₂ O ₃)	1230	0,59
Фарфор глазурованный	22	0,92
Гипс	20	0,8...0,9

Продолжение табл.

Окончание табл.

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ
Штукатурка шероховатая известковая	10...90	0,91
Мрамор сероватый полированный	22	0,93
Кварц плавленный шероховатый	20	0,93
Стекло гладкое	22	0,94
Бумага	20	0,8...0,9
Вода	0...100	0,95...0,96
Дерево строганое	20	0,8...0,9
Ламповая сажа, слой 0,075 мм	40...370	0,95
Обмазка из жидкого стекла с ламповой сажой	100...225	0,96...0,95
Резина:		
твердая лощеная	23	0,95
мягкая серая, шероховатая	24	0,86
Толь кровельный	20	0,93
Уголь очищенный (0,9 % золы)	125...625	0,81...0,79
Угольная нить	1040...1405	0,53
Эмаль белая, приплавленная к железу	19	0,9
Лак:		
белый эмалевый на железной шероховатой пластине	23	0,91
черный блестящий, распыленный по железу	25	0,88
черный матовый	40...95	0,96...0,98
белый	40...95	0,80...0,95
Шеллак:		
черный блестящий на луженом железе	21	0,82
черный матовый	75...145	0,91
Масляные краски различных цветов	100	0,96...0,86
Алюминиевые краски:		
разной давности с переменным содержанием Al	100	0,27...0,67

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ
после нагрева до 325 °С	150...315	0,35
Алюминиевый лак по шероховатой пластине	20	0,39

Примечания: 1. Степени черноты, приведенные в таблице, получены путем измерения яркости излучения в направлении нормали к поверхности тела.

2. Две температуры и две степени черноты, указанные для некоторых материалов, означают, что первая степень черноты относится к первой температуре, а вторая — ко второй, причем допускается линейная интерполяция.

Таблица 6.2

**Степень черноты физических тел
в лучах длиной 0,65 мкм (микрон)**

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ при $\lambda = 0,65$ мкм
Серебро	—	0,07
Золото:		
твердос	—	0,13
жидкое	—	0,22
Медь:		
твердая неокисленная	—	0,11
жидкая неокисленная	—	0,15
Платина:		
твердая	—	0,33
жидкая	—	0,38
Палладий:		
твердый	—	0,33
жидкий	—	0,37
Никель твердый и жидкий неокисленный	—	0,36
Иридий и родий	—	0,30
Тантал неокисленный	1100	0,60
Вольфрам неокисленный	1000	0,46
То же	2000	0,43
Железо:		
неокисленное жидкое	3000	0,41
	—	0,37
	—	0,40

Окончание табл.

Материал и характер поверхности	Температура, °С	ϵ при $\lambda = 0,65$ мкм
окисленное	800	0,98
	100	0,95
	1200	0,92
	850...1100	0,80
Окисленная специальная сталь	800...1100	0,80
Углеродистая неокисленная сталь в атмосфере водорода	850...1100	0,44
Окисленный никель	800	0,96
	1300	0,85
Окисленная медь	—	0,70
Окисленный никром	600	0,95
То же	900	0,90
То же	1200	0,80
Жидкий чугун, светлые места (окислы)	1100...1300	0,9...0,95
То же	—	0,7
Жидкий чугун, темные пятна (свободные от окислов)	> 1375	0,4
Жидкая окисленная нержавеющая хромовая и хромоникелевая сталь	—	0,7...0,75
Жидкая окисленная хромоникелевая сталь	—	0,9
Жидкие шлаки	—	0,65
То же	1300...1500	0,9
Свинцовая ванна:		
шлаки	900	1,0
чистое зеркало	—	0,5...0,6
Соляная ванна	700...1400	0,8
Графит в порошке	—	0,95
Уголь	—	0,85
Окись алюминия — гладкопрессованный порошок	—	0,14
Фарфор	—	0,25...0,50
Шамот	—	0,7...0,8
Карборунд	—	0,8

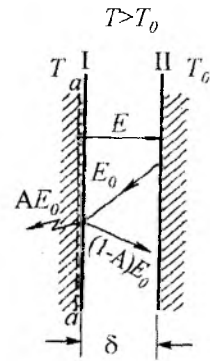


Рис. 6.5. К выводу закона Кирхгофа: I — серое тело; II — черное тело; а-а — плоскость, для которой записывается уравнение теплового баланса

4. Закон Густава Роберта Кирхгофа (закон Кирхгофа)

Связь между излучательной и поглощательной способностями серого (E) и абсолютно черного (E_0) тела устанавливается законом Кирхгофа.

Для повторения вывода этого закона обратимся к рис. 6.5, представляющему систему тел: серого (поверхность I) и черного (поверхность II) с температурой T_0 . Поверхности параллельны между собой, и расстояние невелико, обеспечивая тем самым попадание излучения каждой из них на другую. Температура, излучательная и поглощательная способности этих поверхностей соответственно равны T, E, A, T_0, E_0 и $A_0 = 1$, причем $T > T_0$.

Баланс энергии ($T > T_0$, поток E направлен в сторону поверхности II). Для серой поверхности запишется

$$q_{\text{рез}} = E - AE_0, \text{ Вт/м}^2. \quad (6.19)$$

где $q_{\text{рез}}$ — результирующий поток (с единицы поверхности в единицу времени серая поверхность излучает энергию E в сторону поверхности II, поверхность II эту энергию полностью поглощает).

Одновременно с излучением серой поверхностью энергии E поверхность абсолютно черного тела в сторону поверхности I излучает E_0 (Вт/м²) количества энергии. Попадая на серую поверхность, эта энергия частично в количестве AE_0 поглощается ею, остальная часть в количестве $(1 - A)E_0$ отражается, снова попадает на черную поверхность и полностью ею поглощается. Таким образом, для серой поверхности приход энергии равен AE_0 , а расход — E . Следовательно, нами доказано:

$$E_{\text{рез}} = q_{\text{рез}}; \quad (6.20)$$

$$q_{\text{рез}} = E - AE_0 \text{ Вт / м}^2.$$

Обмен лучистой энергией между поверхностями происходит и при $T = T_0$. В этом случае система находится в подвижном тепловом равновесии и $q = 0$. Тогда из уравнения (6.19):

$$E = AE_0; \quad (6.21)$$

$$E_0 = \frac{E}{A}.$$

Соотношения (6.21) справедливы для тел любой природы (металлы, огнеупорные материалы и др.).

Тогда

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \dots = \frac{E_0}{A_0} = E_0 = f(T). \quad (6.22)$$

В соответствии с (6.22) закон Кирхгофа может быть сформулирован: **отношение лучеиспускательной способности к поглощательной для всех тел одинаково равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре и зависит только от температуры.**

Выполняя подстановку (6.15) в уравнение (6.22), получим

$$\frac{C_1}{A_1} = \frac{C_2}{A_2} = \frac{C_3}{A_3} = \dots = C_0. \quad (6.23)$$

Из (6.23) следует, что $C_1 = A_1 C_0$, $C_2 = A_2 C_0$ и т.д. Из сопоставления (6.23) и (6.11) с (6.18) имеем, что $A = \epsilon$, т.е. поглощательная способность и степень черноты тела численно равны между собой.

Помня, что для серых тел поглощательная способность всегда меньше единицы, из (6.23) следует: **лучеиспускательная способность этих тел всегда меньше лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре, при любой температуре лучеиспускание абсолютно черного тела является максимальным.**

Также следует, что лучеиспускательная способность тел тем больше, чем больше их поглощательная способность. Когда поглощательная способность A тела мала, то мала и его излучательная способность E . Поэтому тела, которые хорошо отражают лучистую энергию, сами излучают очень мало и излучательная способность абсолютно белого тела равна нулю.

В (6.22) закон Кирхгофа записан для интегрального излучения. Однако он может быть применен и для монохроматического излучения. В этом случае закон формулируется: **отношение лучеиспускательной способности определенной длины волны к поглощательной**

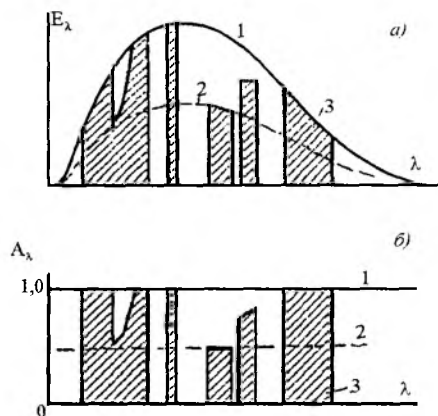


Рис. 6.6. Спектры излучения (а) и поглощения (б): 1 — абсолютно черного; 2 — серого; 3 — газового тела

способности при той же длине волны для всех тел одно и то же и является функцией только длины волны и температуры.

$$\frac{E_{1\lambda}}{A_{1\lambda}} = \frac{E_{2\lambda}}{A_{2\lambda}} = \dots = \frac{E_{0\lambda}}{A_{0\lambda}} = E_{0\lambda} = f(\lambda, T). \quad (6.24)$$

Имея спектр испускания (рис. 6.6а), в соответствии с (6.24) можно построить спектр поглощения (рис. 6.6б), и наоборот. Основанием для построения спектров служит

$$\frac{A_\lambda}{A_{0\lambda}} = \frac{A_\lambda}{1} = \frac{E_\lambda}{E_{0\lambda}}. \quad (6.25)$$

Для любой длины волны отношение $\frac{E_\lambda}{E_{0\lambda}}$ известно (рис. 6.6а). На рис. 6.6б линия, параллельная оси λ , расположенная на расстоянии от нее, равном единице, соответствует кривой поглощения абсолютно черного тела. Уменьшая на этой диаграмме ординаты для каждой длины волны в том отношении, которое определяется из спектра испускания, мы получим кривую поглощения серого тела (жирная пунктирная линия 2).

Рассматривая соотношение (6.25), а также из рис. 6.6 видно, что если при какой-нибудь длине волны тело не поглощает энергию, то оно и не излучает ее. Поэтому тело, которое при данной длине волны является абсолютно белым (абсолютно прозрачным), при этой длине волны энергию не излучает.

На рис. 6.7 приведены спектры поглощения (поглощательная способность) диоксида углерода (CO_2) (рис. 6.7а) и водяного пара (H_2O) (рис. 6.7б).

Зависимость излучательной и поглощательной способностей твердых поверхностей от длины волны λ (мкм) приведена на рис. 6.8. Поскольку тепловое излучение поглощается и испускается в

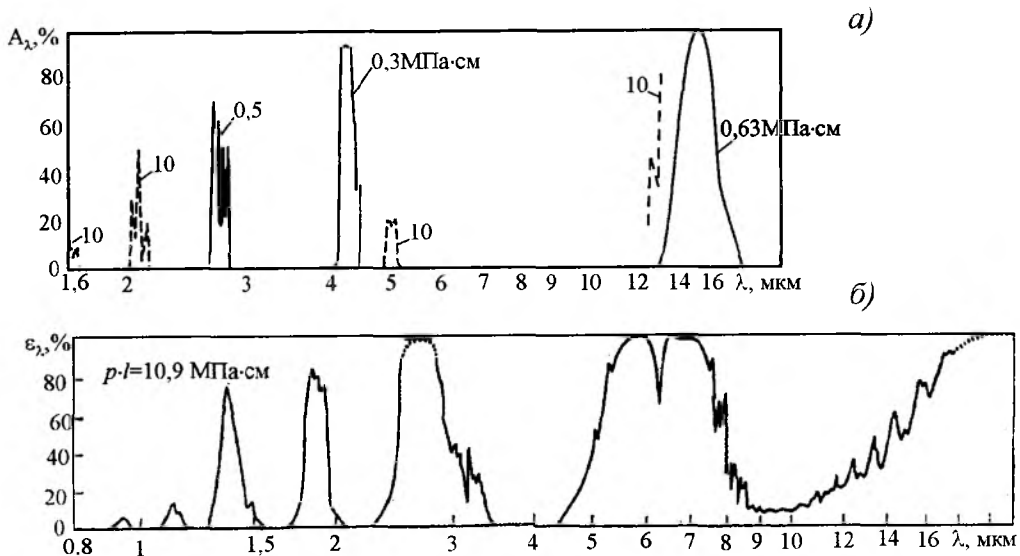


Рис. 6.7. Спектры поглощения газов: а — диоксида углерода (CO_2); б — водяного пара (H_2O)¹

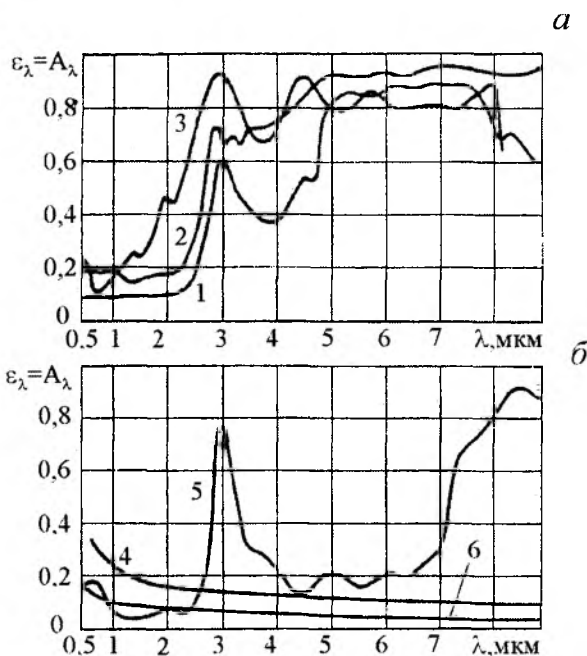


Рис. 6.8. Излучательные и поглощательные способности поверхностей: а — диэлектрики; б — электропроводники; 1 — белая огнеупорная глина; 2 — белый кирпич; 3 — штукатурка; 4 — полированный алюминий; 5 — анодированный алюминий; 6 — полированная медь

пределах очень тонкого слоя поверхности, радиационные свойства определяются состоянием по-

верхности материала, то окисные слои, покрытия, загрязнения поверхности, чистота обработки, шероховатости могут сильно влиять на радиационные свойства. Так, для одного и того же материала (например, алюминия), имеющего разное состояние поверхности, зависимость $\epsilon(\lambda)$ различна (кривые 4 и 5) (рис. 6.8). Разные материалы одного цвета также имеют разные $\epsilon(\lambda)$.

Итак, тела с малой поглощательной способностью обладают малой излучательной способностью, и наоборот. Шероховатость и загрязнения увеличивают степень черноты поверхности металла по сравнению с гладкими поверхностями.

Для чистых металлов излучательная способность может быть определена теоретически на основании электромагнитной теории.

Для чистых металлов можно записать

$$\epsilon_\lambda = 0,365 \sqrt{\frac{\rho_0}{\lambda}} - 0,0464 \frac{\rho_0}{\lambda}$$

Или

$$\epsilon = 0,576 \sqrt{\rho_0 T} - 0,124 \rho_0 T,$$

где ρ_0 — удельное сопротивление, Ом·см;

T — термодинамическая температура поверхности, К.

Для чистых металлов с полированными поверхностями в большинстве случаев $\epsilon < 0,1$ (100 °С). Стенки баллонов термосов и сосудов Дьюара для улучшения теплоизоляционных свойств покрывают серебром ($\epsilon = 0,02 \dots 0,03$) или алюминием ($\epsilon = 0,04 \dots 0,06$).

¹ Галин Н.М., Кириллов Л.П. Теплообмен (в ядерной энергетике): Учеб. пособие для вузов. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

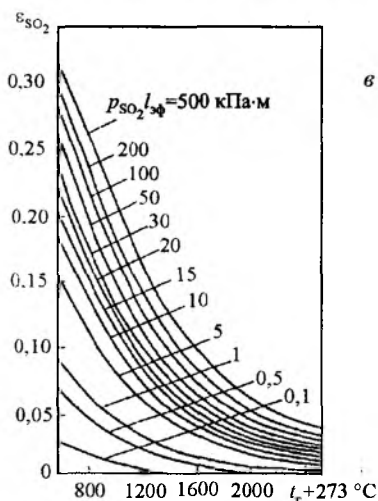
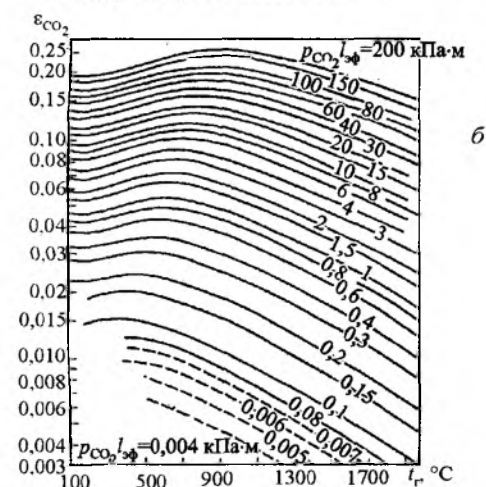
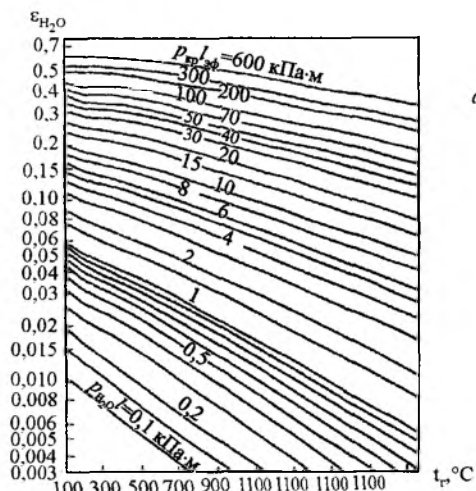


Рис. 6.9. Зависимость $\varepsilon = f(T, pl)$: а — для водяного пара; б — для диоксида углерода; в — для диоксида серы

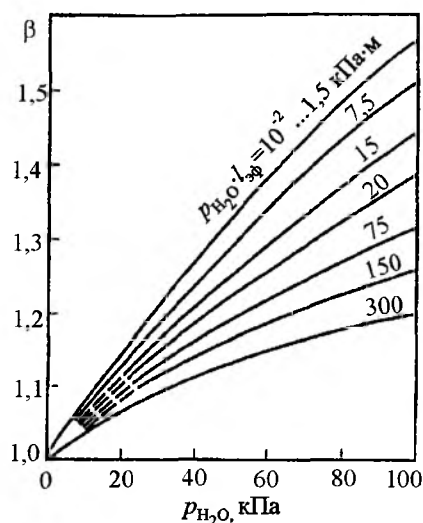


Рис. 6.10. Поправка на парциальное давление водяных паров

Как видно из рис. 6.7, вода имеет большую степень черноты длинноволнового теплового излучения для жидкого и твердого агрегатных состояний. **Одно- и двухатомные газы** (Ar, H₂, N₂ и др.) практически прозрачны для теплового излучения; они **не поглощают его и не излучают сами**. Трехатомные газы (H₂O, CO₂, SO₂, NO₂ и др.) **обладают большой излучательной и поглощательной способностью** в определенных интервалах длин волн, а в остальной части спектра прозрачны (рис. 6.7).

Поскольку поглощение (и излучение) газом происходит в некотором объеме, его поглощательная способность зависит от количества молекул на длине пути рассматриваемого луча, т.е. от плотности (или парциального давления p) и толщины слоя (l) газа. Эта зависимость не является линейной вследствие взаимодействия молекул, возрастающего при увеличении давления. Излучение газов отклоняется от закона четвертой степени. Например:

$$E_{\text{CO}_2} = 3,5 \cdot 10^{-7} (pl)^{0,33} T^{3,5};$$

$$E_{\text{H}_2\text{O}} = 3,5 \cdot 10^{-6} p^{0,8} l^{0,6} T^3.$$

В технических расчетах используют закон четвертой степени, а отклонения от него относят на счет относительной излучательной способности (степени черноты) газа

$$E = \varepsilon(T, pl) \sigma_0 T^4.$$

Зависимости $\varepsilon(T, pl)$ даются в виде графиков для каждого газа (рис. 6.9 и 6.10). При одновре-

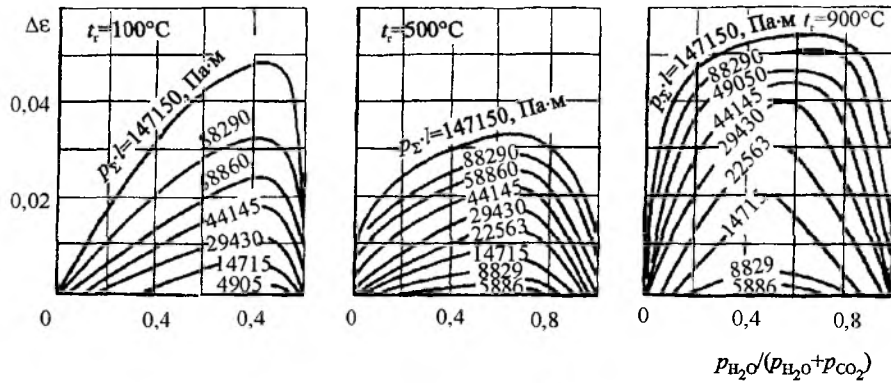


Рис. 6.11. Поправка $\Delta \epsilon$ к излучению смеси H_2O и CO_2 : p_Σ — суммарное парциальное давление,

$$p_\Sigma = p_{CO_2} + p_{H_2O}; p_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{\sum V_i} B; p_{H_2O} = \frac{V_{H_2O}}{\sum V_i} B \quad (B - \text{барометрическое давление, } B = 1)$$

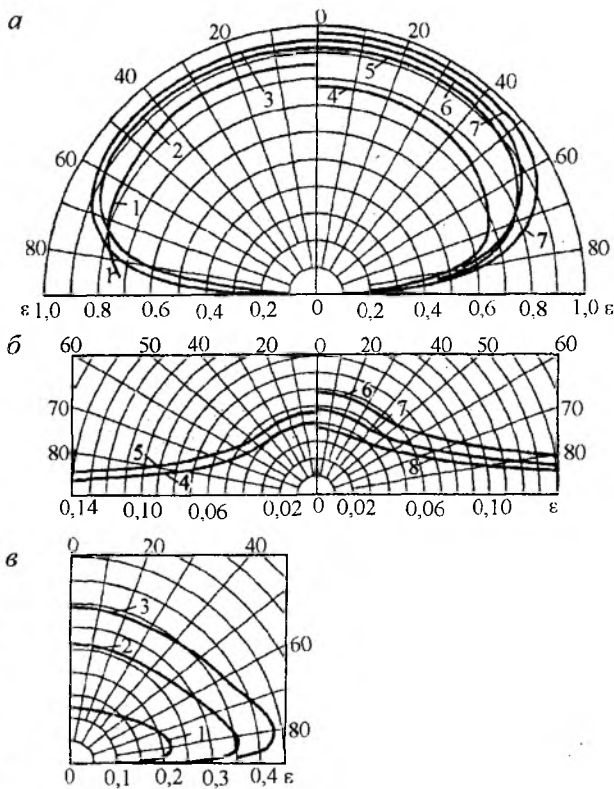


Рис. 6.12. Угловое распределение излучательной способности различных материалов: а — диэлектрики; 1 — окисленный алюминий; 2 — бумага; 3 — дерево; 4 — окисленная медь; 5 — стекло; 6 — глина; 7 — лед; б, в — металлы; 1 — железо; 2 — алюминиевая пудра; 3 — висмут; 4 — окисленный никель; 5 — полированный никель; 6 — хром; 7 — марганец; 8 — алюминий

$= \Delta \epsilon (\epsilon_{CO_2} + \epsilon_{H_2O})$, зависящая от температуры излучающих газов (к примеру, продуктов сгорания органического топлива) (рис. 6.11).

Угловое распределение излучательной способности различных материалов при $100^\circ C$ представлено на рис. 6.12 в виде полярных диаграмм. Излучательная способность диэлектриков в диапазоне $\theta = 0 \dots 60^\circ$ составляет $0,8 \dots 0,95$ и изменяется с углом θ незначительно. При больших углах ϵ снижается до нуля. Для большинства металлов в пределах $0 \dots 30^\circ$ $\epsilon < 0,1$ изменяется мало. Затем с увеличением угла θ ϵ резко возрастает, а при $\theta \rightarrow 90^\circ$ $\epsilon \rightarrow 1$. Такая способность хорошо прогнозируется электромагнитной теорией излучения.

В соответствии с законом Кирхгофа угловая спектральная поглощательная способность в одном и том же направлении и угловая излучательная способность равны между собой

$$A_\lambda(\theta, \varphi) = \epsilon_\lambda(\theta, \varphi).$$

5. Закон Ламберта

Законом Ламберта **устанавливается количество энергии, излучаемое абсолютно черным телом по всем направлениям.** Каждое направление определяется углом φ (E_φ), который оно образует с нормалью n к поверхности (рис. 6.13).

Имеем

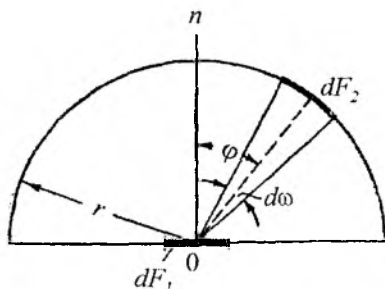
$$E_\varphi = E_n \cdot \cos \varphi. \quad (6.26)$$

Или:

$$d^2 Q_\varphi = dQ_n d\omega \cdot \cos \varphi; \quad (6.27)$$

$$d^2 Q_\varphi = E_n d\omega \cdot \cos \varphi \cdot dF_1 \text{ Вт.} \quad (6.28)$$

менном излучении газов CO_2 и H_2O в значение $\epsilon_r = \epsilon_{CO_2} + \epsilon_{H_2O}$ вносится поправка $\Delta \epsilon$ ($\epsilon_r =$

Рис. 6.13. Излучение элемента поверхности dF_1 на dF_2

Закон Ламберта может быть также сформулирован: количество энергии, излучаемой элементом поверхности dF_1 в направлении элемента dF_2 (рис. 6.13), пропорционально количеству энергии, излучаемой по нормали dQ_n , умноженному на величину пространственного угла $d\omega$ и $\cos \varphi$.

Как видим (рис. 6.13), максимальное излучение поверхностью dF_1 наблюдается по нормали n (E_n). С ростом угла φ эта энергия убывает, и при $\varphi = 90^\circ$ $E = 0$.

Нужно отметить, что (6.28) является математическим отображением закона Ламберта.

Практическое значение (6.28) приобретает при условии, что E_n является известной величиной.

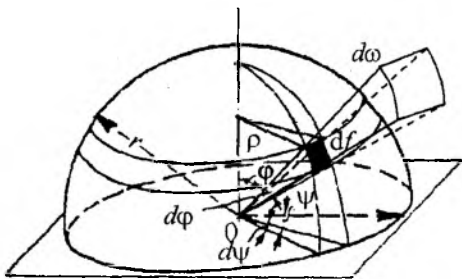
Рассмотрим площадку df (рис. 6.14) на поверхности сферы радиусом r . Стороны затемненной площадки df соответственно равны $rd\varphi$ и $\rho \cdot d\psi$. Или $rd\varphi$ и $r \sin \varphi d\psi$.

Телесный угол $d^2\omega$ будет

$$d^2\omega = \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot d\psi. \quad (6.29)$$

В (6.28) подставляем значение телесного угла $d^2\omega$ из

$$d^2Q_\varphi = E_n dF_1 d\psi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \quad (6.30)$$

Рис. 6.14. К оценке E_n

После интегрирования:

$$dQ = E_n dF_1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\psi \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi; \quad (6.31)$$

$$dQ = E_n dF_1 2\pi \left[\frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi E_n dF_1 = \pi dQ_n. \quad (6.32)$$

В соответствии с

$$E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (\text{см. (6.15)}),$$

энергия, излучаемая элементом поверхности dF_1 (рис. 6.13),

$$dQ = E dF_1 = C \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF_1 = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF_1. \quad (6.33)$$

Приравняем (6.32) и (6.33)

$$E_n = \frac{E}{\pi} = \frac{1}{\pi} C \left(\frac{T}{100} \right)^4 = \frac{\varepsilon}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (6.34)$$

Выражение (6.34) может быть использовано для подстановки в (6.28).

Анализ (6.34) позволяет отметить, что лучеиспускательная способность в направлении нормали в π раз меньше полной лучеиспускательной способности тела.

Совместное рассмотрение (6.34) и (6.28) дает основание записать

$$d^2Q_\varphi = \frac{\varepsilon}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 d\omega dF_1 \cos \varphi. \quad (6.35)$$

Формула (6.35) обычно используется в расчетах теплообмена между поверхностями твердых тел.

Как мы уже знаем, законы лучистого теплообмена записаны для абсолютно черных тел (это нужно отметить и в части закона Ламберта). **Для реальных поверхностей (тел) закон Ламберта подтверждается для углов $0 < \varphi \leq 60^\circ$.**

6.1.3. Понятие углового коэффициента

В соответствии с законом Ламберта тепловой поток излучением зависит от формы и взаимного расположения твердых поверхностей. Такая зависимость устанавливается с помощью углового коэффициента излучения φ поверхности dF_1 (рис. 6.15) на поверхность dF_2 и поверхности dF_2 на поверхность dF_1 (соответственно коэффициенты φ_{F_1, F_2} и φ_{F_2, F_1} или $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,1}$).

Рассмотрим две произвольно расположенные по отношению друг к другу площадки dF_1 (с температурой T_1) и dF_2 (с температурой T_2) (рис.

6.15). Среда между dF_1 и dF_2 лучепрозрачна (одно- или двухатомный газ).

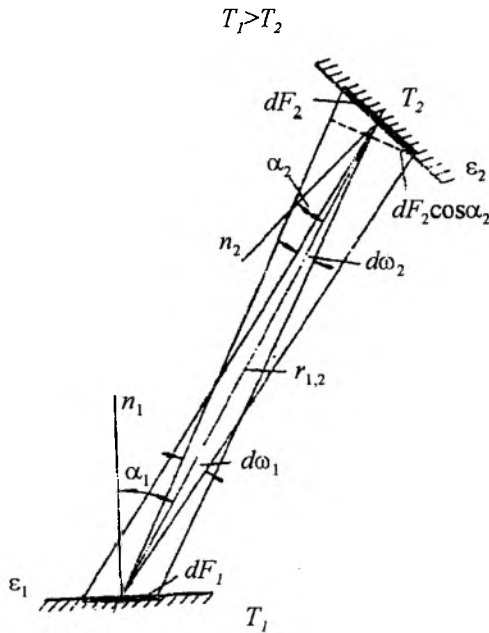


Рис. 6.15. К излучению элементарной поверхности dF_1 на произвольную в пространстве элементарную поверхность dF_2

Элемент поверхности dF_1 по всем направлениям излучает

$$dQ_1 = E_1 \cdot dF_1. \quad (6.36)$$

Аналогично

$$dQ_2 = E_2 \cdot dF_2. \quad (6.37)$$

На элемент dF_2 попадает лишь часть излучения dQ_1 ,

$$d^2Q_{dF_1 \rightarrow dF_2} = E_1 \cdot \cos \alpha_1 F_1 d\omega_1, \quad (6.38)$$

где $E_1 = E_{1n} \cdot \pi$, здесь E_{1n} — излучение с поверхности dF_1 в направлении нормали к dF_1 .

На элемент dF_1 со стороны элемента dF_2

$$d^2Q_{dF_2 \rightarrow dF_1} = E_2 \cdot \cos \alpha_2 F_2 d\omega_2. \quad (6.39)$$

Для телесного угла $d\omega$ имеем:

$$\begin{aligned} d\omega_1 &= dF_2 \frac{\cos \alpha_2}{r_{1,2}^2}; \\ d\omega_2 &= dF_1 \frac{\cos \alpha_1}{r_{1,2}^2}, \end{aligned} \quad (6.40)$$

где $r_{1,2}$ — расстояние между основаниями нормалей n_1 и n_2 к поверхностям dF_1 и dF_2 соответственно.

Имеем

$$d^2Q_1 = \frac{1}{\pi} E_1 \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{r_{1,2}^2} dF_1 \cdot dF_2. \quad (6.41)$$

Энергия (6.41) элементом dF_2 поглощается частично. Эта доля поглощенной энергии будет:

$$d^2Q_{dF_1 \rightarrow dF_2} = A_2 d^2Q_1;$$

$$d^2Q_{dF_1 \rightarrow dF_2} = \frac{1}{\pi} A_2 E_1 \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{r_{1,2}^2} dF_1 \cdot dF_2. \quad (6.42)$$

Запишем выражение для энергии, поглощенной элементом dF_1 в результате его облучения с поверхности dF_2 :

$$d^2Q_{dF_2 \rightarrow dF_1} = \frac{1}{\pi} A_1 E_2 \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{r_{1,2}^2} dF_1 \cdot dF_2. \quad (6.43)$$

Полагая $T_1 > T_2$ и вычитая из (6.42) выражение (6.43), запишем фактическое количество энергии $d^2Q_{1,2}$, переданное первым элементом dF_1 второму dF_2 :

$$d^2Q_{1,2} = \frac{1}{\pi} (A_2 E_1 - A_1 E_2) \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{r_{1,2}^2} dF_1 \cdot dF_2. \quad (6.44)$$

Выполняем подстановку (6.15) $E_1 = A_1 C_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4$; $E_2 = A_2 C_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4$ в формулу (6.44).

Тогда

$$\begin{aligned} d^2Q_{1,2} &= A_1 A_2 C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] \times \\ &\times \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\pi r_{1,2}^2} dF_1 \cdot dF_2. \end{aligned} \quad (6.45)$$

Интегрируя (6.45), для поверхностей F_1 и F_2 системы, в которой происходит передача теплоты излучением, будем иметь

$$\begin{aligned} Q_{1,2} &= A_1 A_2 C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] \times \\ &\times \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\pi r_{1,2}^2} \cdot dF_2. \end{aligned} \quad (6.46)$$

Подставляя значение $A_1 A_2 = \epsilon_n = A_n$ в (6.46), перепишем результирующее количество теплоты ($T_1 > T_2$)

$$\begin{aligned} Q_{1,2} &= A_n C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] \times \\ &\times \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\pi r_{1,2}^2} \cdot dF_2. \end{aligned}$$

Окончательно имеем

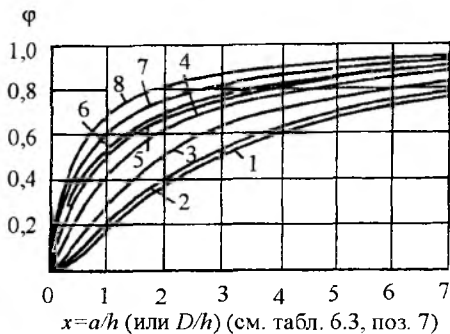


Рис. 6.16. Значения углового коэффициента φ для случая лучистого теплообмена между плоскими параллельными фигурами: a и D — сторона и диаметр фигуры; h — расстояние между плоскостями; 1–4 — при прямом обмене между поверхностями; 5–8 — при лучистом обмене между поверхностями с учетом отражения от соединяющей их нетеплопроводной оболочки; 1, 5 — диски; 2, 6 — квадраты; 3, 7 — прямоугольники с отношением сторон 2:1; 4, 8 — длинные узкие прямоугольники

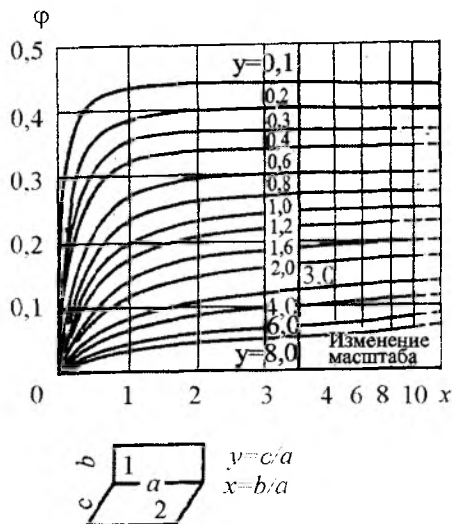


Рис. 6.17. Значения углового коэффициента φ для случая лучистого теплообмена между двумя взаимно перпендикулярными прямоугольниками с общей стороной a

$$Q_{1,2} = \varepsilon_n C_0 F_p \varphi_{1,2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.47)$$

Также можно записать

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{F_1} \int \int \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\pi r_{1,2}^2} \cdot dF_1 \cdot dF_2 \quad (6.48)$$

$$\text{и } \varphi_{2,1} = \frac{1}{F_2} \int \int \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\pi r_{1,2}^2} \cdot dF_1 \cdot dF_2, \quad (6.49)$$

где $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,1}$ — соответственно **средние угловые коэффициенты** излучения поверхностью F_1 к поверхности F_2 и поверхностью F_2 к поверхности F_1 .

В формуле (6.47):

ε_n — приведенная степень черноты системы тел dF_1 и dF_2 , $\varepsilon_n = A_1 A_2$ (рис. 6.15);

$\varepsilon_n = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$;

C_0 — коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела, $C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$;

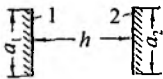
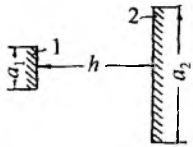
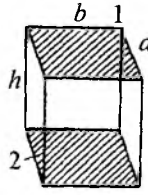
F_p — условная расчетная поверхность теплообмена (табл. 6.3).

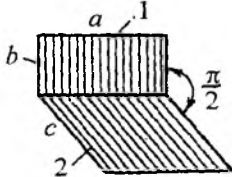
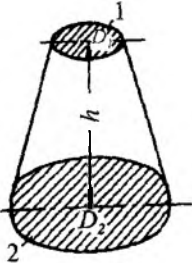
В табл. 6.3 даны формулы для оценки угловых коэффициентов и расчетных поверхностей F_p . Значения φ также приведены на рис. 6.16 и 6.17.

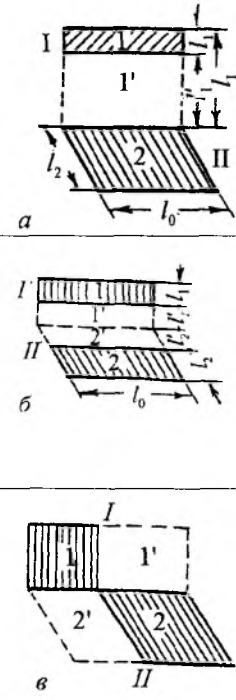
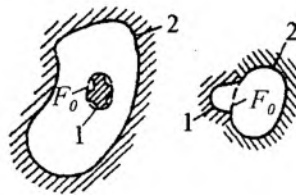
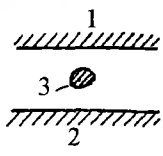
Таблица 6.3

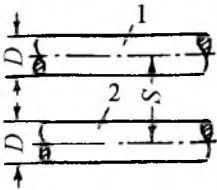
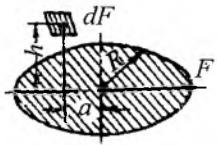
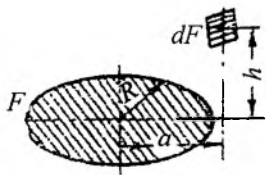
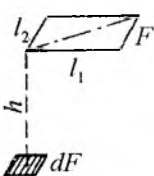
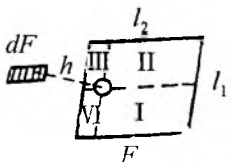
Формулы для расчета угловых коэффициентов φ и расчетных поверхностей F_p

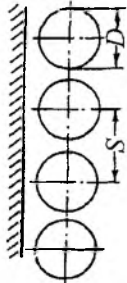
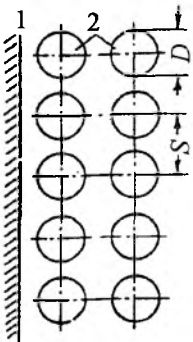
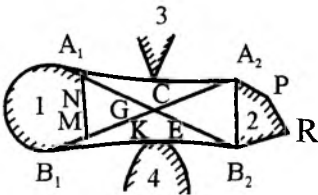
Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
1. Две параллельные плоскости, размеры которых значительно больше расстояния между ними		$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1;$ $F_p = F_1 = F_2$
2а*. Одно тело, не имеющее вогнутостей, находится внутри другого. 2б*. Две поверхности образуют замкнутую систему, причем одна из поверхностей не имеет вогнутостей		$\varphi_{21} = 1; \varphi_{12} = \frac{F_2}{F_1};$ $F_p = F_2$

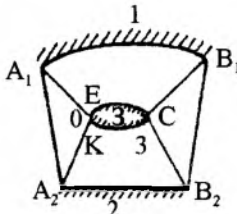
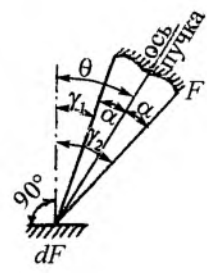
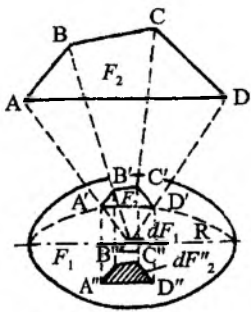
Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
3. Две бесконечные параллельные полосы одинаковой ширины		$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \sqrt{1 + \left(\frac{h}{a}\right)^2} - \frac{h}{a};$ $F_p = \sqrt{a^2 + h^2} - h.$ <p>Поверхность F_p отнесена к 1 м длины полос $a = a_1 = a_2$</p>
4. Две бесконечные параллельные полосы разной ширины		$\Phi_{12} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_2}{a_1} + 1\right)^2 + \left(\frac{h}{a_1}\right)^2} - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_2}{a_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{h}{a_1}\right)^2};$ $\Phi_{21} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{a_2} + 1\right)^2 + \left(\frac{h}{a_2}\right)^2} - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)^2 + \left(\frac{h}{a_2}\right)^2};$ $F_p = \sqrt{\frac{1}{4} (a_2 + a_1)^2 + h^2} - \sqrt{\frac{1}{4} (a_2 - a_1)^2 + h^2}.$ <p>Поверхность F_p отнесена к 1 м длины полос</p>
5. Два одинаковых прямоугольника, расположенных в параллельных плоскостях друг напротив друга (см. рис. 6.15)		$\Phi_{12} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{a} \sqrt{a^2 + h^2} \arctg \times \right.$ $\times \frac{b}{\sqrt{a^2 + h^2}} + \frac{1}{b} \sqrt{b^2 + h^2} \times$ $\times \arctg \frac{a}{\sqrt{b^2 + h^2}} - \frac{h}{a} \arctg \times$ $\times \left(\frac{b}{h}\right) - \frac{h}{b} \arctg \left(\frac{a}{h}\right) +$ $\left. + \frac{h^2}{2ab} \ln \frac{(a^2 + h^2)(b^2 + h^2)}{(a^2 + b^2 + h^2)h^2} \right];$

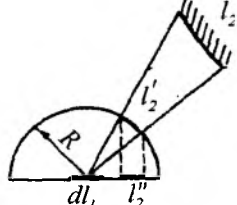
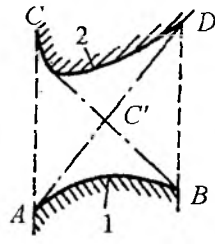

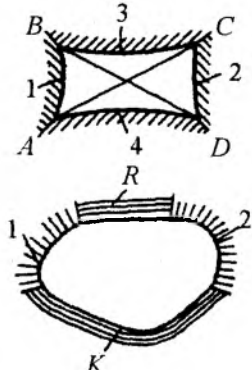
Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
		$F_p = a \cdot b \cdot \varphi_{12}.$ <p>Для квадратов ($a = b$)</p> $\varphi_{12} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{2}{a} \sqrt{a^2 + h^2} \arctg \times \right.$ $\times \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}} - 2 \frac{h}{a} \arctg \frac{a}{h} +$ $\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \ln \frac{(a^2 + h^2)^2}{h^2 (2a^2 + h^2)} \right];$ $F_p = a^2 \cdot \varphi_{12} \text{ (см. рис. 6.15)}$
6. Два взаимно перпендикулярных прямоугольника, имеющих общую грань (см. рис. 6.16)		$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi} \left[\arctg \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \arctg \frac{a}{c} - \right.$ $\left. - \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 - 1} \arctg \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2}} + \right.$ $\left. + \frac{c^2}{4ab} \ln \frac{(a^2 + b^2 + c^2)c^2}{(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)} + \right.$ $\left. + \frac{b}{4a} \ln \frac{(a^2 + b^2 + c^2)b^2}{(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)} - \right.$ $\left. - \frac{a}{4b} \ln \frac{(a^2 + b^2 + c^2)a^2}{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)} \right];$ $F_p = a \cdot b \cdot \varphi_{12} \text{ (см. рис. 6.16)}$
7. Два параллельных круга с центрами на общей нормали к их плоскостям (см. рис. 6.15)		$a. \varphi_{12} = \left[\sqrt{\left(\frac{D_2}{2D_1} + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{h}{D_1} \right)^2} - \right.$ $\left. - \sqrt{\left(\frac{D_2}{2D_1} - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{h}{D_1} \right)^2} \right]^2;$ $F_p = \frac{\pi}{4} \left[\sqrt{\left(\frac{D_2 + D_1}{2} \right)^2 + h^2} - \right.$ $\left. - \sqrt{\left(\frac{D_2 - D_1}{2} \right)^2 + h^2} \right]^2;$

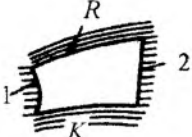
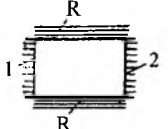
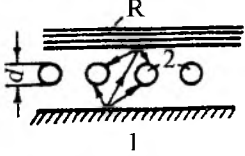
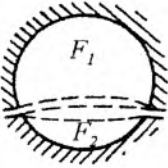
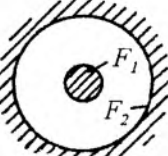
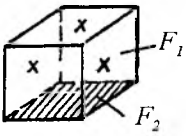
Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
		6. Для кругов одинакового диаметра $D_1 = D_2 = D$ $\varphi_{12} = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{h}{D}\right)^2} - \frac{h}{D} \right]^2$ $F_p = \frac{\pi}{4} (\sqrt{D^2 + h^2} - h)^2$ (см. рис. 6.15)
8. Два прямоугольника, расположенных в перпендикулярных плоскостях и не имеющих общей грани		$F_{I2} = F_{I2} - F_{I'2}; \quad I = 1 + 1';$ $\varphi_{12} = \frac{F_{I2}}{l_1 l_2} = \varphi_{12} \frac{l_1 + l_1'}{l_1} - \varphi_{1'2} \frac{l_1'}{l_1}$ $F_p = \varphi_{12} l_1 l_0 = F_{I,II} - F_{I2'} + F_{I'2'} - F_{I'II};$ $I = 1 + 1'; \quad II = 2 + 2'$ $\varphi_{12} = \frac{F_{I2}}{F_1};$ $F_p = \frac{1}{2} (F_{I,II} - F_{I2'} - F_{I'2});$ $I = 1 + 1'; \quad II = 2 + 2'$
9*. Две поверхности, образующие замкнутую полость. Меньшая поверхность имеет вогнутости		$\varphi_{12} = \frac{F_0}{F_1}; \quad \varphi_{12} = \frac{F_0}{F_2};$ $F_p = F_0,$ где F_0 – поверхность, «натянута» на соответствующий контур
10. Выпуклое тело, находящееся между двумя параллельными стенками. Размеры тела малы по сравнению с размерами поверхностей		$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1; \quad \varphi_{23} = \varphi_{13} = 0;$ $\varphi_{31} = \varphi_{32} = \frac{1}{2}; \quad F_p = F_1 - F_2;$ $F_{13} = F_{31} = F_{23} = F_{32} = \frac{1}{2} F_3$

Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
11. Два параллельных цилиндра одинакового диаметра		$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi} \left[\arcsin \frac{D}{s} + \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1} - \frac{s}{D} \right];$ $F_p = \sqrt{s^2 - D^2} + D \arcsin \frac{D}{s} - s.$ <p>Поверхность F_{12} отнесена к 1 м длины цилиндров</p>
12. Элементарная площадка dF и произвольный круг F , плоскость которого параллельна dF		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2} \times \left[1 - \frac{h^2 + a^2 - R^2}{\sqrt{(h^2 + a^2 + R^2)^2 - 4a^2 R^2}} \right];$ $F_{dFF} = \varphi_{dFF} dF$
13. Элементарная площадка dF и произвольный круг F , плоскость которого перпендикулярна dF		$\varphi_{dFF} = \frac{h}{2a} \times \left[\frac{h^2 + a^2 + R^2}{\sqrt{(h^2 + a^2 + R^2)^2 - 4a^2 R^2}} - 1 \right];$ $F_{dFF} = \varphi_{dFF} dF$
14. Элементарная площадка dF и прямоугольник F , плоскость которого параллельна dF , причем одна вершина прямоугольника находится по нормали к центру dF (см. рис. 6.17)		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{l_1}{\sqrt{h^2 + l_1^2}} \arctg \frac{l_2}{\sqrt{h^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{h^2 + l_2^2}} \arctg \frac{l_1}{\sqrt{h^2 + l_2^2}} \right];$ $\varphi_{FdF} = \varphi_{dFF} \frac{dF}{F};$ $F_{dFF} = \varphi_{dFF} dF = \varphi_{FdF} F$ <p>(см. рис. 6.17)</p>
15. Элементарная площадка dF и произвольный прямоугольник F , плоскость которого параллельна dF		$\varphi_{dFF} = F_{dFI} + \varphi_{dFII} + \varphi_{dFIII} + \varphi_{dFIV};$ $\varphi_{FdF} = \varphi_{dFF} \frac{dF}{F};$ $F_{dFF} = \varphi_{dFF} dF;$ <p>φ_{dFI}, φ_{dFII} и т.д. — см. предыдущую схему</p>

Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена																
16. Неограниченная плоскость и ряд труб в параллельной плоскости		$\varphi_{12} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2} + \frac{D}{s} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1};$ $\varphi_{21} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{s}{D} - \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1} + \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1} \right];$ <p>$F_p = F_{21} = \varphi_{12} \cdot S = \varphi_{21} \cdot D \cdot \pi.$ Поверхность F_p отнесена к одной трубе 1 м длины труб</p> <table border="1" data-bbox="988 749 1402 890"> <thead> <tr> <th>s/D</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>φ_{12}</td> <td>1</td> <td>0,850</td> <td>0,658</td> <td>0,467</td> <td>0,360</td> <td>0,294</td> <td>0,151</td> </tr> </tbody> </table>	s/D	1	1,5	2	3	4	5	10	φ_{12}	1	0,850	0,658	0,467	0,360	0,294	0,151
s/D	1	1,5	2	3	4	5	10											
φ_{12}	1	0,850	0,658	0,467	0,360	0,294	0,151											
17. Неограниченная плоскость и два ряда труб в параллельных плоскостях		$\varphi'_{12} = 1 - (1 - \varphi_{12})^2;$ $F'_{12} = \varphi'_{12} s$ <p>(см. указание к предыдущей схеме): φ'_{12} — угловой коэффициент для одного ряда труб (см. предыдущий случай)</p> <table border="1" data-bbox="988 1164 1402 1306"> <thead> <tr> <th>s/D</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>φ_{12}</td> <td>1</td> <td>0,977</td> <td>0,883</td> <td>0,715</td> <td>0,590</td> <td>0,500</td> <td>0,279</td> </tr> </tbody> </table> <p>Для n рядов труб</p> $\varphi'_{12} = 1 - (1 - \varphi'_{12})^n$	s/D	1	1,5	2	3	4	5	10	φ_{12}	1	0,977	0,883	0,715	0,590	0,500	0,279
s/D	1	1,5	2	3	4	5	10											
φ_{12}	1	0,977	0,883	0,715	0,590	0,500	0,279											
18. Два произвольных цилиндрических тела, частично затеняемых окружающими телами		$\varphi_{12} = \frac{1}{2} \frac{A_1 N B_2 + A_2 M B_1 - A_1 C A_2 - B_1 K E B_2}{\text{периметр } N A_1 B_1 M};$ $\varphi_{21} = \varphi_{12} \frac{\text{периметр } N A_1 B_1 M}{\text{периметр } A_2 P R B_2};$																

Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена																
		$F_p = F_{21} = \frac{1}{2} \times$ $\times (A_1 N B_2 + A_2 M B_1 - A_1 C A_2 - B_1 K E B_2).$ <p>Поверхности отнесены к 1 м длины тел</p>																
<p>19. Два произвольных тела, частично затеняемых расположенным между ними третьим телом (плоскопараллельная система)</p>		$\varphi_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{B_1 C + C B_2 + A_1 K + A_2 E - B_1 B_2 - A_1 A_2 - E K}{\text{периметр } A_1 B_1} \right);$ $\varphi_{12} = \varphi_{21} \frac{\text{периметр } A_1 B_1}{\text{периметр } A_2 B_2};$ $F_p = \frac{1}{2} (B_1 C + C B_2 + A_1 K + A_2 E - B_1 B_2 - A_1 A_2 - E K).$ <p>Поверхности отнесены к 1 м длины тела</p>																
<p>20. Элементарная площадка dF и цилиндрическое тело (плоскопараллельная система)</p>		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2} (\sin \gamma_2 - \sin \gamma_1) = \cos \theta \sin \alpha;$ $\theta = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}; \quad \alpha = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2};$ $F_{dFF} = \varphi_{dFF} dF$ <table border="1" data-bbox="931 1178 1337 1323"> <thead> <tr> <th>s/D</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>φ_{12}</td> <td>1</td> <td>0,850</td> <td>0,658</td> <td>0,467</td> <td>0,360</td> <td>0,294</td> <td>0,151</td> </tr> </tbody> </table>	s/D	1	1,5	2	3	4	5	10	φ_{12}	1	0,850	0,658	0,467	0,360	0,294	0,151
s/D	1	1,5	2	3	4	5	10											
φ_{12}	1	0,850	0,658	0,467	0,360	0,294	0,151											
<p>21. Определение угловых коэффициентов по методу «соотношения проекций» (пространственная система)</p>		$\varphi_{dF_1 F_2} = \frac{F_2''}{\pi R^2};$ $\varphi_{F_1 F_2} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} \varphi_{dF_1 F_2} dF_1;$ $F_{dF_1 F_2} = \varphi_{dF_1 F_2} dF_1$																

Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
22. Определение угловых коэффициентов по методу «соотношения проекций» (плоскопараллельная система)		$\phi_{l_1 l_2} = \frac{l_2''}{2R};$ $\phi_{l_1 l_2} = \frac{1}{l_1} \int \phi_{dl_1 l_2} dl_1;$ $F_{dF_1 F_2} = \phi_{dFF} dF$
23. Определение угловых коэффициентов по методу «натянутых нитей». Две произвольные невыпуклые поверхности, имеющие бесконечную протяженность в одном направлении		$\phi_{12} = \frac{AD + BC' - C'D'}{2AB} - \frac{BD + AC}{2AB};$ $F_p = \frac{1}{2}(AD + BC' - C'D' - BD - AC).$ <p>Поверхность F_{12} отнесена к 1 м длины поверхностей в направлении бесконечной протяженности; C' — точка пересечения пунктирной прямой, идущей из точки B, с кривой CD</p>
24*. Три невыпуклые, образующие замкнутую систему бесконечной протяженности		$\phi_{12} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F_2}{F_1} - \frac{F_3}{F_1} \right);$ $\phi_{21} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F_1}{F_2} - \frac{F_3}{F_2} \right);$ $\phi_{13} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F_3}{F_1} - \frac{F_2}{F_1} \right);$ $\phi_{23} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F_3}{F_2} - \frac{F_1}{F_2} \right) \text{ и т.д.}$ $F_{12} = \frac{1}{2} (F_1 + F_2 - F_3);$ $F_{13} = \frac{1}{2} (F_1 + F_3 - F_2);$ $F_{23} = \frac{1}{2} (F_2 + F_3 - F_1) \text{ и т.д.}$ <p>Все площади отнесены к 1 м длины поверхностей в направлении бесконечной протяженности</p>
25*. Четыре невыпуклые поверхности, образующие замкнутую систему бесконечной протяженности		$F_{12} = \frac{1}{2} (F_{AC} + F_{BD} - F_3 - F_4);$ $F_{13} = \frac{1}{2} (F_1 + F_3 - F_{AC});$ $F_{14} = \frac{1}{2} (F_1 + F_4 - F_{BD}) \text{ и т.д.}$ $\phi = \frac{F_{kn}}{F_k}$ <p>(см. указание к предыдущей схеме)</p>

Взаимное расположение и форма поверхностей	Схема	Угловые коэффициенты и расчетные поверхности теплообмена
26*. Замкнутая система, состоящая из поверхностей 1 и 2, через которые подводится и отводится тепло, и отражающей поверхности R, не проводящей тепла		$\bar{\varphi}_{12} = \varphi_{12} + \frac{1}{\frac{1}{\varphi_{1R}} + \frac{F_1}{F_2} \frac{1}{\varphi_{2R}}};$ $F_p = F_1 \bar{\varphi}_{12},$ <p>φ_{12}, φ_{1R}, φ_{2R} подсчитываются для соответствующих случаев по предыдущим формулам, φ_{12} учитывает кроме прямого излучения и излучение, отраженное поверхностью R</p>
26а. Частный случай: поверхности 1 и 2 не имеют вогнутостей		$\bar{\varphi}_{12} = \frac{F_2 - F_1 \varphi_{12}^2}{F_1 + F_2 - F_1 \varphi_{12}};$ $F_p = F_1 \bar{\varphi}_{12}$
26б. Частный случай: поверхности 1 и 2 равны и параллельны (диски, квадраты, прямоугольники и т.д.)		$\bar{\varphi}_{12} = \frac{1 + \varphi_{12}}{2};$ $F_p = F_1 \bar{\varphi}_{12}$
27. Неограниченная плоскость 1 и однорядный или двухрядный пучок труб 2 при наличии отражающей поверхности R, расположенной за пучком		$\bar{\varphi}_{12} = \varphi_{12} (2 - \varphi_{12});$ $F_p = F_1 \bar{\varphi}_{12} = F_2 \bar{\varphi}_{21}.$ <p>Для однорядного пучка φ_{12} вычисляется по формуле п. 16, для двухрядного — по формуле п. 17 ($n = 2$)</p>
27а. Цилиндр бесконечной длины или шар		$\varphi_{12} = \frac{F_2}{F_1 + F_2}; \quad \varphi_{11} = \frac{F_1}{F_1 + F_2};$ $\varphi_{21} = \frac{F_1}{F_1 + F_2}; \quad \varphi_{22} = \frac{F_2}{F_1 + F_2};$ $F_p = \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 + F_2}$
28. Шар внутри шара		$\varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2}; \quad \varphi_{22} = 1 - \frac{F_1}{F_2};$ $\varphi_{11} = 0; \quad \varphi_{12} = 1; \quad F_p = F_1$
29. Куб или параллелепипед		$\varphi_{22} = 0; \quad \varphi_{21} = 1;$ $\varphi_{12} = \frac{F_2}{F_1}; \quad \varphi_{11} = 1 - \frac{F_2}{F_1};$ <p>$F_{12} = F_{21}$, где F_1 — сумма остальных пяти поверхностей параллелепипеда</p>

* Формулы действительны и в том случае, если 1, 2, 3, 4 и R представляют собой длинные цилиндрические поверхности с параллельными образующими. Схемы при этом следует рассматривать как поперечные сечения цилиндрических поверхностей, а F_1 , F_2 и т.д. — относить к 1 м длины системы.

6.2. Излучение в системе твердых тел, разделенных газовой прослойкой

Твердые поверхности имеют непрерывный спектр излучения в отличие от прерывистого (селективного) у газов. На рис. 6.18, 6.19 показан спектр излучения (непрерывный) металлической

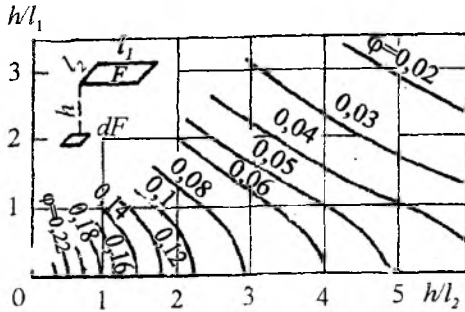


Рис. 6.18. Значения углового коэффициента ϕ для случая лучистого теплообмена между элементом dF и параллельным ему прямоугольником, через одну из вершин которого проходит нормаль к dF (см. табл. 6.3, поз. 14)

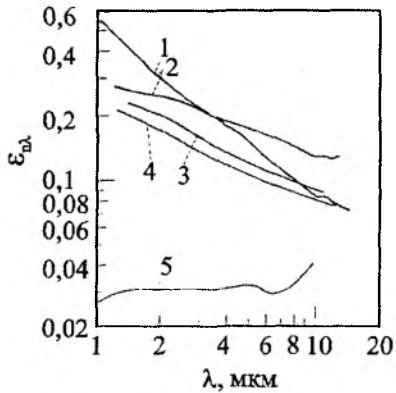


Рис. 6.19. Зависимость спектральной степени черноты в направлении нормали полированных металлов от длины волны ϵ_{λ} : 1 — молибден при 1110 K; 2 — железо при 1317 K; 3 — платина при 1217 K; 4 — никель при 1200 K; 5 — медь при 1242 K

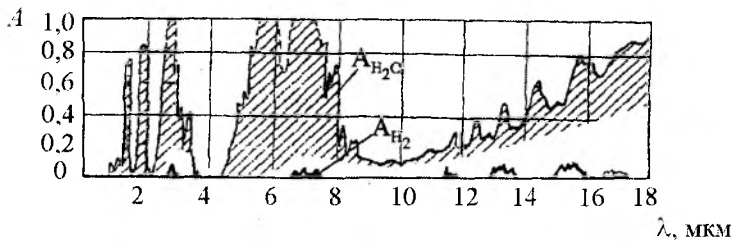


Рис. 6.20. Поглощательная способность толстых слоев H_2O и H_2

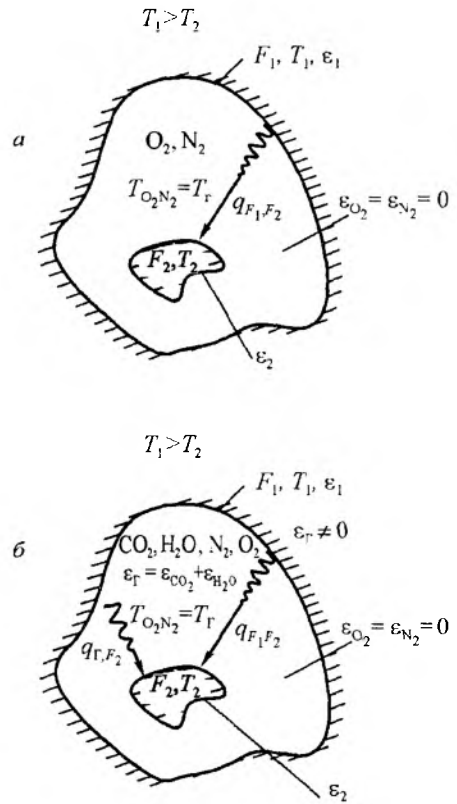


Рис. 6.21. Схема лучистого теплообмена между твердыми поверхностями: а — случай с воздушной разделяющей прослойкой; б — случай с разделяющей прослойкой из продуктов сгорания органического топлива ($\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{N}_2, \text{O}_2$)

поверхности в диапазоне волн 1...15 мкм, а на рис. 6.20 — для водяного пара. Как видно из рисунка, излучательной способностью одно- и двухатомных газов можно пренебречь (в одном случае H_2). Вышесказанное позволило сделать заключение о том, что воздух, состоящий в основном из двухатомных газов ($\text{N}_2, \text{O}_2, \text{Ar}$ и следы $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}$), следует рас-

¹ Seban R.A., Thermal Radiation Properties of Materials, pt. III, WADD TR-60-370, University of California, Berkeley, Aug. 1963.

смагивать как тело, в *лучистом теплообмене не участвующее* (*прозрачное* для лучей тело). А следовательно, если разделяющая твердые тела газовая прослойка — воздух или CO_2 и H_2O (как это имеет место в топках парогенераторов и нагревательных и термических печах), то лучистый теплообмен будет существенно отличаться как количественно, так и по классификационному признаку. В первом случае — лучистый теплообмен между телами, разделенными лучепрозрачной газовой прослойкой, а во втором — разделенными (погруженными) газовой прослойкой лучепоглощающей (участвующей наравне с твердыми поверхностями в лучистом теплообмене) (см. рис. 6.20 и 6.21).

6.2.1. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепрозрачной прослойкой (ϵ_r)

Такой теплообмен широко распространен в оборудовании (его элементах) промышленных теплотехнологий, гражданском и промышленном строительстве и др. Классическим примером могут служить электронечи, где теплоотдача (лучеиспусканием) совершается без участия газовой среды (газовая среда — это атмосферный воздух).

1. Теплообмен излучением между двумя плоскими параллельными поверхностями

Такая задача нашла широкое распространение в инженерной практике, где наблюдается сложный процесс многократных постепенно затухающих поглощений и отражений луча (рис. 6.22). При этом часть энергии, будучи излучена, вновь возвращается на первоисточник, тормозя этим процесс теплообмена. В качестве примера рассмотрим распространение лучистой энергии в наиболее простом случае теплообмена между двумя параллельными поверхностями. Температуры, лучеиспускательная и поглощательная способности этих поверхностей соответственно заданы и равны T_1, E_1, A_1, T_2, E_2 и A_2 .

В соответствии с рис. 6.22 первая поверхность излучает

$$E_1.$$

Из этого количества вторая поверхность F_2 поглощает

$$E_1 A_2 \quad (6.50)$$

и отражает в сторону поверхности F_1

$$E_1 (1 - A_2). \quad (6.51)$$

Причем из этого количества энергии первая поверхность поглощает

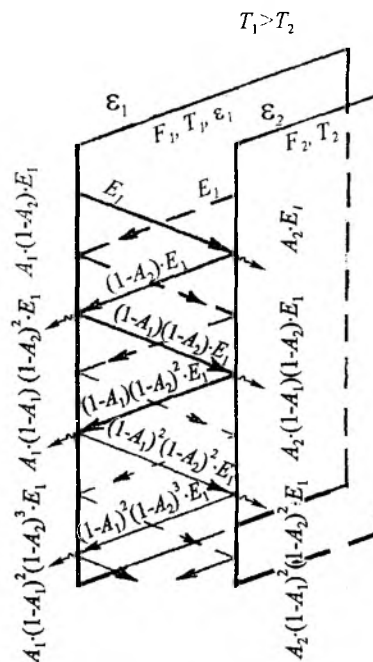


Рис. 6.22. Схема лучеобмена между двумя плоскими параллельными поверхностями

$$E_1 (1 - A_2) A_1 \quad (6.52)$$

и отражает

$$E_1 (1 - A_2) (1 - A_1). \quad (6.53)$$

Вторая поверхность F_2 вновь поглощает

$$E_1 (1 - A_2) (1 - A_1) A_2 \quad (6.54)$$

и отражает

$$E_1 (1 - A_2)^2 (1 - A_1). \quad (6.55)$$

Затем из этого количества поверхность F_1 снова поглощает

$$E_1 (1 - A_2)^2 (1 - A_1) A_1 \quad (6.56)$$

и т.д. (см. рис. 6.22).

Аналогичный анализ можно выполнить в отношении излучения поверхностью F_2 на поверхность F_1 (путь луча E_2 показан пунктиром). Из количества энергии (E_2) первая поверхность поглощает $E_2 A_1$ и отражает $E_2 (1 - A_1)$ и т.д. Схема рассматриваемого процесса представлена на рис. 6.22.

Чтобы найти энергию q_{12} , которую первая поверхность путем лучеиспускания передает второй, надо из первоначально испускаемой энергии E_1 вычесть, во-первых, то, что возвращается и снова поглощается, и, во-вторых, ту энергию, которая поглощается от излучения второй поверхности. Первое вычитаемое может быть получено путем суммирования выражений (6.52), (6.56) и т.д.

$$E_1(1 + p + p^2 + \dots)(1 - A_2)A_1, \quad (6.57)$$

где $p = (1 - A_2)(1 - A_1)$.

Но так как $p < 1$, то сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии будет

$$1 + p + p^2 + \dots = \frac{1}{1 - p}. \quad (6.58)$$

Подставляем (6.58) в (6.53):

$$\frac{E_1(1 - A_2)A_1}{1 - p}. \quad (6.59)$$

Тогда

$$E_2A_1(1 + p + p^2 + \dots) = \frac{E_2A_1}{1 - p}. \quad (6.60)$$

И наконец находим

$$q_{12} = E_1 - \frac{E_1(1 - A_2)A_1}{1 - p} - \frac{E_2A_1}{1 - p}. \quad (6.61)$$

Приводя правую часть (6.61) к общему знаменателю и учитывая, что

$$1 - p = 1 - (1 - A_1 - A_2 + A_1A_2) = A_1 + A_2 - A_1A_2,$$

окончательно запишем

$$q_{12} = \frac{E_1A_2 - E_2A_1}{A_1 + A_2 - A_1A_2}. \quad (6.62)$$

Помня, что

$$E_1 = A_1C_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \text{ и } E_2 = A_2C_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4,$$

и выполняя подстановку выражений для E_1 и E_2 в (6.62), также будем иметь:

$$\begin{aligned} q_{12} &= A_n C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \\ &= C_n \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2 \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} \text{ и } \epsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}, \quad (6.64)$$

C_n — приведенный коэффициент лучеиспускания,

$$C_n = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0}}. \quad (6.65)$$

Уравнение (6.63) является решением задачи при условии, что $T_1 > T_2$.

Помня, что $A = \epsilon$, в (6.63) вместо A следует подставить ϵ :

$$q_{1,2} = \epsilon_n C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (6.66)$$

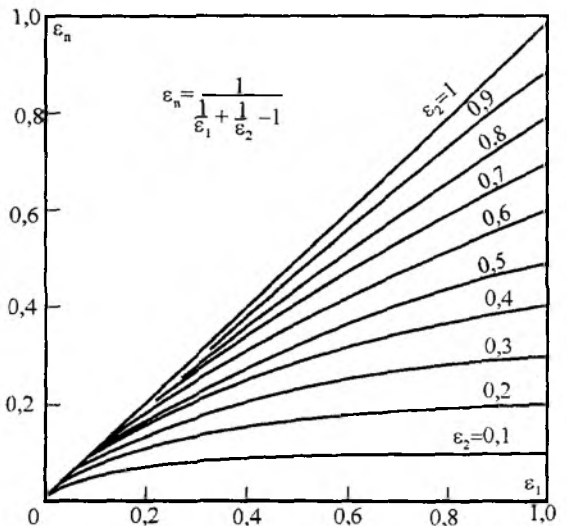


Рис. 6.23. График зависимости $\epsilon_n = f(\epsilon_1, \epsilon_2)$

где ϵ_n — приведенная степень черноты системы, в которой происходит лучистый теплообмен (рассчитывается по формуле (6.64) или выбирается в соответствии с рис. 6.23, который пригоден только для условий, когда плоскопараллельные пластины разделены прозрачной газовой средой).

2. Теплообмен излучением между тремя плоскопараллельными поверхностями (терморadiационный экран)

Случай такого теплообмена представлен на рис. 6.24. Для случая терморadiационного экрана (прозрачная газовая среда, к примеру, воздух) запишем формулу для нахождения потока теплоты $q_{1,2}$ (полагая, что $T_1 > T_2$).

Имеем лучистый теплообмен между двумя плоскопараллельными пластинами F_1 и F_2 (рис.

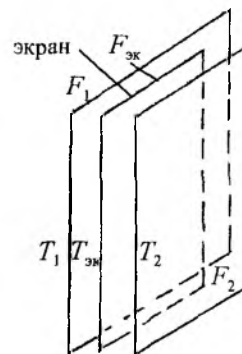


Рис. 6.24. Схема расположения тонкостенного экрана между параллельными поверхностями

6.24). Между ними расположена металлическая пластина $F_{\text{эк}}$. Причем $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{\text{эк}}$.

При отсутствии экрана $F_{\text{эк}}$ (см. (6.66))

$$q_{12} = C_n \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{Вт/м}^2. \quad (6.67)$$

При наличии экрана количество тепла, передаваемое от первой поверхности к экрану

$$q_{1,\text{эк}} = C_n \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 \right], \text{Вт/м}^2 \quad (6.68)$$

и от экрана поверхности F_2

$$q_{\text{эк},2} = C_n \left[\left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{Вт/м}^2. \quad (6.69)$$

При установившемся тепловом состоянии всей системы $q_{1,\text{эк}} = q_{\text{эк},2}$

$$\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 = \left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4. \quad (6.70)$$

Из (6.70) определяется неизвестная температура $\left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4$

$$\left(\frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.71)$$

Подставив значение (6.71) в (6.69), получим

$$q_{1,\text{эк}} = q_{\text{эк},2} = \frac{1}{2} C_n \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.72)$$

Сравнивая (6.67) с (6.72), запишем

$$q_{1,\text{эк}} = \frac{1}{2} q_{12}. \quad (6.73)$$

А это означает, что при наличии одного экрана количество передаваемого тепла уменьшается в 2 раза (при условиях $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{эк}} = \varepsilon_2$). Можно также показать, что при наличии двух экранов количество переданного тепла уменьшается в 3 раза, при наличии трех — в 4 раза и при наличии n экранов — в $(n + 1)$ раз. Таким образом, путем применения большого числа экранов теплоотдачу лучеиспусканием можно снизить как угодно сильно.

Еще больший эффект снижения получается, если применяются экраны с малым значением коэффициента лучеиспускания. Пусть приведенный коэффициент лучеиспускания $C_{1\text{эк}} = C_{2\text{эк}} = C_{\text{эк}}$ и $C_{12} = C_c$, тогда при наличии одного экрана $\frac{q_{\text{эк}}}{q} = 0,5 \cdot \frac{C_{\text{эк}}}{C_c}$. Если, например, $C_{\text{эк}} = 0,3$ и $C_c = 4,5$, то $\frac{q_{\text{эк}}}{q} = 0,5 \cdot \frac{0,3}{4,5} = 0,033$, т.е. теплоотдача снижается в 30 раз.

В ряде случаев применение экранов совершенно необходимо; в частности, они необходимы при измерении температуры газа вблизи горячих или холодных поверхностей. Применение экранов из алюминиевой фольги (альфоля) позволяет использовать в качестве тепловой изоляции воздушные прослойки.

3. Теплообмен излучением между двумя произвольными твердыми поверхностями в замкнутом пространстве при условии, что одна поверхность охватывает другую

Рассмотрим конкретный пример, когда твердая поверхность F_2 охватывает F_1 (рис. 6.25), причем $T_1 > T_2$ и газовая среда — прозрачна.

Решение такой задачи выполняется способом, изложенным в п. 1 данного параграфа (теплообмен между двумя плоскопараллельными пластинами).

Расчетная формула имеет вид

$$Q_{12} = \varepsilon_n C_0 F_p \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{Вт/м}^2, \quad (6.74)$$

где

$$\varepsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \quad (6.75)$$

В (6.74) F_p — расчетная поверхность. В качестве **расчетной всегда (рис. 6.25) принимается меньшая поверхность**

$F_p = F_1$ (см. рис. 6.25).

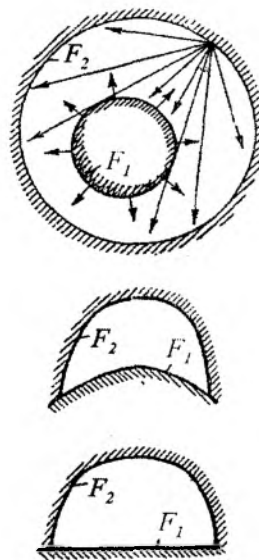


Рис. 6.25. Схема лучистого теплообмена между телами в замкнутом пространстве

Выражения (6.74) и (6.75) применимы для тел любой формы, лишь бы меньшее из них было выпуклым. В частности, они применимы для расчета лучистого теплообмена между длинными цилиндрами, а также когда выпуклое тело 1 и вогнутое 2 образуют замкнутое пространство. **Еще раз напоминаем, что во всех случаях в качестве расчетной принимается меньшая из поверхностей (см. (6.76)).**

4. Тепловое излучение через отверстия в стенках огнетехнических установок и парогенераторов

При условии, что $d(l)$ соизмеримо с размерами отверстия $d(a \cdot b)$ (рис. 6.26), имеет место прямое тепловое излучение через основание отверстия $\frac{\pi d^2}{4}$ или $a \cdot b$.

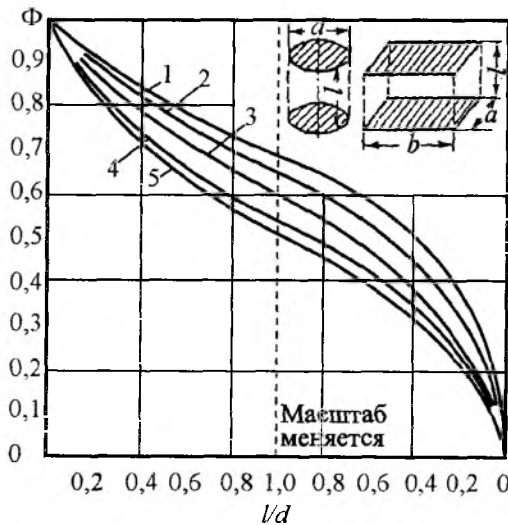


Рис. 6.26. Коэффициенты диафрагмирования Φ (6.26) при излучении через отверстия: 1 — длинные полосы, $a : b = 0$; 2 — прямоугольники, $a : b = 0,2$; 3 — прямоугольники, $a : b = 0,5$; 4 — квадраты, $a : b = 1$; 5 — круги

Суммарный поток теплоты через отверстие (рис. 6.26) будет

$$Q = C_0 \left(\frac{T_n}{100} \right)^4 F_{\text{отв}} \cdot \Phi, \text{ Вт}, \quad (6.76)$$

где Φ — коэффициент диафрагмирования отверстия с площадью $F_{\text{отв}}$, определяемый по рис. 6.25;

T_n — температура излучающей среды (системы), К.

6.2.2. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепоглощающей газовой прослойкой ($1 > \varepsilon_r > 0$)

Теплообмен между телами, погруженными (разделенными лучепоглощающей средой) в лучепоглощающую газовую среду (к примеру, продукты сгорания органического топлива), встречается в инженерной практике достаточно часто. Поэтому рассмотрим некоторые частные случаи такого теплообмена (рис. 6.27...6.29).

Имеем:

$$Q_{F_1, F_2} = (E_1 F_1 \Phi_{F_1, F_2} - E_2 F_2 \Phi_{F_2, F_1}) \varepsilon_{n_{F_1, F_2}}; \quad (6.77)$$

$$Q_{r, F_2} = (E_r - E_2) F_2 \varepsilon_{n_{r, F_2}}, \quad (6.78)$$

а также

$$E_1 = C_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4; \quad E_2 = C_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4$$

$$\text{и} \quad E_r = C_0 \left(\frac{T_r}{100} \right)^4, \quad (6.79)$$

где C_0 — коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела, $C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

1. Случай лучистого теплообмена, ($\Phi_{F_2, F_2} \neq 0$; $\Phi_{F_1, F_1} \neq 0$) представленный рис. 6.27

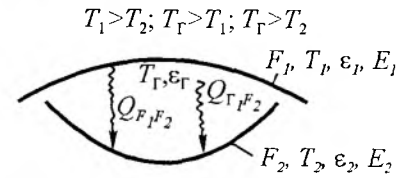


Рис. 6.27

Можно записать (рис. 6.27)

$$\varepsilon_{n_{F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}{n}, \quad (6.80)$$

а также:

$$\varepsilon_{r, F_1} = \frac{\varepsilon_1 \left[1 - \Phi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_{n_{F_2, F_2}}) (1 - \varepsilon_2) \right]}{n} \times \frac{(\Phi_{n_{F_1, F_1}} \cdot \varepsilon_{n_{F_1, F_1}} + \Phi_{F_1, F_2} \cdot \varepsilon_r)}{n} + \frac{\varepsilon_1 \cdot \Phi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_2)}{n} \times \frac{(\Phi_{F_2, F_2} \cdot \varepsilon_{n_{F_2, F_2}} + \Phi_{F_2, F_1} \cdot \varepsilon_r)}{n}; \quad (6.81)$$

$$\varepsilon_{n_{r,F_2}} = \frac{\varepsilon_2 \left[1 - \varphi_{F_1, F_1} (1 - \varepsilon_{n_{F_1, F_1}}) (1 - \varepsilon_1) \right]}{n} \times$$

$$\times \frac{(\varphi_{F_2, F_2} \cdot \varepsilon_{n_{F_2, F_2}} + \varphi_{F_2, F_1} \cdot \varepsilon_r)}{n} +$$

$$+ \frac{\varepsilon_2 \cdot \varphi_{F_2, F_1} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_1)}{n} \times$$

$$\times \frac{(\varphi_{F_1, F_1} \cdot \varepsilon_{n_{F_1, F_1}} + \varphi_{F_1, F_2} \cdot \varepsilon_r)}{n}, \quad (6.82)$$

где $n = \left[1 - \varphi_{F_1, F_1} (1 - \varepsilon_{n_{F_1, F_1}}) (1 - \varepsilon_1) \right] \times$

$$\times \left[1 - \varphi_{F_2, F_2} (1 - \varepsilon_{n_{F_2, F_2}}) (1 - \varepsilon_2) \right] -$$

$$- \varphi_{F_1, F_2} \cdot \varphi_{F_2, F_1} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_1) (1 - \varepsilon_2). \quad (6.83)$$

При условии, что

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{n_{F_1, F_1}} = \varepsilon_{n_{F_2, F_2}}, \text{ будем иметь:} \quad (6.84)$$

$$\varepsilon_{n_{F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}{n_1}; \quad \varepsilon_{n_{r, F_1}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_1}{n_1}$$

$$\text{и } \varepsilon_{r, F_2} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2}{n_1}, \quad (6.85)$$

где $n_1 = \left[1 - \varphi_{F_1, F_1} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_1) \right] \times$

$$\times \left[1 - \varphi_{F_2, F_2} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_2) \right] -$$

$$- \varphi_{F_1, F_2} \cdot \varphi_{F_2, F_1} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_1) (1 - \varepsilon_2); \quad (6.86)$$

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n_{r, F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_r + \varphi_{F_1, F_2} \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}. \quad (6.87)$$

Для температуры излучающего тела T_1 можно записать

$$T_1^4 = T_2^4 + (T_r^4 - T_2^4) \cdot \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + \varphi_{F_1, F_2} \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}. \quad (6.88)$$

Суммарный поток теплоты на поверхность F_2 :

$$\sum q = q_{F_1 \rightarrow F_2} = q_{F_1 \rightarrow F_2} + q_{r \rightarrow F_2}; \quad (6.89)$$

$$q_{F_1 \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{F_1, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (6.90)$$

$$q_{r \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{r, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.91)$$

2. Случай лучистого теплообмена ($1 > \varepsilon_r > 0$), (рис. 6.28)

$$T_1 > T_2; T_r > T_1; T_r > T_2$$

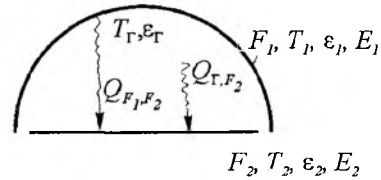


Рис. 6.28

Как видно из рис. 6.28 ($1 > \varepsilon_r > 0$),

$$\varphi_{F_2, F_2} = 0; \quad \varphi_{F_2, F_1} = 1 \text{ и } \varphi_{F_1, F_2} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Имеем:

$$\varepsilon_{n_{F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}{n_2}; \quad (6.92)$$

$$\varepsilon_{n_{r, F_1}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_1 \cdot \left[1 + \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_2) \right]}{n_2}; \quad (6.93)$$

$$\varepsilon_{n_{r, F_2}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2 \cdot \left[1 + \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_1) \right]}{n_2}, \quad (6.94)$$

где $n_2 = 1 - \varphi_{F_1, F_1} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_1) -$

$$- \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_1) (1 - \varepsilon_2). \quad (6.95)$$

Приведенная степень черноты системы (рис. 6.28) запишется

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n_{r, F_1, F_2}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2 \cdot \left[1 + \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) \right]}{\varepsilon_r + \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) \left[1 - (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_2) \right]}. \quad (6.96)$$

Температура излучающей поверхности F_1 будет

$$T_1^4 = T_2^4 + (T_r^4 - T_2^4) \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \frac{\varphi_{F_1, F_2} \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}{\varepsilon_r \left[1 + \varphi_{F_1, F_2} (1 - \varepsilon_r) (1 - \varepsilon_2) \right]}}. \quad (6.97)$$

Суммарный поток теплоты на F_2 ($T_1 > T_2$):

$$\sum q = q_{F_1 \rightarrow F_2} = q_{F_1 \rightarrow F_2} + q_{r \rightarrow F_2};$$

$$q_{F_1 \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{F_1, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (6.98)$$

$$q_{r \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{r, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.99)$$

3. Случай лучистого теплообмена, представленный на рис. 6.29

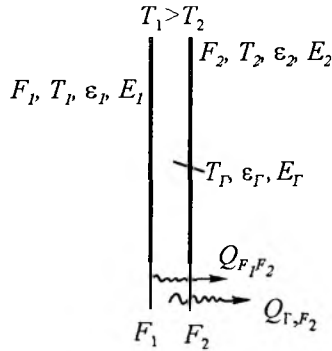


Рис. 6.29. Схема для расчета лучистого теплообмена

Имеем:

$$\varphi_{F_1, F_1} = \varphi_{F_2, F_2} = 0; \quad \varphi_{F_1, F_2} = \varphi_{F_2, F_1} = 1 \quad (1 > \varepsilon_r > 0);$$

$$\varepsilon_{n_{F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_r)}{n_3}; \quad (6.100)$$

$$\varepsilon_{n_{r, F_1}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_1 \cdot [1 + (1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_2)]}{n_3}; \quad (6.101)$$

$$\varepsilon_{n_{r, F_2}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2 \cdot [1 + (1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_1)]}{n_3}; \quad (6.102)$$

где $n_3 = 1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$. (6.103)

Записываем

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n_{r, F_1, F_2}} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_2 \cdot (1 - \varepsilon_r)}{1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_2)}. \quad (6.104)$$

Суммарный поток теплоты к поверхности F_2 ($T_1 > T_2$):

$$\sum q = q_{F_1 \rightarrow F_2} = q_{F_1 \rightarrow F_2} + q_{r \rightarrow F_2} \quad (6.105)$$

$$q_{F_1 \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{F_1, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (6.106)$$

$$q_{r \rightarrow F_2} = \varepsilon_{n_{r, F_2}} C_0 \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.107)$$

Значение коэффициента теплоотдачи запишется

$$\alpha_{изл} = \frac{\sum q}{T_1 - T_2}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \quad (6.108)$$

Аналогичным образом $\alpha_{изл}$ находится и для случаев 1 и 2 параграфа 6.2.2.

Определенный интерес для инженерной практики представляют вопросы теплового излучения в промышленных нагревательных и термических печах, где происходит нагрев стали под горячее формообразование (ковка, штамповка, прокатка) и термическую обработку. В таких печах теплообмен (нагрев) совершается (в основном) за счет лучистого теплообмена от газов (продуктов сгорания органического топлива) и окружающей нагреваемый металл раскаленной футеровки. Эти оба потока теплоты направлены на металлическую поверхность нагреваемой садки. Такой направленный лучистый теплообмен классифицируется как излучение в системе серых тел (газы — футеровка — нагреваемый металл).

4. Тепловое излучение в рабочем пространстве нагревательных и термических печей

Лучистая составляющая коэффициента теплоотдачи к поверхности металла (как и его конвективная составляющая) для каждой зоны печи рассчитывается индивидуально

$$\alpha_n = C_0 \varepsilon_n \frac{\left[\left(\frac{T_{изл}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{погл}}{100} \right)^4 \right]}{T_{изл} - T_{погл}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}), \quad (6.109)$$

где C_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела, $C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$;

ε_n — приведенная степень черноты системы, в которой происходит теплообмен,

$$\varepsilon_n = f(\varepsilon_{n_{r, м}}; \varepsilon_{n_{r, кл}}; \varepsilon_{n_{кл, м}});$$

$\varepsilon_{n_{r, м}}$, $\varepsilon_{n_{r, кл}}$ и $\varepsilon_{n_{кл, м}}$ — соответственно приведенные степени черноты систем газ — металл, газ — кладка и кладка — металл;

$T_{изл}$ и $T_{погл}$ — соответственно температуры излучателя (газ или кладка) и поглотителя (металл или кладка), К.

Лучистый теплообмен в печи характеризуется потоками теплоты от продуктов сгорания к поверхности металла и кладки и от кладки к металлу, соответственно $q_{r, м}$, $q_{r, кл}$, $q_{кл, м}$. Согласно (6.109) эти потоки можно представить так:

$$q_{r, м} = C_0 \varepsilon_{n_{r, м}} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right]; \quad (6.110)$$

$$q_{кл, м} = C_0 \varepsilon_{n_{кл, м}} \left[\left(\frac{T_{кл}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right]; \quad (6.111)$$

$$q_{r, кл} = C_0 \varepsilon_{n_{r, кл}} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{кл}}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.112)$$

Грубо приравнивая теплопотери в окружающую среду теплопритоку за счет конвекции от газов к футеровке печи, записываем:

$$q_{г, кл} = q_{кл, м}; \quad (6.113)$$

$$q_m = q_{г, м} + q_{кл, м},$$

где q_m — тепловой поток излучением к поверхности металла.

Рассмотрим случай лучистого теплообмена при плотном размещении заготовок в печи ($\varphi_{м,м} = 0$ и

$$\varphi_{м,кл} = 1, \varphi_{кл,м} \cong \frac{F_m}{F_{кл}} \text{ (рис. 6.30a)}.$$

Имеем:

$$\varepsilon_{н_{г, м}} = \frac{\varepsilon_g \varepsilon_m [1 + \varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})]}{1 - \varphi_{кл,кл} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})} \rightarrow \frac{\varepsilon_g \varepsilon_m (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}{-\varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \quad (6.114)$$

$$\varepsilon_{н_{кл, м}} = \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_g)}{1 - \varphi_{кл,кл} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})} \rightarrow \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}{-\varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)} \quad (6.115)$$

и

$$\varepsilon_{н_{г, кл}} = \frac{\varepsilon_g \varepsilon_{кл} [1 + \varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_m)]}{1 - \varphi_{кл,кл} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})} \rightarrow \frac{\varepsilon_g \varepsilon_m (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}{-\varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \quad (6.116)$$

где ε_g — степень черноты продуктов сгорания топлива в i -зоне печи;

$\varepsilon_{кл}$ и ε_m — соответственно степени черноты кладки и поверхности нагреваемого металла;

$\varphi_{кл,м}$ и $\varphi_{кл,кл}$ — угловые коэффициенты.

Подставляя уравнения (6.111)...(6.116) в выражение (6.113), записываем формулу расчета коэффициента теплоотдачи излучением

$$\alpha_l = \frac{C_0}{1 - \varphi_{кл,кл} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})} \rightarrow \frac{C_0}{-\varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)} \times \left\{ \frac{\varepsilon_g \varepsilon_m [1 + \varphi_{кл,м} (1 - \varepsilon_g)(1 - \varepsilon_{кл})]}{T_g - T_m} \left[\left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] + \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_g)}{T_{кл} - T_m} \left[\left(\frac{T_{кл}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] \right\}; \quad (6.117)$$

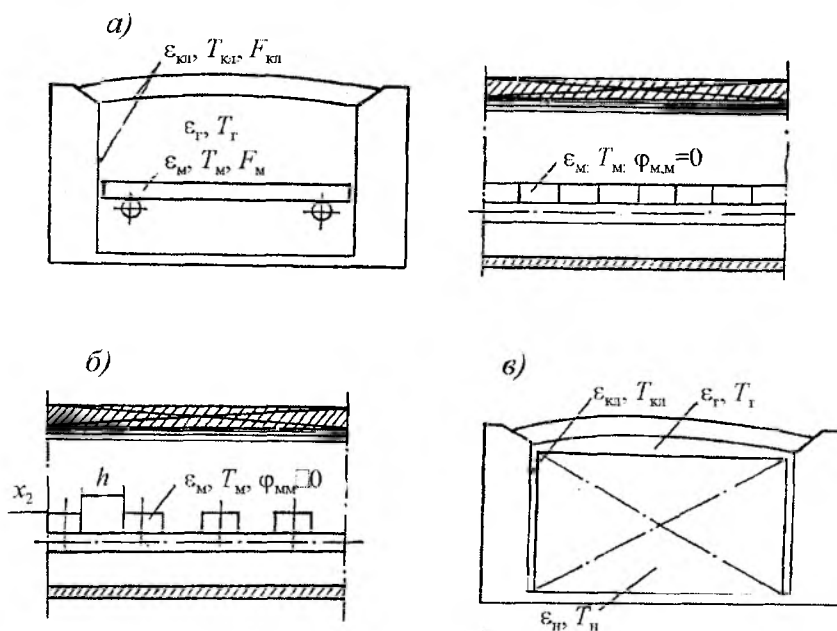


Рис. 6.30. Схема для расчета лучистого теплообмена:
 а — при $\varphi_{м,м} = 0$; б — при $\varphi_{м,м} \neq 0$; в — в камерной печи

где T_r , $T_{кл}$ и T_m — соответственно температуры продуктов сгорания (среднее эффективное значение), футеровки и поверхности металла, К.

Если заготовки или изделия уложены в печи с некоторым шагом $\varphi_{м,м} \neq 0$ (рис. 6.30б), то значения $\varepsilon_{п,м}$, $\varepsilon_{п,кл}$ и $\varepsilon_{п,ка}$ рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{п,м} &= \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m}{[1 - \varphi_{кл,кл}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})] \times} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m}{\times [1 - \varphi_{м,м}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_m)] -} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m}{-\varphi_{кл,м} \varphi_{м,кл} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \end{aligned} \quad (6.118)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{п,кл} &= \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{[1 - \varphi_{кл,кл}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})] \times} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{\times [1 - \varphi_{м,м}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_m)] -} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{-\varphi_{кл,м} \varphi_{м,кл} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \end{aligned} \quad (6.119)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{п,ка} &= \frac{\varepsilon_r \varepsilon_{кл}}{[1 - \varphi_{кл,кл}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})] \times} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_r \varepsilon_{кл}}{\times [1 - \varphi_{м,м}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_m)] -} \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon_r \varepsilon_{кл}}{-\varphi_{кл,м} \varphi_{м,кл} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}. \end{aligned} \quad (6.120)$$

и Коэффициент теплоотдачи излучением к поверхности металла ($\varphi_{м,м} \neq 0$)

$$\alpha_n = \frac{q_{г,м}}{T_r - T_m} + \frac{q_{кл,м}}{T_{кл} - T_m}. \quad (6.121)$$

Подставляя формулы (6.118)...(6.120) в последнее выражение, запишем

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{C_0}{[1 - \varphi_{кл,кл}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})] \times} \\ &\rightarrow \frac{C_0}{\times [1 - \varphi_{м,м}(1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_m)] -} \\ &\rightarrow \frac{C_0}{-\varphi_{кл,м} \varphi_{м,кл} (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)} \times \\ &\times \left\{ \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m}{T_r - T_m} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] + \right. \\ &\left. + \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{T_{кл} - T_m} \left[\left(\frac{T_{кл}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] \right\}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \end{aligned} \quad (6.122)$$

Угловые коэффициенты $\varphi_{м,м}$ и $\varphi_{н,кл}$ с некоторыми допущениями могут быть взяты из табл. 6.3.

При нагреве крупногабаритных заготовок или готовых изделий в камерных печах (рис. 6.30в) лучистый теплообмен в системе газы — кладка — металл существенно отличается от случаев, рассмотренных ранее.

Для условий:

$$\varphi_{кл,кл} = \varphi_{м,м} = 0$$

и

$$\varphi_{кл,м} = \varphi_{м,кл} = 1$$

записываем:

$$\varepsilon_{п,м} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m [1 + (1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})]}{1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \quad (6.123)$$

$$\varepsilon_{п,кл} = \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}; \quad (6.124)$$

$$\varepsilon_{п,ка} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_{кл} [1 + (1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_m)]}{1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)}. \quad (6.125)$$

Подставляя выражения (6.123)...(6.125) в формулу (6.113), получаем

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{C_0}{1 - (1 - \varepsilon_r)^2 (1 - \varepsilon_{кл})(1 - \varepsilon_m)} \times \\ &\times \left\{ \frac{\varepsilon_r \varepsilon_m [1 + (1 - \varepsilon_r)(1 - \varepsilon_{кл})]}{T_r - T_m} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] + \right. \\ &\left. + \frac{\varepsilon_{кл} \varepsilon_m (1 - \varepsilon_r)}{T_{кл} - T_m} \left[\left(\frac{T_{кл}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right] \right\}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \end{aligned} \quad (6.126)$$

Степень черноты излучающих дымовых газов, входящая в выражения (6.114)...(6.116), (6.118)...(6.120) и (6.123)...(6.125), определяется по формуле

$$\varepsilon_{гi} = \varepsilon_{CO_2i} + \beta \varepsilon_{H_2Oi}, \quad (6.127)$$

где ε_{CO_2i} — степень черноты углекислоты,

$$\varepsilon_{CO_2i} = f(\bar{T}_{гi}, p_{CO_2}^i);$$

β — поправка на парциальное давление водяных паров;

ε_{H_2Oi} — степень черноты водяных паров,

$$\varepsilon_{H_2Oi} = f_1(\bar{T}_{гi}, p_{H_2O}^i).$$

Парциальные давления углекислоты и водяных паров в рабочем пространстве печи находятся из выражений:

$$p_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{4(5)} B \text{ и } p_{H_2O} = \frac{V_{H_2O}}{4(5)} B, \text{ ата}, \quad (6.128)$$

$$\sum_{i=1} V_i \quad \sum_{i=1} V_i$$

где V_{CO_2} и $V_{\text{H}_2\text{O}}$ — объемы излучающих компонентов продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$;

$\sum_{i=1}^{4(5)} V_i$ — суммарный объем продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$.

Для расчета α_n в соотношениях (6.117), (6.122) и (6.126) необходимо знать угловые коэффициенты, отыскание которых сопряжено со значительными трудностями. Чтобы рассчитать коэффициенты теплоотдачи излучением, можно использовать приближенные и вместе с тем дающие вполне удовлетворительные результаты зависимости.

При плотной укладке ($\varphi_{\text{м,м}} = 0$) заготовок или изделий (рис. 6.30а) коэффициент теплоотдачи находится из выражения (6.109), в котором приведенная степень черноты системы ε_{ni} тел, участвующих в тепловом излучении в i -зоне печи, рассчитывается по выражению¹

$$\varepsilon_{ni} = \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{г}i} \frac{\frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{\text{г}i}) + 1}{\frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{\text{г}i}) [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}i} (1 - \varepsilon_{\text{м}}) + \varepsilon_{\text{г}i}]}, \quad (6.129)$$

где $\varepsilon_{\text{м}}$ и $\varepsilon_{\text{г}i}$ — степень черноты поверхности металла и газов в i -зоне печи;

ω_i — степень развития кладки зоны или камеры печи,

$$\omega_i = \frac{F_{\text{кв}i}}{F_{\text{м}}};$$

$F_{\text{кв}i}$ — площадь излучающей кладки зоны;

$F_{\text{м}}$ — лучевоспринимающая поверхность металла, размещенного в соответствующей зоне, м^2 .

При укладке заготовок с некоторым шагом² (как это имеет место в печах с шагающим подом, конвейерных печах и т.п.) суммарная приведенная степень черноты системы будет несколько ниже, чем при плотной укладке. Последнее объясняется рассеиванием тепла при взаимном облучении поверхностей заготовок ($\varphi_{\text{м,м}} \neq 0$):

$$\sum \varepsilon_{ni} = \frac{2\varepsilon_{\text{н пов } i} + \varepsilon_{ni}}{3}; \quad (6.130)$$

$$\sum C_{ni} = C_0 \sum \varepsilon_{ni}, \quad (6.131)$$

где $\varepsilon_{\text{н пов } i}$ и ε_{ni} — соответственно приведенные степени черноты металла и системы металл — футеровка — газы,

$$\varepsilon_{\text{н пов } i} = \varepsilon_{\text{г}i} \varepsilon_{\text{м}} \frac{1 + \beta_{li} - \varphi_{\text{м,м}} (1 - \varepsilon_{\text{г}i})}{\beta_{li} [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}i} (1 - \varepsilon_{\text{м}})] + \rightarrow + \varepsilon_{\text{г}i} [1 - \varphi_{\text{м,м}} (1 - \varepsilon_{\text{г}i}) (1 - \varepsilon_{\text{м}})]}; \quad (6.132)$$

$$\beta_{li} = \frac{1}{\omega C_{\text{н пов } i}} (1 - \varepsilon_{\text{г}i}) (1 - \varphi_{\text{м,м}});$$

$\varphi_{\text{м,м}}$ — угловой коэффициент,

$$\varphi_{\text{м,м}} = \sqrt{1 + \psi^2} - \psi;$$

ψ — относительный зазор (рис. 6.30б),

$$\psi = \frac{h - x^2}{x^2};$$

$$\omega C_{\text{н пов } i} = \frac{(\omega_i + 1)(1 + \psi) + 1}{2};$$

ω_i — степень развития кладки i -зоны.

В соответствии с (6.129), (6.130) и (6.132) записываем расчетные уравнения для отыскания лучистой составляющей коэффициента теплоотдачи.

Для случая $\varphi_{\text{м,м}} = 0$ имеем

$$\alpha_{\text{л}} = \frac{C_0 \varepsilon_{\text{г}} \varepsilon_{\text{м}} \left[\frac{1}{\omega} (v) + 1 \right]}{\left\{ \frac{1}{\omega} (1 - \varepsilon_{\text{г}}) [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}} (1 - \varepsilon_{\text{м}})] + \varepsilon_{\text{г}} \right\} (T_{\text{г}} - T_{\text{м}})} \times \left[\left(\frac{T_{\text{г}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{м}}}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.133)$$

При $\varphi_{\text{м,м}} \neq 0$

$$\alpha_{\text{л}} = C_0 \left\{ \frac{\varepsilon_{\text{г}} \varepsilon_{\text{м}} [1 + \beta_{li} - \varphi_{\text{м,м}} (1 - \varepsilon_{\text{г}})]}{\beta_{li} [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}} (1 - \varepsilon_{\text{м}})] + \rightarrow + \varepsilon_{\text{г}} [1 - \varphi_{\text{м,м}} (1 - \varepsilon_{\text{г}}) (1 - \varepsilon_{\text{м}})]} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{\text{г}} \varepsilon_{\text{м}} \left[\frac{1}{\omega} (1 - \varepsilon_{\text{г}}) + 1 \right]}{(1 - \varepsilon_{\text{г}}) [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}} (1 - \varepsilon_{\text{м}})] + \varepsilon_{\text{г}}} \right\} \times \left[\left(\frac{T_{\text{г}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{м}}}{100} \right)^4 \right]. \quad (6.134)$$

¹ Эмпирическая формула (6.129) была предложена В.Н. Тимофеевым (см. Расчет нагревательных и термических печей. / Под ред. В.М. Тымчака и В.Л. Гусовского: Справ. изд. — М.: «Металлургия», 1983).

² Справочник конструктора печей прокатного производства / А.Л. Бергауз, В.Л. Гусовский, Н.И. Иванов и др.; Под ред. В.М. Тымчака. В 2 т. — М.: «Металлургия», 1970. — Т. 1, 2).

Температура внутренней поверхности футеровки печи $T_{кл}$, входящая в формулы (6.117), (6.122) и (6.126), может быть рассчитана с помощью следующих выражений:

— при $\varphi_{м,н} = 0$

$$T_{кл} = \sqrt[4]{T_m^4 + \frac{\{\omega + 1 - [\varepsilon_m + \varepsilon_r(1 - \varepsilon_m)]\}(T_r^4 - T_m^4)}{\varepsilon_m + \varepsilon_r(1 - \varepsilon_m) \frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \omega}}; \quad (6.135)$$

— при $\varphi_{м,н} \neq 0$

$$T_{кл} = \sqrt[4]{T_m^4 + \frac{\left\{ \omega + 1 - \frac{1}{\omega} (1 - \varepsilon_r)(1 - \varphi_{м,н}) \right\} (T_r^4 - T_m^4)}{\frac{1}{\omega} (1 - \varepsilon_r)(1 - \varphi_{м,н})(1 - \varepsilon_m) \frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \omega}}. \quad (6.136)$$

На этом рассмотрение вопросов, касающихся внешнего теплообмена, целесообразно закончить. Дополнительные и более глубокие сведения по лучистому и конвективному теплообмену в печах можно получить при знакомстве с соответствующими разделами книг С.И. Аверина¹ и А. Шака².

Литература к главе 6

Блох А.Г. и др. Теплообмен излучением: Справочник / А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

Болгарский А.В. и др. Термодинамика и теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1975.

Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. — М.: «Мир», 1975.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Казанцев Е.И. Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1975.

Ключников А.Д., Иванцов Г.П. Теплопередача излучением в огнетехнических установках (инженерные решения задач). — М.: «Энергия», 1970.

Михеев М.А. Основы теплопередачи. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Промышленные теплотехнологии: Методики и инженерные расчеты оборудования высокотемпературных теплотехнологий машиностроитель-

ного и металлургического производства: Учебник / В.И. Тимошпольский, А.П. Несенчук, А.И. Трусова; Под общ. ред. А.П. Несенчука, В.И. Тимошпольского. — М.: «Высшая школа», 1998.

Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.

Примеры решения задач к главе 6

Пример 6.1

Определить значение суммарного коэффициента теплоотдачи ($\alpha_{эфф} = \alpha_l + \alpha_k$) к поверхности нагреваемого в печи металла (рис. 1 (к примеру 6.1)), времени нагревания металла в печи и ее основных размеров. Операция тепловой обработки — нагрев перед горячим формованием (штамповка); производительность (брутто) — 2,77 кг/с (10 т/ч); топливо — коксовый газ ($Q_{н}^p = 17$ МДж/м³); размеры заготовок: диаметр 0,12 м, длина 1,8 м; материал заготовок — Ст. 20; температура садки — 30 °С; температура дыма на выходе из печи (до регенератора) — 960 °С; температура подогрева воздуха-окислителя топлива — 270 °С; величина угара садки — 0,8 %; тип горелочных устройств — Д; давление топлива перед горелочным устройством — 3кПа. Загрузка и выгрузка — соответственно торцевая и боковая (рис. 1 и 2 (к примеру 6.1)).

Решение.

1. Описание нагревательного устройства. На рис. 2 (к примеру 6.1) показана схема трехзонной методической нагревательной печи для нагрева цилиндрических заготовок (диаметр — 120 мм, длина — 1800 мм) под штамповку. Загрузка садки

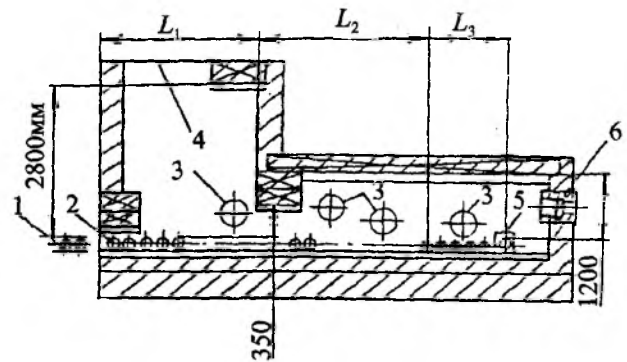


Рис. 1 (к примеру 6.1). Продольный разрез нагревательной печи: 1 — позиция загрузки; 2 — заготовки; 3 — горелочные камни; 4 — каналы для выхода дымовых газов из рабочего пространства печи; 5 — окно выгрузки (боковая выгрузка); 6 — горелки на торце печи

¹Аверин С.И. и др. Расчеты нагревательных печей. — Киев, 1969.

²Шак А. Промышленная теплопередача. — М., 1961.

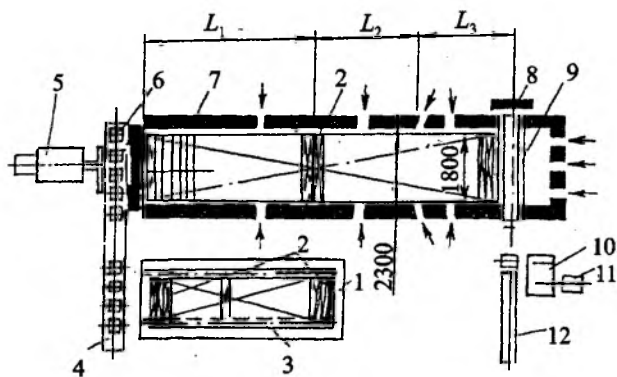
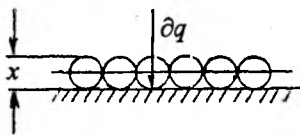


Рис. 2 (к примеру 6.1). Разрез печи в плане: 1 — стеллаж; 2 — заготовки; 3 — металлоконструкция стеллажа для заготовок; 4 — рольганг загрузки; 5 — привод толкателя; 6 — передаточный механизм; 7 — ограждающая конструкция рабочего пространства; 8 — заслонка окна выгрузки; 9 — лоток выгрузки; 10 — редуктор толкателя выгрузки; 11 — электрический привод; 12 — толкатель

а)



б)

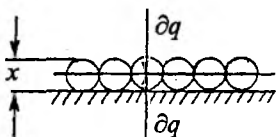


Рис. 3 (к примеру 6.1). Схема нагрева: а — несимметричного; б — симметричного

осуществляется со стеллажа 1, который снабжен передающим цепным транспортером 3, направляющим заготовки на рольганг загрузки 4 (рольганг — приводной). На стеллаж 1 заготовки подаются мостовым цеховым краном (или наземным транспортом).

Рольганг 4 перемещает заготовки (поштучно) к торцу загрузки печи. В рабочее пространство заготовки загружаются гидравлическим толкателем 5. Вначале одна нагретая заготовка выгружается из зоны 3 печи толкателем 12 и направляется на горячее формообразование. Заготовки в пределах рабочего пространства перемещаются толкателем 5.

Температурный график нагрева под горячее формообразование является основой расчета. По

графику выбираем необходимые для расчета значения температуры продуктов сгорания и нагреваемой садки. Для этого используем приближенные значения теплофизических характеристик, коэффициентов теплоотдачи и др.

Вначале устанавливаем количество температурных зон. Полагая, что для всех зон рабочего пространства коэффициент теплоотдачи к металлу равен $250 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, определяем критерий Bi (рис. 3 (к примеру 6.1)).

Для симметричного нагрева $x = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ м}$, $Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}$. Полагая, что $\lambda = 30 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, для симметричного нагрева получаем

$$Bi_{x=d/2} = \frac{250 \cdot 0,06}{30} = 0,5.$$

Для несимметричного нагрева $x = 0,12 \text{ м}$, $Bi_{x=d} = \frac{\alpha x}{\lambda}$. Полагая, что $\lambda \approx 30 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, имеем для несимметричного нагрева

$$Bi_{x=d} = \frac{250 \cdot 0,12}{30} = 1.$$

Как видим, $Bi_{x=d} > Bi_{кр}$.

Таким образом, температурный график (рис. 4 (к примеру 6.1)) должен иметь зону выдержки

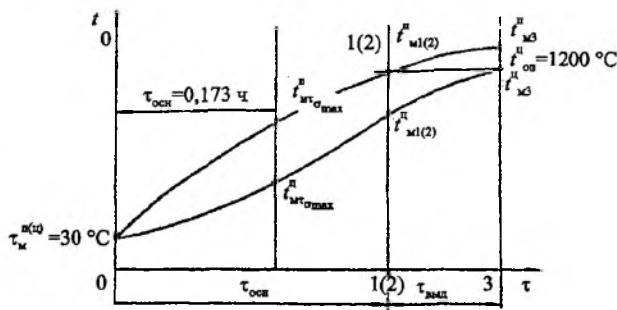


Рис. 4 (к примеру 6.1). Температурный график нагрева (приближенный)

(томильную зону).

Из таблиц для Ст. 20 (штамповка) определяем температуру операции ($t_{ос} = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$).

Рассчитываем температуру $t_{м3}^{н}$:

$$t_{м3}^{н} = t_{м3}^{н} + \delta t \frac{d}{2} = 1200 + 3 \cdot \frac{12}{2} = 1218 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Определяем время, когда температурные напряжения максимальны и равны σ_{max} :

$$\tau_{\sigma_{\text{max}}} = \frac{0,3x^2}{a} = \frac{0,3 \cdot 0,12^2}{0,025} = 0,173 \text{ ч}.$$

В первом приближении температуру дыма $t_{г3}$ в сечении 3...3 принимаем равной $1300\text{ }^\circ\text{C}$. В сечении 1(2)...1(2) $t_{г1(2)} = 1350\text{ }^\circ\text{C}$. Температура дыма на выходе из печи (сечение 0...0) $t_{yx,r} = t_{г0} = 960\text{ }^\circ\text{C}$. Приблизительный график состоит из зон основного нагрева зоны выдержки (см. рис. 4 (к примеру 6.1)).

Сопоставив σ_{\max} и σ_y ($\sigma_{\max} \geq \sigma_y$), получим, что зону основного нагрева (см. рис. 4 (к примеру 6.1)) между сечениями 0...0 и 1(2)...1(2) необходимо разделить на две зоны — шадящего и форсированного нагрева (между сечениями 1...1 и 2...2).

Для приближенного температурного графика σ_{\max} не оцениваем, полагая, что основной нагрев проводится в двух зонах (см. рис. 4 (к примеру 6.1)).

После уточнения температурного графика (рис. 5 (к примеру 6.1)) можно с определенной достоверностью записать значения температур металла и дымовых газов, что позволит рассчитать теплообмен во всех температурных зонах рабочего пространства и др.

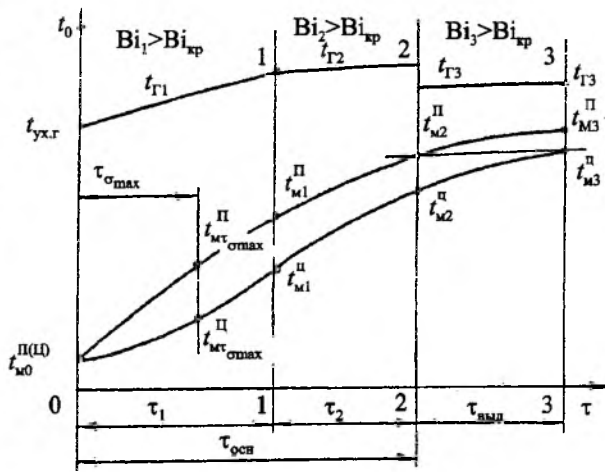


Рис. 5 (к примеру 6.1). Уточненный температурный график нагрева

Температура садки (нагреваемых заготовок) (см. исходные данные) $t_{н0}^{(u)} = 30\text{ }^\circ\text{C}$, $t_{н1}^n = 940\text{ }^\circ\text{C}$ (это значение в интервале $850...1000\text{ }^\circ\text{C}$ выбрано условно); $t_{н1}^n$ для расчета теплообмена не нужна, определена расчетным путем; $t_{н2}^n = 1200\text{ }^\circ\text{C}$ для расчета теплообмена не нужна, найдена расчетным путем; $t_{н3}^n = 1218\text{ }^\circ\text{C}$; $t_{н3}^u = 1200\text{ }^\circ\text{C}$.

Температура газов $t_{yx,r} = 960\text{ }^\circ\text{C}$; $t_{г2} = 1350\text{ }^\circ\text{C}$ принята в первом приближении, может изменяться в процессе расчетов; $t_{г3} = 1350\text{ }^\circ\text{C}$; $t_{г3} = 1300\text{ }^\circ\text{C}$.

2. Расчет сгорания топлива. Вид топлива определен в задании. Для коксового газа запишем состав (в %): $\text{CO}_2 = 2$, $\text{CO} = 6,4$, $\text{H}_2 = 55,5$, $\text{CH}_4 = 24,6$, $\text{C}_m\text{H}_m = 2,0$, $\text{O}_2 = 0,8$, $\text{N}_2 = 6,4$, $\text{H}_2\text{O} = 2,3$. Теплоту сгорания принимаем равной 17 МДж/м^3 .

Для горелок типа Д коэффициент расхода воздуха для каждой из трех зон принимаем равным 1,05.

Для коксового газа ($Q_{н}^p = 17\text{ МДж/м}^3$ и $\alpha = 1,5$) выбираем $\text{CO}_2 = 7,6\%$, $\text{H}_2\text{O} = 22,5\%$ и $\text{O}_2 = 01,7\%$.

Определяем содержание азота в продуктах сгорания:

$$\text{N}_2 = 100 - (\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2) = 100 - 31,8 = 68,2\%$$

$$\sum_{i=1}^4 V_i = 4,97\text{ м}^3/\text{м}^3$$

Получаем (в $\text{м}^3/\text{м}^3$):

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{4,97}{100} \cdot 7,6 = 0,378;$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{4,97}{100} \cdot 22,5 = 1,118;$$

$$V_{\text{O}_2} = \frac{4,97}{100} \cdot 1,7 = 0,08;$$

$$V_{\text{N}_2} = \frac{4,97}{100} \cdot 68,2 = 3,39.$$

Аналогичные данные можно получить, используя номограммы горения.

3. Определение действительной температуры в зонах рабочего пространства печи (см. рис. 1 (к примеру 6.1)). Согласно температурному графику (см. рис. 5 (к примеру 6.1)) $t_{yx,r} (t_{г0}) = 960\text{ }^\circ\text{C}$, $t_{г1} = 1350\text{ }^\circ\text{C}$, $t_{г2} = 1350\text{ }^\circ\text{C}$, $t_{г3} = 1300\text{ }^\circ\text{C}$.

Наиболее высокая температура газов должна установиться между сечениями 1...1 и 2...2 (зона 2). Поэтому температуру определяем только для зоны 2. Обращаясь к рис. 5 (к примеру 6.1), видим, что температура газов в каждой зоне несколько выше температуры поверхности нагреваемой садки:

$$t_{гi} = t_{нi}^n + \Delta t.$$

Здесь $t_{гi}$ — температура продуктов сгорания в i -зоне ($i = 1, 2, 3$);

$t_{нi}^n$ — температура поверхности садки в i -зоне рабочего пространства;

Δt — превышение температуры газов над $t_{нi}^n$ (под действием Δt происходит направленный теплообмен к садке).

Теоретическую температуру определяем по графикам, составленным для коксового газа ($Q_{н}^p = 17\text{ МДж/м}^3$, $\alpha = 1,05$ и $t_{а,0}^n = 270\text{ }^\circ\text{C}$), или по выражению

$$t_{\text{теор}} = \frac{Q_{\text{п}} + Q_{\text{в.о}} - Q_{\text{дмс}}}{\sum_{i=1}^4 V_i \cdot c'_{pi}}$$

Получаем (см. номограммы горения) $t_{\text{теор}} = 2150 \text{ }^\circ\text{C}$.

Действительная расчетная температура в зоне 2

$$t_{r2}^{\text{расч}} = 0,7 \cdot 2150 = 1505 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Здесь 0,7 — пирометрическая характеристика зоны 2 (см. рис. 1 (к примеру 6.1)).

Сравнивая значения $t_{r2}^{\text{расч}}$ с t_{r2} в соответствии с

рис. 5 (к примеру 6.1), видим, что $t_{r2}^{\text{расч}} > t_{r2}$ ($1505 > 1350$). Температура t_{r2} наиболее высока в рабочем пространстве, поэтому делаем вывод, что в рабочих условиях график $t_{ri} = f(\tau)$ (см. рис. 5 (к примеру 6.1)) во всех зонах будет поддерживаться за счет подвода рабочей горючей смеси с температурой воздуха $270 \text{ }^\circ\text{C}$.

В дальнейшем принимаем значения температуры дыма по рис. 5 (к примеру 6.1) (коррекция температурного графика $t_{ri} = f(\tau)$ не нужна).

4. Расчет интенсивности внешнего теплообмена в зонах рабочего пространства теплотехнологической высокотемпературной установки. Определяем температуру (в $^\circ\text{C}$) (см. рис. 5 (к примеру 6.1)):

$$t_{\text{ух.г}} = 960, t_{r1} = 1350, t_{r2} = 1350, t_{r3} = 1300;$$

$$t_{\text{м0}}^{n(i)} = 30, t_{\text{м1}}^n = 940, t_{\text{м2}}^n = 1200, t_{\text{м3}}^n = 1218.$$

Рассчитываем средний температурный напор между продуктами сгорания топлива и поверхностью садки.

Зона 1:

$$\Delta t_1 = \frac{(960 - 30) + (1350 - 940)}{2} = 670 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_1^{0-0} = 960 - 30 = 930 \text{ }^\circ\text{C}; \Delta t_1^{1-1} = 1350 - 940 = 410 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Зона 2:

$$\Delta t_2 = \frac{(1350 - 940) + (1350 - 1200)}{2} = 280 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_2^{1-1} = 1350 - 940 = 410 \text{ }^\circ\text{C}; \Delta t_2^{2-2} = 1350 - 1200 = 150 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Зона 3:

$$\Delta t_3 = \frac{(1300 - 1200) + (1300 - 1218)}{2} = 91 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_3^{2-2} = 1300 - 1200 = 100 \text{ }^\circ\text{C}; \Delta t_3^{3-3} = 1300 - 1218 = 82 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Проводим классификацию теплообмена. Теплообмен происходит одновременно тепловым излучением и конвекцией. Лучистый теплообмен преобладает над конвективным. Конвекция со-

ставляет 5...15 % лучистой (5, 10 и 15 % соответственно для зон 3, 2 и 1).

Лучистая часть теплоотдачи в таких печах (отсутствует рециркуляция газов) полностью определяет теплообмен в рабочем пространстве.

Обращаясь к рис. 1 и 2 (к примеру 6.1), можно сделать вывод, что теплообмен происходит в системе серых тел (садка, газы, футеровка). При этом наблюдаются два результирующих потока в каждой зоне (q_{r-c} и $q_{ф-c}$ — соответственно лучистый поток от продуктов сгорания к садке и от футеровки к садке). Садка плотная, ее можно рассматривать как бесконечный цилиндр и как бесконечную пластину.

Производим расчет лучистого теплообмена. Лучистый теплообмен определяем по формуле, записанной для плотного посада:

$$C_{ni} = C_0 \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{ri} \frac{\frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{ri}) + 1}{\frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{ri}) [\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{ri} (1 - \varepsilon_{\text{м}})] + \varepsilon_{ri}}$$

Рассчитываем степень развития кладки ω_i зон.

Для зоны 1

$$\omega_1 = \frac{F_{\text{кн1}}}{F_{\text{м1}}},$$

где $F_{\text{кн1}}$, $F_{\text{м1}}$ — площади поверхностей соответственно излучающей кладки и металла зоны 1.

Обращаясь к рис. 1 и 2 (к примеру 6.1), записываем $F_{\text{кн1}} = 2(2,8L_1)$, где L_1 принимаем равной 1 м длины (погонной). Имеем

$$F_{\text{кн1}} = 2 \cdot 2,8 \cdot 1 = 5,6 \text{ м}^2.$$

Лучевоспринимающая поверхность металла

$$F_{\text{м1}} = \frac{\pi dl}{2} \cdot \frac{L_1}{d} = \frac{3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,8}{2} \cdot \frac{1}{0,12} = 2,8 \text{ м}^2.$$

Для зоны 1 ... $\omega_1 = 5,6 / 2,8 = 2$.

Для зоны 2 — $\omega_2 = F_{\text{кн2}} / F_{\text{м2}}$. В соответствии с рис. 1 и 2 (к примеру 6.1) $F_{\text{кн2}} = 2(1,2 \cdot L_2) + 2,3 \cdot L_2$.

Здесь 1,2 и 2,3 ... высота и ширина зоны 2.

Полагая, что $L_2 = 1$ м, получаем

$$F_{\text{кн2}} = 2(1,2 \cdot 1) + 2,3 \cdot 1 = 4,7 \text{ м}^2.$$

Для садки

$$F_{\text{м2}} = \frac{(\pi \cdot d \cdot l) L_2}{d} = \frac{3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,8}{2} \cdot \frac{1}{0,12} = 2,8 \text{ м}^2.$$

Тогда запишем

$$\omega_2 = \frac{4,7}{2,8} = 1,68.$$

$$\text{Для зоны 3} - \omega_3 = \frac{F_{\text{кл}3}}{F_{\text{м}3}} = \frac{F_{\text{кл}2}}{F_{\text{м}2}} = 1,68.$$

Определяем излучающий объем трех зон рабочего пространства.

Для зоны 1 - $V_{\text{изл}1} = 2,8 \cdot 2,3L_1$. Полагая, что $L_1 = 1$ м, записываем $V_{\text{изл}1} = 2,8 \cdot 2,3 \cdot 1 = 6,44 \text{ м}^3$.

Для зоны 2 - $V_{\text{изл}2} = 1,2 \cdot 2,3L_2 = 1,2 \cdot 2,3 \cdot 1 = 2,76 \text{ м}^3$.

Для зоны 3 - $V_{\text{изл}3} = V_{\text{изл}2} = 2,76 \text{ м}^3$.

Рассчитываем площадь, ограничивающую излучающий объем:

$$F_{\text{изл}1} = 2(2,8 \cdot 2,3) + 2(2,3L_1) = 2(2,8 \cdot 2,3) + 2(2,3 \cdot 1) = 17,48 \text{ м}^2.$$

Для зоны 2

$$F_{\text{изл}2} = 2(1,2 \cdot 2,3) + 2(2,3L_1) = 2(1,2 \cdot 2,3) + 2(2,3 \cdot 1) = 10,12 \text{ м}^2.$$

Для зоны 3 - $F_{\text{изл}3} = F_{\text{изл}2} = 10,12 \text{ м}^2$.

Определяем эффективную длину луча в зонах рабочего пространства

$$l_i = 0,9 \cdot \frac{4V_{\text{изл}i}}{F_{\text{изл}i}} \text{ м}.$$

Соответственно для зон 1...3:

$$l_1 = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 6,44}{17,48} = 1,33 \text{ м};$$

$$l_2 = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 2,76}{10,12} = 0,96 \text{ м};$$

$$l_3 = l_2 = 0,96 \text{ м}.$$

Определяем парциальные давления CO_2 и H_2O :

$$p_{\text{CO}_2} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{\sum_{i=1}^4 V_i} B = \frac{V_{\text{CO}_2}}{\sum_{i=1}^4 V_i} \cdot 10^5, \text{ Па};$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}}{\sum_{i=1}^4 V_i} B = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}}{\sum_{i=1}^4 V_i} \cdot 10^5, \text{ Па}.$$

После подстановки получаем: $p_{\text{CO}_2} = 0,076 \cdot 10^5 \text{ Па}$;
 $p_{\text{H}_2\text{O}} = 0,23 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Определяем значения $(pl_i)_{\text{CO}_2}$ и $(pl_i)_{\text{H}_2\text{O}}$. Для зоны 1:

$$(pl_1)_{\text{CO}_2} = 0,076 \cdot 1,33 \cdot 10^5 = 0,101 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м};$$

$$(pl_1)_{\text{H}_2\text{O}} = 0,23 \cdot 1,33 \cdot 10^5 = 0,306 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}.$$

Для зон 2 и 3:

$$(pl_{2(3)})_{\text{CO}_2} = 0,076 \cdot 0,98 \cdot 10^5 = 0,074 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м};$$

$$(pl_{2(3)})_{\text{H}_2\text{O}} = 0,23 \cdot 0,98 \cdot 10^5 = 0,23 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}.$$

Рассчитываем средние значения температур продуктов сгорания в зонах. Имеем:

$$\bar{t}_{r1} = \frac{960 + 1350}{2} = 1150 \text{ }^\circ\text{C}; \bar{t}_{r2} = 1350 \text{ }^\circ\text{C}; \bar{t}_{r3} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}.$$

При этих значениях температур определяем ϵ_{CO_2} , $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$.

Вычисляем ϵ_r по формуле

$$\epsilon_r = (\epsilon_{\text{CO}_2} + \beta \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}) + \Delta \epsilon_r.$$

Здесь β и $\Delta \epsilon_r$ выбираем в соответствии с рис. 6.10 и 6.11 ($\beta = 1,1$ и $\Delta \epsilon_r = 0,02$).

Для зон 1...3 запишем:

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = 0,21; \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(2)} = 0,147; \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(3)} = 0,168;$$

$$\epsilon_{\text{CO}_2}^{(1)} = 0,123; \epsilon_{\text{CO}_2}^{(2)} = 0,1; \epsilon_{\text{CO}_2}^{(3)} = 0,11.$$

Окончательно имеем: $\epsilon_{r1} = 0,354$; $\epsilon_{r2} = 0,277$;
 $\epsilon_{r3} = 0,31$.

Определяем значения приведенного коэффициента лучеиспускания $C_n = C_0 \epsilon_n$ для зон 1...3 рабочего пространства ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K}^4)$):

$$C_{n1} = 5,67 \cdot 0,9 \cdot 0,354 \times$$

$$\frac{1}{2} (1 - 0,354) + 1 \times \frac{1}{2} (1 - 0,354) [0,9 + 0,354(1 - 0,9)] + 0,354 = 3,74;$$

$$C_{n2} = 5,67 \cdot 0,86 \cdot 0,277 \times$$

$$\frac{1}{1,68} (1 - 0,277) + 1 \times \frac{1}{1,68} (1 - 0,277) [0,86 + 0,277(1 - 0,86)] + 0,277 = 2,96;$$

$$C_{n3} = 5,67 \cdot 0,86 \cdot 0,31 \times$$

$$\frac{1}{1,68} (1 - 0,31) + 1 \times \frac{1}{1,68} (1 - 0,31) [0,86 + 0,31(1 - 0,86)] + 0,31 = 3,2.$$

Степень черноты металла выбираем из таблиц.

Рассчитываем коэффициент теплоотдачи излучением в зонах 1...3 рабочего пространства (значения температур $t_{\text{м}i}^{\text{н}}$ и t_{r1} выбираем по рис. 5 (к примеру 6.1)).

Для зоны 1

$$\alpha_{\text{л}1} = \frac{C_{n1} \left[\left(\frac{T_{r1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{м}1}^{\text{н}}}{100} \right)^4 \right]}{\bar{T}_{r1} - \bar{T}_{\text{м}1}} =$$

$$= \frac{3,74 \left[\left(\frac{1155 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{30 + 940}{2} + 273 \right)^4 \right]}{\frac{960 + 1350}{2} - \frac{30 + 940}{2}} = 213,4.$$

Для зоны 2

$$\alpha_{к2} = \frac{C_{к2} \left(\left(\frac{T_{г2}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{м2}^n}{100} \right)^4 \right)}{\bar{T}_{г2} - \bar{T}_{м2}^n} =$$

$$= \frac{2,96 \left(\left(\frac{1350+273}{100} \right)^4 - \left(\frac{\frac{940+1200}{2} + 273}{100} \right)^4 \right)}{1350 - \frac{940+1200}{2}} = 391.$$

Для зоны 3

$$\alpha_{к3} = \frac{C_{к3} \left(\left(\frac{T_{г3}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{м3}^n}{100} \right)^4 \right)}{\bar{T}_{г3} - \bar{T}_{м3}^n} =$$

$$= \frac{3,2 \left(\left(\frac{1300+273}{100} \right)^4 - \left(\frac{\frac{1200+1218}{2} + 273}{100} \right)^4 \right)}{1300 - \frac{1200+1218}{2}} = 473.$$

Выполняем расчет конвективного теплообмена. Определяем значение конвективной составляющей теплоотдачи $\alpha_{кi}$. Полагаем, что $\alpha_{кi} = 0,05\alpha_{ли}$. Записываем:

$$\alpha_{к1} = 0,05 \cdot 213,4 = 10,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\alpha_{к2} = 0,05 \cdot 391 = 19,55 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\alpha_{к3} = 0,05 \cdot 473 = 23,65 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Суммарный коэффициент теплоотдачи в зонах 1...3 рабочего пространства (Вт/(\text{м}^2 \cdot \text{К})):

$$\alpha_{эф1} = 213,4 + 10,67 = 224,07;$$

$$\alpha_{эф2} = 391 + 19,55 = 410,55;$$

$$\alpha_{эф3} = 473 + 23,65 = 496,65.$$

5. Расчет времени пребывания садки в рабочем пространстве. Садка диаметром 120 мм и длиной 1800 мм нагревается в рабочем пространстве зон 1...3 (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.1)). Расчет выполняем для каждой зоны отдельно:

$$Fo_1 = F \left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1, Bi_1 \right); Fo_1 = F_1 \left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1, Bi_1 \right).$$

Определяем безразмерные температуры $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1$ и $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1$. Записываем (см. рис. 5 (к примеру 6.1)):

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1 = \frac{\bar{t}_{г1} - t_{м1}^n}{\bar{t}_{г1} - t_{м0}^n}; \left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1 = \frac{\bar{t}_{г1} - t_{м1}^n}{\bar{t}_{г1} - t_{м0}^n}.$$

Подставляем числовые значения температур:

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1 = \frac{1350+960}{2} - 940}{1350+960 - 30} = 0,19;$$

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1 = \frac{1350+960 - t_{м1}^n}{1350+960 - 30}.$$

Определяем число Bi_1 :

$$Bi_1 = \frac{\alpha_{эф1} x_1}{\lambda_1} = \frac{224,07 \cdot 0,12}{39,67} = 0,68.$$

Здесь $x_1 = 120$ мм (0,12 м) при одностороннем нагреве (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.1)), λ_1 берем из таблиц.

В соответствии с табл. находим: $Fo_1 = 1,2$. Имеем:

$$Fo_1 = \frac{\alpha_{эф1} \tau_1}{x_1^2}; \tau_1 = \frac{1,2 \cdot 0,12^2}{0,028} = 0,62 \text{ ч.}$$

Для $Bi_1 = 0,68$ и $Fo_1 = 1,2$ рассчитываем $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1$.

Имеем $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_1 = 0,3$. Записываем

$$0,3 = \frac{1350+960 - t_{м1}^n}{1350+960 - 30},$$

откуда находим $t_{м1}^n = 907,5$ °С.

Для зоны 2:

$$Fo_2 = F \left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2, Bi_2 \right); Fo_2 = F_2 \left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2, Bi_2 \right).$$

Рассчитываем безразмерные температуры $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2$ и $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2$. Записываем:

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2 = \frac{\bar{t}_{г2} - t_{м2}^n}{\bar{t}_{г2} - t_{м1}^n}; \left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)_2 = \frac{\bar{t}_{г2} - t_{м2}^n}{\bar{t}_{г2} - t_{м1}^n}.$$

Подставляем числовые значения:

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_2^n = \frac{1350 - 1200}{1350 - 940} = 0,365;$$

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_2^n = \frac{1350 - t_{m2}^n}{1350 - 907,5}.$$

Определяем число Bi_2 :

$$Bi_2 = \frac{\alpha_{\text{эфф}} x_2}{\lambda_2} = \frac{410,55 \cdot 0,12}{28,19} = 1,66.$$

Здесь $x_2 = 0,12$ м при одностороннем нагреве (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.1)).

Используя значения $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_2^n$ и $Bi_2 = 1,66$, определяем $Fo_2 = 0,45$, имеем:

$$Fo_2 = \frac{a_{\text{эфф}} \tau_2}{x_1^2}; \tau_2 = \frac{0,45 \cdot 0,12^2}{0,021} = 0,308 \text{ ч.}$$

Используя значения $Fo_2 = 0,45$ и $Bi_2 = 1,66$, находим $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_2^n = 0,40$.

Или:

$$0,4 = \frac{1350 - t_{m2}^n}{1350 - 907,5}; t_{m2}^n = 1130 \text{ }^{\circ}\text{C.}$$

Для зоны 3 (зоны выдержки садки) записываем:

$$Fo_3 = F\left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3^n, Bi_3\right); Fo_3 = F_1\left(\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3^n, Bi_3\right).$$

Рассчитываем безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3^n$.

Записываем (см. рис. 5 (к примеру 6.1))

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3^n = \frac{t_{r3} - t_{m3}^n}{t_{r3} - t_{m2}^n}.$$

Подставляем числовые значения

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3^n = \frac{1300 - 1218}{1300 - 1200} = 0,82.$$

Определяем число Bi_3 , полагая, что в зоне 3 реализуется односторонний нагрев ($x_3 = 0,12$ м):

$$Bi_3 = \frac{496,65 \cdot 0,12}{26,68} = 2,23.$$

Находим $Fo_3 = 0,1$. Получаем:

$$Fo_3 = \frac{a_{\text{эфф}} \tau_3}{x_3^2}; \tau_3 = \frac{0,1 \cdot 0,12^2}{0,021} = 0,1 \text{ ч.}$$

Определяем время основного нагрева

$$\tau = \sum_{i=1}^2 \tau_i = \tau_1 + \tau_2 = 0,65 + 0,308 = 0,928 \text{ ч.}$$

Общее время пребывания садки в рабочем пространстве печи

$$\sum \tau = \sum_{i=1}^2 \tau_i + \tau_3 = 0,928 + 0,1 = 1,028 \text{ ч.}$$

6. Расчет основных размеров рабочего пространства печи.

В качестве исходных данных используем: производительность печи (10 т/ч); размеры садки (диаметр 120 мм и длина 1800 мм); время пребывания металла в технологических зонах (ч): $\tau_1 = 0,62$, $\tau_2 = 0,308$, $\tau_3 = 0,1$; посад однорядный, плотный (рис. 6 и 7 (к примеру 6.1)).

Ширина рабочего пространства печи одинакова для всех зон. Ее выбирают в соответствии с рис. 1, 2 и 7 (к примеру 6.1). Имеем $b = 2,3$ м.

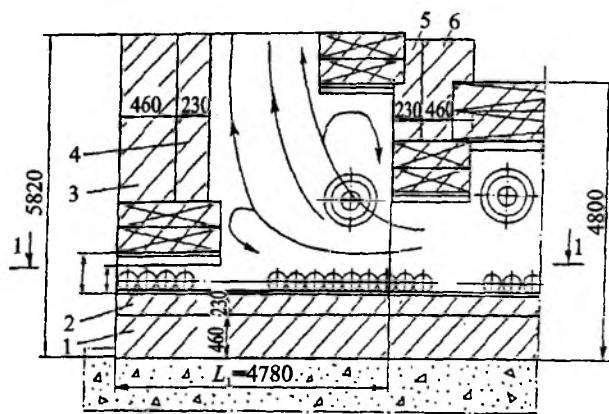


Рис. 6 (к примеру 6.1). Эскизный чертеж зоны 1 рабочего пространства нагревательной печи: 1 — теплоизоляционный слой пода; 2 — футеровочный слой пода; 3, 4 — соответственно теплоизоляционный и футеровочный слои ограждающей конструкции рабочего пространства со стороны торца загрузки; 5, 6 — то же, что и 3, 4, но свода зоны 1 печи

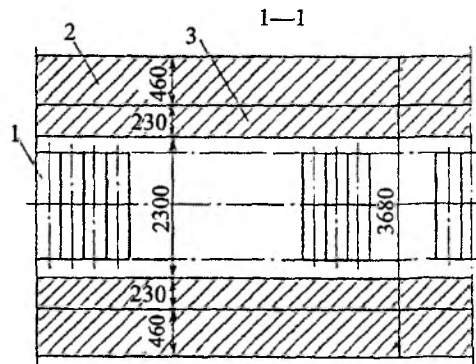


Рис. 7 (к примеру 6.1). Разрез зоны 1 рабочего пространства в плане: 1 — садка; 2, 3 — соответственно теплоизоляционный и футеровочный слои боковых стен

Определяем длину зоны. Записываем уравнение материального баланса

$$P\tau_1 = \frac{\rho_1 \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot l \cdot n_1},$$

где P — производительность печи ($P = 10000$ кг/ч);
 ρ_1 — плотность садки в зоне 1, кг/м³ (зависит от марки стали и температуры металла);
 d — диаметр заготовки, м;
 l — длина заготовки, м;
 n_1 — число заготовок в зоне 1.

Последнее выражение запишем в виде

$$P\tau_1 = \rho_1 \frac{\pi d^2}{4} l \frac{L_1}{d}.$$

Уравнение материального баланса решаем относительно длины зоны 1:

$$L_1 = \frac{4P\tau_1 d}{\rho_1 \pi d^2 l} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,62 \cdot 0,12}{7708 \cdot 3,14 \cdot 0,12^2 \cdot 1,8} = 4,78 \text{ м.}$$

Для зоны 2:

$$P\tau_2 = \rho_2 \frac{\pi d^2}{4} l \frac{L_2}{d};$$

$$L_2 = \frac{4P\tau_2 d}{\rho_2 \pi d^2 l} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,308 \cdot 0,12}{7509 \cdot 3,14 \cdot 0,12^2 \cdot 1,8} = 2,4 \text{ м.}$$

Ширина зоны 2 $b_2 = 2,3$ м.

Для зоны 3:

$$P\tau_3 = \rho_3 \frac{\pi d^2}{4} l \frac{L_3}{d};$$

$$L_3 = \frac{4P\tau_3 d}{\rho_3 \pi d^2 l} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 0,12}{7496 \cdot 3,14 \cdot 0,12^2 \cdot 1,8} = 0,79 \text{ м.}$$

Ширина зоны 3 $b_3 = 2,3$ м.

Общая длина рабочего пространства

$$L = \sum_{i=1}^3 L_i; L = 4,78 + 2,4 + 0,79 = 7,97 \text{ м.}$$

Площадь пода

$$F_{\text{под}} = b \cdot 7,97 = 2,3 \cdot 7,97 = 18,33 \text{ м}^2.$$

Площадь активного пода

$$F_{\text{под}}^{\text{акт}} = l \cdot 7,97 = 1,8 \cdot 7,97 = 14,03 \text{ м}^2.$$

Напряженность активного пода

$$f^{\text{акт}} = \frac{P}{F_{\text{под}}^{\text{акт}}} = \frac{10 \cdot 10^3}{14,03} = 712,8 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч}).$$

Значение $f_{\text{акт}} = 712,8$ соответствует принятым нормам напряженности активного пода.

Получены следующие результаты профилирования рабочего пространства: длина зоны 1 — 7,78 м, зоны 2 — 2,4, зоны 3 — 0,79 м; общая длина

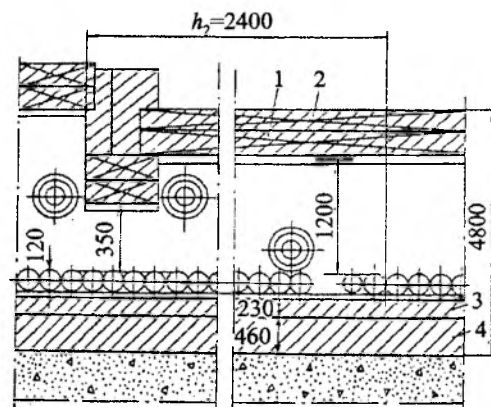


Рис. 8 (к примеру 6.1). Эскизный чертеж зоны 2 рабочего пространства нагревательной печи: 1, 2 — своды соответственно футеровочный и теплоизоляционный; 3, 4 — слои соответственно футеровочный и теплоизоляционный

$L = 7,97$ м; ширина зон $b_1 = b_2 = b_3 = 2,3$ м; площадь активного пода $14,03$ м²; напряженность активного пода $712,8$ кг/(м²·ч).

Высоту зон в контрольных сечениях рабочего пространства 0—0, 2—2 и 3—3 в этом примере не определяем.

Выбираем размеры футеровочного и теплоизоляционных слоев, а также огнеупорный материал (см. рис. 6...8 (к примеру 6.1)).

План зоны 1 приведен на рис. 7 (к примеру 6.1), эскиз выполнен в соответствии с рис. 1 и 2 (к примеру 6.1). Эскиз зоны 2 выполнен в соответствии с рис. 1, 2, 6...8 (к примеру 6.1). План зоны 2 не отличается от приведенного на рис. 7 (к примеру 6.1). Число слоев кладки и их толщина, а также огнеупорные материалы те же, что и на рис. 7 (к примеру 6.1). Для зоны 3 (зона выдержки) толщина слоев, их число и материал те же, что и на рис. 7, 8 (к примеру 6.1).

Пример 6.2

Требуется рассчитать величину суммарного коэффициента теплоотдачи $\alpha_{\text{эфф}}$ ($\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}$) к поверхности нагреваемого металла в печи (рис. 1 и 2 (к примеру 6.2)), а также время нагревания и основные размеры нагревательной печи. Производительность печи 3300 кг/ч; операция тепловой обработки — нагрев перед штамповкой; топливо — природный газ ($Q_{\text{п}}^{\text{п}} = 37$ МДж/м³); размеры заготовки: диаметр 120 мм, длина 1150 мм; температура садки 40 °С; температура дыма на выходе из печи 980 °С (до рекуператора); температура подогрева воздуха-окислителя 420 °С; ве-

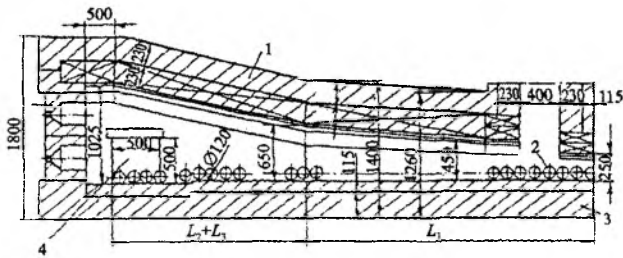


Рис. 1 (к примеру 6.2). К расчету рабочего пространства методической нагревательной печи с торцевой загрузкой и боковой выдачей заготовок: 1 — свод рабочего пространства; 2 — нагреваемая заготовка; 3 — под рабочего пространства; 4 — окно выдачи нагретых заготовок

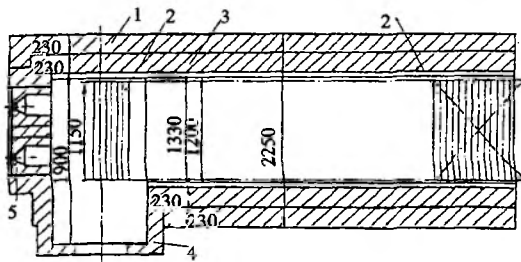


Рис. 2 (к примеру 6.2). К расчету рабочего пространства печи, изображенной на рис. 1 (к примеру 6.2) (разрез в плане): 1 — ограждающая конструкция; 2 — цилиндрическая садка; 3 — футеровочный слой; 4 — окно выдачи заготовок; 5 — горелочный камень

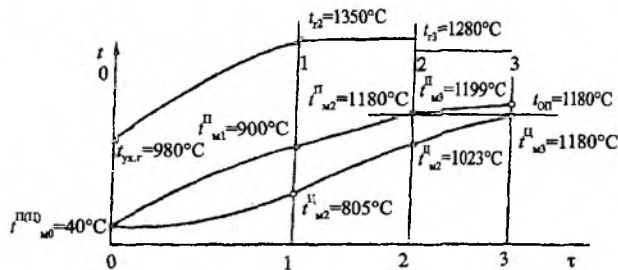


Рис. 3 (к примеру 6.2). Трехзонный температурный график методической нагревательной печи

личина угара стали 0,05 %; тип рекуператора — игольчатый; тип горелочных устройств — ДВ; давление топлива перед горелками 5 кПа.

Решение.

Из рис. 1, 2 (к примеру 6.2) видно, что характерный размер для зон 1...3 составляет 0,12 м ($x_1 = x_2 = x_3 = 0,12$ м).

1. Построение температурного графика (рис. 3 (к примеру 6.2)). Значения температур $t_{\text{до}}^{(iv)}$, $t_{\text{ух.г}}$ выбираем в соответствии с условием, температуру операции $t_{\text{оп}}$ — в зависимости от марки стали (Ст.

20) и вида операции горючего формообразования (ковка). Находим, что $t_{\text{оп}} = 1130$ °С.

Рассчитываем температуру $t_{\text{м3}}^{\text{II}}$ (см. пример 6.1): $t_{\text{м3}}^{\text{II}} = 1199$ °С. Так как нагрев малоокислительный (не безокислительный, $t_{\text{м3}}^{\text{II}} \leq 800$ °С), принимаем $t_{\text{м3}}^{\text{II}} = 900$ °С.

Перепад температур в зонах 2 и 3: $t_{\text{г2}} > t_{\text{н2}}^{\text{II}}$, $t_{\text{г3}} > t_{\text{м3}}^{\text{II}}$. Записываем: $t_{\text{г2}} = 1350$ °С, $t_{\text{г3}} = 1280$ °С.

Перепад температур между газами и поверхностью садки задан температурами $t_{\text{ух.г}}$ и $t_{\text{г2}}$ (рис. 3 (к примеру 6.2)).

Значения температур продуктов сгорания и садки в сечениях 0...0, 1...1, 2...2 и 3...3 наносим на температурный график нагрева (график на рис. 3 (к примеру 6.2) приблизительный)), в процессе расчета его можно уточнить.

Количество зон принято равным трем. Задаваясь значениями $\alpha_{\text{эф1}} = 250$ Вт/(м²·К) и $\lambda_1^{500} = 39$ Вт/(м·К) ири температуре поверхности садки в первой зоне ~ 500 °С, имеем

$$Bi_1 = \frac{\alpha_{\text{эф1}} x_1}{\lambda_1} = \frac{250 \cdot 0,12}{39} = 0,77.$$

Как видим, $Bi_1 > Bi_{\text{кр}}$, следовательно, садка является массивной. В зонах 2 и 3 $Bi_2 > 0,77$, $Bi_3 > 0,77$. Таким образом, предположение о трехзонном температурном графике полностью подтверждается, что дает основание использовать его в дальнейших расчетах.

2. Расчет продуктов сгорания в зонах 1 и 2.

Записываем состав топлива (%): $CO_2 = 0,12$, $CH_4 = 91,95$, $C_2H_6 = 3,87$, $C_3H_8 = 1,29$, $C_4H_{10} = 0,4$, $C_5H_{12} = 0,11$, $N_2 = 1,46$, $H_2O = 0,8$.

Определяем объем продуктов сгорания, подставляя элементарный состав топлива в уравнение материального баланса.

Для углерода:

$$\sum n_i V_c = 0,0012 + 0,9195 + 2 \cdot 0,0387 + 3 \cdot 0,0129 + 4 \cdot 0,004 + 5 \cdot 0,0011 = 1,0583 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$

$$\sum n_i V_{cv} = 1,0583 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Для водорода:

$$\sum m_i V_H = 2 \cdot 0,008 + 4 \cdot 0,9195 + 6 \cdot 0,0387 + 8 \cdot 0,0129 + 10 \cdot 0,004 + 12 \cdot 0,0011 = 4,0826 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$

$$\sum m_i V_{Hv} = 4,0826 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Теоретически объем воздуха, необходимый для сжигания топлива, $V_0' = 10,65$ м³/м³. Тогда

$$V_{O_2} = 0,21 \alpha_2 V_0' = 0,21 \cdot 0,5 \cdot 10,65 = 1,12 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Здесь 0,5 — коэффициент расхода воздуха при малоокислительном нагреве.

Запишем уравнения материального баланса для кислорода:

$$\sum k_i V_{O_i} = 2 \cdot 0,0012 + 2 \cdot 1,12 = 2,24 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$

$$\sum k_i V_{O_i} = V_{CO} + 2V_{CO_2} + V_{H_2O} = 2,24 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Получим:

$$V_{CO} + V_{CO_2} = 1,0583 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$

$$2V_{H_2O} + 2V_{H_2} = 4,0826 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$

$$V_{CO} + 2V_{CO_2} + V_{H_2O} = 2,24 \text{ м}^3/\text{м}^3; \frac{V_{CO}}{V_{CO_2}} \cdot \frac{V_{H_2O}}{V_{H_2}} = k.$$

Последнее уравнение решаем с помощью диаграммы окисления-восстановления садки. Имеем $k = 4,2$.

Решая систему уравнений, находим объем продуктов сгорания ($\text{м}^3/\text{м}^3$):

$$V_{CO_2} = 0,56; V_{CO} = 0,5; V_{H_2O} = 0,62; V_{H_2} = 1,42.$$

Рассчитываем тепловыделение в сварочной зоне (зона 2, рис. 1, 2 (к примеру 6.2)). Для этого определяем суммарный объем продуктов сгорания:

$$\sum_{i=1}^2 V_i = V_{CO} + V_{CO_2} + V_{H_2} + V_{H_2O} + \sum V_{N_2} = 7,33 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Теплотворная способность продуктов неполного сгорания

$$\sum Q_n^p = 6,675(30,45CO + 25,7H_2) = 20,337 \text{ МДж}/\text{м}^3.$$

Теплота, выделяющаяся при неполном сгорании топлива,

$$Q_{н3}^p = Q_n^p - \sum Q_n^p = 37 - 20,337 = 16,663.$$

Тепловыделение в зоне 3

$$Q_{н3}^p = \frac{16,663}{37} = 0,45 \text{ (45 \%)}.$$

3. Определение температуры продуктов сгорания в зоне 2 рабочего пространства. Согласно температурному графику (см. рис. 3 (к примеру 6.2)) в зоне 2 должна поддерживаться температура 1350 °С.

Для условия: $\alpha = 0,5$; $Q_n^p = 37 \text{ МДж}/\text{м}^3$; $t_{в.о} = 420 \text{ °С}$ определяем теоретическую температуру $t_{теор} = 1600 \text{ °С}$.

Задаваясь широметрической характеристикой зоны 2 $\eta_2 = 0,85$, находим действительную температуру, которая развивается в зоне 2 рабочего пространства печи:

$$t_{r2}^{\text{факт}} = 1600 \cdot 0,85 = 1360 \text{ °С}.$$

Как видим, в зоне 2 температура превышает приведенную на температурном графике, т.е. $t_{r2}^{\text{факт}} > t_{r2}$. Здесь t_{r2} — температура продуктов сгорания (см. рис. 3 (к примеру 6.2)).

Очевидно (см. рис. 3 (к примеру 6.2)), что в зоне 2 рабочего пространства выполняется неравенство $t_{r2} > t_{r3}$.

Известно, что при сжигании природного горючего газа с $\alpha \geq 1$ в зоне развивается необходимая для данной теплотехнологии температура.

Итак, записываем:

$$t_{ух.г} = 980 \text{ °С}, t_{r1} = 1350 \text{ °С}, t_{r2} = 1350 \text{ °С}, t_{r3} = 1280 \text{ °С}.$$

4. Расчет теплообмена в зонах рабочего пространства (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.2)). Расчет выполняем в соответствии с температурным графиком. Определяем степень развития кладки ω для трех зон рабочего пространства. Для i -й зоны

$$\omega_i = \frac{F_{кл1}^{\text{изл}}}{F_{м1}}.$$

Определяем $F_{кл1}^{\text{изл}}$, $F_{кл2}^{\text{изл}}$, $F_{кл3}^{\text{изл}}$ и $F_{м1}$, $F_{м2}$, $F_{м3}$ ($F_{ми} = \text{const}$, см. рис. 1, 2 (к примеру 6.2)). Имеем $F_{кл1}^{\text{изл}} = \sum F_{ст1}^{\text{изл}} + F_{св1}^{\text{изл}}$. Здесь $\sum F_{ст1}^{\text{изл}}$ — площадь излучающих стен зоны 1; $F_{св1}^{\text{изл}}$ — площадь излучающего свода.

Записываем:

$$F_{ст1}^{\text{изл}} = 2h_1L_1;$$

$$h = \frac{0,650 + 0,450}{2} - d = \frac{0,650 + 0,450}{2} - 0,12 = 0,43 \text{ м}.$$

Здесь h_1 — высота зоны; L_1 — длина зоны 1 ($L_1 = 1 \text{ м}$).

Окончательно получаем

$$F_{ст1}^{\text{изл}} = 2 \cdot 0,43 \cdot 1 = 0,86 \text{ м}^2.$$

Площадь излучающего свода

$$F_{св1}^{\text{изл}} = 1,300L_1 = 1,300 \cdot 1 = 1,300 \text{ м}^2.$$

Окончательно имеем

$$F_{кл1}^{\text{изл}} = 1,300 + 0,86 = 2,07 \text{ м}^2.$$

Рассчитываем значение $F_{м1}$:

$$F_{м1} = \frac{\pi d}{2} n_1.$$

Здесь $\frac{\pi d}{2}$ — лучевоспринимающая поверхность одной заготовки; n_1 — число заготовок в зоне 1.

С учетом того, что $n_1 = \frac{L_1}{d}$, запишем

$$F_{м1} = \frac{\pi d}{2} \cdot \frac{L_1}{d} = \frac{d\pi}{2} L_1.$$

После подстановки числовых значений имеем

$$F_{м1} = \frac{3,14}{2} \cdot 1 = 1,57 \text{ м}^2.$$

Степень развития кладки зоны 1 (методической зоны) $\omega_1 = \frac{2,07}{1,57} = 1,32$.

Аналогичные расчеты выполняем для зон 2 (сварочной) и 3 (зоны выдержки или томильной):

$$F_{кл2}^{изл} = \sum F_{ст2}^{изл} + F_{св2}^{изл}; F_{св1}^{изл} = F_{св2}^{изл} = 1,33 \text{ м}^2;$$

$$\sum F_{ст2}^{изл} = 2h_2 L_2;$$

$$h_2 = \frac{1,025 + 0,650}{2} - d = \frac{1,025 + 0,650}{2} - 0,12 = 0,72 \text{ м};$$

$$F_{ст2}^{изл} = 2 \cdot 0,72 + 1,33 = 2,77 \text{ м}^2.$$

Степень развития кладки зоны 2

$$\omega_2 = \frac{2,77}{1,57} = 1,76.$$

Здесь 1,57 — площадь металла в зоне 2 ($F_{н1} = F_{н2} = 1,57 \text{ м}^2$, см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.2)).

Площади излучающей кладки зоны 3 и воспринимавшей садки: $F_{св3}^{изл} = F_{св1}^{изл} = 1,33 \text{ м}^2$, $F_{н3} = F_{н1} = 1,57 \text{ м}^2$. Запишем:

$$F_{кл3}^{изл} = \sum F_{ст3}^{изл} + F_{св3}^{изл}; \sum F_{ст3}^{изл} = 2h_3 L_3;$$

$$L_3 = 1 \text{ м}; h_3 = 1,025 - 0,12 = 0,905 \text{ м}.$$

$$\text{Находим } F_{ст3}^{изл} = 2 \cdot 0,905 \cdot 1 + 1,33 = 3,14 \text{ м}^2.$$

Степень развития кладки зоны 3

$$\omega_3 = \frac{3,14}{1,57} = 2.$$

Излучающий объем газов для зоны 1 рабочего пространства

$$V_{изл1} = h_1 b_1 L_1.$$

Здесь $h_1 = 0,43 \text{ м}$; b_1 — ширина рабочего пространства зоны 1: $b_1 = 1,33 \text{ м}$ (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.2)); $L_1 = 1$.

$$V_{изл1} = 0,43 \cdot 1,33 \cdot 1 = 0,57 \text{ м}^3.$$

Для зоны 2

$$V_{изл2} = h_2 b_2 L_2.$$

Здесь $h_2 = 0,72 \text{ м}$; $b_2 = 1,33 \text{ м}$; $L_2 = 1$.

$$V_{изл2} = 0,72 \cdot 1,33 \cdot 1 = 0,96 \text{ м}^3.$$

Для зоны 3

$$V_{изл3} = 0,905 \cdot 1,33 \cdot 1 = 1,2 \text{ м}^3.$$

Рассчитываем среднюю эффективную длину луча в зонах

$$l_i = 0,9 \cdot \frac{4V_{излi}}{F_{кли}}$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$l_1 = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 0,57}{2,07} = 0,99 \text{ м}; l_2 = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 0,96}{2,77} = 1,25 \text{ м};$$

$$l_3 = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 1,2}{3,14} = 1,38 \text{ м}.$$

Определяем парциальные давления углекислоты и водяных паров p_{CO_2} и $p_{\text{H}_2\text{O}}$ в зонах 2 и 3 при

$$\alpha_{2,3} = 0,54; \sum_{i=1}^5 V_i^{2,3} = 7,33 \text{ м}^3/\text{м}^3; V_{\text{CO}_2}^{2,3} = 0,56 \text{ м}^3/\text{м}^3$$

и $V_{\text{H}_2\text{O}}^{2,3} = 0,62 \text{ м}^3/\text{м}^3$ (см. расчет продуктов сгорания).

В зону 1 для дожигания СО и H_2 подается дополнительное количество воздуха-окислителя. При $\alpha_1 = 1,02$ имеем:

$$\sum_{i=1}^4 V_i = 11,68 \text{ м}^3/\text{м}^3; V_{\text{CO}_2} = 1,05 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ и } V_{\text{H}_2\text{O}} = 1,98 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Для зоны 1:

$$p_{\text{CO}_2}^{(1)} = \frac{V_{\text{CO}_2}^{(1)}}{\sum_{i=1}^4 V_i^{(1)}} = \frac{10,5}{11,68} = 0,09 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)}}{\sum_{i=1}^4 V_i^{(1)}} = \frac{1,96}{11,68} = 0,168 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Для зон 2 и 3 парциальное давление излучающих газов одинаково:

$$p_{\text{CO}_2}^{(2,3)} = \frac{V_{\text{CO}_2}^{(2,3)}}{\sum_{i=1}^5 V_i^{(2,3)}} = \frac{0,56}{7,33} = 0,076 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}}^{(2,3)} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}^{(2,3)}}{\sum_{i=1}^5 V_i^{(2,3)}} = \frac{0,62}{7,33} = 0,085 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Определяем произведения $p_{\text{CO}_2} l_i$ и $p_{\text{H}_2\text{O}} l_i$ (Па·м):

— для зоны 1:

$$p_{\text{CO}_2}^{(1)} l_1 = 0,09 \cdot 0,99 = 0,089; p_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} l_1 = 0,168 \cdot 0,99 = 0,166;$$

— для зоны 2:

$$p_{\text{CO}_2}^{(2)} l_2 = 0,076 \cdot 1,25 = 0,095; p_{\text{H}_2\text{O}}^{(2)} l_2 = 0,085 \cdot 1,25 = 0,106;$$

— для зоны 3:

$$p_{\text{CO}_2}^{(3)} l_3 = 0,076 \cdot 1,38 = 0,105; p_{\text{H}_2\text{O}}^{(3)} l_3 = 0,085 \cdot 1,38 = 0,117.$$

Средняя температура продуктов сгорания в зонах 1...3 (°C): $\bar{t}_{r1} = 1165$, $\bar{t}_{r2} = 1350$, $\bar{t}_{r3} = 1280$.

Используя номограммы, находим степень черноты CO_2 и H_2O :

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = 0,12; \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(2)} = 0,07; \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(3)} = 0,078;$$

$$\epsilon_{\text{CO}_2}^{(1)} = 0,078; \epsilon_{\text{CO}_2}^{(2)} = 0,08; \epsilon_{\text{CO}_2}^{(3)} = 0,085.$$

Для зоны 1 поправка β на парциальное давление водяных паров составит $\beta_1 = 1,05$; для зон 2 и 3 — $\beta_2 = \beta_3 < \beta_1$, $\beta_{2,3} = 1,02$. Имеем:

$$\beta_1 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = 1,05 \cdot 0,12 = 0,126;$$

$$\beta_2 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(2)} = 1,02 \cdot 0,07 = 0,071;$$

$$\beta_3 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(3)} = 1,02 \cdot 0,078 = 0,08.$$

Степень черноты продуктов сгорания в зонах:

$$\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{\text{CO}_2}^{(1)} + \beta_1 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(1)} = 0,078 + 0,126 = 0,204;$$

$$\varepsilon_{r2} = \varepsilon_{\text{CO}_2}^{(2)} + \beta_2 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(2)} = 0,08 + 0,071 = 0,151;$$

$$\varepsilon_{r3} = \varepsilon_{\text{CO}_2}^{(3)} + \beta_3 \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^{(3)} = 0,085 + 0,08 = 0,165.$$

С учетом $\Delta \varepsilon_{\text{г}}$ запишем:

$$\varepsilon_{r1} = 0,204 + 0,007 = 0,211;$$

$$\varepsilon_{r2} = 0,151 + 0,01 = 0,161;$$

$$\varepsilon_{r3} = 0,165 + 0,01 = 0,175.$$

Для всех зон рабочего пространства задаемся степенью черноты поверхности садки $\varepsilon_{\text{м}} = 0,85$.

Рассчитываем приведенные коэффициенты лучеиспускания C_{n1} , C_{n2} , C_{n3} ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$):

$$C_{n1} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,211 \times \frac{1}{1,32} (1 - 0,211) + 1 \times \frac{1}{1,32} (1 - 0,211) [0,85 + 0,211(1 - 0,85)] + 0,211 = 2,23;$$

$$C_{n2} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,161 \times \frac{1}{1,57} (1 - 0,161) + 1 \times \frac{1}{1,57} (1 - 0,161) [0,85 + 0,161(1 - 0,85)] + 0,161 = 2,03;$$

$$C_{n3} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,175 \times \frac{1}{2} (1 - 0,175) + 1 \times \frac{1}{2} (1 - 0,175) [0,85 + 0,175(1 - 0,85)] + 0,175 = 2,25.$$

Рассчитываем коэффициент теплоотдачи тепловым излучением к поверхности садки. Средняя температура поверхности садки в зонах ($^{\circ}\text{C}$):

$$\bar{t}_{\text{м}1}^{\text{п}} = \frac{40 + 900}{2} = 470; \quad \bar{t}_{\text{м}2}^{\text{п}} = \frac{900 + 1180}{2} = 1040;$$

$$\bar{t}_{\text{м}3}^{\text{п}} = \frac{1180 + 1199}{2} = 1189,5.$$

Коэффициент теплоотдачи ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$):

$$\alpha_{\text{п}1} = \frac{2,333 \left[\left(\frac{1438}{100} \right)^4 - \left(\frac{743}{100} \right)^4 \right]}{1165 - 470} = 127,6;$$

$$\alpha_{\text{п}2} = \frac{2,03 \left[\left(\frac{1627}{100} \right)^4 - \left(\frac{1313}{100} \right)^4 \right]}{1350 - 1040} = 186,9;$$

$$\alpha_{\text{п}3} = \frac{2,25 \left[\left(\frac{1553}{100} \right)^4 - \left(\frac{1462,5}{100} \right)^4 \right]}{1280 - 1189,5} = 306,6.$$

Полагая, что конвективные составляющие в зонах 1...3 соответственно равны: $\alpha_{\text{к}1} = 0,1\alpha_{\text{п}1}$, $\alpha_{\text{к}2} = 0,05\alpha_{\text{п}2}$, $\alpha_{\text{к}3} = 0,05\alpha_{\text{п}3}$, получаем ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$):

$$\alpha_{\text{эф}1} = 127,6 \cdot 0,1 \cdot 127,6 = 140,4;$$

$$\alpha_{\text{эф}2} = 186,3 \cdot 0,05 \cdot 186,3 = 195,6;$$

$$\alpha_{\text{эф}3} = 308,6 \cdot 0,05 \cdot 308,6 = 324.$$

5. Расчет времени пребывания садки в зонах (см. рис. 1, 2 (к примеру 6.2)). В основу расчета положен температурный график (рис. 3 (к примеру 6.2)). Находим средние по сечению температуры металла:

$$\bar{t}_{\text{м}1} = 446,2 \text{ } ^{\circ}\text{C}; \quad \bar{t}_{\text{м}2} = 976 \text{ } ^{\circ}\text{C}; \quad \bar{t}_{\text{м}3} = 1081 \text{ } ^{\circ}\text{C}.$$

Для этих температур выбираем значения $\lambda_{\text{м}1}$ для стали 20 ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$): $\lambda_{\text{м}1}^{446,2} = 40,95$; $\lambda_{\text{м}2}^{976} = 27,48$; $\lambda_{\text{м}3}^{1081} = 28,42$.

Рассчитываем значения Bi_i :

$$Bi_1 = \frac{140,4 \cdot 0,12}{40,95} = 0,41;$$

$$Bi_2 = \frac{195,6 \cdot 0,12}{27,48} = 0,85;$$

$$Bi_3 = \frac{324 \cdot 0,12}{28,42} = 1,37.$$

Здесь 0,12 — характерный размер садки при одностороннем нагреве.

Во всех зонах рабочего пространства садка классифицируется как массивное тело.

Определяем безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)^{\text{п}}$ для зоны 1:

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)^{\text{п}} = \frac{\bar{t}_{r1} - t_{\text{м}1}^{\text{п}}}{\bar{t}_{r1} - t_{\text{м}0}^{\text{п}}} = \frac{1165 - 900}{1165 - 40} = 0,24.$$

Выбираем значение Fo_1 , используя $Bi_1 = 0,41$ и $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0} \right)^{\text{п}} = 0,24$:

$Fo_1 = 1,8$ (для поверхности цилиндра). Тогда

$$\tau_1 = \frac{1,8 \cdot 0,12^2}{a_1^{446,2}} = \frac{1,8 \cdot 0,12^2}{0,028} = 0,93 \text{ ч.}$$

Здесь $a_1^{446,2}$ — коэффициент температуропроводности стали 20.

Рассчитываем температуру t_{m1}^u в момент времени $\tau = 0,93$ ч. Записываем

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_1^u = \frac{1165 - t_{m1}^u}{1165 - 40}.$$

Используя значения $Bi_1 = 0,41$ и $Fo_1 = 1,8$, находим

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_1^u = 0,32.$$

Выполняем подстановку числовых значений:

$$0,32 = \frac{1165 - t_{m1}^u}{1165 - 40},$$

откуда определяем $t_{m1}^u = 805$ °С.

Рассчитываем нагрев садки в зоне 2:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_2^u = \frac{1350 - 1180}{1350 - 900} = 0,38.$$

Используя значения $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_2^u = 0,38$ и $Bi_2 = 0,86$,

определяем Fo_2 : $Fo_2 = 0,6$. Тогда

$$\tau_2 = \frac{0,6 \cdot 0,12^2}{a_2^{976}} = \frac{0,6 \cdot 0,12^2}{0,02} = 0,432 \text{ ч.}$$

Рассчитываем температуру t_{m2}^u , используя значения $Bi_2 = 0,84$ и $Fo_2 = 0,6$. Имеем $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_2^u = 0,6$.

Выполняем подстановку числовых значений:

$$0,6 = \frac{1350 - t_{m2}^u}{1350 - 805},$$

откуда $t_{m2}^u = 1023$ °С.

Для зоны 3 (см. рис. 3 (к примеру 6.2)) $t_{m3}^u = 1199$ °С. Тогда

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_3^u = \frac{1280 - 1198}{1280 - 1180} = 0,82.$$

Используя значения $Bi_3 = 1,37$ и $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0}\right)_3^u = 0,82$,

определяем число Фурье: $Fo_3 = 0,2$. Тогда

$$\tau_3 = \frac{0,2 \cdot 0,12^2}{a_3^{1081}} = \frac{0,2 \cdot 0,12^2}{0,021} = 0,14 \text{ ч.}$$

Продолжительность основного нагрева

$$\sum_{i=1}^2 \tau_i = 0,93 + 0,432 = 1,362 \text{ ч.}$$

Общее время пребывания садки в рабочем пространстве

$$\tau = 1,362 + 0,14 = 1,502 \text{ ч.}$$

6. Профилирование рабочего пространства зон печи (см. рис. 1 и 2 (к примеру 6.2)). Длину зоны рассчитываем по выражению

$$P\tau_i = \rho_i V_i z_i.$$

Здесь V_i — объем одной заготовки; z_i — число заготовок.

При плотном посаде цилиндрических заготовок в один ряд $z_i = \frac{L_i}{d}$, $V_i = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l$. Имеем

$L_i = \frac{4P\tau_i}{\rho_i \pi d l}$, l — длина заготовки (см. рис. 2 (к примеру 6.2)).

Для зоны 1 рабочего пространства получаем

$$L_1 = \frac{4 \cdot 3300 \cdot 0,93}{\rho_1 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,15}.$$

Здесь ρ_i — плотность садки (сталь 20). Значение плотности выбираем в соответствии со средней температурой металла в зоне (см. рис. 3 (к примеру 6.2)).

Средние температуры металла в зонах: $t_{m1} = 446,2$ °С, $t_{m2} = 976$ °С, $t_{m3} = 1081$ °С. Тогда имеем: $\rho_1 = 7753$ кг/м³; $\rho_2 = 7600$ кг/м³; $\rho_3 = 7496$ кг/м³.

Длина зон:

$$L_1 = \frac{4 \cdot 3300 \cdot 0,93}{7753 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,15} = 3,25 \text{ м;}$$

$$L_2 = \frac{4 \cdot 3300 \cdot 0,432}{7600 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,15} = 1,45 \text{ м;}$$

$$L_3 = \frac{4 \cdot 3300 \cdot 0,14}{7496 \cdot 3,14 \cdot 0,12 \cdot 1,15} = 0,49 \text{ м.}$$

Общая длина рабочего пространства $L = 3,25 + 1,45 + 0,49 = 5,2$ м. Площадь пода рабочего пространства $F_{\text{под}} = 5,2 \cdot 1,33 = 6,92$ м². Площадь активного пода (под металлом) $F_{\text{под}}^{\text{акт}} = 5,2 \cdot 1,15 = 5,98$ м². Напряженность активного пода

$$f^{\text{акт}} = \frac{3300}{5,98} = 551,8 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч}).$$

Значение $f^{\text{акт}} = 551,8$ кг/(м²·ч) соответствует отраслевым нормам.

Пример 6.3

Необходимо определить суммарный коэффициент теплоотдачи для всех зон методической нагревательной печи, работающей по трехзонному температурному графику. Печь

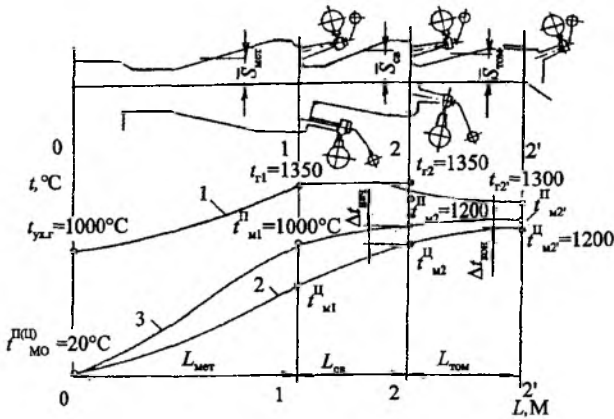


Рис. 1 (к примеру 6.3). Схема рабочего пространства трехзонной (пятизонной по отсекам горения) методической нагревательной печи и ее температурный график: 1 — изменение температуры продуктов сгорания по зонам; 2, 3 — изменение температуры соответственно в центре и на поверхности сажки

предназначена для нагрева металла под прокатку, производительность ее 205 т/ч. В качестве топлива используется природный газ ($Q_{н}^p = 37$ МДж/м³). Коэффициент избытка воздуха во всех зонах печи составляет 1,05. В печи нагреваются заготовки из стали 40 размером 200 × 750 × 9500 мм. Расчетная схема печи и ее температурный график показаны на рис. 1 (к примеру 6.3). Ширина печи в свету $b = 10,2$ м. Средняя высота зон в свету: $s_{мет} = 2,0$ м, $s_{св} = 2,4$ м, $s_{том} = 1,4$ м.

Решение.

В соответствии с температурным графиком печи средний температурный напор между продуктами сгорания топлива и поверхностью заготовки в зонах соответственно равен (°С):

$$\Delta t_{мет} = \frac{1350 + 1000}{2} - \frac{1000 + 20}{2} = 665;$$

$$\Delta t_{св} = 1350 - \frac{1000 + 1200}{2} = 250;$$

$$\Delta t_{том} = 1350 - \frac{1200 + 1220}{2} = 90.$$

Определяем площадь излучающей поверхности кладки методической зоны:

$$F_{кл.мет} = 2s_{мет}L_{мет} + bL_{мет} = 2 \cdot 2L_{мет} + 10,2L_{мет} = 14,2L_{мет} \text{ м}^2.$$

Здесь b , $s_{мет}$ — ширина и средняя высота зоны в свету (см. рис. 1 (к примеру 6.3)).

Лучевосприимчивая поверхность зоны $F_{м,мет} = 9,5L_{мет} \text{ м}^2.$

Степень развития кладки методической зоны

$$\omega_{мет} = \frac{14,2L_{мет}}{9,5L_{мет}} = 1,5.$$

Аналогичные расчеты выполняем для сварочной и томильной зон:

$$F_{кл.св} = 2 \cdot 2,4L_{св} + 10,2L_{св} = 15L_{св} \text{ м}^2;$$

$$F_{м.св} = 9,5L_{св} \text{ м}^2; \quad \omega_{св} = \frac{15L_{св}}{9,5L_{св}} = 1,58;$$

$$F_{кл.том} = 2 \cdot 1,4L_{том} + 10,2L_{том} = 13L_{том} \text{ м}^2;$$

$$F_{м.том} = 9,5L_{том} \text{ м}^2; \quad \omega_{том} = \frac{13L_{том}}{9,5L_{том}} = 1,37.$$

Находим объем рабочего пространства печи, заполненный излучающими газами:

— зона 1 (методическая)

$$V_{мет} = 2 \cdot 10,2L_{мет} = 20,4L_{мет} \text{ м}^3;$$

— зона 2 (сварочная)

$$V_{св} = 2,4 \cdot 10,2L_{св} = 24,5L_{св} \text{ м}^3;$$

— зона 3 (томильная)

$$V_{том} = 1,4 \cdot 10,2L_{том} = 14,3L_{том} \text{ м}^3.$$

Средняя эффективная длина луча:

— для методической зоны

$$l_{мет} = 0,9 \cdot \frac{4V_{мет}}{\sum F_{кл.мет}} = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 20,4L_{мет}}{14,2L_{мет} + 10,2L_{мет}} = 3 \text{ м};$$

— для сварочной зоны

$$l_{св} = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 24,5L_{св}}{15L_{св} + 10,2L_{св}} = 3,5 \text{ м};$$

— для томильной зоны

$$l_{том} = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 14,3L_{том}}{13L_{том} + 10,2L_{том}} = 2,2 \text{ м}.$$

Рассчитываем парциальные давления CO_2 и H_2O . Заметим, что p_{CO_2} и p_{H_2O} для всех зон одинаковы ($\alpha = \text{const}$).

Для $\alpha = 1,05$ выбираем $\sum_{i=1}^4 V_i$, V_{CO_2} , V_{H_2O} (м³/м³):

$$\sum_{i=1}^4 V_i = 11,68; \quad V_{CO_2} = 1,05; \quad V_{H_2O} = 1,98.$$

Тогда:

$$p_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{\sum_{i=1}^4 V_i} = \frac{1,05}{11,68} = 0,09 \cdot 10^5 \text{ (Па)};$$

$$p_{H_2O} = \frac{V_{H_2O}}{\sum_{i=1}^4 V_i} = \frac{1,98}{11,68} = 0,17 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Определяем $(pl)_{CO_2}$ и $(pl)_{H_2O}$ (Па·м):

— для методической зоны:

$$(pl)_{CO_2} = 0,09 \cdot 3 = 0,27; (pl)_{H_2O} = 0,17 \cdot 3 = 0,51;$$

— для сварочной зоны:

$$(pl)_{CO_2} = 0,09 \cdot 3,5 = 0,315; (pl)_{H_2O} = 0,17 \cdot 3,5 = 0,595;$$

— для томильной зоны:

$$(pl)_{CO_2} = 0,09 \cdot 2,2 = 0,198; (pl)_{H_2O} = 0,17 \cdot 2,2 = 0,374.$$

Находим среднюю температуру дымовых газов в зонах рабочего пространства:

$$t_{г.мет} = \frac{1000 + 1350}{2} = 1175 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$t_{г.св} = \frac{1350 + 1350}{2} = 1350 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$t_{г.том} = \frac{1300 + 1300}{2} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Степень черноты водяных паров и углекислоты вычисляем:

$$(\varepsilon_{H_2O})_{мет} = 0,22; \beta(\varepsilon_{H_2O})_{мет} = 1,05 \cdot 0,22 = 0,231;$$

$$(\varepsilon_{H_2O})_{св} = 0,159; \beta(\varepsilon_{H_2O})_{св} = 1,05 \cdot 0,159 = 0,167;$$

$$(\varepsilon_{H_2O})_{том} = 0,158; \beta(\varepsilon_{H_2O})_{том} = 1,05 \cdot 0,158 = 0,166;$$

$$(\varepsilon_{CO_2})_{мет} = 0,13; (\varepsilon_{CO_2})_{св} = 0,12; (\varepsilon_{CO_2})_{том} = 0,105.$$

Подсчитываем степень черноты продуктов сгорания в зонах печи:

$$\varepsilon_{г.мет} = 0,231 + 0,13 = 0,361;$$

$$\varepsilon_{г.св} = 0,167 + 0,12 = 0,287;$$

$$\varepsilon_{г.том} = 0,166 + 0,105 = 0,271.$$

Для плотной упаковки заготовок определяем приведенный коэффициент лучеиспускания для всех зон рабочего пространства ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$):

$$C_{н.мет} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,361 \times \frac{1}{1,5} (1 - 0,361) + 1 \times \frac{1}{1,5} (1 - 0,361) [0,85 + 0,361(1 - 0,85)] + 0,361 = 3,39;$$

$$C_{н.св} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,287 \times \frac{1}{1,58} (1 - 0,287) + 1 \times \frac{1}{1,58} (1 - 0,287) [0,85 + 0,287(1 - 0,85)] + 0,287 = 2,98;$$

$$C_{н.том} = 5,67 \cdot 0,85 \cdot 0,271 \times$$

$$\frac{1}{1,37} (1 - 0,271) + 1 \times \frac{1}{1,37} (1 - 0,271) [0,85 + 0,271(1 - 0,85)] + 0,271 = 2,71.$$

Для каждой зоны рассчитываем коэффициент теплоотдачи излучением от продуктов сгорания к металлу ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$):

$$\alpha_{л.мет} = \frac{3,39 \left[\left(\frac{1448}{100} \right)^4 - \left(\frac{783}{100} \right)^4 \right]}{665} = 298;$$

$$\alpha_{л.св} = \frac{2,98 \left[\left(\frac{1623}{100} \right)^4 - \left(\frac{1373}{100} \right)^4 \right]}{250} = 407;$$

$$\alpha_{л.том} = \frac{2,71 \left[\left(\frac{1573}{100} \right)^4 - \left(\frac{1483}{100} \right)^4 \right]}{90} = 452.$$

Полагая, что в зонах 1...3 α_k соответственно равно: $\alpha_{к.мет} = 0,1\alpha_{л.мет}$; $\alpha_{к.св} = 0,05\alpha_{л.св}$;

$$\alpha_{к.том} = 0,05\alpha_{л.том},$$

(получаем ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$):

$$\alpha_{мет} = 298 + 0,1 \cdot 298 = 327;$$

$$\alpha_{св} = 407 + 0,05 \cdot 407 = 426;$$

$$\alpha_{том} = 452 + 0,05 \cdot 452 = 473.$$

Пример 6.4

Необходимо определить время пребывания заготовок из стали 40 в зонах рабочего пространства нагревательной методической печи (см. рис. 1 (к примеру 6.3)). Нагрев выполняется под прокатку. Производительность печи 205 т/ч. Температура прокатки 1200 °С. Размеры заготовки 200 × 750 × 9500 мм. Коэффициенты лучеиспускания и теплоотдачи в зонах 1...3 печи соответственно равны: 3,39 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ (327 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$); 2,98 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ (426 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$); 2,71 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ (473 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Решение.

Расчетная схема рабочего пространства и температурный график нагрева приведены на рис. 1 (к примеру 6.3).

$$\text{Время нагрева } \tau = \sum_{i=1}^2 \tau_i + \tau_{в.вд.}$$

Садку представляем в виде цилиндра с эквивалентным диаметром x_3 :

$$x_3 = \frac{4F}{\Pi} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 0,75}{2(0,2 + 0,75)} = 0,316 \text{ м}.$$

Здесь F , Π — площадь сечения и его периметр.

Считая, что в зонах 1 и 2 нагрев изделия симметричный, принимаем: $x_1 = x_2 = 0,316/2 = 0,158$ м, $x_3 = 0,316$ м. В зоне 3 пространства реализуется односторонний нагрев.

Рассчитываем время τ_1 пребывания садки в зоне 1 (методическая зона).

Средняя по поверхности температура металла (точнее было бы взять среднюю по сечению температуру)

$$t_{м1}^n = \frac{20+1000}{2} = 510 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Из таблиц выбираем следующие значения:

$$\lambda_n^{(510)} = 38 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \rho_n^{(510)} = 7692 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ c_{пн}^{(510)} = 0,56 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), a_n^{(510)} = 0,025 \text{ м}^2/\text{ч}.$$

Определяем Bi_1 :

$$Bi_1 = \frac{327 \cdot 0,158}{38} = 1,36.$$

Учитывая, что $Bi_1 > Bi_{кр}$, дальнейший расчет выполняем в соответствии с общепринятой методикой для классических тел при граничном условии 3-го рода (граничные условия изменены) (см. температурный график).

Для поверхности садки в зоне 1 рабочего пространства

$$Fo_1 = F \left(\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n ; Bi_1 \right).$$

Безразмерная температура

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = \frac{\frac{1350+1000}{2} - 1000}{\frac{1350+1000}{2} - 20} = 0,156.$$

Используя значения $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = 0,156$ и $Bi_1 = 1,36$,

$$Fo_1 = 0,78, \quad Fo_1 = \frac{0,025\tau_1}{0,158^2}. \text{ Имеем:}$$

$$\tau_1 = \frac{0,78 \cdot 0,158^2}{0,025} = 0,78 \text{ ч}.$$

Температуру металла в середине сляба (цилиндра с $x_3 = 0,158$ м) по истечении 0,78 ч определяем по выражению

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = \frac{\frac{1350+1000}{2} - t_{м1}^n}{\frac{1350+1000}{2} - 20}.$$

Значение $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n$ находим в соответствии с номограммой для $Bi_1 = 1,36$, $Fo_1 = 0,78$:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_1^n = 0,27.$$

Выполнив подстановку числовых значений, получим $t_{м1}^n = 863 \text{ }^\circ\text{C}$.

Рассчитываем время τ_2 пребывания сляба в зоне 2 (сварочная зона) рабочего пространства. Средняя температура по поверхности садки в зоне 2 (см. температурный график, рис. 1 (к примеру 6.3))

$$t_{м2}^n = \frac{1000+1200}{2} = 1100 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Определяем теплофизические характеристики: $\lambda_n^{(1100)} = 27,95 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\rho_n^{(1100)} = 7436 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c_{пн}^{(1100)} = 0,65 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $a_n^{(1100)} = 0,021 \text{ м}^2/\text{ч}$.

Находим Bi_2 :

$$Bi_2 = \frac{426 \cdot 0,158}{27,95} = 2,41 \quad (Bi_2 > Bi_{кр}).$$

Для зоны 2

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = \frac{1350-1200}{1350-1000} = 0,428.$$

В соответствии с $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = 0,428$ и $Bi_2 = 2,41$

(поверхность цилиндра) имеем $Fo_2 = 0,12$.

Находим τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{0,12 \cdot 0,158^2}{0,021} = 0,143 \text{ ч}.$$

Определяем безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n$

для $Bi_2 = 2,41$ и $Fo_2 = 0,12$:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = 0,915.$$

Переписываем:

$$\left(\frac{\theta_\tau}{\theta_0} \right)_2^n = \frac{1350 - t_{м2}^n}{1350 - 863}; \quad t_{м2}^n = 905 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Для средней по поверхности температуры сляба в зоне 3 (см. температурный график, рис. 1 (к примеру 6.3)):

$$t_{м3}^n = \frac{1200 + t_{м2}^n}{2}; \quad t_{м3}^n = t_{м2}^n + \delta t \cdot x.$$

Здесь $\delta t = 3 \text{ }^\circ\text{C}/\text{см}$, $x = 15,8 \text{ см}$. Имеем

$$t_{м3}^n = 1200 + 3 \cdot 15,8 = 1247 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Определяем теплофизические характеристики сляба при

$$t_{м3}^n = \frac{1200 + 1247}{2} = 1224 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\lambda_{м}^{1224} = 25,9 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \rho_{м}^{1224} = 7300 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ c_{\rho_{м}}^{-1224} = 0,6 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), a_{м}^{1224} = 0,02 \text{ м}^2/\text{ч}.$$

Находим Bi_3 :

$$Bi_3 = \frac{473 \cdot 0,158}{25,9} = 2,88.$$

Вычисляем безразмерную температуру $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3$:

$$\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3 = \frac{\frac{1350 + 1300}{2} - 1247}{\frac{1350 + 1000}{2} - 1200} = 0,624.$$

Используя значения $Bi_3 = 2,88$ и $\left(\frac{\theta_{\tau}}{\theta_0}\right)_3 = 0,624$, находим Fo_3 :

$$Fo_3 = 0,03; \quad \tau_2 = \frac{0,03 \cdot 0,158^2}{0,02} = 0,037 \text{ ч}.$$

Общее время нагрева садки $\tau = 0,78 + 0,143 + 0,037 = 0,96 \text{ ч}.$

Пример 6.5

Требуется рассчитать теплотери за счет теплового излучения голой стальной трубой диаметром 70 мм. Труба проходит в помещении цеха. По трубе движется воздух-окислитель топлива. Температура поверхности трубы $t_1 = 227 \text{ }^\circ\text{C}$. Длина трубы — 13 п.м. Температура стенки цеха составляет $t_2 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение.

Известно, что при $F_1 \ll F_2$ (где F_1 и F_2 — соответственно поверхности горячей и холодной оболочек: труба и стены помещения цеха) приведенная степень черноты системы $\varepsilon_{n_{F_1 F_2}}$ равна $\varepsilon_{n_{F_1 F_2}} = \varepsilon_1$ (здесь ε_1 — степень черноты поверхности окисленной стальной трубы, $\varepsilon_1 \approx 0,8$).

Тогда будем иметь:

$$Q_{F_1 F_2(12)} = \varepsilon_1 C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right];$$

$$Q_{F_1 F_2(12)} = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 3,14 \cdot 0,07 \times \\ \times 13 \cdot (5 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^4) = 6987 \text{ Вт}.$$

Также находим

$$q_l = \frac{6987}{13} = 537 \text{ Вт}/\text{м}.$$

Глава 7. Теплопередача

7.1. ПОТОК ТЕПЛОТЫ ПУТЕМ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ПРИ СЛОЖНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ
7.2. УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ ЧЕРЕЗ ТВЕРДУЮ ПОВЕРХНОСТЬ
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 7
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 7

Chapter 7. HEAT TRANSFER

Глава 7. Теплопередача

*Гораздо труднее увидеть проблему,
чем найти ее решение.
Для первого требуется воображение,
а для второго — только умение.*

Бернал

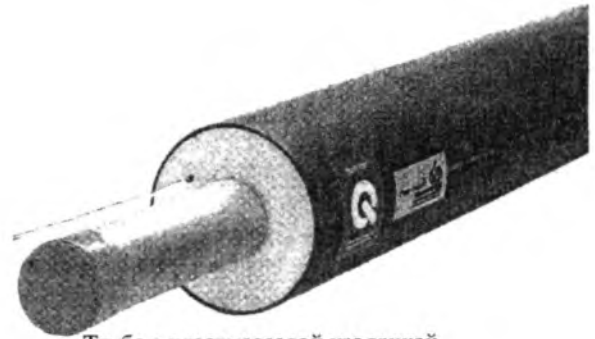
Изученное нами явление теплоотдачи, когда теплота отводится (подводится к стенке либо телу) от твердой поверхности тела путем теплового излучения или конвекцией (обычно и излучением, и конвекцией одновременно), — широко распространенное явление, которое количественно оценивается коэффициентами теплоотдачи конвекцией (α_k) или теплоотдачи тепловым излучением (α_l). Если теплообмен одновременно совершается конвекцией и излучением, то такой процесс количественно оценивается эффективным коэффициентом теплоотдачи

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_k + \alpha_l \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \quad (7.1)$$

Теплообмен между горячей стенкой камеры сгорания ракетного двигателя и охлаждающей жидкостью; между турбинной лопаткой и продуктами сгорания; между горячей поверхностью диода и окружающим воздухом; охлаждение мартеповского слитка и заготовки, полученной методом непрерывной разливки стали, — **все это примеры теплоотдачи.**

Если теплообмен между стенкой и окружающей средой происходит одновременно путем соприкосновения и излучения, то это явление называется **радиационно-конвективным теплообменом.** Оно включает все элементарные способы переноса теплоты. Явление радиационно-конвективного теплообмена наблюдается, например, в камере сгорания ракетного двигателя, где горячие газы — продукты сгорания — передают теплоту поверхности камеры сгорания одновременно путем соприкосновения и излучения.

Теплообмен между двумя жидкими или газообразными средами, разделенными твердой стенкой, или через поверхность раздела между ними **называется теплопередачей.** Перенос теплоты от теплоносителя к стенке и от стенки к теплоносителю может иметь характер только конвекции или радиационно-конвективного теплообме-



Труба с пластмассовой изоляцией



Колено



Параллельный отвод



Тройник



Запорная арматура

Рис. 7.1. Труба теплофикационная предизолированная (самокомпенсирующаяся)

на. Перенос же теплоты через стенку осуществляется теплопроводностью.

Явление теплопередачи можно наблюдать в теплообменных аппаратах, в двигателях и т.п. Передача теплоты в масловоздушном радиаторе от охлаждаемого масла в воздух через стенку радиатора, перенос теплоты от продуктов сгорания в охлаждающую жидкость через стенку камеры сгорания жидкостного ракетного двигателя — это

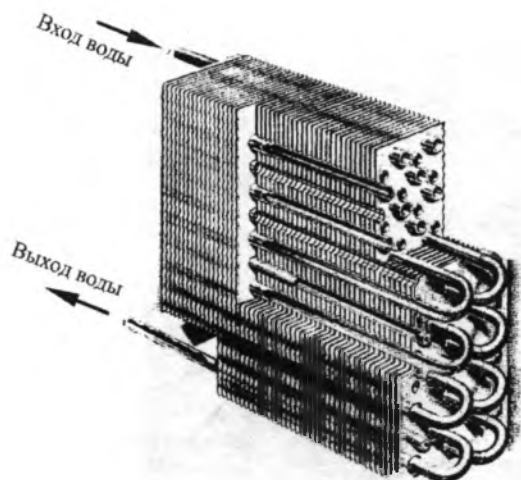
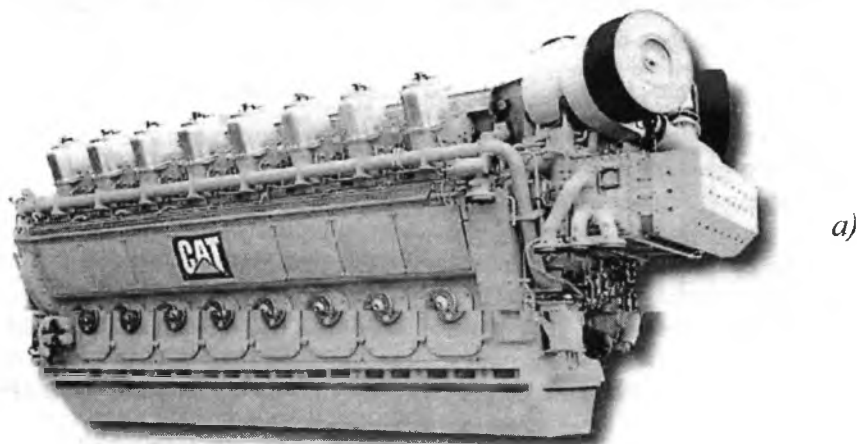


Рис. 7.2. Теплообменник водовоздушный (охлаждающее устройство автомобиля)

примеры явления теплопередачи. Познав и изучив это явление, человек получает в награду возможность управлять процессом передачи теплоты от одного объекта к другому, приобретает умение ослаблять либо усиливать теплопередачу.

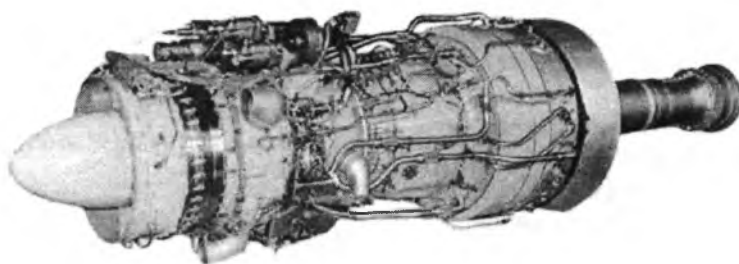
В отличие от выполненного выше перечисления явлений теплопередачи рассмотрим конкретные примеры.

На рис. 7.1 показан участок теплофикационного предизолированного самокомпенсирующегося трубопровода. Передача теплоты здесь направлена в сторону грунта (от горячей воды с температурой $t_{\text{вн}} = 130^\circ\text{C}$ к внутренней поверхности стенки (α_1 — теплоотдача конвекцией)), затем путем теплопроводности два слоя: металлическая цилиндрическая стенка и пенополиуретановый слой тепловой изоляции и, наконец, теплоотдача от поверхности изоляции к грунту, в котором проложена труба.



а)

Газотурбинные приводы наземного применения семейства Д-336
Industrial gas-turbine drives of D-336 family



б)

Рис. 7.3. Газопоршневой двигатель внутреннего сгорания (а) и газотурбинный привод (б)

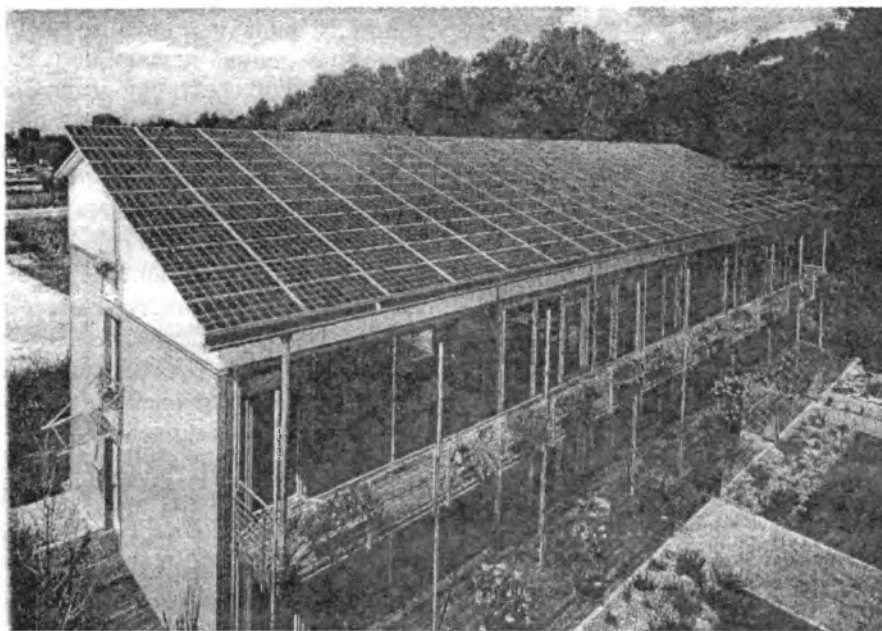


Рис. 7.4. Индивидуальное жилое здание, в котором использованы новые технологии энергосбережения (крыша здания состоит из солнечных элементов, а стены изготовлены из материалов, обладающих низкой теплопроводностью ($\lambda \approx 0,06 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$))

В качестве реального и очень наглядного примера теплопередачи можно указать на теплообменник (рис. 7.2). Здесь передача теплоты наблюдается от оребренных трубок, в которых циркулирует вода, к окружающему воздуху. Механизм теплопередачи таков: теплоотдача от воды к внутренней поверхности трубки — теплопроводность в стенке трубки и от наружной поверхности трубки к окружающей среде конвекцией и одновременно тепловым излучением.

Механизм теплопередачи в системе охлаждения блоков цилиндров газопоршневого двигателя внутреннего сгорания (рис. 7.3) также достаточно прост. Вначале теплота от продукта сгорания газообразного топлива нагревает внутреннюю поверхность блока цилиндров тепловой конвекцией и излучением (эффективная теплоотдача к поверхности блока $\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}}$ ($\text{Вт/м}^2\cdot\text{К}$)), затем теплота путем теплопроводности в стенке блока передается водоохлаждаемой поверхности и уже от этой поверхности конвекцией — к охлаждающей блок цилиндров воде. В этом случае отвод теплоты к охлаждающей воде должен быть контролируемым (при неконтролируемом отводе теплоты происходит переохлаждение или перегрев двигателя).

Еще один пример показан на рис. 7.4. Здесь наблюдается теплопередача через стеновые конст-

рукции и кровлю жилого здания. Как и в предыдущих случаях, коэффициент теплопередачи является расчетной величиной. Коэффициент теплопередачи можно изменять, изменяя, к примеру, материалы стеновой конструкции и кровли.

7.1. Поток теплоты путем теплопередачи при сложном теплообмене

При сложном теплообмене со стороны газообразной жидкости эффективное (действующее) значение потока теплоты запишется:

$$q_{\text{эфф}} = \alpha_{\text{к}}(t_0 - t_{\infty}) + \alpha_{\text{л}}(t_0 - t_{\infty}); \quad (7.2)$$

$$q_{\text{эфф}} = q_{\text{к}} + q_{\text{л}}. \quad (7.3)$$

Выражение $q_{\text{л}}$ из (7.3) можно представить так:

$$q_{\text{л}} = \varepsilon_n \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_0}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\infty}}{100} \right)^4 \right] \text{Вт/м}^2. \quad (7.4)$$

Тогда, помня, что

$$T_0 - T_{\infty} = t_0 - t_{\infty},$$

будем иметь:

$$q_{\text{эфф}} = \left[\alpha_{\text{к}} + \varepsilon_n \cdot C_0 \frac{\left(\frac{T_0}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\infty}}{100} \right)^4}{T_0 - T_{\infty}} \right] (t_0 - t_{\infty});$$

$$q_{\text{эфф}} = (\alpha_k + \alpha_l)(t_0 - t_\infty) = \alpha_{\text{эфф}}(t_0 - t_\infty), \quad (7.5)$$

где $T_0(t_0)$, $T_x(t_\infty)$ — соответственно температуры твердой поверхности и контактирующих с ней газов;

α_k и α_l — коэффициенты теплоотдачи конвекцией (соприкосновением) и излучением соответственно, Вт/(м²·К);

$\alpha_{\text{эфф}}$ — эффективное значение коэффициента теплоотдачи, Вт/(м²·К).

Количественной оценкой процесса теплопередачи служит **коэффициент теплопередачи k** , Вт/(м²·К). Как видим, **теплопередача — это процесс передачи теплоты через твердую поверхность площадью 1 м² от нагретой жидкости (газ, капельная жидкость) к холодной (также газ или капельная жидкость) при разности температур между этими жидкостями ($\Delta t_\infty = t_{\infty_1} - t_{\infty_2}$) в 1 градус** (t_{∞_1} — более горячая жидкость; t_{∞_2} — нагреваемая (более холодная жидкость).

Выражение для определения коэффициента k согласно сделанной формулировке имеет вид

$$k = \frac{Q}{(t_{\infty_1} - t_{\infty_2})F}, \quad \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \quad (7.6)$$

где F — поверхность, разделяющая жидкости, м².

7.1.1. Теплопередача через плоскую стенку

Нами будет рассмотрена теплопередача при установившемся режиме в направлении нормали к образующей поверхности. Такой процесс представлен рис. 7.4, где теплота передается к окружающему атмосферному воздуху (теплопотери через ограждающую конструкцию здания). Задача о теплопередаче через плоскую (одно- и многослойную) стенку встречается часто.

На рис. 7.5 приведена схема такого теплообмена. Слева находится жидкость (капельная или газообразная) с температурой t_{∞_1} , а справа — с температурой t_{∞_2} , причем $t_{\infty_1} > t_{\infty_2}$. Температуры стенки t_1 , t_2 , ..., t_4 неизвестны (известны только t_{∞_1} и t_{∞_2}). Также заданы значения коэффициентов теплоотдачи. Так как теплообмен стационарный, то $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ и необходимость в учете начальных условий исключается. Граничные же условия на наружных поверхностях многослойной стенки устанавливаются коэффициентами теплоотдачи α_1 и α_2 :

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \frac{dt}{d\delta} \Big|_{\delta=\delta_1} &= \alpha_1(t_{\infty_1} - t_1) \\ \text{и } -\lambda_3 \frac{dt}{d\delta} \Big|_{\delta=\delta_3} &= \alpha_2(t_4 - t_{\infty_2}). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Однако для случая стационарного теплообмена (конвекция — теплопроводность — конвекция) потоки теплоты q ($q = \text{const}$) от горячей жидкости к поверхности стенки с температурой t_1 и в слоях δ_1 , δ_2 и δ_3 , а также от стенки с температурой t_4 к жидкости (t_{∞_2}) одинаковы:

$$q_{\alpha_1} = q_{\delta_1} = q_{\delta_2} = q_{\delta_3} = q_{\alpha_2} = q. \quad (7.8)$$

В соответствии с (7.8) можно записать:

$$\begin{aligned} q &= \alpha_1(t_{\infty_1} - t_1); \\ q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3); \\ q &= \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3 - t_4); \\ q &= \alpha_2(t_4 - t_{\infty_2}). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Находим температурные напоры во всех звеньях схемы теплопередачи (рис. 7.5):

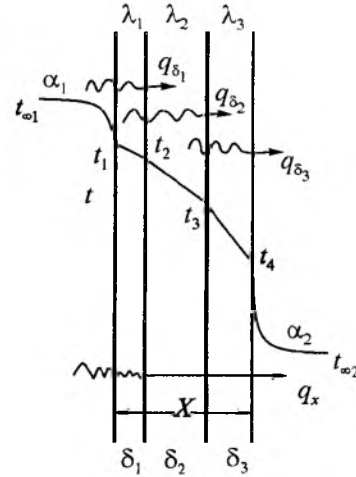


Рис. 7.5. К выводу расчетных формул для многослойной плоской стенки

$$\begin{aligned} t_{\infty_1} - t_1 &= \frac{q}{\alpha_1}; \quad t_1 - t_2 = q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \quad t_2 - t_3 = q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t_3 - t_4 &= q \frac{\delta_3}{\lambda_3}; \quad t_4 - t_{\infty_2} = \frac{q}{\alpha_2}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Складывая, получим:

$$\begin{aligned} t_{\infty_1} - t_{\infty_2} &= q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2} \right); \\ t_{\infty_1} - t_{\infty_2} &= q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^3 \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right). \end{aligned} \quad (7.10)$$

Из (7.10) записываем выражение для потока теплоты при теплопередаче от горячей жидкости с температурой t_{∞_1} к более холодной с температурой t_{∞_2} .

Имеем

$$q = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/м}^2, \quad (7.11)$$

где $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$ — коэффициент теплопередачи через многослойную (n — число слоев стенки) плоскую стенку,

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}. \quad (7.12)$$

Величина, обратная ($1/k$) коэффициенту теплопередачи, называется **термическим сопротивлением теплопередаче** и обозначается буквой R :

$$R = \frac{1}{k}; R_{\alpha} = \frac{1}{\alpha}; R_{\lambda} = \frac{\delta_i}{\lambda_i}.$$

Подставляя (7.12) в (7.11), будем иметь

$$q = k(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}). \quad (7.13)$$

Если $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \ll \frac{1}{\alpha_1}$ и $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \ll \frac{1}{\alpha_2}$, то можно записать, что

$$k \cong \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}. \quad (7.14)$$

Формула (7.14) используется при условии,

что $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ на порядок меньше большего значения термического сопротивления теплоотдаче (к примеру, $\frac{1}{\alpha_1} < \frac{1}{\alpha_2}$).

Тогда это условие выразится

$$\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \leq 0,1 \frac{1}{\alpha_2}. \quad (7.15)$$

7.1.2. Теплопередача через цилиндрическую стенку

Задача изучения этого вопроса заключается в определении температур на поверхности (наружной, контактирующей с нагреваемым теплоносителем), а также на поверхности, граничащей с теплоносителем, имеющим температуру t_{∞_1} . Кроме того, если стенка многослойная, к примеру, покрыта изоляцией, определению подлежит температура в стыках слоев. И, как всегда, нужно определить величину потока теплоты через цилиндрическую стенку с температурой t_{∞_1} к жидкости с температурой t_{∞_2} (нагреваемая жидкость) (рис. 7.6). Заданными являются температуры $t_{\infty_1} = \text{const}$ и $t_{\infty_2} = \text{const}$, а также α_1 и α_2 .

Обращаясь к рис. 7.5 и 7.6, нужно заметить, что характер распределения (изменения) температуры в слоях различен для плоской и цилиндрической стенок. На это обстоятельство нами обращалось внимание при рассмотрении теплопроводности в самой стенке (слоях стенки). Рассмотрим теплопроводность в отдельном слое цилиндрической стенки.

Температурное поле в цилиндрической стенке ($\frac{dt}{dt} = 0$) описывается уравнением

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0.$$

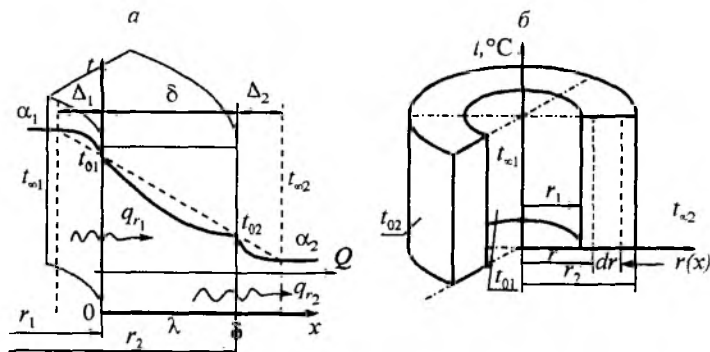


Рис. 7.6. Теплопередача через однослойную цилиндрическую стенку: а — механизм теплопередачи; б — общий вид стенки и буквенные обозначения

Задаемся температурами на поверхностях стенки (граничное условие 1-го рода):

$$\text{при } r = r_1, t = t_{01} \\ \text{и при } r = r_2, t = t_{02}.$$

Находим распределение температуры в стенке (рис. 7.6б). Уравнение $\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0$ (при усло-

$$\text{вии } \frac{dt}{d\tau} = 0) \text{ переписывается } \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = 0.$$

Выполняем двойное интегрирование этого уравнения.

$$\text{Имеем: } r \frac{dt}{dr} = C_1 \text{ и } \frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r}.$$

Соответственно после второго интегрирования

$$t(r) = C_1 \ln r + C_2.$$

Постоянные C_1 и C_2 находим из граничных условий:

$$\text{при } r = r_1, t_{01} = C_1 \ln r_1 + C_2 \text{ (рис. 7.6б)}$$

$$\text{и при } r = r_2, t_{02} = C_1 \ln r_2 + C_2.$$

Окончательно имеем:

$$C_1 = \frac{t_{02} - t_{01}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}; \quad C_2 = t_{02} - \frac{t_{02} - t_{01}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_2;$$

$$C_2 = \frac{t_{01} \ln r_2 - t_{02} \ln r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Выполнив подстановку C_1 и C_2 в общее решение для распределения температуры $t(r) = C_1 \ln r + C_2$, будем иметь окончательное выражение распределения температуры в цилиндрической стенке (аналогичное рассмотрение было нами сделано ранее):

$$t(r) = \frac{t_{02} - t_{01}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r(x) + \frac{t_{01} \ln r_2 + t_{02} \ln r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}; \\ t(r) = \frac{t_{02} \ln \frac{r(x)}{r_1} + t_{01} \ln \frac{r_2}{r(x)}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Как видим, распределение температуры в отдельном слое $\delta = r_2 - r_1$ происходит по логарифмической кривой (рис. 7.6а).

Также видим, что поток теплоты в слое цилиндрической стенки непостоянен $q = f\left(\lambda, \frac{dt}{dr}\right)$ по толщине стенки $\delta = r_2 - r_1$ и убывает к внешней по-

верхности цилиндрического слоя $\left(\frac{dt}{dr} = \frac{1}{r}\right)$, что

объясняется тем, что при $\frac{dt}{d\tau} = 0$ (стационарные условия) общее количество передаваемой теплоты Q , проходящее через участок цилиндрической трубы длиной l и равное $q \cdot F$ ($F = 2\pi r l$), должно быть постоянным ($Q = \text{const}$). Поскольку F возрастает в направлении $r + dr$ ($F_1 = 2\pi r_1 l$; $F_2 = 2\pi r_2 l$), то, естественно, при $F_1 < F_2$ будем иметь:

$$q_{r_1} = \frac{Q}{2\pi r_1 l} \text{ и } q_{r_2} = \frac{Q}{2\pi r_2 l}.$$

Как видим, $q_{r_1} > q_{r_2}$, (поток q убывает при $Q = \text{const}$).

Вновь обратимся к рис. 7.6а. На этом рисунке показан участок трубы высотой h (длина трубы l) и толщиной стенки $\delta = r_2 - r_1$. Требуется записать формулы для определения температур t_{01} и t_{02} (t_{∞_1} и t_{∞_2} — заданы и постоянны во времени). Как уже отмечалось, заданными являются α_1 и α_2 . Кроме температур t_{01} и t_{02} нужно записать выражение для расчета потока теплоты.

Записываем для случая $\frac{dt}{d\tau} = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{l} = q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{\infty_1} - t_{01}); \\ q_l = \frac{2\pi \lambda (t_{01} - t_{02})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{02} - t_{\infty_2}). \end{aligned} \right\} \quad (7.16)$$

Или (7.16) переписываем относительно температурных напоров: $t_{\infty_1} - t_{01}$ и $t_{02} - t_{\infty_2}$:

$$\left. \begin{aligned} t_{\infty_1} - t_{01} = \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{01} - t_{02} = \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{02} - t_{\infty_2} = \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

Переписываем

$$t_{\infty_1} - t_{\infty_2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right). \quad (7.18)$$

Или для многослойной стенки

$$t_{\infty_1} - t_{\infty_2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right),$$

где n — число слоев цилиндрической стенки.

Величину потока теплоты записываем из (7.18):

$$q_l = \frac{\pi(t_{\infty_1} - t_{\infty_2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}; \quad (7.19)$$

$$q_l = k_l \pi (t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт/м,}$$

где k_l — линейный коэффициент теплопередачи (на 1 п. м длины трубы (цилиндрической стенки)),

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/(м·К)}. \quad (7.20)$$

Термическое сопротивление многослойной цилиндрической стенки запишется

$$\frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}},$$

где n — число слоев стенки.

Для многослойной стенки также имеем

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}, \text{ Вт/(м·К)}. \quad (7.21)$$

Определяем температуры стенки t_{01} и t_{02} (рис. 7.6):

$$\begin{aligned} t_{01} &= t_{\infty_1} - \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{02} &= t_{\infty_2} - \frac{q_l}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \right); \\ t_{02} &= t_{\infty_2} + \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \text{ } ^\circ\text{C}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

Достаточно часто наряду с коэффициентом теплопередачи k_F (Вт/(м²·К)) — плоская стенка и k_l (Вт/(м²·К)) — цилиндрическая стенка поток теплоты относят к объему твердых тел, участвующих в теплопередаче. Тогда размерность k_W приобретает вид — (Вт/(м³·К)).

Для плоской и цилиндрической стенок имеем:

— для плоской стенки:

$$k_F = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}; \text{ Вт/(м}^2\text{·К)}; \quad (7.23)$$

$$k_W = \frac{P}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}; \text{ Вт/(м}^3\text{·К)}; \quad (7.24)$$

— для цилиндрической стенки:

$$k_F = \frac{1}{d_{\text{ср}} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right)}, \text{ Вт/(м}^2\text{·К)}; \quad (7.25)$$

$$k_W = \frac{P}{d_{\text{ср}} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right)}, \text{ Вт/(м}^3\text{·К)}. \quad (7.26)$$

Здесь $d_1, d_{\text{ср}}, d_{n+1}$ — соответственно внутренний, средний и наружный диаметры стенки, м;

n — число слоев стенки;

P — площадь поверхности нагрева, приходящаяся на 1 м³ объема.

Уже отмечалось, что при определенных условиях термическим сопротивлением теплопроводности можно пренебречь. Тогда:

$$k = \alpha_2 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right); \quad (7.27)$$

$$k = \alpha_1 \left(1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right); \quad k = \alpha_2 \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

При этом при $\alpha_1 \ll \alpha_2$ коэффициент теплопередачи k не может быть больше меньшего значения коэффициента теплоотдачи α_1 и при $\alpha_2 \rightarrow \infty$ $k \rightarrow \alpha_1$. Поэтому при условии, что $\alpha_1 \neq \alpha_2$, увеличение α_2 не приводит к росту k . **Увеличивать нужно меньшее значение коэффициента теплоотдачи.**

7.1.3. Теплопередача через шаровую стенку

При постановке задачи даны: $d_1 = 2r_1; d_2 = 2r_2; \alpha_1, \alpha_2$, а также t_{∞_1} и t_{∞_2} .

В соответствии с рис. 7.7 можно записать:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1^2 (t_{\infty_1} - t_{01}); \quad Q = \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{01} - t_{02});$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_2^2 (t_{02} - t_{\infty_2}). \quad (7.28)$$

Или, используя (7.28):

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi(t_{\infty_1} - t_{\infty_2})}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2^2}} = \\ &= k\pi(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \end{aligned} \quad \text{Вт}; \quad (7.29)$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2^2}}, \text{ Вт/К}. \quad (7.30)$$

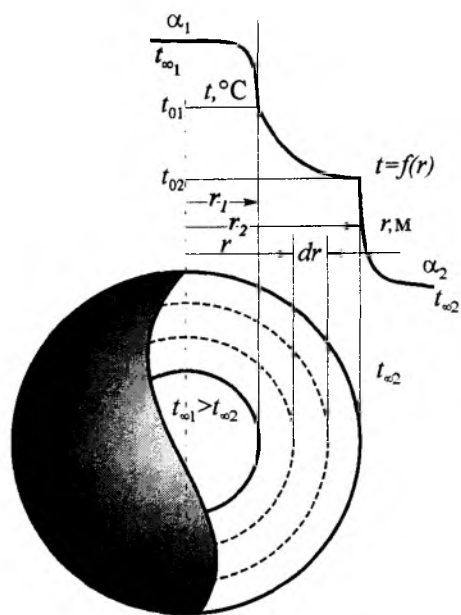


Рис. 7.7. К выводу расчетных формул для однослойной шаровой стенки

Анализируя полученные формулы для термического сопротивления теплопередаче, видим, что если не учитывать термическое сопротивление теплопроводности твердой стенки (к примеру, оно слишком мало и не оказывает существенного влияния на процесс теплопередачи), то для плоской стенки ее термическое сопротивление будет целиком зависеть от $\frac{1}{\alpha_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2}$. Для цилиндрической (трубопроводы, коллекторы для энергоносителей и др.) и шаровой стенок наблюдается совершенно иная картина. Наряду с влиянием на термическое сопротивление теплопередаче коэффициентов α_1 и α_2 серьезное влияние имеют геометрические размеры, в частности, диаметры d_1 и d_2 . Такое влияние описывается для цилиндрической и шаровой стенок соответственно выражениями: $\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} \left(\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2} \right)$ и $\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1^2} \left(\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2^2} \right)$. Это обуславливается тем, что внешняя поверхность ($t_{\infty 1} > t_{\infty 2}$) F_2 больше поверхности внутренней F_1 , а следовательно, изменяя d_1 и d_2 , можно влиять на величину термического сопротивления и, как следствие, изменять в ту или иную сторону величину потока теплоты.

Что касается стенки плоской (у которой $F_1 = F_2$), то увеличение поверхности F_2 , сохраняя величину поверхности F_1 , поток возможно увеличить за счет оребрения (к примеру) поверхности F_2 .

Тогда F_2 будет больше $F_1 \left(\frac{F_2}{F_1} > 1 \right)$, и в итоге можно сказать, что, влияя на геометрические размеры стенок (в конечном итоге на F_1 и F_2), также появляется реальная возможность интенсификации или замедления теплообмена между средами.

7.2. Управление теплопередачей через твердую поверхность

В целом ряде случаев приходится сталкиваться с необходимостью снижения теплопотерь в окружающую среду, возникающих при теплопередаче через стенки сооружений и элементов оборудования (теплофикационные трубопроводы, ограждающие конструкции промышленных огнетехнических установок, гражданских и промышленных зданий и др.). В одних случаях снижение потока в окружающую среду позволяет снизить температуру на поверхности теплотехнологического оборудования до значений, диктуемых требованиями техники безопасности и промышленной санитарии (ТБиПС), в других — обеспечить экономное расходование энергоресурсов, что вызвано требованиями политики энергосбережения и защиты экологической среды обитания (известно, что загрязнение воздушного бассейна и природных источников водоснабжения находится в прямой зависимости от количества потребляемого органического топлива).

Во всех этих случаях на наружную (как правило) поверхность теплообмена, контактирующую с окружающей средой (окружающим атмосферным воздухом), накладывается слой тепловой изоляции, материал которой имеет достаточно низкую теплопроводность. Такое мероприятие создает дополнительное сопротивление для теплопроводности. Дополнительное термическое сопротивление $R_{\lambda} = \frac{1}{\frac{\delta_{\text{изол}}}{\lambda_{\text{изол}}}}$ обычно на порядок

(порядки) превосходит по величине сопротивление основной поверхности (стенка стальной трубы, футеровка нагревательной печи или точки парогенератора и т.п.), через которую наблюдается теплопередача. На рис. 7.8 показан пример устройства такой изоляции теплоотдающей поверхности (стальная труба) с целью существенного сокращения теплопотерь.

Используя хорошее теплоизолирующее покрытие, можно влиять (управлять процессом) на



Теплотрасса Мангейм-Гейдельберг (Германия)

Рис. 7.8. Теплофикационная трасса, смонтированная из предизолированных труб

процесс теплопередачи через твердую поверхность. В ряде случаев такое управление процессом теплопередачи сводится к ее интенсификации (увеличению коэффициента теплопередачи k к тепловоспринимающей среде: газообразной или капельной жидкости).

Интенсификации процессов теплообмена и повышение энергетической эффективности устройств, в которых эти процессы протекают, являются лейтмотивом развития конвективных теплообменных аппаратов. Решение вопросов особенно актуально для газовых теплообменников, для которых характерны низкие тепловые потоки.

Задачи интенсификации теплообмена сводятся к уменьшению габаритов и массы теплообменных устройств или к снижению температурного напора по сравнению с их величиной, которая достигается в данных условиях обычными путями. Если увеличение скорости потока в пределах, допустимых на практике, не обеспечивает получения необходимых габаритов теплообменного уст-

ройства или заданной температуры стенок, то необходима интенсификация теплообмена методами, которые обеспечат уменьшение габаритов при умеренном увеличении суммарных затрат энергии на прокачку теплоносителей через теплообменные аппараты.

Выделяются два направления интенсификации. Одно из них связано с **увеличением теплового потока** без учета **дополнительных затрат энергии**.

Второе направление связано с **увеличением теплового потока** при заданной величине энергии, затрачиваемой на перекачку теплоносителя, т.е. **увеличением эффективности теплоотдачи**. Оно становится особенно важным для стационарно работающих теплообменных аппаратов большой мощности. Теплообменные аппараты, в которых используется выбранный метод интенсификации теплообмена, должны быть пригодны для **серийного производства**, достаточно надежны и эффективны в эксплуатации.

Как известно, при взаимодействии твердой теплопередающей непроницаемой поверхности с омывающим ее потоком образуется пограничный слой, оказывающий основное сопротивление теплопередаче. Причем, чем больше толщина теплового пограничного слоя и чем ниже теплопроводность теплоносителя, тем меньше теплоотдача. Увеличить теплосъем можно разными путями. В первую очередь подбором теплоносителя, поскольку $Nu \sim Pr^n$. Выбрав теплоноситель с учетом его теплофизических свойств, можно рассматривать вопрос интенсификации теплообмена за счет выбора надлежащего гидродинамического режима. Наивыгоднейшим в отношении теплообмена гидродинамическим режимом является турбулентный, или переходный, режим в пограничном слое, но естественное развитие турбулентности начинается при весьма высокой скорости потока, а следовательно, и значительном гидравлическом сопротивлении. Поэтому во многих случаях для интенсификации конвективного теплообмена необходимы либо искусственная турбулизация пограничного слоя, позволяющая перенести процесс теплообмена из ламинарной области в турбулентную, либо уменьшение толщины или разрушение пограничного слоя.

Поскольку $\alpha = f(w^m)$, наибольшего прироста теплоотдачи можно достичь с увеличением скорости теплоносителя, особенно в условиях турбулентного течения. Исследования местной теплоотдачи труб показывают, что с увеличением скорости потока, а соответственно и числа Re , значительно возрастает коэффициент теплоотдачи по периметру трубы. Вместе с тем для достижения больших скоростей потока теплоносителя приходится затрачивать большие количества энергии на его прокачку. Поэтому применяются **искусственные способы интенсификации теплоотдачи**.

Методы интенсификации конвективного теплообмена можно разделить на **пассивные, активные и сложные**.

К **пассивным методам** относятся: применение **оребрённых** и других развитых поверхностей теплообмена **на стороне теплоносителя с низким коэффициентом теплоотдачи**, использование разных турбулизирующих вставок, завихрителей или шероховатых поверхностей теплообмена, **уменьшающих** толщину пограничного слоя либо **разрушающих** его.

Активные методы требуют применения дополнительной внешней энергии. К этим методам от-

носятся: перемешивание или соскребание теплоносителя с поверхности теплообмена механическими средствами; использование вибрации или вращения теплоотдающей поверхности, вследствие чего толщина пограничного слоя уменьшается или значительно увеличивается скорость обтекания поверхности, что ведет к интенсификации теплообмена; озвучивание потока с частотой 1 Гц до частот ультразвука; использование электрического поля, под действием которого в диэлектрическом потоке теплоносителя возникают силы, ускоряющие конвективное движение, отсасывание нагретой жидкости через пористую поверхность, и другие способы.

Сложные методы имеют место при одновременном использовании не менее двух отдельных методов интенсификации конвективного теплообмена, например, в случае применения шероховатых труб со вставками, закручивающими поток, вибрирующих оребрённых труб и т.д. Одним из наиболее эффективных путей интенсификации теплообмена является искусственная турбулизация потока. Турбулизация потока сильно сказывается на теплообмене при ламинарном пограничном слое. Показано, что при поперечном обтекании трубы ее среднюю теплоотдачу можно увеличить до 55 % в основном за счет турбулизации ламинарного пограничного слоя, развивающегося в лобовой части трубы. Вместе с тем с развитием турбулентного пограничного слоя **уменьшается вихревая зона** отрыва и **гидравлическое сопротивление падает**. При турбулентном течении применение прямой турбулизации потока менее выгодно. Например, турбулизатор в трубе в несколько раз сильнее увеличивает перепад давления, чем теплоотдачу, а протяженность зон действия этого турбулизатора **не превышает 10...12 диаметров**. Надежным фактором увеличения теплосъема является подбор оптимальной геометрии и типа теплообменной поверхности. Условия работы теплообменника априори определяют тип поверхности. Так, при больших давлениях наиболее приемлемы круглые трубы, при малых коэффициентах теплоотдачи — различные **оребрённые поверхности** и т.д. Технология обработки алюминия и других металлов дает возможность сконструировать каналы любых форм, и в настоящее время наиболее хорошим примером этого служат **пластинчатые теплообменники**.

Первый шаг к обеспечению наивыгоднейшей работы поверхности аппарата — проектирование его по возможности с наименьшим проходным се-

чением, так как $\alpha \sim \frac{1}{d^{1-m}}$. Уменьшение проходного сечения и дробление тока на малые струйки значительно увеличивают эффективность теплоотдачи.

Также будем иметь в виду, что если коэффициент теплоотдачи одного теплоносителя значительно превышает коэффициент теплоотдачи другого теплоносителя, то **следует использовать оребрение**. В настоящее время разработано много конструкций оребренных труб как с поперечными, так и с продольными ребрами. Эффективными являются ребра, которые дают малое гидравлическое сопротивление.

Также одним из эффективных путей интенсификации теплообмена трубных пучков при поперечном обтекании газовым теплоносителем является ошпоковка поверхности труб. Применяются цилиндрические, конические, параболические и каплеобразные шипы.

Все шире применяются шероховатые трубы. Суть интенсификации заключается в разрушении элементами шероховатости вязкого подслоя при турбулентном движении, а также в повышении неустойчивости пограничного слоя, вследствие чего при прочих равных условиях переход из ламинарного течения в турбулентное на шероховатой поверхности наступает при меньшем числе Re , чем на гладкой. Это весьма важно для жидкостей с числом $P_r > 1$, когда основное сопротивление сосредоточено в вязком подслое. Тогда шероховатость малой величины разрушает тепловое сопротивление и образование небольших застойных вихревых зон незначительно сказывается на гидравлическом сопротивлении.

Представленные в главе 9 книги А.А. Жукаускаса¹ результаты экспериментов и расчетов показывают, что при турбулентном пограничном слое для жидкостей с числом $P_r > 5$ наиболее целесообразно использовать специально подобранную шероховатость высотой, соответствующей переходному режиму, при котором элементы шероховатости частично выступают из вязкого подслоя. Теплоотдача шероховатых поверхностей рассмотрена в главе 9, пучков труб — в главе 13, а каналов — в главе 17 книги А.А. Жукаускаса. Показано, что так как ламинарный пограничный слой на поверхности гладкой трубы существует в ее лобовой час-

ти, а шероховатость, как отмечалось выше, может вызвать переход в турбулентный режим течения, то наибольшей интенсификации теплоотдачи можно достичь путем нанесения шероховатости на лобовую часть трубы.

Целесообразность широкого применения специальных устройств, вызывающих вибрацию поверхностей теплообмена в промышленных теплообменниках, в случае вынужденной конвекции маловероятна, так как получаемая интенсификация теплообмена не окупает затраты используемой энергии. Исследовано влияние вынужденных вибраций на местную и среднюю теплоотдачу трубы, поперечно-обтекаемой потоком воды, в интервале Re от 10^4 до $2 \cdot 10^5$ при изменении частоты вибраций трубы от 0 до 20 Гц, относительной амплитуды A/d от 0,02 до 0,075 и амплитудного значения виброскорости $u_a = 2\pi Af$ (A и f — амплитуда и частота колебаний трубы соответственно) от 0 до 0,24 м/с. Колебания трубы возбуждались поперек потока, и виброскорость была направлена перпендикулярно потоку. Показано, что увеличение местной теплоотдачи с виброскоростью в основном происходит в области угла φ от 40 до 140° и достигает 30 % при $Re_a = 8 \cdot 10^3$. С достижением $Re > 10^5$ в исследованном интервале вибрационного числа Рейнольдса ($Re_a = \frac{u_a d}{\nu}$) влияния колебаний на теплообмен не обнаружено¹.

Среднюю теплоотдачу от поперечно-обтекаемой вибрирующей трубы можно обобщить формулой, заменив число Re приведенным числом Рейнольдса ($Re_s = \sqrt{Re_f^2 + Re_a^2}$) в степени 0,72. Увеличение показателя степени при числе Re от 0,6 при стационарно установленной трубе до 0,72 при колеблющейся трубе объясняется в основном влиянием колебательного движения трубы.

Влияние на теплообмен трубы и пластины ультразвуковых волн частотой 27...697 кГц, перпендикулярных потоку, при вынужденной конвекции экспериментально исследовалось в работе¹. Скорость потока воды или масла изменялась от 0,07 до 1,0 м/с. Максимальное увеличение теплоотдачи, достигавшее 80 %, было получено на тонкой пластине в условиях стоячих волн, где с увеличением интенсивности ультразвука те-

¹ Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: «Наука», 1982.

¹ Жукаускас А.А., Шланчяускас А.А., Яронис Э.П. Исследование влияния ультразвуковых волн на теплообмен тел в жидкостях. — Инженерно-физический журнал, 1961, т. 4, № 1, с 58 — 62.

плообмен повышается, а с ростом скорости потока при той же интенсивности ее влияние падает. Анализ результатов, полученных при частоте 697 кГц, показал, что теплообмен улучшается вследствие турбулизирующего действия микротечений у поверхности теплообмена. С увеличением скорости потока турбулизирующее действие поля ультразвуковых волн становится незначительным по сравнению с турбулизирующим действием самого потока. Поэтому применение ультразвука для интенсификации конвективного теплообмена имеет смысл только при низких скоростях потока.

Возможны и другие методы интенсификации теплообменных процессов и повышения общей эффективности теплообменных аппаратов. Так, в качестве конвективных тепловоспринимающих поверхностей парогенераторов часто применяются мембраны поверхности. С применением мембранных поверхностей уменьшаются капитальные и эксплуатационные расходы по сравнению с гладкотрубными пучками. Поскольку отсутствуют дистанционирующие элементы, можно сократить поперечный шаг мембранных пучков, увеличив этим скорость потока в пучке и интенсивность теплообмена. Для интенсификации теплообмена в аппаратах с мембранной поверхностью применяются различные виды проставок между трубами: сегментные, z-образные, гофрированные и т.д. В системах вентиляции и кондиционирования воздуха, в радиаторах автомобилей, в разных отраслях промышленности применяются трубчато-пластинчатые и пластинчатые теплообменники.

В главе 7 книги авторами рассмотрен только пассивный метод интенсификации теплопередачи через твердую поверхность, разделяющую жидкости, путем применения оребрения. Характерным примером пассивного метода интенсификации теплопередачи от жидкости к жидкости через твердую стенку может служить ее оребрение (рис. 7.9). На рис. 7.9 изображен радиатор большегрузного автомобиля мощностью 220...380 кВт.

7.2.1. Общие сведения

Записав формулы для расчета теплопередачи через поверхность, разделяющую жидкости, по обеим ее сторонам (соответственно (7.12) и (7.14) — для плоской поверхности, (7.20) и (7.21) — для поверхности, образованной цилиндром, и (7.30) — для теплопередачи через шаровую поверхность) и помня, что потоки теплоты зависят от площади этой поверхности (см. формулы для цилиндра и шара),

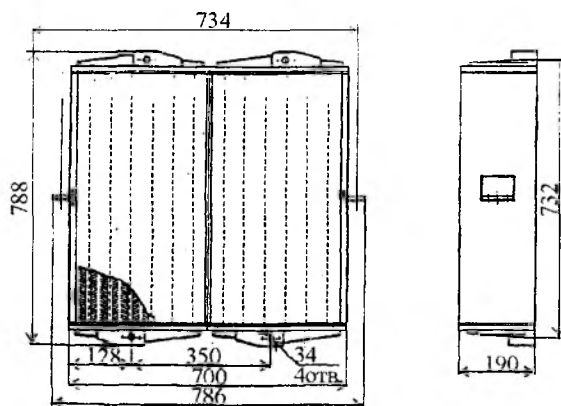
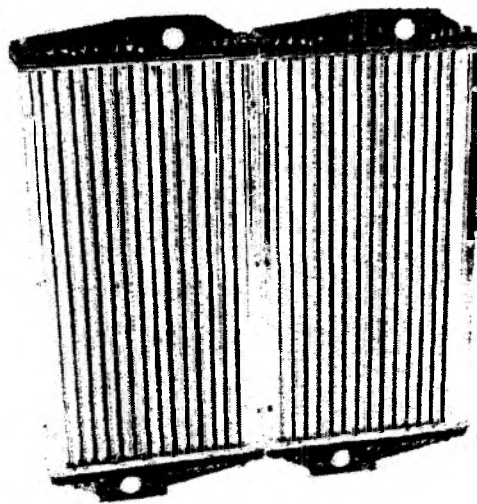


Рис. 7.9. Пример оребрения поверхности теплообмена

Технические характеристики радиатора

Тип радиатора	водовоздушный
Теплоотдача при массовой скорости воздуха $\rho v_{air} = 14 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$ и при расходе жидкости $G_w = 350 \text{ л/мин}$	220 кВт
Аэродинамическое сопротивление при массовой скорости воздуха:	
$\rho v_{air} = 8 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$	450 Па
$\rho v_{air} = 12 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$	820 Па
$\rho v_{air} = 14 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$	1060 Па
Гидравлическое сопротивление при расходе жидкости:	
$G_w = 8 \text{ м}^3/\text{час}$	4,0 кПа
$G_w = 12 \text{ м}^3/\text{час}$	8,0 кПа
$G_w = 21 \text{ м}^3/\text{час}$	16,2 кПа

рассмотрим пассивные методы управления теплопередачей, заключающиеся как в ее ограничении, так и в интенсификации.

До такого рассмотрения нам нужно установить факторы, ограничивающие либо ускоряющие (интенсифицирующие) теплопередачу (пассивное влияние), а также наметить пути воздействия на их числовое значение.

Нами несколько ранее получены выражения:

$$k = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (\text{формула (7.14)});$$

$$k_F = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} F_1 + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} \quad (\text{формула (7.23)})$$

и

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1^2} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2^2}} \quad (\text{формула (7.30)}).$$

В этих выражениях α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи по обе стороны разделяющей жидкости поверхности. В записанных выше формулах отсутствует термическое сопротивление разделяющей стенки (поверхности), что сделано для упрощения анализа и предположения о том, что сама разделяющая стенка обладает малым термическим сопротивлением R_λ в сравнении с R_{α_1} и R_{α_2} (сопротивления теплоотдачи).

Полагая, что в (7.14) $\alpha_1 \neq \alpha_2$ и $\alpha_1 < \alpha_2$, введем в выражение $k = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$ обозначения:

$$\alpha_1 = \alpha_{\min} \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \alpha_{\max}.$$

Выражение (7.14) переписывается

$$k = \frac{\alpha_{\min} \cdot \alpha_{\max}}{\alpha_{\min} + \alpha_{\max}}. \quad (7.31)$$

Рассмотрим формулу (7.31) как объект анализа пассивного управления теплопередачей.

С этой целью рассмотрим числовой пример, приняв его за тестовый в нашем анализе и положив, что $\alpha_1 = 2$ и $\alpha_2 = 20$ ($\alpha_{\max} = 20$ и $\alpha_{\min} = 2$).

Тогда тестовое значение коэффициента теплопередачи (обозначим его через k_0) запишется

$$k_0 = \frac{2 \cdot 20}{2 + 20} = 1,8.$$

С тестовым значением k_0 будем сопоставлять результат анализа.

Выполняем анализ со стороны минимального коэффициента теплоотдачи $\alpha_{\min} = 2$. Интенсифицируем процесс со стороны α_{\min} , задаваясь:

$$\alpha_{\min} = 10; 100 \text{ и } 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}),$$

$$\alpha_{\max} = 20 = \text{const}.$$

Имеем:

$$k_{\alpha_{\min 10}} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6,6;$$

$$k_{\alpha_{\min 100}} = \frac{100 \cdot 20}{100 + 20} = 16,6;$$

$$k_{\alpha_{\min 1000}} = \frac{1000 \cdot 20}{1000 + 20} = 19,6.$$

Как видим, увеличивая α_{\min} (интенсифицируя теплообмен), мы приближаем величину k к α_{\max} . Однако и такая интенсификация подчиняется условию (в обязательном порядке)

$$k_{\alpha_{\min}} < \alpha_{\max}.$$

Теперь интенсифицируем процесс теплопередачи путем увеличения α_{\max} , задавая $\alpha_{\max} = 100; 1000 \text{ и } 10\,000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Имеем ($\alpha_{\min} = 2 = \text{const}$):

$$k_{\alpha_{\max 100}} = \frac{2 \cdot 100}{2 + 100} = 1,96 \quad (1,96 > k_0, \text{ но } 1,96 < \alpha_{\min});$$

$$k_{\alpha_{\max 1000}} = \frac{2 \cdot 1000}{2 + 1000} = 1,996 \quad (1,996 > k_0, \text{ но } 1,996 < \alpha_{\min});$$

$$k_{\alpha_{\max 10000}} = \frac{2 \cdot 10000}{2 + 10000} = 1,999 \quad (1,999 > k_0, \text{ но } 1,999 < \alpha_{\min}).$$

Сравнивая результаты анализа, устанавливающие влияние роста α_{\max} на коэффициент теплопередачи, видим, что во всех случаях увеличения α_{\max} будем иметь

$$k < \alpha_{\min} \quad (\alpha_{\min} = 2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})).$$

Влияя же на α_{\min} , будем иметь

$$\alpha_{\min} < k < \alpha_{\max}.$$

В итоге нетрудно сделать заключение, что управлять теплопередачей (интенсифицировать процесс теплопередачи) можно, увеличивая (уменьшая) меньшее значение коэффициента теплоотдачи (α_{\min}).

Обращаясь к уже рассмотренным нами материалам (см. формулы (7.20), (7.21) и (7.30)), видим, что коэффициент теплопередачи k в значительной степени зависит от площади разделяющей поверхности как со стороны α_1 , так и со стороны α_2 . Но выполненный нами анализ, касающийся

интенсификации теплообмена, дает основание сделать заключение о том, что **увеличивать (развивать) разделяющую жидкости поверхность нужно со стороны меньшего значения коэффициента теплоотдачи α_{\min}** .

Выполнив приведенный выше анализ и установив пути воздействия на поток теплоты с целью его ограничения или интенсификации, можно приступить к рассмотрению вопросов, связанных с нанесением на поверхность раздела жидкостей тепловой изоляции и ее обрешечением (воздействия, связанные с развитием теплоотдающей поверхности).

7.2.2. Тепловая изоляция теплоотдающей поверхности

Влиять на теплопередачу можно путем наложения тепловой изоляции на холодную теплоотдающую поверхность стенки. Сегодня широко используются предизолированные поверхности, когда изоляция наносится на поверхность в заводских условиях. Затем изолированные поверхности (предизолированные) поступают на монтажные площадки. Предварительная изоляция (предизолированная труба, к примеру теплофикационная, рис. 7.10) выполняется из очень качественного изоляционного материала. Обычно это полиуретан (пенополиуретан), обладающий малым значением коэффициента теплопроводности.

Налагая тепловую изоляцию, мы увеличиваем термическое сопротивление теплопроводности, но снижаем при этом термическое сопротивление теплоотдачи со стороны α_2 ($\alpha_2 < \alpha_1$):

$$R_{\alpha_2} = \frac{1}{d_2 \alpha_2} \text{ и } R_{\alpha_1} = \frac{1}{d_1 \alpha_1}. \quad (7.32)$$

Как видно из (7.32), с ростом F_2 увеличивается и d_2 , а R_{α_2} снижается. Но с ростом F_2 увеличивается количество теплоты, отводимое с этой поверхности:

$$Q_{\alpha_2} = F_2 q_{\alpha_2}.$$

Как видим, **наложение на стенку тепловой изоляции снижает поток теплоты (теплотери) в окружающую среду, но до определенного предела, а именно до тех пор, пока остается справедливым соотношение**

$$R_{\alpha_2} \leq R_{\alpha_2}^{\text{кр}}, \quad (7.33)$$

где $R_{\alpha_2}^{\text{кр}}$ — **критическое термическое сопротивление** теплоотдаче со стороны α_2 .

Соблюдение (7.33) обязывает всегда **рассчитывать толщину слоя налагаемой изоля-**

ции. Учитывая последнее обстоятельство, снижения теплопотерь в последнее десятилетие добиваются за **счет качества тепловой изоляции** (снижение коэффициента теплопроводности λ), используя **новые эффективные теплоизоляционные материалы**.

Сегодня роль тепловой изоляции трудно переоценить. Налагая теплоизоляцию, удается вдвое и более сократить тепловые потери, что положительно сказывается на топливно-энергетическом балансе промышленного предприятия и в конечном итоге республики.

Ниже в качестве наглядных примеров рассмотрим случаи использования тепловой изоляции, предотвращающей повышенные теплопотери промышленным оборудованием и гражданскими сооружениями (рис. 7.8...7.11).

На рис. 7.11 показана когенерационная¹ газопоршневая установка для обеспечения горячей водой ($t_{г.в} = 90^\circ\text{C}$) жилых зданий. Установка (рис. 7.11) подбирается под теплофикационную нагрузку 950 кВт при $t_{г.в} = 90^\circ\text{C}$. При этой нагрузке мощность электрогенератора (электрическая мощность) составляет 790 кВт. Выхлоп продуктов сгорания газообразного топлива направляется по специальной трубе в теплофикационный теплообменник, в котором вода нагревается до температуры 90°C . При этом выхлопная труба (она видна на рисунке) и сам теплообменник покрываются тепловой изоляцией для ликвидации необоснованных потерь энергии. В пределах установки газопоршневого двигателя трубы помимо наложения тепловой изоляции снаружи покрыты терморadiационным экраном (один слой) из алюминиевого листа, что существенно снижает лучистый поток в окружающую среду.

Полагая, что степень черноты (приведенная) алюминиевого покрытия (оно видно на рис. 7.11) на уровне 0,09 ($\varepsilon_{\text{экp}}^{\text{ал}} = 0,09$), а окружающей среды $\varepsilon_{\text{о.с}} = 0,85$, будем иметь

$$\frac{q_{\text{экp}}^{\text{ал}}}{q} = 0,5 \frac{0,09 C_0}{0,85 C_0} = 0,5 \frac{0,09}{0,85} = 0,05.$$

Как видим, при наличии экранирования труб (рис. 7.11) теплоотдача излучением от его поверхности в окружающую среду сокращается в данном случае в 50 раз (это, конечно, условно).

¹ Когенерация — использование тепловых двигателей внутреннего сгорания для комбинированного (когенерационного) производства энергии.

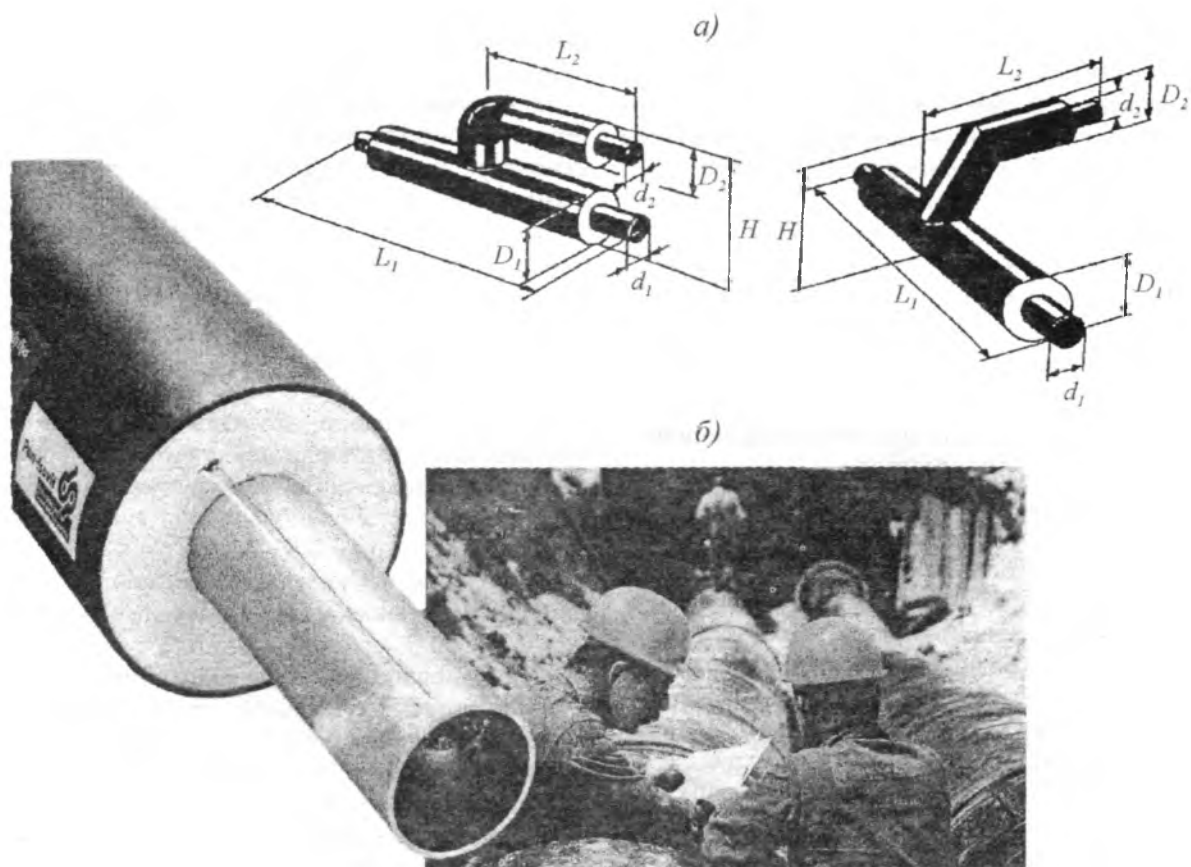


Рис. 7.10. Предызолированный теплофикационный трубопровод: а – разновидности предызолированных труб; б – монтаж трубы в грунт

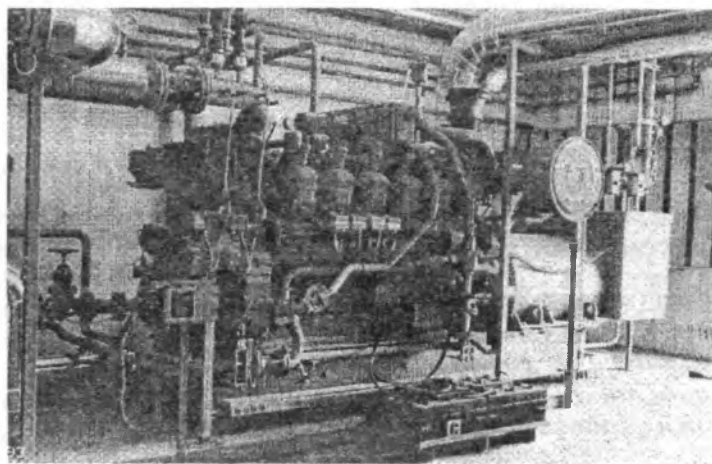


Рис. 7.11. Газопоршневая установка (двигатель) контейнерного типа мощностью 790 кВт, обеспечивающая подогрев сетевой воды до 90 °С (производительность тепловая 950 кВт)

Автоматизированный теплослужбный пункт жилого здания приведен на рис. 7.12. На этом рисунке показано множество труб, которые нагревают помещение теплослужбного пункта до температуры, близкой к $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, что делает работу в таком помещении затруднительной. В этом случае все трубы также покрывают тепловой изоляцией. При этом температура в помещении снижается до $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Рассматривая этот рисунок, мы видим, что здесь теплоизоляция не имеет терморрадиационного экрана.

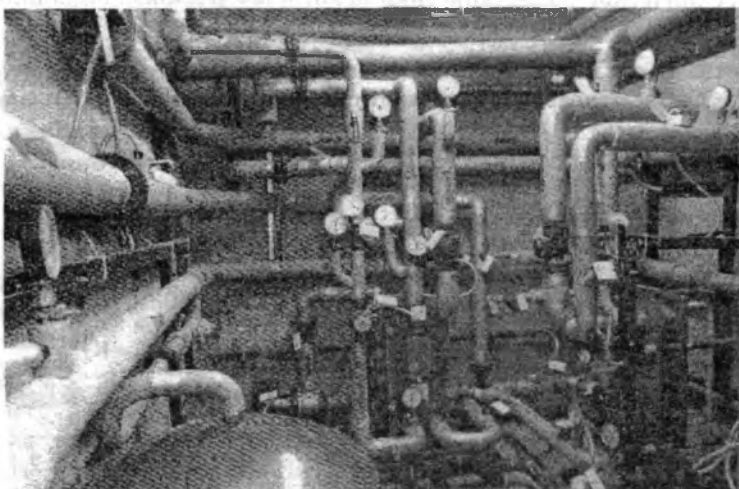


Рис. 7.12. Автоматизированный теплослужбный пункт в жилом здании

Снижение теплопотерь стеновой конструкцией (рис. 7.13) жилого здания обычно достигается применением очень качественных теплоизоляционных материалов. В последние годы здания, сооруженные ранее, вновь теплоизолируются путем нанесения хорошей теплоизоляции на наружную (холодную) сторону стеновых конструкций. При использовании пенополиуретановой изоляции теплопотери снижаются на $30\text{--}150\%$, что сказывается на себестоимости отопления жилых зданий, снижая ее.

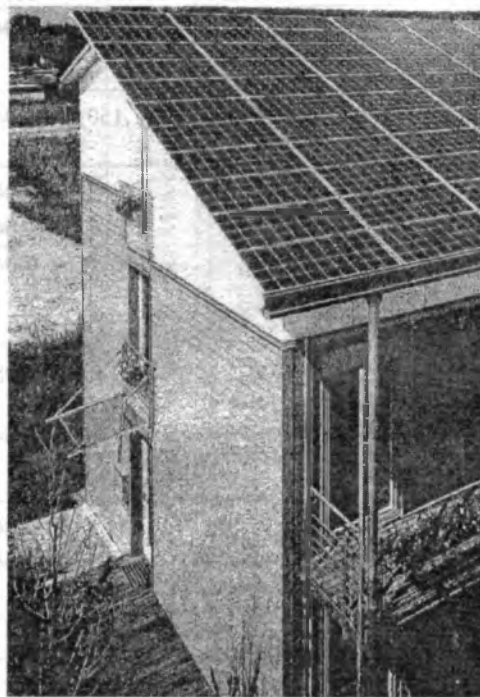


Рис. 7.13. Теплоизолированная торцевая стеновая конструкция жилого здания

Наиболее яркий пример теплоизоляции с целью снижения тепловых потерь дан на рис. 7.10 и 7.14. На трубопровод с горячим теплоносителем в заводских условиях (предызоляция) наносится изоляция из пенополиуретана. Поверх изоляции сооружается плотный водостойкий терморрадиационный экран. Такие предызолированные трубы имеют малые теплопотери, а терморрадиационный экран (плотная оболочка) также предотвращает их химическую коррозию (от воздуха).

7.2.3. Тепловая изоляция

Технические характеристики некоторых теплоизоляционных материалов приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Технические характеристики теплоизоляционных изделий, допускаемых к применению (по нормам) в качестве основного слоя изоляции для трубопроводов тепловых сетей при воздушной прокладке¹

Наименование	ГОСТ или ТУ	Условные проходы труб D_y , мм	Расчетная плотность в конструкции ρ_g , кг/м ³	Расчетная теплопроводность в конструкции		Максимальная температура применения t_{\max} , °С	Основные размеры, мм		
				при λ_c , Вт/(м·К)	температурный коэффициент $\beta \cdot 10^4$		толщина δ	длина l	ширина b (или внутренний диаметр $d_{\text{вн}}$)
Цилиндры, полуцилиндры из минеральной ваты на синтетическом связующем	ГОСТ 23208-83	25...200	100	0,049	2,1	400	40...80	500...1500	25...219
			150	0,051	2,0				
			200	0,053	1,9				
Плиты мягкие из минеральной ваты на синтетическом связующем	ГОСТ 9573-82	100...450	55...75	0,040	2,9	400	60...100	1000	500 и 1000
			76...115	0,043	2,2				
То же плиты полужесткие	ГОСТ 9573-82	500...1400	90...150	0,044	2,1	400	50...80	1000	500 и 1000
Маты минераловатные прошивные в обкладке из металлической сетки или стеклоткани	ГОСТ 21880-86	200...1400	90	0,043	2,2	400* (без обкладки 440)	40...120	1000...2500	500...2500
			120	0,045	2,1				
			150	0,049	2,0				
Маты минераловатные прошивные марки ВФ-75 на металлической сетке	ТУ 21-24-51-73	200...1400	100	0,037	2,0	300*	50 и 100	3000 и 5000	500 и 1000
Маты из стеклянного штапельного волокна на синтетическом связующем марок МТ-35 и МТ-50	ГОСТ 10499-78	500...400	60	0,040	3,0	180	30...80	1000...13000	500...1500
			80	0,042	2,8				
То же плиты полужесткие марок ППТ-50 и ППТ-75	ГОСТ 10499-78	500...1400	60	0,042	3,5	180	50...70	1000	500...1500
			90	0,044	2,3				

¹ Соколов Е.Я. Теплофикация и тепловые сети: Учебник для вузов, изд. 7-е, стереот. — М.: Издательство МЭИ, 2001.

Наименование	ГОСТ или ТУ	Условные проходы труб D_y , мм	Расчетная плотность в конструк- ции ρ_c , кг/м ³	Расчетная теплопроводность в конструкции		Максималь- ная температура применения t_{\max} , °С	Основные размеры, мм		
				при λ_c^0 , Вт/(м·К)	темпера- турный коэф- фициент $\beta \cdot 10^4$		толщина δ	длина l	ширина b (или внутренний диаметр $d_{\text{вн}}$)
Полуцилиндры из пенопласта марки ФРП-1	ГОСТ 22546-77	40...205	65...85 86...110	0,041	2,3	130	30...60	1000 и 1500	(47... 275)
				0,043	1,9	150			
Сегменты из пе- нопласта марки ФРП-1	ГОСТ 22546-77	300... 1000	65...85 86...110	0,041	2,3	130	30...80	1000 и 1500	(327... 1023)
				0,043	1,9	150			
Полуцилиндры совелитовые	ГОСТ 6788-74	50...150	350	0,075	1,5	440	40...80	250 и 500	(57... 159)
			400	0,078	1,5				
Сегменты совсли- товые	ГОСТ 6788-74	200...400	350	0,075	1,5	440	50...80	250 и 500	(219... 426)
			400	0,078	1,5				
Полуцилиндры вулканитовые	ГОСТ 10179-74	50...250	300	0,074	1,5	440	40...80	500	(57... 273)
			350	0,079	1,5				
			400	0,084	1,5				
Сегменты вулка- нитовые	ГОСТ 10179-74	200...400	300	0,074	1,5	440	50...80	500	(325... 426)
			350	0,079	1,5				
			400	0,084	1,5				
Полуцилиндры известково-крем- пеземистые	ГОСТ 24748-81	100...250	200	0,069	1,5	440	70...120	1000	(112... 280)
			225	0,071	1,5				
Сегменты извест- ково-кремпезе- мистые	ГОСТ 24748-81	250... 1000	200	0,069	1,5	440	50...150	1000	(252... 994)
			225	0,071	1,5				
Шнур из мине- ральной ваты в оплетке из стек- логлани	ТУ 36-1695-79	25...100	200	0,059	1,9	400	30...90	10000... 15000	—
			225	0,058	1,9				
Ровинг (жгут) из стеклянных ни- тей	ГОСТ 17139-79	25...50	200...250	0,047	2,3	440	—	—	—

Примечания: Значения теплопроводности λ_c , Вт/(м·К), при заданных средних температурах $t_{\text{ср}}$ и табличных значениях λ_0 и $\beta_i \cdot 10^4$ Вт/(м·К²) подсчитываются по формуле $\lambda_c = \lambda_0 + \beta_i(t_{\text{ср}} - t_{\text{нз}}^{\text{нз}})$ при $t_{\text{нз}}^{\text{нз}} = 0$ °С и соответствуют отсутствию влаги в изделиях.

Максимальная температура применения t_{\max} , °С, указана по нормам и соответствует области действия норм (не выше 440 °С). Изделия, отмеченные индексом *, при t_{\max} могут применяться также при более высоких температурах.

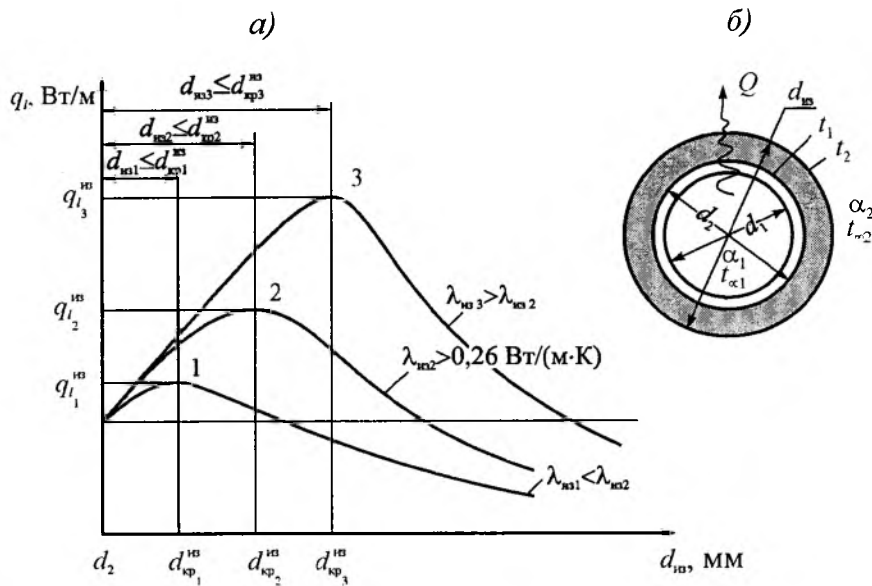


Рис. 7.11. Эффективность тепловой изоляции: 1...3 — для различных значений λ_{ni} ; а — график $q_i = f(d_{in}; \lambda_{ni})$; б — схема трубопровода

Для термического сопротивления трубы (рис. 7.14) можно записать

$$\frac{1}{k_i} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{ni3}} \ln \frac{d_{ni3}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \quad (7.34)$$

где k_i — линейный коэффициент теплопередачи, Вт/(м·К).

Из (7.34) видно, что при увеличении толщины изоляции предпоследний член этого уравнения будет увеличиваться, отражая рост внутреннего термического сопротивления, а последний — уменьшаться, характеризуя снижение внешнего термического сопротивления. Выявим экстремум

$\frac{1}{k_i} = f(d_{ni3})$ в предположении, что коэффициент

α_2 не зависит от d_{ni3} . Приравниваем нулю первую производную общего термического сопротивления по d_{ni3} :

$$\left(\frac{1}{k_i} \right)' = \frac{1}{2\lambda_{ni3} d_{ni3}} - \frac{1}{\alpha_2 d_{ni3}^2} = 0.$$

Отсюда **критический диаметр изоляции**, отвечающий экстремуму, определяется формулой

$$d_{ni3\text{кр}} = \frac{2\lambda_{ni3}}{\alpha_2}. \quad (7.35)$$

Или

$$\frac{d_{ni3\text{кр}} \cdot \alpha_2}{\lambda_{ni3}} = 2, \quad (7.36)$$

где α_2 — коэффициент теплоотдачи от поверхности изоляции с температурой t_2 к жидкости с температурой t_{α_2} .

На рис. 7.14 выполнено сравнение эффективности теплоизоляционного покрытия цилиндрического трубопровода ($\frac{d_2}{d_1}$) различными сортами изоляционного материала (λ_{ni1} , λ_{ni2} и λ_{ni3}). Кривые распределения теплового потока q_i в слое изоляции отмечены цифрами 1, 2 и 3. Во всех случаях тепловые графики $q_i = f(d_{in})$ имеют участок (рис. 7.14), на котором по известным нам причинам поток теплоты q_i возрастает. Из графиков (линии 1...3) видно, что темп изменения (роста) q_i зависит от коэффициента теплопроводности изоляционного материала λ_{ni} . Этот темп фиксирует $d_{ni3\text{кр}}$. Как видим, $d_{ni3\text{кр}}$ велик. Используя некачественную изоляцию ($\lambda_{ni2} > \lambda_{ni1}$ и $\lambda_{ni3} > \lambda_{ni1}$), величина критического слоя изоляции $d_{ni3\text{кр}}$ возрастает с возрастанием теплопотерь.

Затем (рис. 7.14) поток теплоты (при увеличении слоя изоляции $\delta_{ni3} > \delta_{ni3\text{кр}}$) начинает убывать. Продолжаем увеличивать слой изоляции. При этом поток q_i снижается и становится равным потоку теплоты с поверхности неизолированной (голой) трубы $q_i^{\text{г.тр}}$ (см. линии 1, 2 и 3). Продолжаем увеличивать слой изоляции после достижения $q_i^{\text{г.тр}}$, и q_1 , q_2 и q_3 начинают монотонно убывать. Теперь уже

$$q_i^{\text{г.тр}} > q_i.$$

Как видим, при использовании качественной изоляции λ_{ni1} (в данном случае она отвечает своему минимуму) участок d_{ni1} , d_{ni2} , d_{ni3} сокращается,

что связано с материальными затратами на сооружение изоляционного покрытия. Также при хорошей (качественной) изоляции тепловые потери (при всех прочих равных условиях) сокращаются в большей мере (см. кривые 1, 2 и 3). На графике 2 (рис. 7.14) теплопроводность материала $\lambda_{из2}$ принята за тестовую ($\lambda_{из2} = 0,26 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$). Тогда для сравнения

$$\lambda_{из1} < \lambda_{из2} \quad \text{и} \quad \lambda_{из3} > \lambda_{из2}.$$

Для расчета тепловой изоляции (рис. 7.13) применяются обычные формулы теплопередачи, которые были рассмотрены нами ранее; все сказанное там относительно их упрощений полностью сохраняет силу и здесь. При расчете изоляции нужно придерживаться следующего порядка. Сначала устанавливаются допустимые тепловые потери объекта при наличии изоляции. Эти потери определяются исходя из технических условий осуществления технологического процесса, соблюдения санитарных условий труда или экономии топлива.

Затем выбирают сорт изоляции и, задавшись температурой на ее поверхности (t_2), определяют среднюю температуру последней $t_{из}$, по которой находится соответствующее значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{из}$. При расчете изоляции термическим сопротивлением теплоотдачи от горячей жидкости к стенке и самой стенки можно пренебречь. Тогда температуру изолируемой поверхности t_1 можно принять равной температуре горячей жидкости $t_{ж}$. Зная температуры на поверхности изоляции и под ней, а также коэффициент теплопроводности, определяется требуемая толщина изоляции $\delta_{из}$. После этого проводится проверочный расчет и находятся значения средней температуры изоляционного слоя и температуры на поверхности. Если последние от предварительно принятого значения отличаются существенно, то весь расчет повторяют снова, задавшись новой температурой на поверхности изоляции. И так до тех пор, пока расхождение температур не будет в допустимых пределах.

При расчетах трубопроводов, находящихся в закрытых помещениях, при температуре $t_2 = 0...150 \text{ }^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи в окружающую среду α_2 можно определять по приближенной формуле $\alpha_2 = 8,4 + 0,06(t_2 - t_{\infty 2})$ (см. рис. 7.13б). (7.37)

Формулой учитываются и конвекция, и лучеиспускание (при $C \cong 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}^4)$).

Для плоских стенок толщина изоляции получается непосредственно, а для трубопроводов, че-

рез $d_{из}$ или отношение $\frac{d_{из}}{d_2}$, где d_2 — диаметр голого и $d_{из}$ — изолированного трубопроводов. В последнем случае расчет усложняется тем, что диаметр $d_{из}$ (а следовательно, и толщина изоляции) в расчетное уравнение входит не только в формуле $\ln \frac{d_{из}}{d_2}$, но и в виде члена $\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{из}}$. Это затруднение обычно обходят, задаваясь температурой на поверхности изоляции, тогда второй член из уравнения исключается.

Вообще говоря, влияние члена $\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{из}}$ относительно невелико, поэтому если задана температура окружающей среды $t_{\infty 2}$, то при вычислении члена $\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{из}}$ значением $d_{из}$ можно задаться. Здесь ошибка в 10 % почти не сказывается на конечном результате. Погрешность получается меньше 1 %.

Для упрощения вычислений при расчете изоляции трубопроводов можно пользоваться специальными таблицами, например Грюнцвейга. По этим таблицам Н.Н. Михеева¹ составила формулу, которая позволяет определить толщину изоляции трубопроводов с точностью до 3...5 % при теплоотдаче в условиях свободной конвекции и температуре окружающей среды $t_{\infty 2} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Эта формула имеет вид

$$\delta_{из} = 2,75 \frac{d_2^{1,2} \cdot \lambda_{из}^{1,35} \cdot t_1^{1,73}}{q_1^{1,5}}, \quad (7.38)$$

где $\delta_{из}$ — толщина изоляции, мм;

d_2 — диаметр голого трубопровода, мм (см. рис. 7.14);

t_1 — его температура (на диаметре d_2), $^\circ\text{C}$;

$\lambda_{из}$ — коэффициент теплопроводности изоляции, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$;

q_1 — тепловые потери с 1 п.м трубопровода, $\text{Вт}/\text{м}$.

7.2.4. Теплопередача через ребристую стенку

Оребрение поверхности, разделяющей жидкости, между которыми происходит теплообмен, относится к **пассивным методам интенсификации теплопередачи. Метод интенсификации теплообмена путем оребрения теплоотдающей поверхности широко**

¹ Михеева Н.Н. Практические расчеты тепловой изоляции. — М.: Оргэнерго, 1939; Моделирование тепловых процессов в твердых телах, кандидатская диссертация, ЭНИН Академии наук СССР, 1943.

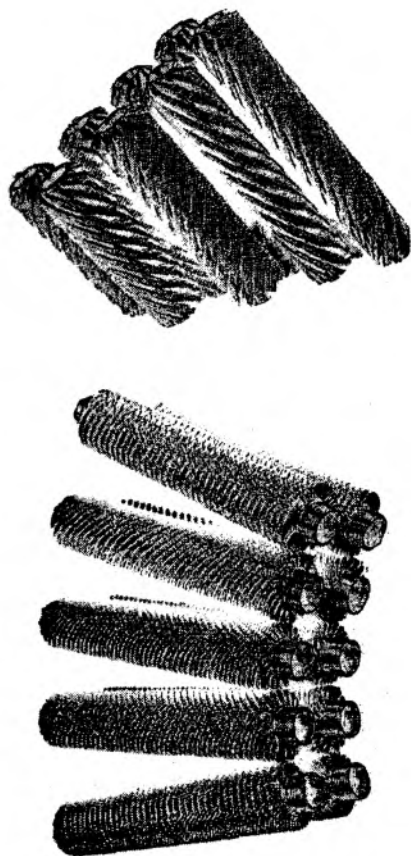


Рис. 7.15. Общий вид цилиндрической оребренной поверхности теплообмена

распространен, так как позволяет создавать компактные и высокоэффективные теплообменные аппараты.

С классическими примерами таких высокоэффективных поверхностей теплообмена можно встретиться в технологиях химической и криогенной, авиационно-космической промышленности, электрических аппаратах, ядерных реакторах, устройствах прямого преобразования энергии др.

Некоторые типы компактных поверхностей теплообмена показаны на рис. 7.15...7.18. **Компактность поверхности теплообмена характеризуется поверхностью F в единице объема V ($F/V \text{ м}^2/\text{м}^3$).** В настоящее время имеются теплообменники, содержащие более $4100 \text{ м}^2/\text{м}^3$. В обычных же теплообменниках, собранных из труб диаметром 12...28 мм, отношение F/V составляет 65...1300 $\text{м}^2/\text{м}^3$. Как видно из рис. 7.15...7.18, многие теплообменники монтируются и собираются из оребренных труб, пластин.

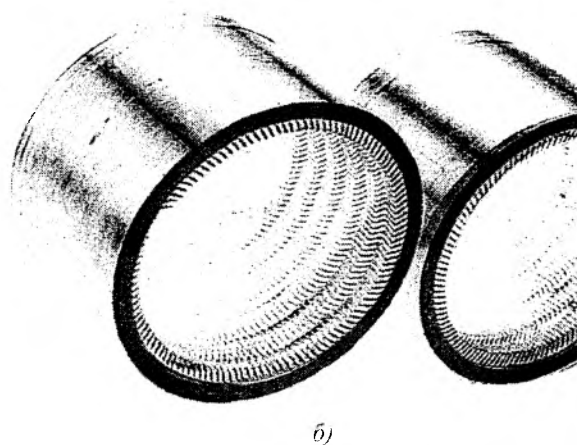
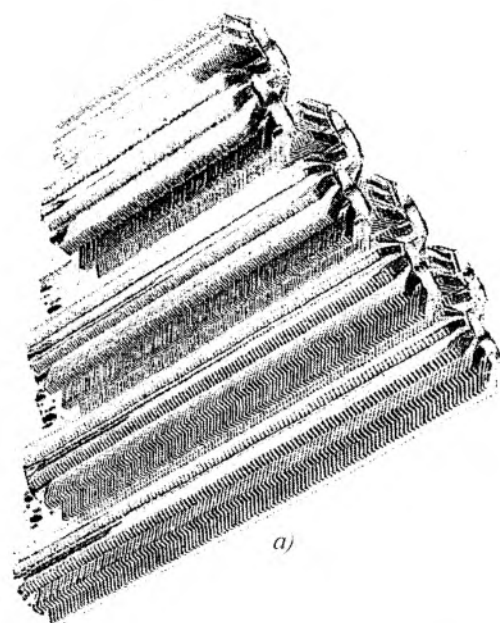


Рис. 7.16. Компактная поверхность теплообмена, оребренная (а) с внешней и (б) — с внутренней стороны

1. Общие сведения

При изучении параграфа 7.2.4 необходимо рассмотреть некоторые классификационные признаки оребрения поверхности теплообмена.

1. Как ранее было показано, оребрение (как правило) выполняется (с целью интенсификации теплопередачи) на стороне меньшего значения коэффициента теплоотдачи. При этом поверхность со стороны коэффициента называется **теплоотдающей** и обозначается через F_2 (соответственно поверхность F_1 — **тепловоспринимающая**, контактирующая с более нагретой жидкостью).

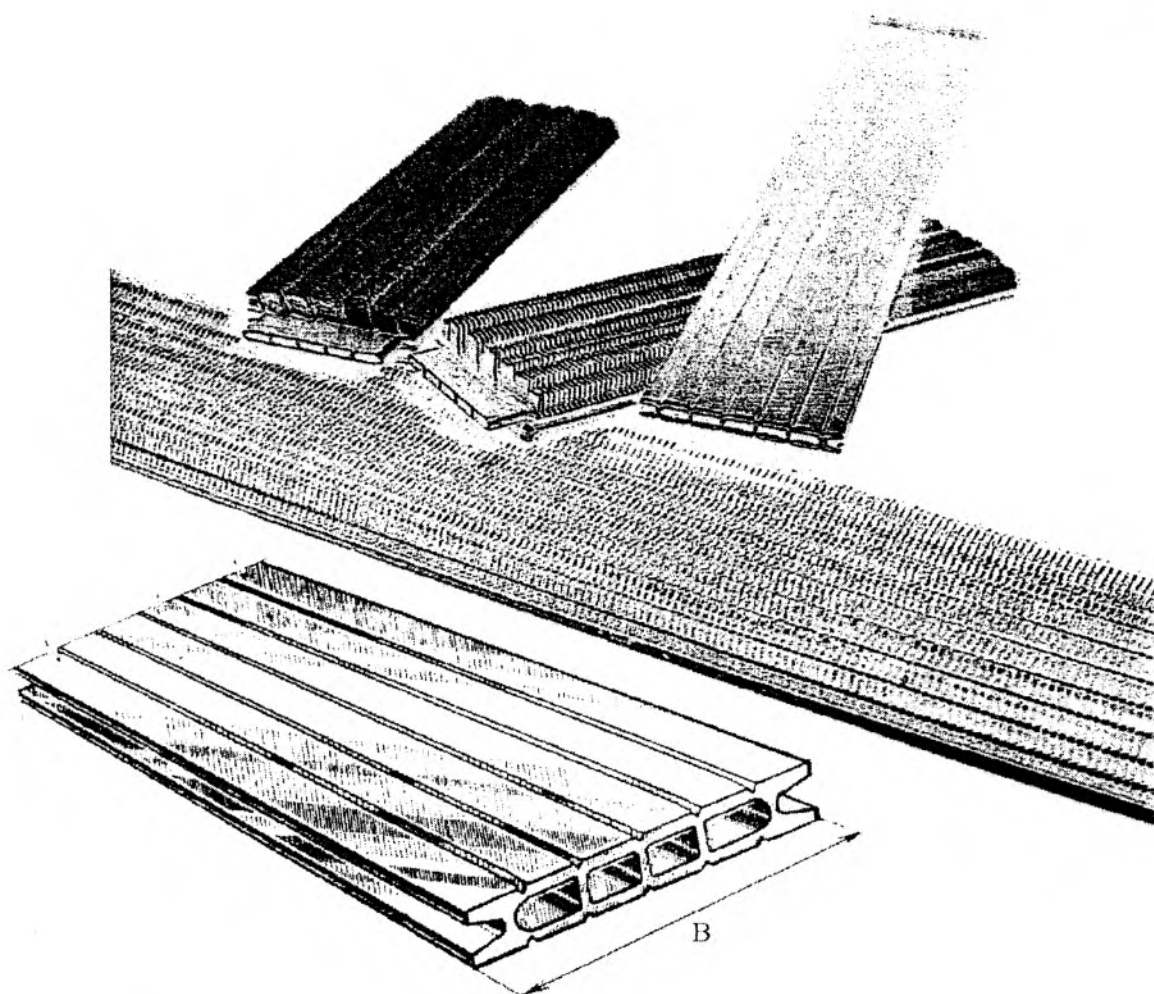


Рис. 7.17. Компактная плоская оребренная поверхность

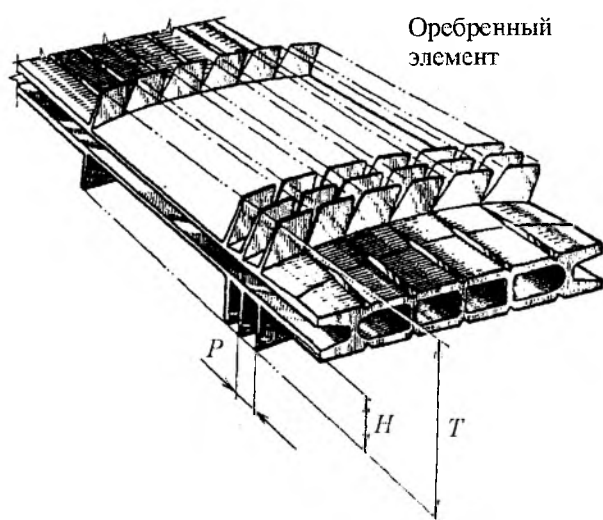


Рис. 7.18. Компактная поверхность теплообмена с высокими продольными ребрами

2. Отношение $\frac{F_2}{F_1}$ называется **степенью** оребрения, и $F_2 > F_1$.

3. Отношение поверхности теплообмена к единице объема теплообменника $\left(\frac{F}{V}\right)$ — его компактность.

4. Развитые (оребрные) поверхности подразделяются на:

- поверхности с продольными ребрами прямоугольного, трапециевидного, треугольного сечения;
- поверхности с радиальными ребрами прямоугольного, трапециевидного, треугольного сечения;
- ошипованные поверхности (см. рис. 7.19).

5. Целесообразность (экономическая) оребрения наступает при соблюдении условия

$$\frac{\lambda}{\alpha_2} \cdot \frac{\delta}{2} \geq 5,$$

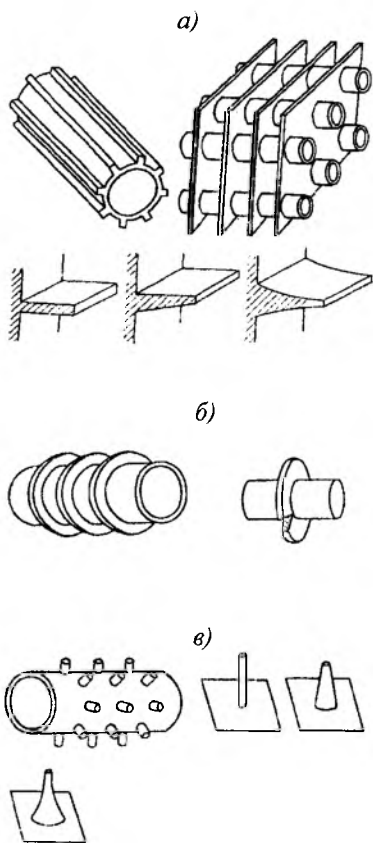


Рис. 7.19. Общий вид развитых оребренных поверхностей: а – продольные ребра; б – радиальные ребра; в – шпильки

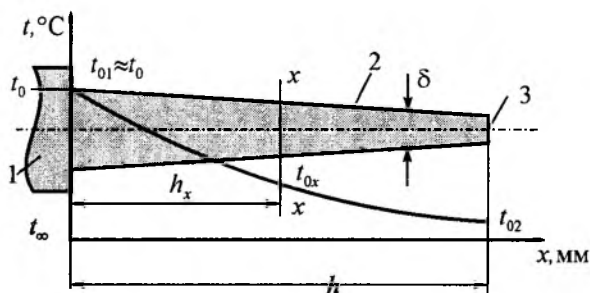


Рис. 7.20. Принятые в тексте книги обозначения: 1 – несущая поверхность теплообмена (стенка, разделяющая жидкости); 2 – ребро (продольное); 3 – вершина ребра с температурой t_{02} ; t_0 – температура несущей поверхности, $t_{01} \approx t_0$; t_{02} – температура вершины ребра; h – высота продольного ребра

где λ – коэффициент теплопроводности материала ребра, Вт/(м·К);

α_2 – коэффициент теплоотдачи от оребренной поверхности F_2 к жидкости с более низкой (нагреваемая жидкость) температурой;

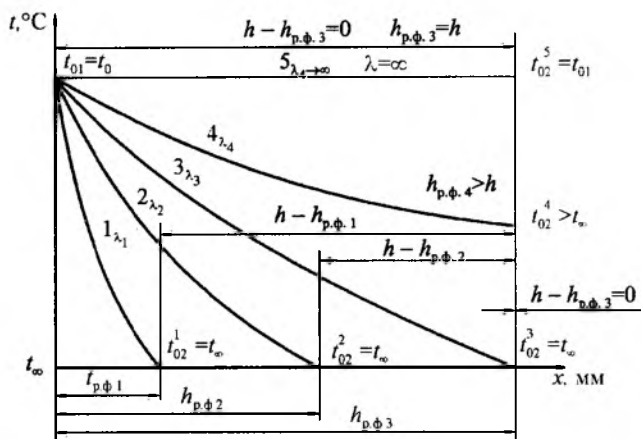


Рис. 7.21. Распределение температуры в продольном ребре конечной высоты h :

1_{λ_1} , 2_{λ_2} , 3_{λ_3} , 4_{λ_4} и 5_{λ_5} – соответственно ребра 1, 2, ..., 5, выполненные из различных материалов, имеющих теплопроводность λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 и λ_5 (теплопроводность последнего $\lambda_5 \rightarrow \infty$, а следовательно, $t_{02} \rightarrow t_{01}$); h – высота ребра, мм; $h_{p,\phi}$ – фактическая высота работы ребра; $h - h_{p,\phi}$ – нерабочая часть ребра, где $t_{01} = t_0$; t_{01} – температура в основании (корне) ребра; t_{02} – температура вершины ребра; t_{02}^i – температура вершины ребер 1, 2, ..., 5

$\frac{\delta}{2}$ – половина толщины ребра (рис. 7.20).

Ребра, выполненные из материала (чугун) с малым коэффициентом теплопроводности, слабо прогреваются от основания к его вершине, что сказывается на несоответствии теплооттока с поверхности к нагреваемой жидкости и притока от несущей поверхности к ребру. При этом ребро получается с малой высотой h , а следовательно, F_2 будет не намного больше F_1 и, как следствие, невысокая степень оребрения, что в свою очередь слабо повлияет на интенсификацию теплоотдачи.

6. При дальнейшем рассмотрении материала, касающегося оребрения поверхности теплообмена, нужно придерживаться обозначений, приведенных на рис. 7.20.

7. С целью изучения механизма теплопередачи через оребренную поверхность от жидкости с более высокой температурой к жидкости с температурой более низкой (α_2), следует использовать рис. 7.21.

В координатах $t-x$ (рис. 7.21) приведены графики изменения температуры по высоте ребра h соответственно для пяти ребер (1, 2, ..., 5) одинаковой высоты h . Материал, из которого изготовлены ребра, разный. Верхнее ребро (ребро 5) изготовлено из материала, имеющего коэффициент теплопроводности $\lambda_5 \rightarrow \infty$, а следовательно, температура (как видно из рис. 7.21) на вершине

t_{02} и во всех точках поверхности будет приближаться к температуре несущей поверхности t_0 .

Рассматривая кривые 4, 3, 2, 1, видим, что теплопроводность этих ребер имеет конечную величину (медь, алюминий, серебро, чугун сч. 18—32). Если это так, то температура **на вершине** t_{02} и во всех остальных точках будет **больше** t_∞ , будет выше или равна температуре окружающей среды (тепловоспринимающей среды). В итоге вблизи линии t_∞ поверхность ребра перестает работать, а участок $h - h_{p.ф.}$ представляет собой нерабочую часть поверхности F_2 .

2. Эффективность ребра

Установлено (см. рис. 7.21), что градиент температур, наличие которого создает предпосылки теплоотдачи с поверхности ребра к тепловоспринимающей жидкости, уменьшается от основания ребра к его вершине.

У основания (корня) он равен

$$\vartheta_1 = t_{01} - t_\infty.$$

И у вершины ребра

$$\vartheta = t_{02} - t_\infty.$$

Кроме того, мы установили, что

$$\vartheta_1 > \vartheta,$$

где ϑ_1 и ϑ — градиенты температур, или относительные температуры (относительно температуры тепловоспринимающей жидкости, примыкающей к оребренной поверхности F_2).

Также нам уже известно, что если поверхность теплоотдачи одной стороны стенки увеличить с помощью металлических ребер, то следует ожидать, что тепловой поток, относящийся к единице поверхности стенки, несущей оребрение, увеличится прямо пропорционально площади поверхности теплоотдачи. Однако ввиду наличия температурного градиента на ребре эффективный температурный напор несколько снизится. Поэтому общее увеличение теплового потока будет меньше ожидаемого. Для более удобного расчета теплопередачи оребренной поверхности введено понятие **коэффициента эффективности ребра**, иногда называемого коэффициентом полезного действия ребра. Этот коэффициент показывает степень интенсификации теплообмена путем оребрения дашной поверхности.

Коэффициентом эффективности ребра называют отношение количества теплоты, переданной ребристой поверхностью (при реальной температуре торца ребра t_{02}), к тому количеству тепла, которое могло бы передаваться в случае бесконечной теплопроводности (когда $t_{01} = t_{02}$)

того же ребра (т.е. когда $t_{01} = t_{02}$). Напоминаем, что t_{02} — это температура на вершине ребра (рис. 7.20).

Количество теплоты, переданное ребристой поверхностью (при реальной температуре торца ребра t_{02}) тепловоспринимающей жидкости, можно представить так:

$$Q = \int_0^{F_p} \alpha \vartheta dF, \quad (7.39)$$

где α — коэффициент теплоотдачи ребра, то, принимая теплопроводность ребра бесконечной, с учетом условия постоянства коэффициента теплоотдачи по всей поверхности ребра и температуры окружающей среды получим, что температура поверхности ребра будет приближаться к температуре у его основания.

Тогда

$$Q = \vartheta_1 \int_0^{F_p} \alpha dF_p. \quad (7.40)$$

Из уравнений (7.39) и (7.40) находим выражение для коэффициента эффективности ребра

$$\eta = \frac{\int_0^{F_p} \alpha \vartheta dF_p}{\vartheta_1 \int_0^{F_p} \alpha dF_p}. \quad (7.41)$$

Приняв величину α постоянной, получим

$$\eta = \frac{\vartheta}{\vartheta_1}, \quad (7.42)$$

откуда видно, что в качестве коэффициента эффективности работы ребра можно принимать отношение средней разности температур оребренной поверхности и окружающей среды к разности температур поверхности, несущей оребрение, и окружающей среды. Из уравнений (7.39) и (7.40) находим

$$Q = \alpha \vartheta_1 \eta F_p. \quad (7.43)$$

Выражение (7.42) эффективности работы ребра может быть переписано

$$\eta = \frac{t_{02} - t_\infty}{t_{01} - t_\infty}. \quad (7.44)$$

Но так как $t_{02} < t_{01}$, то эффективность ребра всегда меньше единицы:

$$\eta < 1.$$

7.2.5. Определение коэффициента теплопередачи через ребристую стенку

Нами уже выявлено влияние поверхности F_2 разделяющей жидкости стенки (или наружной тепловой изоляции) на процесс теплопередачи. Установлено, что, оребряя холодную поверхность стенки, мы увеличиваем F_2 , интенсифицируя теплоотдачу. Наносим слой изоляции на более холодную поверхность, мы также увеличиваем F_2 и тем

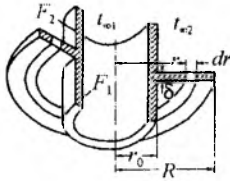


Рис. 7.22. Схема ребра постоянной толщины на круглой трубе

самым также интенсифицируем теплообмен при одновременном увеличении термического сопротивления, что уменьшает поток теплоты в окружающую среду. При этом нельзя накладывать на твердую поверхность большой слой изоляции: это вызовет увеличение потока с поверхности. При плохом качестве изоляции (большой коэффициент теплопроводности) интенсификация за счет увеличения слоя изоляции, а следовательно, и F_2 может свести на нет изоляционный эффект, так как, с одной стороны, нанося тепловую изоляцию, мы снижаем поток теплоты в окружающую среду (к низкопотенциальному теплоносителю), а с другой — оребряя поверхность, мы этот поток увеличиваем. В конечном итоге может наступить ситуация, когда нанесение на поверхность изоляции приведет только к росту теплопотерь. Такая ситуация возможна при использовании низкокачественных изоляционных материалов и желании увеличить слой $\delta_{из}$. Последнее обстоятельство объясняет понятие критического слоя изоляции.

Интенсификация теплопередачи (еще раз напоминаем) может быть достигнута (пассивный способ) за счет оребрения поверхности, разделяющей жидкости (на стороне меньшего значения коэффициента теплопередачи α). При этом нужно помнить, что увеличение F_2 возможно как за счет увеличения высоты h ребра (плоское продольное ребро), так и за счет радиуса (радиальное ребро).

В инженерной практике очень часто используется оребрение цилиндрических труб (стенок) (рис. 7.22), хотя оребрение плоских поверхностей также не является исключением.

1. Коэффициент теплопередачи через ребристую плоскую стенку

Рассмотрим плоскую стенку, оребренную со стороны коэффициента теплоотдачи α_2 ($\alpha_2 < \alpha_1$). Температура жидкости со стороны ребер равна t_{∞_2} , а со стороны гладкой поверхности и стенки — t_{∞_1} (рис. 7.23). Площадь стенки F_2 (рис. 7.23) включает поверхность между ребрами и самих ребер. В этом случае $F_2 > F_1$.

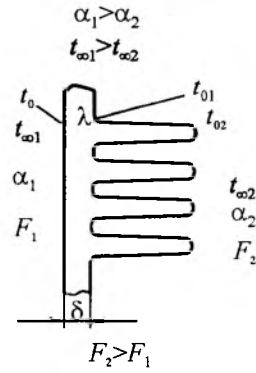


Рис. 7.23. Плоская стенка, оребренная со стороны нагреваемой жидкости, имеющей температуру t_{∞_2}

Для условия $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ запишем:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \alpha_1 \cdot F_1 (t_{\infty_1} - t_0); \\ Q &= \frac{\lambda}{\delta} \cdot F_1 (t_0 - t_{01}); \\ Q &= \alpha_2 \cdot F_2 (t_{01} - t_{\infty_2}), \end{aligned} \right\} \quad (7.45)$$

где Q — количество теплоты, переданное через оребренную стенку от жидкости с температурой t_{∞_1} к жидкости с температурой t_{∞_2} .

Как и в случае теплопроводности гладкой стенки, определяем частные температурные напоры:

$$\left. \begin{aligned} t_{\infty_1} - t_0 &= Q \frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1}; \\ t_0 - t_{01} &= Q \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{1}{F_1}; \\ t_{01} - t_{\infty_2} &= Q \frac{1}{\alpha_2 \cdot F_2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.46)$$

Находим результирующий температурный напор между жидкостями, имеющими температуры t_{∞_1} и t_{∞_2} :

$$t_{\infty_1} - t_{\infty_2} = Q \left(\frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{1}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot F_2} \right), \quad (7.47)$$

где коэффициент теплопередачи ребристой плоской стенки будет

$$k_p = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{1}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot F_2}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \quad (7.48)$$

Используя (7.47) и (7.48), запишем

$$Q = k_p (t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт}. \quad (7.49)$$

Как известно, $q = \frac{Q}{F}$. Тогда, ведя расчет на

единицу гладкой поверхности F_1 (неоребреной), получим поток теплоты:

$$q_1 = \frac{Q}{F_1}; \quad q_1 = k_1(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт/м}^2,$$

$$\text{где } k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}. \quad (7.50)$$

Для случая с оребрением ($F_1 < F_2$) поток теплоты через оребренную поверхность будет

$$q_2 = \frac{Q}{F_2} = k_2(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт/м}^2, \quad (7.51)$$

где k_2 — коэффициент теплопередачи между жидкостями, имеющими температуры t_{∞_1} и t_{∞_2} ,

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (7.52)$$

Сопоставляя (7.50) и (7.52), видим, что

$$k_2 = k_1 \frac{F_2}{F_1}. \quad (7.53)$$

Величина $\frac{F_2}{F_1}$ в формуле (7.53) называется **коэффициентом оребрения**.

При условии $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ для плоской стенки, оребренной с одной стороны, имеем:

$$q_1 > q_2$$

и

$$Q = q_1 \cdot F_1 = q_2 \cdot F_2 \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \right). \quad (7.54)$$

Если пренебречь термическим сопротивлением самой стенки (R_λ), то можно записать (без учета R_λ):

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}; \quad k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (7.55)$$

Рассмотрим случай теплопередачи через плоскую стенку, оребренную как со стороны жидкости, имеющей температуру t_{∞_1} , так и со стороны F_2 с температурой t_{∞_2} (рис. 7.24).

Для случая, когда оребрение отсутствует, поверхность (площадь) стенки с обеих сторон будет равна F (пунктирная линия, рис 7.24). Для такого случая будем иметь

$$Q = qF, \quad (7.56)$$

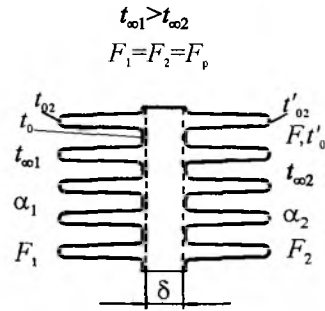


Рис. 7.24. Плоская оребренная стенка, разделяющая жидкости с температурами t_{∞_1} и t_{∞_2}

где q — тепловой поток через плоскую неоребреноую стенку, Вт/м²,

$$q = \frac{Q}{F}, \text{ Вт/м}^2.$$

Или

$$q = k(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); \quad k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}. \quad (7.57)$$

В случае оребрения с обеих сторон, при условии, что $F_1 = F_2 = F_p$ (F_p — поверхность с учетом оребрения), будем иметь (без учета R_λ)

$$k_p = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (7.58)$$

Учитывая, что $F_1 = F_2$, получим

$$k_p = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (7.59)$$

Сравнивая (7.57) и (7.59), видим, что $k = k_p$. Тогда

$$Q_p = qF_p. \quad (7.60)$$

В итоге $Q_p > Q$ на величину F_p ($F_p > F$). Что касается интенсификации процесса (рост коэффициента теплопередачи k), то, как видно из сопоставления (7.57) и (7.59), ее не будет. Увеличение теплосъема ($Q_p > Q$) произойдет только за счет увеличения поверхности теплоотдачи ($F_p > F$).

7.2.6. Распределение температуры по высоте ребра h

1. Тонкий стержень (бесконечный стержень)

Ребро, увеличивающее несущую плоскую поверхность F , имеет круглое сечение (рис. 7.25)

$$(F = \frac{\pi d^2}{4}, F_x = \text{const}).$$

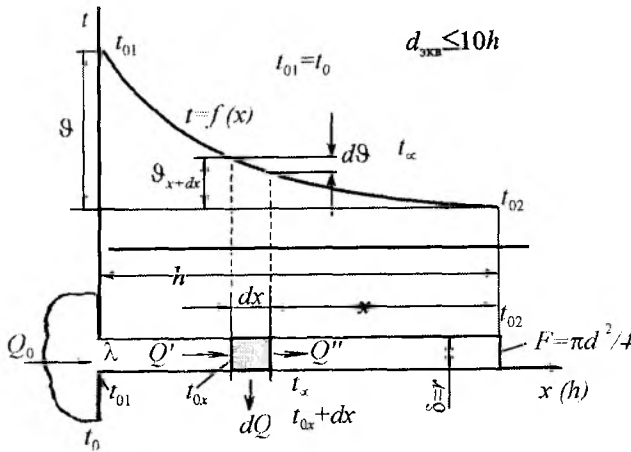


Рис. 7.25. Распределение температуры по длине стержня h

В тонком круглом стержне, площадь сечения ($d_{\text{жк}} < 0,1 h$) которого равна $F = \frac{\pi d^2}{4} = \text{const}$ и контактирующая своим основанием (корнем) с нагретой поверхностью (несущей стержень поверхностью), происходит теплообмен вначале теплопроводностью в направлении высоты h стержня, а затем путем теплоотдачи от его поверхности к окружающему воздуху с температурой t_{∞} . Запоминаем, сток теплоты с поверхности стержня (путем теплоотдачи с поверхности) обеспечивается притоком теплоты к корню от несущей поверхности. При этом температура у основания цилиндрического тела t_{01} по длине $h(x)$ убывает и на вершине становится равной t_{02} .

Имеем:

$$t_0 = t_{01}; t_{01} > t_{02} \text{ и } t_{02} > t_{\infty} \text{ (см. рис. 7.20).}$$

Итак, температура стержня в его основании $t_{01} = t_0$ (где t_0 — температура несущей поверхности). Если диаметр (площадь сечения) стержня невелик в сравнении с его длиной h ($d \leq 0,1h$), то в нем не будет градиента температуры в направлении радиуса r , а только по его длине $h(x)$, т.е. $\theta = f(h)$ и будет зависеть от коэффициента теплоотдачи с его поверхности (α_x) к окружающей жидкости (t_{∞}), температура которой условно может быть принята равной нулю ($t_{\infty} = 0$).

Приток теплоты к основанию стержня от несущей стенки обозначим через Q_0 . Тогда к элементу dx (см. рис. 7.25) поступит теплоты Q' (остальное тепло рассеется теплоотдачей от поверхности стержня на участке $h - (x + dx)$. За счет теплоотдачи поверхностью элемента dx еще к окружающей жидкости, имеющей температуру $t_{\infty} = 0$, будет передано dQ и далее, на участке x к окружаю-

щей среде будет передано Q'' количество теплоты (при условии, что $t_{02} = t_{\infty}$).

Тогда можно записать

$$Q' - Q'' = dQ, \quad (7.61)$$

где dQ — количество теплоты, отдаваемое элементом dx теплоотдачей в окружающую среду.

Имеем

$$Q' = -\lambda \frac{d\theta}{dx} \cdot F \text{ (количество теплоты, вносимое}$$

через левую грань элемента dx ; $F = \text{const}$).

А также

$$Q'' = -\lambda \frac{d}{dx} \left(\theta + \frac{d\theta}{dx} \cdot dx \right) \cdot F = -\lambda \frac{d\theta}{dx} \cdot F - \lambda \frac{d^2\theta}{dx^2} \cdot dx \cdot F -$$

количество теплоты, отводимое от правой грани теплопроводностью.

Выражение (7.61) можно переписать

$$Q' - Q'' = dQ = \lambda \frac{d^2\theta}{dx^2} \cdot F \cdot dx. \quad (7.62)$$

С другой стороны, в соответствии с законом Ньютона — Рихмана

$$dQ = \alpha \cdot \theta \cdot \Pi \cdot dx. \quad (7.63)$$

Приравняв левые и правые части (7.62) и (7.63) и произведя сокращения, будем иметь

$$\lambda \frac{d^2\theta}{dx^2} \cdot F = \alpha \cdot \theta \cdot \Pi, \quad (7.64)$$

где Π — периметр сечения стержня;

α — коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к окружающей его жидкости ($t_{\infty} = 0$ и $\alpha = \text{const}$).

Изменение температуры стержня в направлении его длины $h(x)$ будет

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F} \cdot \theta.$$

Вводим обозначение $\sqrt{\frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F}} = m, \text{ м}^{-1}$.

Или

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = m^2 \cdot \theta. \quad (7.65)$$

Из формулы (7.65) видно, что для стержня, размеры которого заданы, и при условии постоянства коэффициента теплоотдачи (α) по всей поверхности ($\alpha_x = \text{const}$), а также $\lambda = \text{const}$ величина m будет постоянной ($m = \text{const}$). Тогда общий интеграл линейного дифференциального уравнения второго порядка (7.65) примет вид

$$\theta = C_1 \exp(mx) + C_2 \exp(-mx). \quad (7.66)$$

Значения постоянных интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий и зависят от длины стержня:

- при $x = h$, $\vartheta = \vartheta_0$ и $\vartheta_0 = C_1 + C_2$;
 - при $x \rightarrow \infty$, $\vartheta \rightarrow 0$ и $C_1 \exp(\infty) + C_2 \exp(\infty) = 0$.
- Или $C_1 \exp(\infty) = 0$.

Условие, когда $x \rightarrow \infty$ и $\vartheta \rightarrow 0$ ($\vartheta = 0$), может быть возможно только при $C_1 = 0$.

Тогда будем иметь

$$C_1 = 0 \text{ и } C_2 = \vartheta_0,$$

где $\vartheta_0 = t_0 - t_\infty$.

В итоге расчетная температура ϑ , стержня подчиняется соотношению

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \exp(-mx). \quad (7.67)$$

Как нетрудно заметить,

$$\vartheta_x = f(\vartheta_0, x, \alpha, F, \lambda \text{ и } \Pi).$$

Имея в виду, что $m \cdot x$ — безразмерная величина, уравнение (7.67) можно представить в измененном виде

$$\frac{\vartheta_x}{\vartheta_0} = \exp(-K_1) = f(K_1) \frac{\vartheta_x}{\vartheta_0} = \exp(-K_1) = f(K_1), \quad (7.68)$$

$$\text{где } K_1 = m \cdot x = x \sqrt{\frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F}} = \sqrt{\frac{\alpha \cdot x^2 \cdot \Pi}{\lambda \cdot F}}. \quad (7.69)$$

Или для стержня круглого сечения $\frac{\Pi}{F} = \frac{4}{d}$

$$K_1 = 2x \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \cdot d}} = 2 \sqrt{\frac{\alpha \cdot d}{\lambda}} \cdot \frac{x}{d}. \quad (7.70)$$

В соответствии с рис. 7.25 количество теплоты, отданное поверхностью стержня в окружающую среду ($t_\infty = 0$), равняется теплоте, поступающей в его основание.

$$\text{Тогда } Q = -\lambda F \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0}.$$

Из (7.68) получим

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = (-\vartheta_0 m \cdot \exp(-mx))_{x=0} = -\vartheta_0 m. \quad (7.71)$$

Окончательно

$$Q = \lambda F m \vartheta = \vartheta \sqrt{\alpha \lambda F \Pi}. \quad (7.72)$$

2. Стержень конечной длины

Рассмотрим температурное поле стержня прямоугольного или круглого сечения конечной длины ($d_{\text{экв}} > 0,1h$). Для такого стержня (рис. 7.26) дифференциальное уравнение (7.65)

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F} \cdot \vartheta = m^2 \cdot \vartheta, \text{ безусловно, сохраняет силу}$$

при условии, что:

$$x = h, \vartheta = \vartheta_0 \text{ и } \vartheta_0 = C_1 + C_2.$$

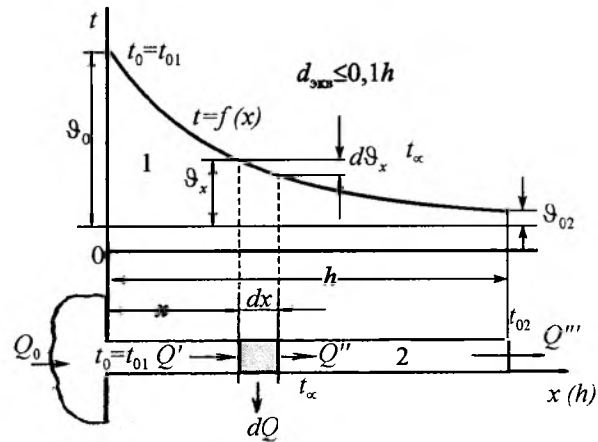


Рис. 7.26. Температурное поле стержня конечной длины ($d_{\text{экв}} > 0,1h$): 1 — температурный график; 2 — стержень с выделенным элементом dx

При $x = 0$ количество теплоты, подведенное к торцу стержня путем теплопроводности, запишется

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = \alpha_2 \vartheta_0, \quad (7.73)$$

где α_2 — значение коэффициента теплоотдачи от поверхности торца стержня к окружающей его жидкости, Вт/(м²·К).

Из (7.66)

$$\vartheta_1 = C_1 \exp(mx) + C_2 \exp(-mx). \quad (7.74)$$

Также имеем

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=h} = C_1 \exp(mx) - C_2 \exp(-mx). \quad (7.75)$$

Подставляя (7.74) и (7.75) в (7.73), получим

$$\begin{aligned} C_1 \exp(mx) - C_2 \exp(-mx) &= \\ &= \frac{-\alpha_2}{\lambda} [C_1 \exp(mx) + C_2]. \end{aligned}$$

Совместное решение последних уравнений дает возможность найти значения C_1 и C_2 :

$$\begin{aligned} C_1 &= \vartheta_0 \frac{\left(1 - \frac{\alpha_2}{mh}\right) \cdot \exp(-mh)}{\exp(mx) + \exp(-mh) +} \\ &\rightarrow \frac{\alpha_2}{m\lambda} [\exp(mx) - \exp(-mh)]; \end{aligned} \quad (7.76)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \vartheta_0 \frac{\left(1 + \frac{\alpha_2}{mh}\right) \cdot \exp(-mh)}{\exp(mx) + \exp(-mh) +} \\ &\rightarrow \frac{\alpha_2}{m\lambda} [\exp(mx) - \exp(-mh)]. \end{aligned} \quad (7.77)$$

Подстановка (7.76) и (7.77) в (7.66) позволяет записать

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{\left(1 - \frac{\alpha_2}{mh}\right) \cdot \exp(mh) \cdot \exp(-mh) + \exp(mh) + \exp(-mh) + \frac{\alpha_2}{m\lambda} [\exp(mh) - \exp(-mh)]}{\left(1 + \frac{\alpha_2}{mh}\right) \cdot \exp(-mh) \cdot \exp(mh) + \exp(mh) + \exp(-mh) + \frac{\alpha_2}{m\lambda} [\exp(mh) - \exp(-mh)]} \quad (7.78)$$

Что касается температуры торца стержня t_{02} , то она находится (при условии $x = h$) из уравнения

$$\begin{aligned} \vartheta_{x=h} &= \vartheta_0 \frac{2}{\exp(mh) + \exp(-mh) +} \\ &\rightarrow \frac{1}{\text{ch}(mh) + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \text{sh}(mh)}; \\ \vartheta_{x=h} &= \vartheta_0 \frac{1}{\text{ch}(mh) + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \text{sh}(mh)}, \end{aligned} \quad (7.79)$$

где $\text{ch}(mh)$ — гиперболический косинус,

$$\text{ch}(mh) = \frac{\exp(mh) + \exp(-mh)}{2}; \quad (7.80)$$

$\text{sh}(mh)$ — гиперболический синус,

$$\text{sh}(mh) = \frac{\exp(mh) - \exp(-mh)}{2}. \quad (7.81)$$

Или

$$\frac{\vartheta_{x=h} \cdot h}{\vartheta_0} = \frac{1}{\text{ch}K_1 + K_2 \text{sh}K_1}, \quad (7.82)$$

где $K_1 = mh = h \sqrt{\frac{\alpha \Pi}{\lambda F}}$ и $K_2 = \frac{\alpha_2}{m\lambda} = \frac{1}{mh} \cdot \frac{\alpha_2 h}{\lambda}$;

$$K_2 = \frac{1}{K_1} \cdot \frac{\alpha_2 h}{\lambda}. \quad (7.83)$$

Также можно записать

$$\varrho = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda m (C_1 - C_2) F. \quad (7.84)$$

Подставляя в (7.84) значения C_1 и C_2 , окончательно получим

$$\varrho = \lambda m F \vartheta_0 \frac{\frac{\alpha_2}{m\lambda} + \text{th}(mh)}{1 + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \text{th}(mh)}, \quad (7.85)$$

где $\text{th}(mh)$ — гиперболический тангенс,

$$\text{th}(mh) = \frac{\text{sh}(mh)}{\text{ch}(mh)}. \quad (7.86)$$

При условии, что теплоотдачей с торца стержня можно пренебречь, запишем:

$$Q_{x=h} = 0 = \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=h} = C_1 \exp(mh) - C_2 \exp(-mh); \quad (7.87)$$

$$C_1 = \vartheta_0 \frac{\exp(-mh)}{\exp(mh) + \exp(-mh)};$$

$$C_2 = \vartheta_0 \frac{\exp(mh)}{\exp(mh) + \exp(-mh)}. \quad (7.88)$$

В окончательном виде уравнение температурной кривой в стержне конечных размеров имеет вид

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= \vartheta_0 \frac{1}{\exp(mh) + \exp(-mh)} \times \\ &\times [\exp m(h-x) + \exp(-m(h-x))] = \\ &= \vartheta_0 \frac{\text{ch}m(h-x)}{\text{ch}(mh)}. \end{aligned} \quad (7.89)$$

7.2.7. Продольные ребра с плоским основанием (несущая поверхность представлена пластиной)

Продольные ребра являются одной из основных классификационных разновидностей. Напомним, в качестве классификационных разновидностей бывают также **радиальные ребра и шипы**. Профиль продольного ребра может быть самым разнообразным: продольное ребро прямоугольного, треугольного, трапециевидного и др. профиля.

На данном этапе изучения материала рассмотрим ребро произвольного профиля (рис. 7.27). Как видим, высота ребра, как и ранее, равна h , а длина — l .

Дифференциальное уравнение теплопроводности вдоль ребра (в направлении его высоты h) записывается в соответствии с балансом теплоты элемента dx (рис. 7.27), заключенного между плоскостями x и $x+dx$ и кривыми поверхностями $\pm f_2(x)$, ограничивающими профиль ребра. Для ребра произвольного профиля (обобщенное ребро) запишем

$$dq = \lambda \frac{d}{dx} \left[f_1(x) \frac{dt}{dx} \right] dx. \quad (7.90)$$

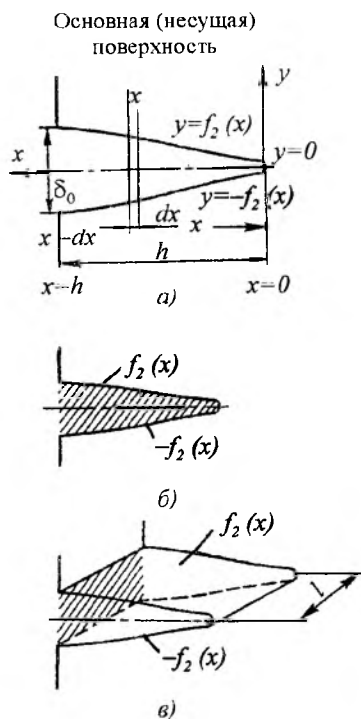


Рис. 7.27. Продольное ребро произвольного профиля:
а — система координат; б — профильное сечение ребра;
в — поперечное сечение ребра

Или для установившегося режима работы ребра

$$dq = 2\alpha(t_{0x} - t_{\infty})dx.$$

Полагаем, что высота элемента dx на произвольной поверхности $f_2(x)$ такая же, как и на оси ребра. Также заданы температура окружающей среды жидкости t_{∞} и локальный температурный напор ϑ между поверхностью ребра в сечении x , и окружающей средой t_{∞} :

$$\vartheta = t_{0x} - t_{\infty}. \quad (7.91)$$

Тогда для обобщенного ребра можно записать:

$$\lambda \frac{d}{dx} \left[f_1(x) \frac{d\vartheta}{dx} \right] dx = 2\alpha\vartheta \cdot dx; \quad (7.92)$$

$$f_1(x) \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{df_1(x)}{dx} \cdot \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{2\alpha\vartheta}{\lambda} = 0. \quad (7.93)$$

Заменяв функцию поперечного сечения для единицы длины ребра $f_1(x)$ функцией толщины (профиля) ребра $2lf_2(x) = f_1(x)$, (7.93) можно переписать:

$$f_2(x) \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{2df_2(x)}{dx} \cdot \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{2\alpha\vartheta}{\lambda} = 0. \quad (7.94)$$

Обобщенная функция профиля $f_2(x)$ для продольных ребер представляется так:

$$f_2(x) = \frac{\delta_0}{2} \left(\frac{x}{h} \right)^{\frac{1-2n}{1-n}}, \quad (7.95)$$

где δ_0 — толщина ребра у его основания.

Частное решение уравнения (7.94) получают, задаваясь размером x :

— при $x = h$ (рис. 7.27), $\vartheta = \vartheta_0$;

— при $x = 0$, $\frac{d\vartheta}{dx} = 0$.

1. Продольное ребро прямоугольного профиля

Схема продольного ребра прямоугольного профиля приведена на рис. 7.28. Для такого ребра

$$f_2(x) = \frac{\delta_0}{2} \text{ и } \frac{df_2(x)}{dx} = 0; \vartheta = \vartheta_0. \quad (7.96)$$

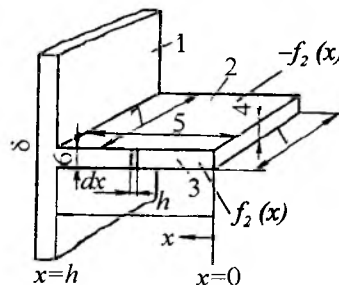


Рис. 7.28. Элементы продольного ребра прямоугольного профиля и используемая система координат:
1 — основная (несущая) поверхность; 2 — боковая поверхность; 3 — концевая поверхность; 4 — торец ребра; 5 — высота ребра; 6 — толщина ребра; 7 — длина ребра

Тогда

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta_0}\vartheta = 0. \quad (7.97)$$

Решение (7.97) имеет вид

$$\vartheta = C_1 \exp(mx) + C_2 \exp(-mx), \quad (7.98)$$

$$\text{где } m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta_0}} \text{ и } m = \sqrt{\frac{\alpha\Pi}{\lambda F}} = \sqrt{\frac{\alpha \cdot 2(l+\delta_0)}{\lambda\delta_0 l}} \quad (7.99)$$

(Π — периметр поперечного сечения ребра).

Установив (как и ранее) в уравнении (7.98) значения C_1 и C_2 , получим решение для распределения температуры в прямоугольном продольном ребре по его высоте $h(x)$:

$$\vartheta(x) = \frac{\vartheta_0 \operatorname{ch}(mx)}{\operatorname{ch}(mh)}. \quad (7.100)$$

Величина теплового потока через основание ребра q_0 будет

$$q_0 = \lambda F \left. \frac{d\vartheta(x)}{dx} \right|_{x=h}$$

Вычисляя производную $\frac{d\vartheta(x)}{dx}$ при $x = h$ и учитывая, что площадь поперечного сечения ребра на единицу его длины в основании $F = \delta_0 (\vartheta(x) = \delta_0)$, можно записать:

$$q_0 = \frac{\lambda \delta_0 m \vartheta_0 \operatorname{sh}(mh)}{\operatorname{ch}(mh)}; \quad q_0 = \lambda \delta_0 m \vartheta_0 \operatorname{th}(mh). \quad (7.101)$$

Эффективность продольного ребра прямоугольного профиля

$$\eta = \frac{\alpha \cdot \Pi \int_0^h \vartheta(x) \cdot dx}{\alpha \cdot \Pi \vartheta_0 \cdot h} = \frac{\int_0^h \vartheta(x) \cdot dx}{\vartheta_0 h}. \quad (7.102)$$

2. Оптимальные формы продольных ребер

Продольное ребро прямоугольного профиля.

Оптимальные высота (h) и толщина (δ_0 ; $\delta_0 = \vartheta(x)$) ребра должны соответствовать максимуму отводимой от несущей поверхности теплоты.

Принимаем

$$m \cdot h = \beta_1,$$

где β_1 — параметр, по которому выполняется оптимизация формы (профиля) ребра.

Напоминаем, что площадь профиля ребра $F_p = h \cdot \delta_0$.

Тогда

$$\beta_1 = m \cdot h = h \left(\frac{2\alpha}{\lambda \delta_0} \right)^{0,5} = F_p \left(\frac{2\alpha}{\lambda} \right)^{0,5} \delta_0^{-1,5}. \quad (7.103)$$

Решая трансцендентное уравнение относительно β_1 (метод проб и ошибок), определяем корень β_1 :

$$\beta_1 = 1,4192,$$

и затем, используя значение β_1 , находим оптимальную толщину ребра δ_0 :

$$\delta_0 = \left[\frac{F_p}{1,4192} \left(\frac{2\alpha}{\lambda} \right)^{0,5} \right]^{0,66} = 0,791 \left(\frac{2\alpha F_p^2}{\lambda} \right)^{0,33};$$

$$\delta_0 = 0,994 \left(\frac{\alpha F_p^2}{\lambda} \right)^{0,33}. \quad (7.104)$$

Для потока теплоты через основание ребра

$$q_0 = \lambda \delta_0 \vartheta_0 \left(\frac{2\alpha}{\lambda \delta_0} \right)^{0,5} \cdot \operatorname{th} F_p \left(\frac{2\alpha}{\lambda} \right)^{0,5} \left(\frac{1}{\delta_0} \right)^{1,5}. \quad (7.105)$$

Используя (7.104) и (7.105) для оптимальной поверхности F_p

$$F_p = \frac{0,5}{\alpha^2 \lambda} \left(\frac{q_0}{\vartheta_0} \right)^3. \quad (7.106)$$

Для ребра оптимальной толщины δ_0 (см. формулу (7.104)) $m \cdot h = 1,4192$, запишем уравнение для оптимального потока теплоты

$$q_0 = 1,26 (\alpha^2 F_p \lambda)^{0,33} \cdot \vartheta_0. \quad (7.107)$$

Продольное ребро треугольного профиля

Такое ребро показано на рис. 7.29. Для ребра оптимальной толщины

$$2m \cdot h = 2,6188. \quad (7.108)$$

Поток теплоты q_0 (через основание ребра) можно представить:

$$q_0 = (2\alpha \lambda)^{0,5} \cdot \delta_0^{0,5} \vartheta_0 \frac{J_1(2m \cdot h)}{J_0(2m \cdot h)}; \quad (7.109)$$

$$q_0 = 1,422 (\alpha^2 F_p \lambda)^{0,33} \vartheta_0. \quad (7.110)$$

Площадь профильного сечения $F_p = \frac{\delta_0 h}{2}$, и его толщина δ_0 у основания:

$$F_p = \frac{\delta_0 h}{2} = \frac{0,347}{\alpha^2 \lambda} \left(\frac{q_0}{\vartheta_0} \right)^3; \quad (7.111)$$

$$\delta_0 = 1,669 \left[F_p^2 \left(\frac{\alpha}{\lambda} \right) \right]^{0,33}. \quad (7.112)$$

Расчетное соотношение для нахождения оптимальной высоты ребра треугольного профиля может быть представлено

$$h = \frac{2F_p}{\delta_0} = 1,506 \left(\frac{\lambda F_p}{2\alpha} \right)^{0,33} = 1,198 \left(\frac{\lambda F_p}{\alpha} \right)^{0,33}. \quad (7.113)$$

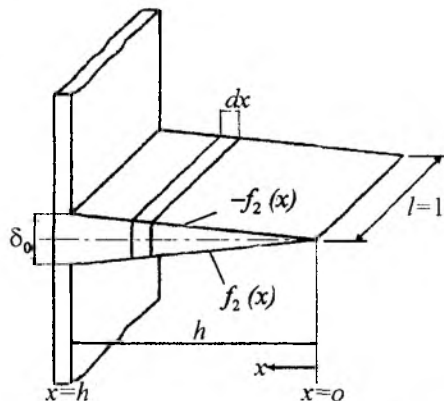


Рис. 7.29. Продольное ребро треугольного профиля

3. Анализ характеристик продольных ребер

Из уравнения:

$$F_p = \frac{1}{\alpha^2 \lambda} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{q_0}{\vartheta_0} \right)^3; \quad F_p = \frac{0,33}{\alpha^2 \lambda} \left(\frac{q_0}{\vartheta_0} \right)^3$$

определяются площади профильного сечения ребер прямоугольного, треугольного и вогнутого параболического профилей соответственно. Площадь профильного сечения в каждом случае является функцией куба отношения теплового потока через основание к температурному напору. Можно видеть также, что площади профилей обратно пропорциональны коэффициенту теплопроводности материала ребра и квадрату коэффициента теплоотдачи к окружающей среде.

Из приведенного рассмотрения можно отметить следующее. Для одного и того же материала, при одинаковых внешних условиях и одинаковых отношениях теплового потока через основание к температурному напору в основании оптимальное вогнутое параболическое ребро требует лишь около 65 % материала, необходимого для изготовления оптимального ребра прямоугольного профиля. В этих же условиях ребро треугольного профиля требует около 69 % материала, необходимого для изготовления прямоугольного ребра, и примерно на 6 % больше по сравнению с вогнутым параболическим ребром.

Площадь профиля обратно пропорциональна теплопроводности материала ребра. Следовательно, масса прямо пропорциональна плотности ρ и обратно пропорциональна коэффициенту теплопроводности λ . Рассмотрим ребра из материала:

медь	$\rho = 8900 \text{ кг/м}^3$,	$\lambda = 389 \text{ Вт/(м·К)}$;
алюминий	$\rho = 2705 \text{ кг/м}^3$,	$\lambda = 202 \text{ Вт/(м·К)}$;
сталь	$\rho = 7250 \text{ кг/м}^3$,	$\lambda = 43,2 \text{ Вт/(м·К)}$.

Для заданного теплового потока, температурного напора и коэффициента теплоотдачи алюминиевое ребро требует только $\frac{2705 \times 43,2}{7250 \times 202} = 0,08$,

или 8 %, материала, необходимого для изготовления стального ребра. При тех же условиях медное ребро требует $\frac{8900 \times 43,2}{7250 \times 389} = 0,137$, или 13,7 %, мате-

риала, необходимого для изготовления стального ребра, но в $\frac{8900 \times 202}{2705 \times 389} = 1,71$ раза, или на 71 %, боль-

ше материала, чем ребро из алюминия. При этом площадь профиля и объем ребра возрастают как куб теплового потока. Если требуется увеличивать тепловой поток вдвое, то можно либо использовать два одинаковых ребра, либо изготовить ребро в 8 раз большей площадью. С конструктор-

ской точки зрения очевидно, что гораздо выгоднее использовать большее число ребер меньших размеров, чем меньшее число больших.

4. Продольное ребро с минимальной массой

Полученные в параграфе 7.2 расчетные соотношения для распределения температуры по высоте ребра h , тепловых потоков через основание q_0 и эффективности работы ребер являются следствием общего уравнения теплопроводности

$$2f_2(x) \frac{d^2 \vartheta(x)}{dx^2} + \frac{2df_2(x)d\vartheta(x)}{dx} - \frac{2\alpha}{\lambda} \vartheta = 0.$$

Рассмотрим продольное ребро с теплоизолированными боковыми поверхностями. При этом условии теплообмен совершается только теплопроводностью (от основания к вершине) в направлении оси x (рис. 7.29). Если площадь поперечного сечения ребра на участке от $x = 0$ до $x = h$ постоянна (ребро прямоугольного профиля), эффективность передачи теплоты единицей поперечного сечения ребра будет одинакова, поскольку тепловой поток $\frac{q_0}{F}$ постоянен по условию ($q_0 = \text{const}$).

Следовательно,

$$\frac{q_0}{F_1} = \frac{q_0}{F_2} = \dots = \frac{q_0}{F}. \quad (7.114)$$

Тепловой поток $q(x)$ в некотором сечении x (в направлении высоты ребра h) ребра произвольного профиля

$$q(x) = -\lambda F \frac{d\vartheta_0}{dx},$$

где F — функция x (произвольный профиль ребра).

Тогда

$$\frac{d\vartheta(x)}{dx} = -\frac{q(x)}{\lambda F}. \quad (7.115)$$

Форма продольного ребра, в котором имеет место линейное распределение температуры, — это ребро вогнутого **параболического профиля**. В таком ребре (параболический вогнутый профиль) распределение температуры $t_{0,x} = f(x)$ определяется формулой

$$\vartheta = \vartheta_0 \left(\frac{x}{h} \right)^{p_x}. \quad (7.116)$$

Вогнутое параболическое ребро является ребром с минимальной массой при условии, что $p_x = 1$.

В этом случае ($p_x = 1$):

$$p_x = -0,5 + 0,5\sqrt{1 + (2mh)^2} = 1; \quad 1 + (2mh)^2 = 9; (mh)^2 = 2 \text{ и } mh = 2^{0,5}. \quad (7.116)$$

Значения $m \cdot h$ продольных ребер и шипов даны в табл. 7.2

Таблица 7.2

Значения $m \cdot h$ продольных ребер и шипов

$m \cdot h$	Продольные прямоугольные ребра, цилиндрические и прямоугольные шипы (η)	Продольные треугольные ребра (η)	Продольные параболические вогнутые ребра (η)	Параболические вогнутые шипы (η)	Конические шипы (η)
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000
0,38	0,9545	0,9341	0,8865	0,9698	0,9551
0,39	0,9522	0,9309	0,8817	0,9683	0,9529
0,83	0,8199	0,7630	0,6807	0,8811	0,8283
0,94	0,7822	0,7203	0,6391	0,8561	0,7941
0,95	0,7787	0,7165	0,6355	0,8538	0,7910
1,33	0,6536	0,5875	0,5206	0,7681	0,6802
1,34	0,6505	0,5845	0,5181	0,7659	0,6775
1,78	0,5307	0,4743	0,4257	0,6772	0,5729
1,87	0,5099	0,4560	0,4106	0,6607	0,5546
3,99	0,2505	0,2344	0,2212	0,4088	0,3085
4,22	0,2369	0,2225	0,2105	0,3920	0,2940

Как видим, при устройстве оребрения нужно сопоставить случаи гладкой и оребренной поверхности в части ее экономической выгоды по затратам материалов (металла), стоимости изготовления ребристой поверхности с той выгодой, которая может быть получена за счет увеличения потока теплоты q_0 . Вернее, придется ответить на вопрос: при каких условиях вообще оребрение увеличивает тепловой поток через стенку? Совершенно очевидно, что оребрение выгодно, если поток увеличивается. Если же с ростом ребра (F_p) поток теплоты уменьшается, то следует от оребрения отказаться.

Условия, при соблюдении которых обеспечивается выгода оребрения:

$$\frac{dq_0}{dh(x)} = 0; \quad (7.118)$$

$$q_0 = m\lambda\vartheta_0 \frac{\frac{\alpha}{m\lambda} + th(mh)}{1 + \left(\frac{\alpha}{m\lambda}\right) \cdot th(mh)} \quad (7.119)$$

7.2.8. Радиальные ребра с цилиндрическим основанием (несущая поверхность представлена цилиндром)

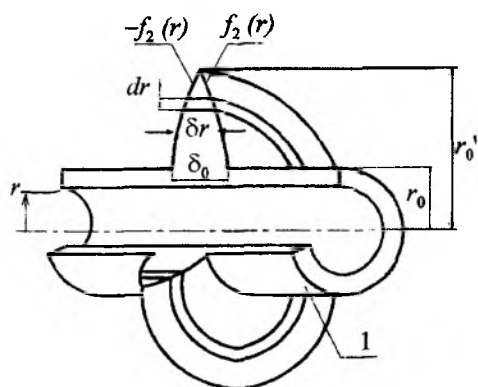
Рассмотрим радиальное ребро произвольного профиля постоянной толщины $\delta_0 = \delta = \text{const}$ (см. рис. 7.30).

Дифференциальное уравнение теплопроводности радиального ребра записывается аналогично продольному ребру, что было сделано нами несколько ранее. Как видно из рис. 7.30а и 7.30б, профиль ребра ограничен линиями $-f_2(r)$ и $f_2(r)$. Разность тепловых потоков, поступающих теплопроводностью в элемент, образованный радиусом r (рис. 7.30б), и покидающих его через поверхность, образованную радиусом $r + dr$, также за счет теплопроводности ребра, будет

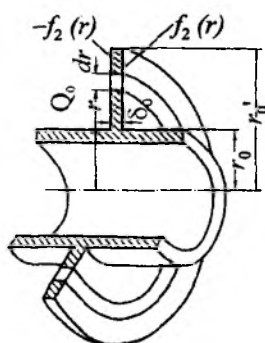
$$dq = \lambda \frac{d}{dr} \left[(2\pi r) \cdot 2f_2(r) \frac{d\vartheta}{dr} \right] dr. \quad (7.120)$$

Это же количество теплоты можно выразить через коэффициент теплоотдачи α :

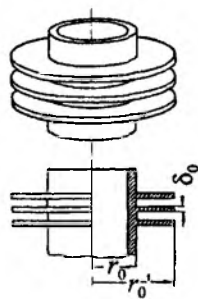
$$dq = 2\alpha(2\pi r \cdot dr)\vartheta. \quad (7.121)$$



а)



б)



в)

Рис. 7.30. Схема радиального ребра:
1 — несущая поверхность; а — ребро переменного профиля;
б — ребро постоянного прямоугольного профиля; в — поверхность с оребрением радиальными ребрами

Уравнение баланса теплоты для элемента dr в соответствии с выражениями (7.120) и (7.121) запишется:

$$4\pi\lambda \frac{d}{dr} \left[r f_2(r) \frac{d\vartheta}{dr} \right] dr = 4\pi\alpha \cdot dr; \quad (7.122)$$

$$\lambda \left[f_2(r)r \frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{d\vartheta}{dr} + r \frac{df_2(r)}{dr} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \right] = \lambda\vartheta. \quad (7.123)$$

После некоторых преобразований уравнение (7.123) может быть приведено к обобщенному дифференциальному уравнению теплопроводности для радиальных ребер произвольного профиля

$$f_2(r) \frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{f_2(r)}{r} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{df_2(r)}{dr} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{\alpha}{\lambda} \vartheta = 0. \quad (7.124)$$

1. Радиальное ребро прямоугольного профиля

Для радиального ребра прямоугольного профиля (рис. 7.31) функция профиля $f_2(r)$ имеет вид

$$f_2(r) = \frac{\delta_0}{2}, \quad (7.125)$$

где δ_0 — толщина основания ребра ($\delta_0 = \delta_0(r) = \text{const}$).

Подставляя $f_2(r)$ в (7.124), получим

$$r^2 \frac{d^2\vartheta}{dr^2} + r \frac{d\vartheta}{dr} - m^2 r^2 \vartheta = 0, \quad (7.126)$$

где $m = \frac{2\alpha}{\lambda\delta_0}$.

Уравнение (7.126) — модифицированное дифференциальное уравнение Бесселя, и его общее решение определяется соотношением

$$\vartheta = C_1 J_0(mr) + C_2 K_0(mr). \quad (7.127)$$

Постоянные C_1 , C_2 и K_0 вычисляются в соответствии с граничными условиями:

$$\begin{aligned} r = r_0; \quad \vartheta &= \vartheta_0; \\ r = r_0'; \quad \frac{d\vartheta}{dr} &= 0. \end{aligned} \quad (7.128)$$

Используя (7.128), из (7.127) находим:

$$\vartheta_0 = C_1 J_0(mr_0) + C_2 K_0(mr_0);$$

$$0 = C_1 J_1(mr_0') + C_2 K_1(mr_0').$$

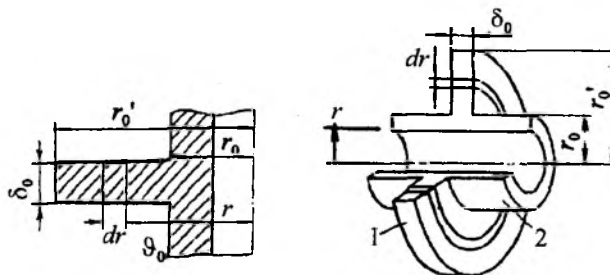


Рис. 7.31. Радиальное ребро прямоугольного профиля:
1 — торец ребра; 2 — несущая ребро поверхность

Вычислив C_1 и C_2 , находим (после подстановки в (7.127))

$$\vartheta(r) = \frac{\vartheta_0 [K_1(mr_0') J_0(mr) + J_1(mr_0') K_0(mr)]}{J_0(mr_0') K_1(mr_0') + J_1(mr_0') K_0(mr_0')} \quad (7.129)$$

При $r = r_0$, $\vartheta(r) = \vartheta_0$.

Тепловой поток через основание ребра q_0 определяется

$$q_0 = -2\pi\lambda r_0 \delta_0 \left. \frac{d\vartheta}{dr} \right|_{r=r_0} \quad (7.130)$$

Дифференцируя (7.129), вычисляем производную при $r = r_0$, и, подставляя результат в соотношение (7.130), можно записать

$$q_0 = 2\pi\lambda r_0 \delta_0 m \vartheta_0 \times \left[\frac{J_1(mr_0') K_1(mr_0') - K_1(mr_0') J_1(mr_0')}{J_0(mr_0') K_1(mr_0') + J_1(mr_0') K_0(mr_0')} \right] \quad (7.131)$$

Эффективность ребра

$$\eta = \frac{2\pi\lambda r_0 \delta_0 m \vartheta_0}{2\pi \left[(r_0')^2 - r_0^2 \right] \lambda \vartheta_0} \times \left[\frac{J_1(mr_0') K_1(mr_0') - K_1(mr_0') J_1(mr_0')}{J_0(mr_0') K_1(mr_0') + J_1(mr_0') K_0(mr_0')} \right];$$

$$\eta = \frac{2r_0}{m \left[(r_0')^2 - r_0^2 \right]} \times \left[\frac{J_1(mr_0') K_1(mr_0') - K_1(mr_0') J_1(mr_0')}{J_0(mr_0') K_1(mr_0') + J_1(mr_0') K_0(mr_0')} \right] \quad (7.132)$$

Тепловой поток, передаваемый радиальным ребром прямоугольного профиля, запишется

$$q_0 = 2\pi\lambda r_0 \delta_0 m \vartheta_0 \times \left[\frac{J_1(mr_0') K_1(mr_0') - K_1(mr_0') J_1(mr_0')}{J_0(mr_0') K_1(mr_0') + J_1(mr_0') K_0(mr_0')} \right] \quad (7.133)$$

Выражение (7.133) можно несколько видоизменить

$$q_0 = 2\pi r_0 \lambda \vartheta_0 \left(\frac{2\alpha \delta_0}{\lambda} \right)^{0.5} \times \frac{J_1(z_0') K_1(z_0) - K_1(z_0') J_1(z_0)}{J_0(z_0') K_1(z_0) + J_1(z_0') K_0(z_0)} \quad (7.134)$$

где:

$$z_0 = \left(\frac{2\alpha r_0^2}{\lambda \delta_0} \right)^{0.5}; \quad z_0' = \left[\frac{2\alpha r_0^2 (1+V)}{\pi \delta_0 r_0^2 \lambda \delta_0} \right]^{0.5} \quad (7.135)$$

где V — объем ребра,

$$V = \pi \delta_0 \left[(r_0')^2 - r_0^2 \right].$$

2. Радиальное ребро гиперболического профиля

Радиальное ребро гиперболического профиля показано на рис. 7.32.

Для радиального ребра гиперболического профиля функция профиля поверхности имеет вид

$$f_2(r) = \frac{C_1}{r}, \quad (7.136)$$

а ее производная

$$\frac{df_2(r)}{dr} = -\frac{C_1}{r^2}, \quad (7.137)$$

где C_1 — постоянная величина.

Подставляя функцию профиля в формулу для площади поперечного сечения ребра, будем иметь

$$f_1(r) = 2(2\pi r) f_2(r) = 4\pi r \frac{C_1}{r} = 4\pi C_1. \quad (7.138)$$

Как видно из рис. 7.32, площадь поперечного сечения ребра, нормального тепловому потоку, постоянна. Тогда при

$$r = r_0, \quad f_2(r) = \frac{\delta_0}{2} \quad \text{и постоянная} \quad C_1 = \frac{\delta_0 r_0}{2}.$$

Подставляя (7.137) со значением $C_1 = \frac{\delta_0 r_0}{2}$ в уравнение (7.124), получим дифференциальное уравнение теплопроводности для радиального ребра гиперболического профиля

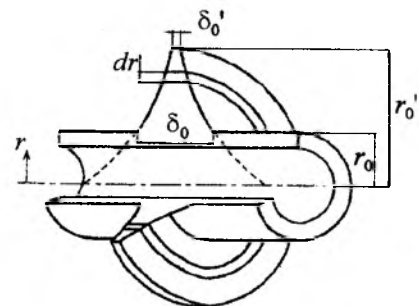


Рис. 7.32. Общий вид радиального ребра гиперболического профиля

$$\frac{d^2 \vartheta_0}{dr(x)^2} - \frac{m^2}{r_0} r(x) \vartheta_0 = 0. \quad (7.139)$$

Тепловой поток будет

$$q_0 = 2\pi[(r_0')^2 - r_0^2] \alpha \vartheta_0. \quad (7.140)$$

Эффективность ребра

$$\eta = \frac{2r_0 \psi}{m[(r_0')^2 - r_0^2]}, \quad (7.141)$$

где ψ — комбинация модифицированных функций Бесселя.

Площадь профиля ребра

$$F_p = \delta_0 r_0 \ln \frac{r_0'}{r_0}. \quad (7.142)$$

На рис. 7.33 приводится анализ эффективности радиальных ребер прямоугольного и гиперболического профиля для отношений $\frac{r_0'}{r_0} = 0,8$ и $0,4$ в зависи-

мости от функции $\chi = (r_0' - r_0)^{1,5} \cdot \left(\frac{2\alpha}{\delta F_p}\right)^{0,5}$. (7.143)

Как видно из рис. 7.33, эффективность ребер гиперболического профиля (формы) выше (при равных значениях χ). Это происходит потому, что при равных площадях профилей и высотах радиальное ребро гиперболического профиля имеет **большую площадь поперечного сечения** в основании.

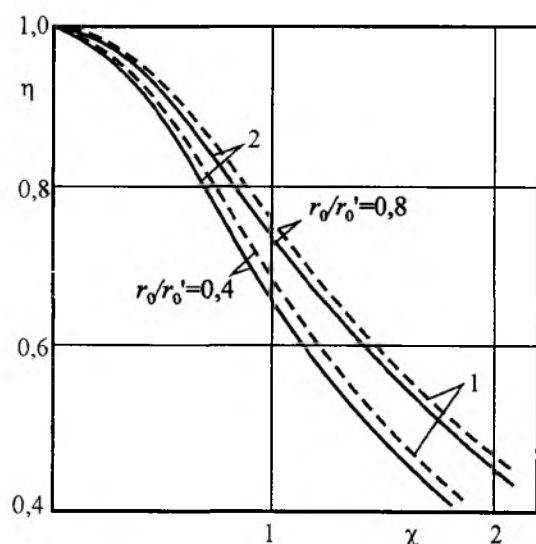


Рис. 7.33. Сравнение эффективности радиальных ребер гиперболического (1) и прямоугольного (2) профилей

3. Радиальное ребро с минимальной массой

Радиальное ребро, требующее минимальной затраты материала на его изготовление, — это ребро, имеющее линейный профиль распределения температуры по его высоте $t_0(r) = f(r)$:

$$\vartheta(r) = \vartheta_0 \left(1 - \frac{r - r_0}{r_0' - r_0}\right). \quad (7.144)$$

Двойное дифференцирование (7.144) приводит к уравнению:

$$\frac{d\vartheta(r)}{dr} = \frac{\vartheta_0}{r_0' - r_0}; \quad \frac{d^2 \vartheta(r)}{dr^2} = 0. \quad (7.145)$$

Выполнив подстановку (7.144) в обобщенное дифференциальное уравнение теплопроводности для радиального ребра, можно получить

$$\begin{aligned} & \frac{\vartheta_0}{r_0' - r_0} \left[f_2(r) + r \frac{df_2(r)}{dr} \right] + \\ & + \frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_0 r \left(1 - \frac{r - r_0}{r_0' - r_0}\right) = 0. \end{aligned} \quad (7.146)$$

Член в квадратных скобках уравнения (7.146) можно представить в форме

$$f_2(r) + r \frac{df_2(r)}{dr} = \frac{d}{dr} [r \cdot f_2(r)]. \quad (7.147)$$

Интегрируя (7.146), имеем

$$\begin{aligned} & \frac{\vartheta_0}{r_0' - r_0} r \cdot f_2(r) + \frac{\alpha}{2\lambda} \vartheta_0 r^2 - \\ & - \frac{\alpha}{3\lambda} \vartheta_0 \frac{r^3}{(r_0' - r_0)} + \frac{\alpha}{2\lambda} \vartheta_0 \frac{r_0 - r^2}{(r_0' - r_0)} = C, \end{aligned} \quad (7.148)$$

где C — постоянная величина, определяемая граничными условиями:

$$\text{при } r = r_0'; \quad f_2(r) = f_2(r_0') = 0.$$

В итоге

$$C = \frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_0 \left[\frac{(r_0')^2}{2} - \frac{(r_0')^3}{3(r_0' - r_0)} + \frac{r_0 (r_0')^2}{2(r_0' - r_0)} \right]. \quad (7.149)$$

Используя полученные выше выкладки, записываем функцию профиля ребра:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_0' - r_0} r \cdot f_2(r) = \\ & = \frac{\alpha}{\lambda} \left[\frac{r^3 - (r_0')^3}{3(r_0' - r_0)} - \frac{r^2 - (r_0')^2}{2} - \frac{r_0 (r^2 - (r_0')^2)}{2(r_0' - r_0)} \right]; \end{aligned}$$

$$\frac{\lambda f_2(r)}{\alpha (r_0')^2} = 0,33 \left(\frac{r}{r_0'}\right)^2 - 0,5 \left(\frac{r}{r_0'}\right) + 0,17 \left(\frac{r_0'}{r_0}\right). \quad (7.150)$$

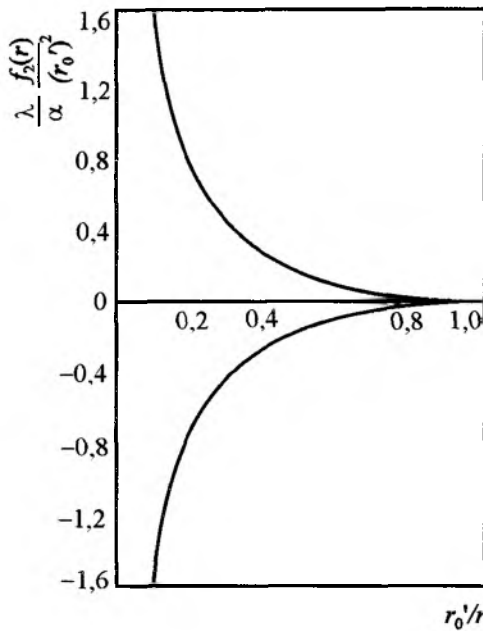


Рис. 7.34. Построение профиля радиального ребра, имеющего минимальную массу

График функции $\frac{\lambda \cdot f_2(r)}{\alpha (r'_0)^2} = f\left(\frac{r'_0}{r}\right)$ иллюстрируется рис. 7.34.

7.2.9. Шипы

1. Шипы произвольного профиля (рис. 7.35)

Наряду с обобщенной функцией профиля радиального и продольного ребер запишем аналогичную функцию для шипа:

$$f_2(x) = \frac{\delta_0}{2} \left(\frac{x}{h}\right)^{\frac{1-2n}{n-2}}. \quad (7.151)$$

При соответствующем выборе n формулу (7.151) можно использовать для получения обобщенного дифференциального уравнения теплопроводности в направлении шипа $h(x)$.

На рис. 7.35 показан шип произвольного профиля, его площадь поперечного сечения, нормального к направлению распространения теплового потока, контур, ограничивающий профиль, и периметр шипа являются некоторыми произвольными функциями расстояния x от вершины шипа. Дифференциальное уравнение теплопроводности при температурном напоре $\vartheta = t_0 - t_\infty$ для шипов может быть получено так же, как для продольных и радиальных ребер на основании рассмотрения теплового баланса для элемента с площадью попе-

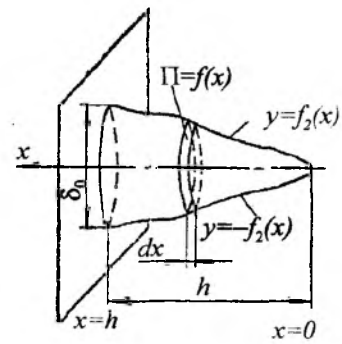


Рис. 7.35. Шип произвольного профиля

речного сечения $f_1(x)$. Разность тепловых потоков поступающего и покидающего элемент dx путем теплопроводности должна быть равна тепловому потоку, отводимому поверхностью элемента шипа в окружающую среду:

$$dq = \lambda \frac{d}{dx} \left[f_1(x) \frac{d\vartheta}{dx} \right] dx. \quad (7.152)$$

При конвективной теплоотдаче с постоянным коэффициентом теплоотдачи $\alpha = \text{const}$

$$dq = \alpha \cdot f_3(x) \vartheta dx, \quad (7.153)$$

где $f_3(x)$ — функция периметра $\Pi(x)$, зависящая от расстояния x от основания шипа к его вершине. Приравняв тепловые потоки теплопроводностью и конвекцией, запишем

$$\lambda \frac{d}{dx} \left[f_1(x) \frac{d\vartheta}{dx} \right] = \alpha \cdot f_3(x) \vartheta. \quad (7.154)$$

После преобразования (7.154) получим обобщенное дифференциальное уравнение теплопроводности для шипов произвольной формы (произвольной конфигурации)

$$f_1(x) \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{df_1(x)}{dx} \cdot \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{\alpha}{\lambda} f_3(x) \vartheta = 0. \quad (7.155)$$

Соотношение между $f_1(x)$ и $f_2(x)$ имеет вид

$$f_1(x) = \pi [f_2(x)]^2, \quad (7.156)$$

где $f_2(x)$ определяется из уравнения (7.154).

Учитывая, что $f_3(x) = 2\pi f_2(x)$, (7.155) можно переписать

$$[f_2(x)]^2 \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{d}{dx} [f_2(x)] \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{2\alpha}{\lambda} f_2(x) \vartheta = 0. \quad (7.157)$$

Уравнение (7.157) — дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами (за исключением случая, когда поперечное сечение шипа, нормальное к направлению теплово-

го потока, постоянно), которое решается почленным сравнением с обобщенным уравнением Бесселя. Процедура решения идентична рассмотренной ранее для обобщенного продольного ребра.

2. Цилиндрический шип (рис. 7.36)

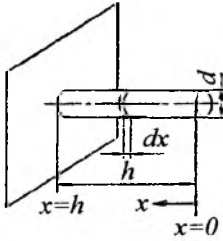


Рис. 7.36. Общий вид цилиндрического шипа

Для цилиндрического шипа записываем:

$$\vartheta(x) = \frac{\vartheta_0 \operatorname{ch}(m \cdot h)}{\operatorname{sh}(m \cdot h)}; \quad (7.158)$$

для потока теплоты через основание

$$q_0 = \frac{\pi}{4} \lambda d^2 m \vartheta_0 \operatorname{th}(m \cdot h); \quad (7.159)$$

для эффективности работы шипа

$$\eta = \frac{\operatorname{th}(m \cdot h)}{m \cdot h}. \quad (7.160)$$

3. Конический шип (рис. 7.37)

Для конического шипа $n = -1$.

Тогда функция профиля определяется уравнением:

$$f_2(x) = \frac{\delta_0 x}{2h}; \quad \frac{df_2(x)}{dx} = \frac{\delta_0}{2h}. \quad (7.161)$$

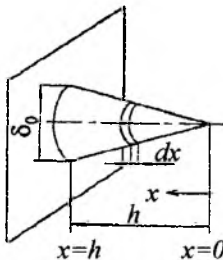


Рис. 7.37. Общий вид конического шипа

Выполняя подстановку (7.161) в обобщенное дифференциальное уравнение теплопроводности шипа, получим дифференциальное уравнение теплопроводности для конического шипа

$$x^2 \frac{d^2 \vartheta(x)}{dx^2} + 2x \frac{d\vartheta(x)}{dx} - (2m^2 \cdot h)^{0.5} x \cdot \vartheta(x). \quad (7.162)$$

Общее решение (7.162) имеет вид

$$\vartheta(x) = x^{-0.5} [C_1 J_1(2M\sqrt{x}) + C_2 K_1(2M\sqrt{x})], \quad (7.163)$$

где $M = (2m^2 \cdot h)^{0.5}$; C_1 и C_2 — произвольные постоянные, вычисляются из граничных условий, записанных нами ранее.

Температурный напор $\vartheta(x)$ при $x = 0$ будет конечным только в том случае, если $C_2 = 0$, поскольку

функция $\frac{K_1(2M\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ при $x = 0$ неограниченна.

Следовательно, нужно вычислять только C_1 . Вычисляя C_1 при $x = h$ и подставляя результат в (7.163), можно получить частное решение для температурного поля шипа в направлении x (h):

$$\vartheta(x) = \vartheta_0 \left(\frac{h}{x}\right)^{0.5} \frac{J_1(2M\sqrt{x})}{J_1(2M\sqrt{h})}. \quad (7.164)$$

При $x = h$, $\vartheta(x) = \vartheta_0$.

Тепловой поток через основание шипа ($x = h$) будет

$$q_0 = \frac{\pi \lambda \delta_0^2 \vartheta_0 M^3 \sqrt{h}}{u_0^2} \left[\frac{J_2(u_0)}{J_1(u_0)} \right], \quad (7.165)$$

где: $u_0 = 2M\sqrt{h}$; $J_2(u_0) = J_0(u_0) - \left(\frac{2}{u_0}\right) J_1(u_0)$.

Выражение (7.165) можно переписать

$$q_0 = \frac{\pi \lambda \delta_0^2 \vartheta_0 M}{4\sqrt{h}} \frac{J_2(2M\sqrt{h})}{J_1(2M\sqrt{h})}. \quad (7.166)$$

Площадь поверхности конического шипа равна интегралу от функции периметра, вычисленно в пределах от $x = 0$ до $x = h$. Следовательно,

$$F = \int_0^h f_3(x) dx = \int_0^h \pi \left(\frac{\delta_0}{h}\right) x dx = \frac{\pi}{2} \delta_0 h. \quad (7.167)$$

Для определения эффективности работы конического шипа может быть использована формула

$$\eta = \frac{q_0}{q'_0} = \frac{\pi \delta^2 \lambda \vartheta M J_2 \frac{2M\sqrt{h}}{4\sqrt{h}J_1(2M\sqrt{h})}}{\frac{\pi}{2} \alpha \delta_0 h \vartheta_0} = \frac{\sqrt{2} \cdot J_2 \cdot (2\sqrt{2m \cdot h})}{(m \cdot h) \cdot J_1 \cdot (2\sqrt{2m \cdot h})}, \quad (7.168)$$

где q'_0 — поток теплоты, передаваемый идеально проводящим шипом,

$$q'_0 = \alpha \left(\frac{\pi}{2} \delta_0 h \right) \vartheta_0. \quad (7.169)$$

На рис. 7.38 выполнено сравнение эффективности (η) для шипов различной конфигурации.

Основные формулы расчета теплопередачи через стенку приведены в табл. 7.3.

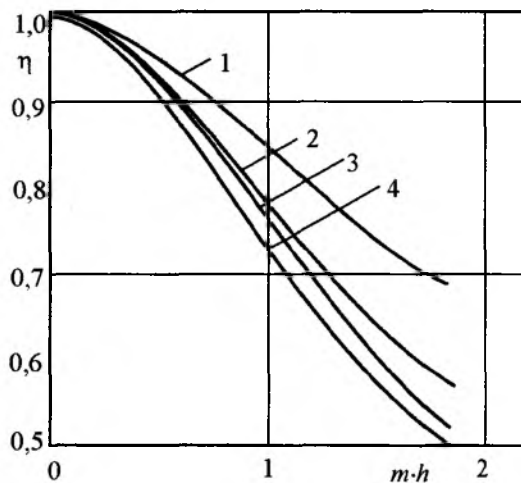


Рис. 7.38. Эффективность шипов различной конфигурации: 1...4 — соответственно для шипов вогнутого параболического, конического, постоянного поперечного сечения и выпуклого параболического

Таблица 7.3

Формулы для расчета теплопередачи через твердую поверхность (стенку)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Теплопередача через плоскую стенку		
Поток теплоты при теплопередаче через плоскую стенку	$q = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/м}^2$	(7.11)
Коэффициент теплопередачи в случае плоской стенки	$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$	(7.12)
Термическое сопротивление теплопередаче	$R = \frac{1}{k}, \text{ (м}^2 \cdot \text{К) / Вт}$	(7.13)
Коэффициент теплопередачи в случае плоской стенки, когда $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \ll \frac{1}{\alpha_1}$ и $\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \ll \frac{1}{\alpha_2}$	$k \approx \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$	(7.14)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Теплопередача через цилиндрическую стенку		
Поток теплоты при теплопередаче через цилиндрическую стенку	$q = \frac{\pi(t_{\infty_1} - t_{\infty_2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_i}{d_{i-1}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}, \text{ Вт/м}^2$	(7.19)
Коэффициент теплопередачи в случае цилиндрической стенки	$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_i}{d_{i-1}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$	(7.20)
	$k_F = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{F_i}{F_{i-1}} + \frac{1}{\alpha_2 F_{n+1}}}, \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ $q = k_F(t_{f_1} - t_{f_2})$	(7.21)
	$k_w = \frac{P}{d_{cp} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{n+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right)}, \text{ Вт/(м}^3\cdot\text{К)}$ P — площадь поверхности нагрева, приходящаяся на 1 м ³ объема; n — число слоев	(7.26)
Теплопередача через шаровую стенку		
Количество теплоты в случае теплопередачи через шаровую стенку	$Q = \frac{\pi(t_{\infty_1} - t_{\infty_2})}{\frac{1}{\alpha_1 + d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 + d_2^2}}, \text{ Вт}$	(7.29)
Коэффициент теплопередачи через шаровую стенку	$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 + d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 + d_2^2}}, \text{ Вт/К}$	(7.30)
Продольные ребра		
Теплота, передаваемая через ребристую стенку (плоскую)	$Q = k_p(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт};$ $q_1 = \frac{Q}{F_1}; \quad q_2 = \frac{Q}{F_2}, \text{ Вт/м}^2$	(7.50)
	$q_1 = k_1(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт/м}^2;$ $q_2 = k_2(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}), \text{ Вт/м}^2$	(7.51)

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}$$

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Коэффициент теплопередачи через ребристую стенку (плоскую)	$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	(7.50)
	$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	(7.52)
	$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$ $k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	(7.55)
Продольное ребро прямоугольного профиля		
Тепловой поток через основание ребра	$q_0 = \lambda \delta_0 m \vartheta_0 \text{th}(mh)$	(7.101)
Оптимальный поток теплоты	$q_0 = 1,26(\alpha^2 F_p \lambda)^{0,33} \cdot \vartheta_0$	(7.107)
Распределение температуры по высоте ребра	$\vartheta(x) = \frac{\vartheta_0 \text{ch}(mx)}{\text{ch}(mh)}$	(7.100)
Эффективность продольного ребра	$\eta = \frac{\int_0^h \vartheta(x) \cdot dx}{\vartheta_0 h}$	(7.102)
Продольное ребро треугольного профиля		
Поток теплоты (оптимальный) через основание ребра	$q_0 = 1,422(\alpha^2 F_p \lambda)^{0,33} \vartheta_0, \text{ Вт}/\text{м}^2$	(7.110)
Поток теплоты через основание ребра	$q_0 = (2\alpha\lambda)^{0,5} \cdot \delta_0^{0,5} \vartheta_0 \frac{J_1(2m \cdot h)}{J_0(2m \cdot h)}, \text{ Вт}/\text{м}^2$	(7.109)
	$F_p = \frac{\delta_0 h}{2} = \frac{0,347}{\alpha^2 \lambda} \left(\frac{q_0}{\vartheta_0} \right)^3, \text{ м}^2$	(7.111)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Радиальные ребра		
<i>Радиальное ребро прямоугольного профиля</i>		
Распределение температуры по высоте ребра	$\vartheta(r) = \frac{\vartheta_0 [K_1(mr_0')J_0(mr) + J_1(mr_0')K_0(mr)]}{J_0(mr_0)K_1(mr_0') + J_1(mr_0')K_0(mr_0)}, \text{ } ^\circ\text{C}$	(7.129)
Поток теплоты через основание ребра	$q_0 = 2\pi r_0 \delta_0 \lambda m \vartheta_0 \left[\frac{J_1(mr_0')K_1(mr_0) - K_1(mr_0')J_1(mr_0)}{J_0(mr_0)K_1(mr_0') + J_1(mr_0')K_0(mr_0)} \right]$	(7.131)
Эффективность радиального ребра	$\eta = \frac{2r_0}{m [(r_0')^2 - r_0^2]} \left[\frac{J_1(mr_0')K_1(mr_0) - K_1(mr_0')J_1(mr_0)}{J_0(mr_0)K_1(mr_0') + J_1(mr_0')K_0(mr_0)} \right]$	(7.132)
<i>Радиальное ребро гиперболического профиля</i>		
Распределение температуры по высоте ребра	$\frac{d^2 \vartheta_0}{dr(x)^2} - \frac{m^2}{r_0} r(x) \vartheta_0 = 0$	(7.139)
Поток теплоты через основание радиального гиперболического профиля	$q_0 = 2\pi [(r_0')^2 - r_0^2] \alpha \vartheta_0, \text{ Вт/м}^2$	(7.140)
Эффективность работы ребра	$\eta = \frac{2r_0 \psi}{m [(r_0')^2 - r_0^2]},$ <p>где ψ — комбинация модифицированных функций Бесселя</p>	(7.141)
Площадь профиля ребра	$F_p = \delta_0 r_0 \ln \frac{r_0'}{r_0}$	(7.142)
Шипы		
<i>Цилиндрический шип</i>		
Распределение температуры по высоте шипа	$\vartheta(x) = \frac{\vartheta_0 \operatorname{ch}(m \cdot h)}{\operatorname{sh}(m \cdot h)}, \text{ } ^\circ\text{C}$	(7.158)
Поток теплоты через основание цилиндрического шипа	$q_0 = \frac{\pi}{4} \lambda d^2 m \vartheta_0 \operatorname{th}(m \cdot h), \text{ Вт/м}^2$	(7.159)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Эффективность работы шипа	$\eta = \frac{\text{th}(m \cdot h)}{m \cdot h}$	(7.160)
<i>Конический шип</i>		
Распределение температуры по высоте конического шипа	$\vartheta(x) = \vartheta_0 \left(\frac{h}{x}\right)^{0,5} \frac{J_1(2M\sqrt{x})}{J_1(2M\sqrt{h})}, \text{ } ^\circ\text{C},$ $M = (2m^2 \cdot h)^{0,5}$	(7.164)
Поток теплоты через основание конического шипа	$q_0 = \frac{\pi \lambda \delta_0^2 \vartheta_0 M^3 \sqrt{h}}{u_0^2} \cdot \left[\frac{J_2(u_0)}{J_1(u_0)} \right], \text{ Вт/м}^2$ $u_0 = 2M\sqrt{h}; J_2(u_0) = J_0(u_0) - \left(\frac{2}{u_0}\right) J_1(u_0)$	(7.165)
Эффективность работы шипа	$\eta = \frac{\sqrt{2} \cdot J_2 \cdot (2\sqrt{2mh})}{(mh) \cdot J_1 \cdot (2\sqrt{2mh})}$	(7.168)

Литература к главе 7

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа». Головное издат., 1988.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.

Примеры решения задач к главе 7

Пример 7.1

Рассчитать температуры внутренней t_2 (со стороны охлаждающей воды, имеющей температуру $t_{\infty_1} = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$) и наружной t_3 поверхностей стенки стальной трубы, а также температуру t_1 наружной поверхности изоляции трубопровода (трубопровод покрыт изоляцией толщиной $\delta_{\text{из}} = 50 \text{ мм}$) (рис. 1 (к примеру 7.1)).

Дано: температура циркулирующей воды — $t_{\infty_1} = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$; температура наружного воздуха $t_{\infty_2} = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$; коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = 232$ и $\alpha_2 = 10,4 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ соответственно со стороны циркулирующей воды и окружающего воздуха.

Также даны: $\lambda_{\text{ст}} = 41,5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$;

$\lambda_{\text{из}} = 0,12 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $\delta_{\text{ст}} = 5$ и $\delta_{\text{из}} = 50 \text{ мм}$.

Решение. Рассчитываем величину коэффициента теплоотдачи от охлаждающей рубашки двигателя воды к окружающему воздуху с температурой $t_{\infty_2} = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Имеем

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{\delta_{\text{из}}}{\lambda_{\text{из}}} + \frac{1}{\alpha_2}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{232} + \frac{0,005}{41,5} + \frac{0,05}{0,12} + \frac{1}{10,4}} = 1,86 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Находим значение потока теплоты от воды к воздуху:

$$q_{1,2} = k(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); q_{1,2} = 1,86(80 - 10) = 130 \text{ Вт/м}^2.$$

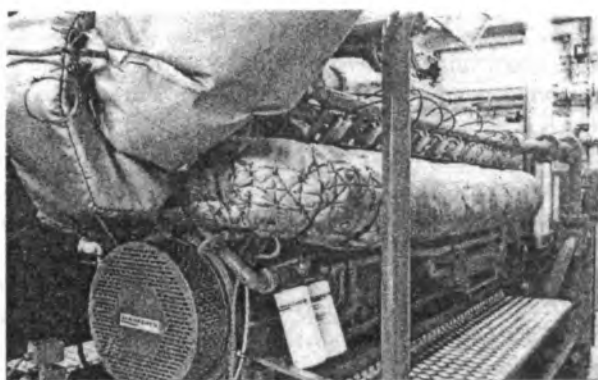
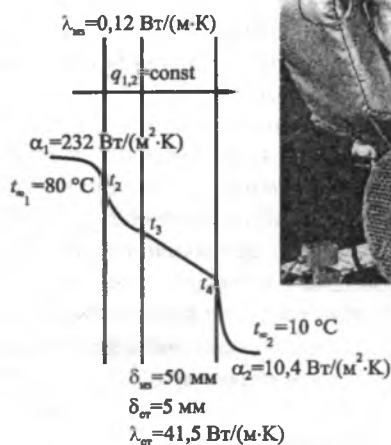


Рис. 1 (к примеру 7.1). Когенерационный газопоршневый двигатель (показана горизонтальная изолированная труба водяного охлаждения двигателя). Слева дана расчетная схема двухслойной стенки (первый слой — стальная стенка трубы — $\delta_{cr} = 5$ и второй — изоляция этой трубы $\delta_{из} = 50$ мм)

Определяем значения температур t_2 , t_3 и t_4 :

$$q_{1,2} = \alpha_1(t_{\infty_1} - t_2) = \frac{\lambda_{cr}}{\delta_{cr}}(t_2 - t_3) = \alpha_2(t_4 - t_{\infty_2});$$

$$t_2 = t_{\infty_1} - \frac{q_{1,2}}{\alpha_1} = 80 - \frac{130}{232} = 79,4 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$t_3 = t_2 - q_{1,2} \frac{\lambda_{cr}}{\delta_{cr}} = 79,4 - \frac{130 \cdot 0,005}{46,5} \cong 79,4 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$t_4 = \frac{q_{1,2}}{\alpha_2} + t_{\infty_2} = \frac{130}{10,4} + 10 = 22,4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Как видим, при наложении изоляции на трубу температура поверхности изоляции составила $22,4 \text{ } ^\circ\text{C}$ при наружной температуре (температуре окружающего воздуха) $10 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Пример 7.2

Рассчитать величину теплового потока (количество теплоты, передаваемое через 1 м^2 поверхности) через наиболее тонкую часть ограждающей конструкции (однослойная стенка) нагревательного колодца, изображенного на рис. 1 (к примеру 7.2). Также требуется определить температуры на стенках t_1 и t_2 .

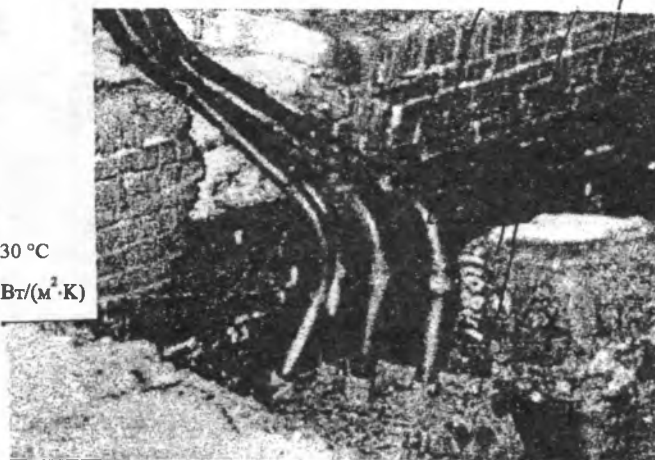
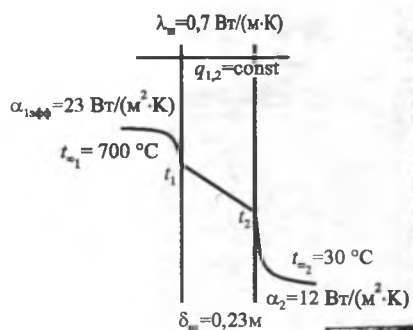


Рис. 1 (к примеру 7.2). Схема нагревательного колодца со снятой крышкой (видна шамотная однослойная стенка толщиной 230 мм)

Дано: толщина ограждающей конструкции, выполненной из шамотного кирпича, — $\delta_{ш} = 0,230$ м; коэффициент теплопроводности материала стенки $\lambda_{ш} = 0,7$ Вт/(м·К); температура газов — $t_{\infty_1} = 700$ °С ($t_{\infty_1} = \text{const}$); температура окружающего воздуха $t_{\infty_2} = 30$ °С.

Также заданы значения коэффициентов теплоотдачи: эффективное значение коэффициента теплоотдачи от греющих газов к стенке — $\alpha_{\text{эфф}} = 23$ Вт/(м²·К) и от стенки к окружающему воздуху — $\alpha_2 = 12$ Вт/(м²·К).

Схема теплоотдачи через однослойную стенку нагревательного колодца показаны на рис. 1.

Решение. Определяем величину потока теплоты $q_{1,2}$ через стенку

$$q_{1,2} = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_{\text{эфф}}} + \frac{\delta_{ш}}{\lambda_{ш}} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/м}^2.$$

Имеем

$$q_{1,2} = \frac{700 - 30}{\frac{1}{23} + \frac{0,23}{0,7} + \frac{1}{12}} = 1380 \text{ Вт/м}^2.$$

Находим значения температур на стенке при

$q_{1,2} = \text{const}$:

$$t_1 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \frac{1}{\alpha_{\text{эфф}}}; \quad t_1 = 700 - \frac{1380}{23} = 639 \text{ °С};$$

$$t_2 = t_{\infty_2} + q_{1,2} \frac{1}{\alpha_2}; \quad t_2 = 30 + \frac{1380}{12} = 145 \text{ °С}.$$

Пример 7.3

Вычислить тепловой поток от продуктов сгорания органического топлива, образующихся в топке отопительного жаротрубного котла (рис. 1 (к примеру 7.3)) (имеющих постоянную температуру t_{∞_1} , $t_{\infty_1} = \text{const}$), к находящейся в котле кипящей воде t_{∞_2} ($t_{\infty_2} = 200$ °С = const).

Дано: коэффициент теплоотдачи (эффективное значение) от продуктов сгорания к наружной стенке барабана — $\alpha_{\text{эфф}} = 100$ Вт/(м²·К); коэффициент теплоотдачи от внутренней стенки барабана к кипящей воде — $\alpha_2 = 5000$ Вт/(м²·К). Барабан котла не покрыт изоляцией. Коэффициент теплопроводности материала барабана (барабан изготовлен из стали 40) — $\lambda_{ст} = 50$ Вт/(м·К); толщина стенки барабана задана и равна — $\delta_{ст} = 12$ мм.

Решение. Находим величину потока теплоты $q_{1,2}$:

$$q_{1,2} = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_{\text{эфф}}} + \frac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/м}^2;$$

$$q_{1,2} = \frac{1000 - 200}{\frac{1}{100} + \frac{0,012}{50} + \frac{1}{5000}} = \frac{800}{0,01 + 0,00024 + 0,0002} = 76628 \text{ Вт/м}^2.$$

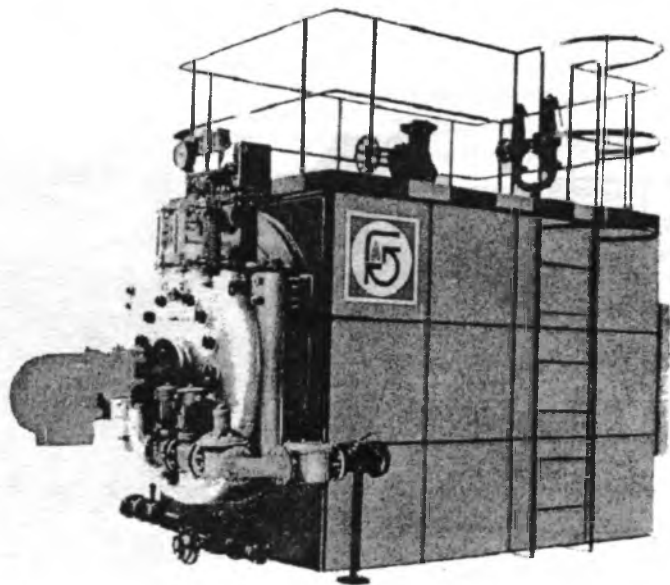


Рис. 1 (к примеру 7.3). Общий вид отопительного жаротрубного котла

Имеем:

$$t_1 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \frac{1}{\alpha_{1\text{эфф}}};$$

$$t_1 = 1000 - \frac{76628}{100} = 233,7 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$t_2 = t_{\infty_2} + q_{1,2} \frac{1}{\alpha_2};$$

$$t_2 = 200 - \frac{76628}{5000} = 200 + 15,33 = 215,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Пример 7.4

Для условий предыдущей задачи (пример 7.3) необходимо учесть, что в процессе эксплуатации поверхность со стороны обогревающих ее продуктов сгорания покрылась сажистым отложением толщиной $\delta_{\text{саж}} = 1 \text{ мм}$ ($\lambda_{\text{саж}} = 0,08 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$), а со стороны воды — слоем накипи толщиной $\delta_{\text{нак}} = 2 \text{ мм}$ ($\lambda_{\text{нак}} = 0,8 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$).

Нужно вычислить поток теплоты от греющих газов к воде $q_{1,2}$ и температуры t_1 , t_2 , t_3 и t_4 (см. рис. 1 (к примеру 7.4)).

Решение. Находим поток теплоты $q_{1,2}$:

$$q_{1,2} = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_{1\text{эфф}}} + \frac{\delta_{\text{саж}}}{\lambda_{\text{саж}}} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{\delta_{\text{нак}}}{\lambda_{\text{нак}}} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/м}^2;$$

$$q_{1,2} = \frac{1000 - 200}{0,01 + \frac{0,001}{0,08} + 0,00024 + \frac{0,02}{0,8} + 0,0002} = 31496 \text{ Вт/м}^2.$$

Записываем:

$$t_1 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \frac{1}{\alpha_{1\text{эфф}}}; \quad t_1 = 1000 - \frac{31496}{100} = 685 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Также имеем:

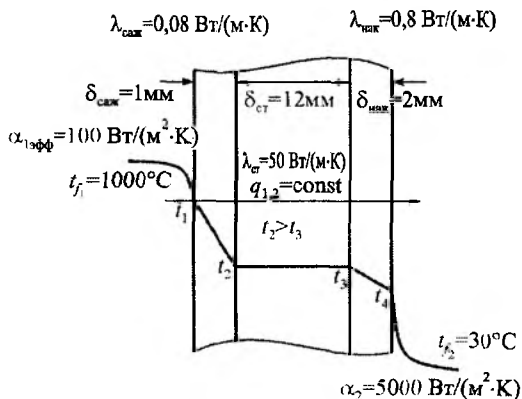


Рис. 1 (к примеру 7.4). Температурный график

$$t_2 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \left(\frac{1}{\alpha_{1\text{эфф}}} + \frac{\delta_{\text{саж}}}{\lambda_{\text{саж}}} \right);$$

$$t_2 = 1000 - 31496 (0,01 + 0,0125) = 291,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Находим значение температуры под слоем солевых отложений t_3 :

$$t_3 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \left(\frac{1}{\alpha_{1\text{эфф}}} + \frac{\delta_{\text{саж}}}{\lambda_{\text{саж}}} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} \right);$$

$$t_3 = 1000 - 31496 (0,0225 + 0,0024) = 1000 - 31496 \cdot 2,274 \cdot 10^{-2} = 283,8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(здесь $\frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}}$ пренебрегаем в силу ее малой величины).

И наконец находим ($q_{1,2} = \text{const}$):

$$t_4 = t_{\infty_2} + q_{1,2} \frac{1}{\alpha_2};$$

$$t_4 = 200 + 31496 \cdot 0,0002 = 206,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Как видим, в результате отложений сажи и накипи произошло снижение тепловой нагрузки поверхности теплообмена (потока теплоты). Снижение потока теплоты составило

$$\Delta q_{1,2} = \frac{76628 - 31496}{76628} \cdot 100 = 58,9 \text{ } \%$$

Поверхность теплообмена стала работать много хуже, так как на ней появились загрязнения. В процессе эксплуатации загрязнения с поверхности теплообмена периодически удаляют.

Пример 7.5

На рис. 1 (к примеру 7.5) показан водовоздушный теплообменник, собранный из оребренных труб с коэффициентом оребрения $\frac{F_2}{F_1} = 13$.

Внутри трубок движется горячая вода с температурой $t_{\infty_1} = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$. Наружная поверхность трубок обдувается воздухом, имеющим температуру $15 \text{ } ^\circ\text{C}$ ($t_{\infty_2} = 15 \text{ } ^\circ\text{C}$).

Коэффициент теплоотдачи от воды с температурой $t_{\infty_1} = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$ к внутренней поверхности трубок равен $200 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ ($\alpha_1 = 200 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$), а от наружной — $\alpha_2 = 10 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$. Оребрение выполнено на стороне меньшего коэффициента теплоотдачи $\alpha_2 < \alpha_1$.

Нужно найти количество переданной теплоты к окружающему воздуху ($t_{\infty_2} = 15 \text{ } ^\circ\text{C}$) от оребренной поверхности теплообмена.

Решение. В соответствии с выражением

$$k_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2}},$$

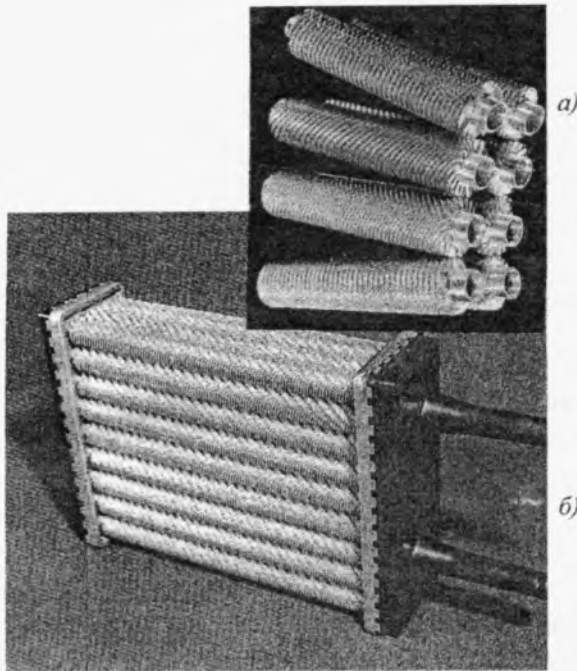


Рис. 1 (к примеру 7.5). Водовоздушный теплообменник, собранный из ребристых труб: а — ребристые трубы; б — теплообменник в сборе

где $\delta_{ст}$ и $\lambda_{ст}$ — соответственно толщина и коэффициент теплопроводности металлической стенки.

Соответственно имеем $\delta_{ст} = 10$ мм и $\lambda_{ст} = 40$ Вт/(м·К).

Выполним подстановку

$$k_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10 \cdot 13}} = 77 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Находим величину теплового потока:

$$q_{1,2} = k_{1,2} (t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); \quad q_1 = 77 \cdot 60 = 4620 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

При отсутствии ребер будем иметь

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10}} = 9,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Также имеем:

$$q_1 = k_1 (t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); \quad q_1 = 9,5 \cdot 60 = 570 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Как видим, эффективность передачи теплоты при наличии оребрения на стороне F_2 составит

$$\frac{4620}{570} = 8,1 \text{ раза.}$$

Пример 7.6

На рис. 1 (к примеру 7.6) показано жилое кирпичное здание. Стенка здания однослойная из красного кирпича толщиной 510 мм. По обе сторо-

ны стенка покрыта декоративным покрытием (со стороны жилого помещения — штукатуркой, а с наружной стороны — тонким слоем декоративной шубки). Декоративное покрытие обладает термическим сопротивлением $\frac{\delta_{шт}}{\lambda_{шт}}$ и $\frac{\delta_{шб}}{\lambda_{шб}}$, малым в сравнении с основной кирпичной стенкой $\frac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}}$ ($R_{шт} \ll R_{ст}$) и

$R_{шб} \ll R_{ст}$), что дает основание в расчетах значениями $R_{шт}$ и $R_{шб}$ пренебречь.

Дано: $\delta_{ст} = 510$ мм; $\lambda_{ст} = 0,8$ Вт/(м·К); $t_{\infty_1} = 18$ °С; $t_{\infty_2} = -30$ °С; α_1 и α_2 соответственно равны $7,5$ Вт/(м²·К) и 20 Вт/(м²·К).

Нужно определить $q_{1,2}$, t_1 и t_2 (температуры на внутренней и наружной сторонах кирпичной стенки).

Решение. Определяем теплопотери с 1 м² кирпичной стенки:

$$q_{1,2} = \frac{t_{\infty_1} - t_{\infty_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\alpha_2}};$$

$$q_{1,2} = \frac{18 + 30}{\frac{1}{7,5} + \frac{0,51}{0,8} + \frac{1}{20}} =$$

$$= \frac{48}{0,133 + 0,638 + 0,05} = \frac{48}{0,821} = 58,5 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Находим температуры на поверхностях плоской кирпичной стенки:

$$t_1 = t_{\infty_1} - q_{1,2} \cdot \frac{1}{\alpha_1}; \quad t_1 = 18 - 58,5 \cdot 0,133 = 10,2 \text{ °С};$$

$$t_2 = t_{\infty_2} - q_{1,2} \cdot \frac{1}{\alpha_2}; \quad t_2 = -30 + 58,5 \cdot 0,05 = -27,1 \text{ °С}.$$

Стенка, имеющая температуру +10,2 °С, создает дискомфорт для проживающих в таком помещении. Для устранения дискомфорта (повышения температуры t_1) наружную поверхность песущей кирпичной стенки покрывают пенополиуретановой теплоизоляцией толщиной 80...120 мм (с нанесением по пенополиуретану тонкого декоративного влагостойкого покрытия).

Пример 7.7

В трубчатом пароводяном теплообменнике (рис. 1 (к примеру 7.7)) сухой насыщенный пар при давлении $p = 0,3$ МПа конденсируется на внешней поверхности трубного пучка. Вода движется по трубкам пучка и нагревается от температуры $t'_в = 16$ °С до температуры $t''_в = 90$ °С.

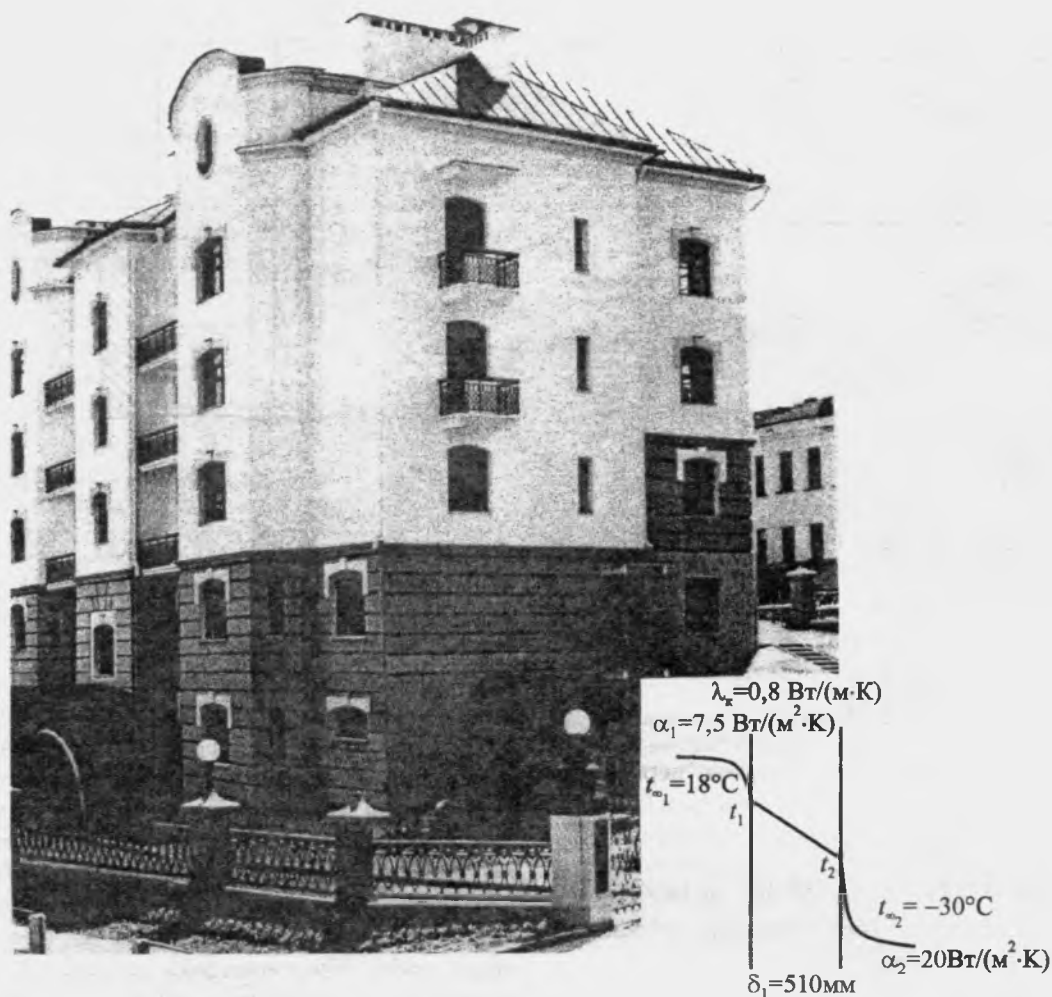


Рис. 1 (к примеру 7.6). К определению тепловых потерь с 1 м² стеновой конструкции жилого кирпичного здания

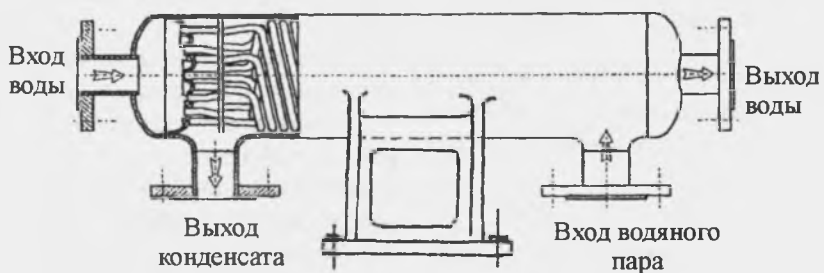


Рис. 1 (к примеру 7.7). К расчету теплопередачи в пароводяном теплообменнике

Определить среднелогарифмический температурный напор и поверхность нагрева F теплообменника от конденсирующегося пара ($t_{s_{p=0,3}} = 133,54^\circ\text{C}$) к воде составляет величину $k = 3600 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$.

Решение. По hs -диаграмме находим температуру конденсации водяного пара

$$t_{s_{p=0,3}} = 133,54^\circ\text{C}.$$

$$\text{Имеем } t_{\text{н}} = t_{\text{п}} = t_{s_{p=0,3}} = 133,54^\circ\text{C}.$$

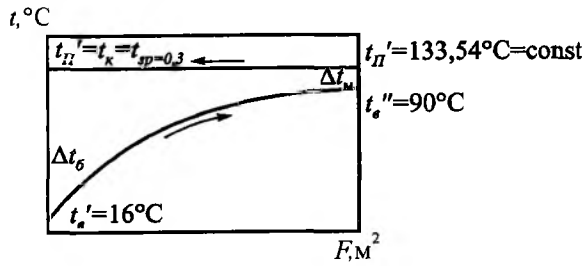


Рис. 2 (к примеру 7.7). График для определения $\Delta t_{ср}$

Находим среднелогарифмический температурный напор (рис. 2 (к примеру 7.7)).

Имеем:

$$\Delta t_{ср} = \frac{\Delta t_6 - \Delta t_n}{\ln \frac{\Delta t_6}{\Delta t_n}}$$

где $\Delta t_6 = 133,54 - 16 = 117,54 \text{ }^\circ\text{C}$ (см. рис. 1 (к примеру 7.7));

$$\Delta t_n = 133,54 - 90 = 43,54 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Выполняем подстановку

$$\Delta t_{ср} = \frac{117,54 - 43,54}{2,3 \lg \frac{117,54}{43,54}} = 75 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Определяем количество теплоты, переданное воде первичным теплоносителем (паром):

$$Q = G_2 c_p (t_n' - t_n'');$$

$$Q = 6000 \cdot 4,19 (90 - 16) = 186 \cdot 10^4 \text{ кДж/ч}.$$

Можно записать (без учета коэффициента удержания теплоты $\eta_{тепл}$):

$$Q = k \cdot F \cdot \Delta t_{ср}; \quad F = \frac{186 \cdot 10^4}{3600 \cdot 75} = 6,9 \text{ м}^2.$$

Как следует из расчета, для нагрева такого количества воды до температуры $90 \text{ }^\circ\text{C}$ теплообменник (рис. 1 (к примеру 7.7)) должен иметь поверхность $6,9 \text{ м}^2$.

С учетом коэффициента удержания теплоты (качество тепловой изоляции внешней обечайки и днищ) $\eta_{тепл} = 0,92$ поверхность теплообмена несколько увеличится:

$$F_{факт} = \eta_{тепл} \cdot F; \quad F_{факт} = 0,92^{-1} \cdot 6,9 = 7,5 \text{ м}^2.$$

Коэффициент удержания теплоты $\eta_{тепл}$ зависит от качества и состояния тепловой изоляции аппарата.

Пример 7.8

Автоцистерна для перевозки молока (рис. 1 (к примеру 7.8)) изготовлена из листовой нержавеющей стали толщиной $\delta_c = 4 \text{ мм}$ ($\lambda_c = 16,1 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$). Цистерна изолирована слоем шлаковой ваты толщиной $\delta_{ш.в} = 34 \text{ мм}$ ($\lambda_{ш.в} = 0,07 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$),

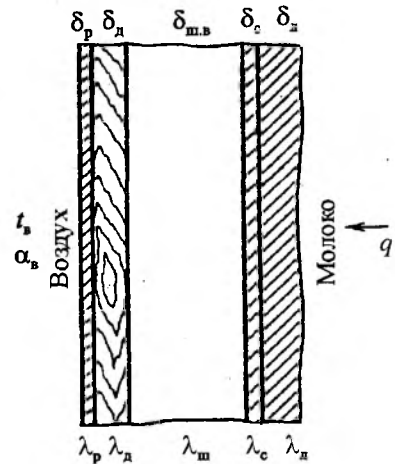


Рис. 1 (к примеру 7.8). Теплопередача через стенку автоцистерны

обшивкой из досок толщиной $\delta_d = 18 \text{ мм}$ ($\lambda_d = 0,107 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$) и рубашкой из кровельного железа толщиной $\delta_p = 1 \text{ мм}$ ($\lambda_p = 45,3 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$). При транспортировке молока в зимнее время на внутренней поверхности цистерны образуется слой льда из молока. Для удаления льда путем его оттаивания изнутри используют источник тепла мощностью 695 Вт . Температура воздуха снаружи цистерны $t_n' = -32 \text{ }^\circ\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи от воздуха к поверхности цистерны $\alpha_n = 31,4 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$. Поверхность цистерны $15,3 \text{ м}^2$. Температуру заморозания молока принять $-0,6 \text{ }^\circ\text{C}$. Теплопроводность льда, образовавшегося из молока, считать такой же, как для чистого льда $\lambda_l = 2,25 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Можно ли полностью расплавить лед, если тепловой поток будет распределяться равномерно по всей внутренней поверхности цистерны? Если невозможно, то какую толщину будет иметь остаточный слой льда? Стенку цистерны допустимо считать плоской.

Решение. Оттаивание молока происходит при постоянной температуре $t_{с,пл.мол} = -0,6 \text{ }^\circ\text{C}$, что обеспечивает постоянство теплового потока. При включении внутри цистерны источника стационарного теплового потока, который равномерно распределен по ее поверхности, температуры в сложной стенке начнут постепенно повышаться. При этом слой льда будет уменьшаться до тех пор, пока его термическое сопротивление не достигнет величины, при которой температура внутренней поверхности льда станет равной температуре плавления. Если температура окружающего воздуха при оттаивании не будет изменяться, то при постоянном тепловом потоке в

стенке устанавливается стационарное распределение температур, плавление прекращается и толщина льда сохраняется.

Определим толщину остаточного слоя льда с помощью уравнения теплового потока. Особенность уравнения заключается в том, что в него входит разность температур поверхности t_1 и наружного воздуха t_2 , причем этой разности температур соответствует неполная сумма тепловых сопротивлений.

$$Q = \frac{(t_1 - t_2)F}{\frac{\delta_a}{\lambda_a} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{\delta_{шв}}{\lambda_{шв}} + \frac{\delta_d}{\lambda_d} + \frac{\delta_p}{\lambda_p} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Или

$$695 = \frac{[-0,6 - (-32)]15,3}{\frac{\delta_a}{2,25} + \frac{0,004}{16,1} + \frac{0,034}{0,07} + \frac{0,018}{0,107} + \frac{0,001}{45,3} + \frac{1}{31,4}}$$

Решая уравнение относительно δ_d , имеем

$$\delta_d = 11,7 \text{ мм.}$$

Пример 7.9

На рис. 1 (к примеру 7.9) показан калорифер¹ для кондиционирования воздуха² в цехе сборки электротехнических изделий промышленного предприятия.

Дано: коэффициент оребрения $\frac{F_2}{F_1} = 21$. Температура горячей воды, движущейся в трубах, $t_{\text{вг}} = 75^\circ\text{C}$. Температура нагреваемого воздуха (вторичного теплоносителя) $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$.

Значения коэффициентов теплоотдачи от воды к внутренней поверхности трубок и от ее наружной поверхности к воздуху соответственно равны $\alpha_1 = 200 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и $\alpha_2 = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Толщина стенки трубки составляет $\delta_{\text{ст}} = 1 \text{ мм}$ и $\lambda_{\text{ст}} = 40 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Нужно рассчитать величину коэффициента теплопередачи с оребрением и без него.

¹ Калорифер (от лат. calor — тепло и fero — несу), теплообменник (пластинчатый, из гладких труб и т.д.) для нагрева воздуха в системах воздушного отопления, вентиляции и в сушилках.

² Кондиционирование воздуха, создание и поддержание в закрытых помещениях и транспортных средствах состояния воздушной среды, наиболее благоприятного для самочувствия людей, протекания технологических процессов, работы оборудования и т.п. Системы кондиционирования воздуха содержат технические средства для охлаждения (подогрева), очистки, увлажнения (осушения) и перемещения воздуха, а также автоматического регулирования его температуры, влажности, давления, состава, скорости движения.

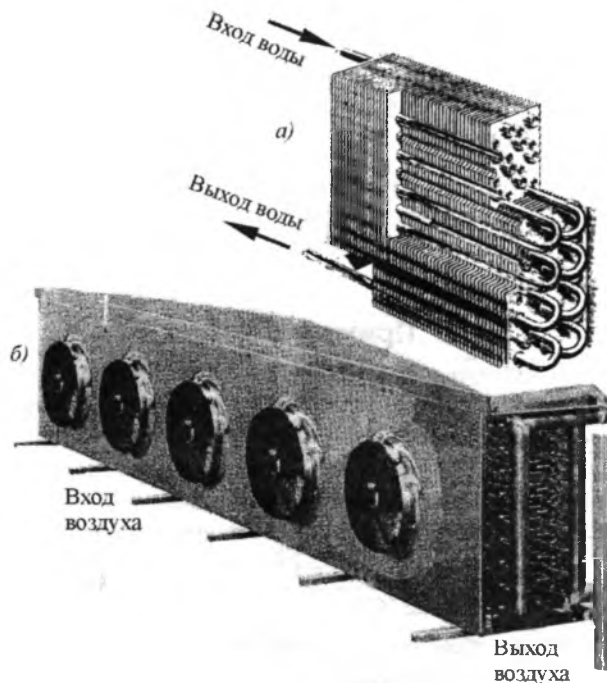


Рис. 1 (к примеру 7.9). Теплообменник (водовоздушный) для подогрева воздуха в помещении цеха: а — калорифер, собранный из оребренных труб; б — теплообменник в сборе

Решение. Термическое сопротивление теплопроводности R_λ достаточно мало в сравнении с R_{α_1} и R_{α_2} :

$$R_\lambda = \frac{0,001}{40} = 0,000025;$$

$$R_{\alpha_1} = \frac{1}{200} = 0,005; \quad R_{\alpha_2} = \frac{1}{20} = 0,05.$$

Как видим:

$$R_\lambda \ll R_{\alpha_1} \text{ и } R_\lambda < R_{\alpha_2}.$$

При расчете сопротивлением R_λ пренебрегаем. Выражение

$$k_{1,r} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2}}$$

трансформируется к виду:

$$k_{1,r} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2}};$$

$$k_{1,r} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{20} \frac{1}{21}} = \frac{1}{0,005 + 0,05 \frac{1}{21}} = 133 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Для случая без оребрения (без учета R_{λ})

$$k = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{20}} = \frac{1}{0,005 + 0,05} = 18,2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Как видим, оребряя трубку со стороны меньшего значения коэффициента теплоотдачи ($\alpha_2 < \alpha_1$), происходит существенная интенсификация теплообмена.

Пример 7.10

Нужно определить тепловую производительность Q (поверочный тепловой расчет) емкостного теплообменника (рис. 1 и 2 (к примеру 7.10)). В качестве первичного теплоносителя используется насыщенный водяной пар давлением 0,6 МПа, в качестве вторичного — нагреваемая вода.

Дано: $t_1' = t_{s_{p=0,6}}$; $t_1'' = t_{s_{p=0,6}} = \text{const}$; температура воды: $t_1' = 12^\circ\text{C}$; $t_1'' = 60^\circ\text{C}$. Температура окружающего воздуха (окружающей среды) $t_{\infty 2} = 7^\circ\text{C}$. Температура наружной поверхности изоляции — $t_{\text{на.п}} = 27^\circ\text{C}$.

Также дано: внутренний диаметр обечайки теплообменника $d_{\text{в}}$ составляет 900 мм ($d_{\text{в}} = 900$ мм); число труб в змеевике (трубном пучке) — 6 шт.; поверхность теплообмена — $3,58 \text{ м}^2$ (трубного пучка); диаметр труб трубного пучка — 48/41

мм; общая площадь живого сечения для прохода пара — $0,00792 \text{ м}^2$,

$$f_{\text{жс}} = \frac{\pi d_{\text{в}}^2}{4} \cdot 6.$$

Решение. Расчет выполняем для стационарного режима, когда:

$$t_1' = t_1'' = t_{s_{p=0,6}} = \text{const};$$

$$t_2' = \text{const} \text{ и } t_2'' = \text{const}.$$

Также следует считать, что коэффициенты теплоотдачи от конденсирующегося пара к трубке (α_1) и от трубки к нагреваемой воде (α_2) с течением времени не изменяются.

При стационарном режиме вся теплота первичного теплоносителя (конденсирующегося водяного пара) расходуется на нагрев воды и часть теплоты теряется через тепловую изоляцию

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (1)$$

где Q — тепловая производительность теплообменника;

Q_1 — теплота, пошедшая на нагрев воды;

Q_2 — тепловые потери в окружающую среду, Вт.

Тепловая производительность теплообменника может быть также представлена выражением

$$Q = k \cdot F \cdot \Delta t_{\text{ср}}, \quad (2)$$

где k — коэффициент теплопередачи, Вт/($\text{м}^2 \cdot \text{К}$);

F — поверхность теплообмена (поверхность трубного пучка), м^2 ;

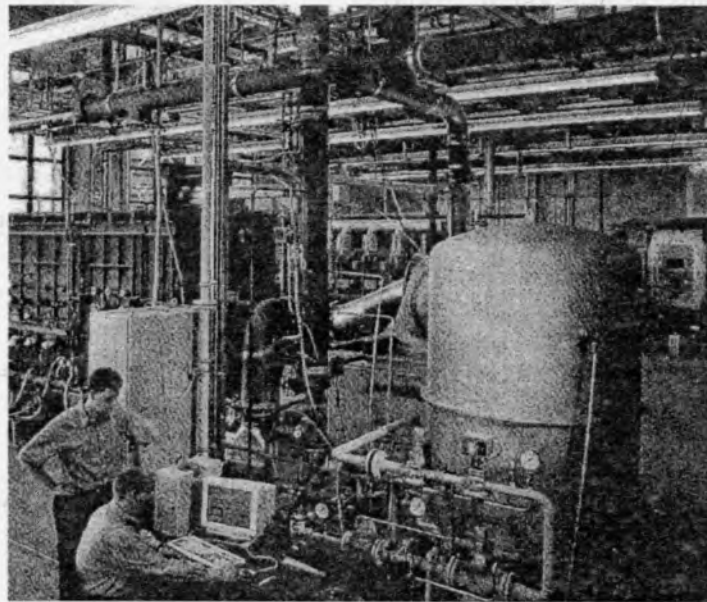


Рис. 1 (к примеру 7.10). Пароводяной теплообменник емкостного типа (изучение режима работы теплообменника)

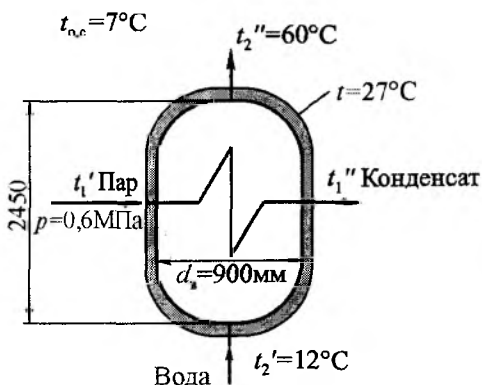


Рис. 2 (к примеру 7.10). Схема теплообмена

$\Delta t_{\text{ср}}$ — средний температурный напор между теплоносителями, °С.

Для цилиндрической стенки

$$k = \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где $\lambda_{\text{ст}}$ — коэффициент теплопроводности материала трубки, Вт/(м·К).

В качестве первичного теплоносителя используется конденсирующийся водяной пар. Коэффициент теплоотдачи при конденсации пара на внутренней стенке трубки рассчитывается по формуле

$$\alpha_1 = 0,724 \sqrt[4]{\frac{\lambda_{\text{конд}}^3 \cdot \rho_{\text{конд}}^2 \cdot r \cdot g}{\mu_{\text{конд}} \cdot \Delta t \cdot d}}, \quad (4)$$

где $\lambda_{\text{конд}}$ — коэффициент теплопроводности пленки конденсата, Вт/(м·К);

$\rho_{\text{конд}}$ — плотность конденсата, кг/м³;

r — скрытая теплота парообразования при $p = 0,6$ МПа, кДж/кг;

g — ускорение силы тяжести, м/с²;

$\mu_{\text{конд}}$ — коэффициент динамической вязкости конденсата, Па·с;

Δt — температурный напор между теплоносителями, °С;

d — внутренний диаметр, м.

Значение r находится в соответствии с давлением пара ($p = 0,6$ МПа).

Имеем:

$$t_{\text{конд}} = 112 \text{ °С}; \quad r = 2224,4 \text{ кДж/кг}.$$

Оставшиеся величины, входящие в (4), рассчитываются по средней температуре пленки конденсата t_m :

$$t_m = \left(\frac{t_{\text{конд}} + \frac{t_2' + t_2''}{2}}{2} + t_{\text{конд}} \right) \frac{1}{2};$$

$$t_m = \left(\frac{112 + \frac{12 + 60}{2}}{2} + 112 \right) \frac{1}{2} = 93 \text{ °С}.$$

При $t_m = 93 \text{ °С}$ находим:

$$\lambda_{\text{конд}} = 68,09 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м·К)}; \quad \rho_{\text{конд}} = 962,83 \text{ кг/м}^3;$$

$$\mu_{\text{конд}} = 305,18 \cdot 10^{-6} \text{ Па·с};$$

$$\Delta t = t_{\text{конд}} - \frac{t_2' + t_2''}{2} =$$

$$= 112 - \frac{12 + 60}{2} = 38 \text{ °С}.$$

Выполняем подстановку в (4)

$$\alpha_1 = 0,724 \sqrt[4]{\frac{68,09^3 \cdot 10^{-6} \cdot 962,8^2 \cdot 2224,4 \cdot 9,81}{10^{-6} \cdot 305,18 \cdot 38 \cdot 4,1 \cdot 10^{-2}}} =$$

$$= 1378,23 \text{ (Вт/м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Рассчитываем коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности трубки (трубного пучка) к нагреваемой воде. Такой теплообмен совершается при свободной конвекции воды у трубки $\frac{d_{\text{нар}}}{d_{\text{вн}}} = \frac{48}{41}$ мм.

Расчетная формула для такого случая теплоотдачи имеет вид

$$\text{Nu} = C (\text{Gr} \cdot \text{Pr})_m^n,$$

где C и n — коэффициенты, находятся в зависимости от произведения $\text{Gr} \cdot \text{Pr}$ и сорта жидкости (вода).

Для дальнейших расчетов находим среднюю температуру пограничного слоя:

$$t_m = \left(\frac{t_{\text{конд}} + \frac{t_2' + t_2''}{2}}{2} + \frac{t_2' + t_2''}{2} \right) 0,5;$$

$$t_m = \left(\frac{112 + \frac{12 + 60}{2}}{2} + \frac{12 + 60}{2} \right) 0,5 = 55 \text{ °С}.$$

По t_m находим средние параметры воды:

$$\lambda_{t_m} = 63,35 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м·К)};$$

$$\nu_{t_m} = 0,517 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\beta_{t_m} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/К};$$

$$Pr_{t_m} = 3,26; Gr_{t_m} = \beta_{t_m} \frac{g l^3}{\nu_{t_m}^2} \Delta t,$$

где β_{t_m} — коэффициент объемного расширения воды;

$l = d_{\text{нар}}$ — наружный диаметр трубки пучка;

ν_{t_m} — коэффициент кинематической вязкости воды при температуре $t_m = 55^\circ\text{C}$;

Δt — разность между температурами поверхности трубки и нагреваемой воды.

$$Gr = 4,8 \cdot 10^{-4} \frac{9,81(4,8 \cdot 10^{-2})^3}{(0,517 \cdot 10^{-6})^2} \cdot (74 - 36) = 7,40 \cdot 10^7.$$

Определяем произведение $Gr \cdot Pr$:

$$Gr \cdot Pr = 7,40 \cdot 10^7 \cdot 3,26 = 2,41 \cdot 10^8.$$

Используя значение $Gr \cdot Pr = 2,41 \cdot 10^8$, находим

$$C = 0,135 \text{ и } n = 0,33.$$

Тогда

$$Nu = 0,135(2,41 \cdot 10^8)^{0,33} = 78,78.$$

Помня, что $Nu = \frac{\alpha_2 d}{\lambda_{t_m}}$, находим коэффициент теплоотдачи α_2

$$\alpha_2 = \frac{78,78 \cdot 65,35 \cdot 10^{-2}}{4,8 \cdot 10^{-2}} = 1072,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Находим значения коэффициента теплопередачи от греющего водяного пара к воде

$$k = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \text{ (здесь термическим сопротивлением стенки трубки пучка пренебрегаем).}$$

Записываем

$$k = \frac{1378,23 \cdot 1072,5}{1378,23 + 1072,5} = 603,14 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Находим средний температурный напор (см.

(2)) $\Delta t_{\text{ср}}$:

$$\Delta t_{\text{ср}} = t_{\text{квод}} - \frac{t_2 + t_2'}{2};$$

$$\Delta t_{\text{ср}} = 112 - \frac{12 + 60}{2} = 76^\circ\text{C}.$$

Определяем тепловую производительность теплообменника (см. (2)):

$$Q = 603,14 \cdot 3,58 \cdot 76 = 164102 \text{ Вт};$$

$$Q = 164,102 \text{ кВт}.$$

Принимая коэффициент удержания теплоты на уровне 90 %, полезная мощность составит:

$$Q_{\text{пол}} = 0,9Q; Q_{\text{пол}} = 0,9 \cdot 164,102 = 147,7 \text{ кВт}.$$

Тепловые потери могут быть найдены путем, обозначенным в начале этого примера.

Пример 7.11

Требуется найти количество переданной теплоты через 1 м^2 плоской стенки, холодная сторона (F_2) которой оребрена продольными ребрами;

коэффициент оребрения составляет $\frac{F_2}{F} = 13$. Толщина стенки (δ) равна 10 мм, а ее коэффициент теплопроводности $\lambda = 40 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. Коэффициенты теплоотдачи со стороны поверхностей F_1 и F_2 соответственно равны 200 и 10 $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Температуры жидкости: $t_{\infty_1} = 75^\circ\text{C}$; $t_{\infty_2} = 15^\circ\text{C}$.

Решение. Для плоской, оребренной со стороны стенки определяем величину коэффициента теплопередачи (см. (7.45)).

Имеем:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10} \frac{F_2}{F_1}};$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10} \cdot 13} = 77 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Находим искомую величину теплового потока через 1 м^2 плоской оребренной стенки, разделяющей жидкости с температурами $t_{\infty_1} = 75^\circ\text{C}$ и $t_{\infty_2} = 15^\circ\text{C}$ (здесь t_{∞_2} — температура жидкости со стороны F_2):

$$q_1 = k_1(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); q_1 = 77(75 - 15) = 4620 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Те же величины, но при отсутствии ребер на поверхности F_2 :

$$k'_1 = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10}} = 9,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$q_1 = k'_1(t_{\infty_1} - t_{\infty_2}); q_1 = 9,5(75 - 15) = 570 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Пример 7.12

Определить коэффициент эффективности ребра η и тепловой поток, отводимый через основание ребра треугольного профиля, а также температурный градиент (напор) у торца ребра, если известно: толщина ребра в основании $\delta_0 = 10 \text{ мм}$; высота ребра $h = 100 \text{ мм}$; коэффициент теплопроводности материала $\lambda = 30 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; температура окружающего воздуха (со стороны F_2) $t_{\infty_2} = 20^\circ\text{C}$; средний коэффициент теплоотдачи со стороны F_2 $\alpha = 30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Также задана температура в основании ребра $t_0 = 80^\circ\text{C}$.

Решение. Вначале определяем комплекс:

$$m = \left(\frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F} \right)^{0,5}; m = \left(\frac{\alpha \cdot 2}{\lambda \cdot \delta_0} \right)^{0,5}; m = \left(\frac{30}{30} \cdot \frac{2}{0,01} \right)^{0,5} = 14,142 \text{ 1/м.}$$

Помня, что высота ребра $h = 0,1$ м, находим произведение $m \cdot h$

$$m \cdot h = 14,142 \cdot 0,1 = 1,41.$$

Коэффициент эффективности работы продольного ребра треугольной формы будет

$$\eta = \frac{J_1(2m \cdot h)}{m \cdot h \cdot J_0(2m \cdot h)} = \frac{J_1(2,82)}{1,41 \cdot J_0(2,82)},$$

где модифицированные функции Бесселя первого рода (J_1) и нулевого (J_0) порядка, $x = 2,82$ находятся из табл. IV.1 приложения IV, помещенного в конце книги.

Имеем:

$$J_0 = 4,222; J_1 = 3,072.$$

Определяем эффективность ребра

$$\eta = \frac{J_1}{m \cdot h \cdot J_0} = \frac{3,072}{1,41 \cdot 4,222} = 0,516.$$

Рассчитываем величину потока теплоты через основание ребра на единицу его длины:

$$q_0 = \frac{2\alpha \cdot \vartheta_1 \cdot J_1(2m \cdot h)}{m \cdot J_0(x)(2m \cdot h)};$$

$$q_0 = \frac{2 \cdot 30(80 - 20) \cdot 3,072}{14,142 \cdot 4,222} = 185,22 \text{ Вт/м.}$$

Или

$$q_0 = 2\alpha \cdot h \cdot \vartheta_1 \cdot \eta =$$

$$= 2 \cdot 30 \cdot 0,1 \cdot (80 - 20) \cdot 0,516 = 187,2 \text{ Вт/м.}$$

Избыточная температура у торца (вершины ребра ($\vartheta = t_{02} - t_{\infty}$)) находится в соответствии с выражением

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1 \cdot J_0(2m \cdot \sqrt{h \cdot x})}{J_0(2m \cdot h)}$$

$$= \frac{60 \cdot J_0(2 \cdot 14,142 \cdot \sqrt{0,1 \cdot 0})}{J_0(2 \cdot 14,142 \cdot 0,1)} = \frac{60 \cdot 1}{4,222} = 14,21 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Как видим, температура на конце ребра (t_{02}) лишь на $14,21$ $^\circ\text{C}$ превышает температуру окружающей среды (жидкости $t_{2\infty}$) и равна

$$t_{02} = 14,21 + 20 = 34,2 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Пример 7.13

Продольное ребро прямоугольной формы толщиной $\delta_0 = 10$ мм и высотой $h = 100$ мм изготовлено из стали ($\lambda = 30$ Вт/(м·К)). Ребро отводит теплоту в окружающую среду $t_{2\infty} = 20$ $^\circ\text{C}$. Средний коэффициент теплоотдачи от поверхности

ребра к окружающей среде составляет величину $\alpha = 30$ Вт/(м²·К). Температура ребра в основании $t_{01} = 80$ $^\circ\text{C}$.

Нужно определить коэффициент эффективности η , температуру торца ребра t_{02} и тепловой поток на единицу длины, передаваемый ребром.

Решение. Избыточная температура (температурный градиент) в основании ребра будет:

$$\vartheta_1 = t_{\infty 2} - t_{01}; \vartheta_1 = 80 - 20 = 60 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Также находим:

$$m = \left(\frac{\alpha \cdot \Pi}{\lambda \cdot F} \right)^{0,5}; m = \left(\frac{\alpha \cdot 2}{\lambda \cdot \delta_0} \right)^{0,5};$$

$$m = \left(\frac{30}{30} \cdot \frac{2}{0,01} \right)^{0,5} = 14,142 \text{ 1/м.}$$

Величина $m \cdot h$ определяется

$$m \cdot h = 14,142 \cdot 0,1 = 1,41.$$

Определяем коэффициент эффективности ребра η

$$\eta = \frac{\text{th}(m \cdot h)}{m \cdot h} = \frac{\text{sh}(m \cdot h)}{m \cdot h \cdot \text{ch}(m \cdot h)} =$$

$$= \frac{\exp(m \cdot h) - \exp(-m \cdot h)}{m \cdot h \cdot [\exp(m \cdot h) + \exp(-m \cdot h)]} =$$

$$= \frac{\exp(1,41) - \exp(-1,41)}{1,41 \cdot [\exp(1,41) + \exp(-1,41)]} =$$

$$= \frac{4,078 - 0,245}{6,095} = 0,629.$$

Находим избыточную температуру на конце (торце) ребра:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1 \cdot \text{ch}(m \cdot x)}{\text{ch}(m \cdot h)} = \frac{60 \cdot \text{ch}(m \cdot 0)}{\text{ch}(m \cdot h)};$$

$$\vartheta = \frac{60}{\text{ch}(1,41)} = \frac{60}{4,323} = 13,9 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Тогда температура торца ребра определится

$$t_{02} = \vartheta + t_{2\infty} = 13,9 + 20 = 33,9 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Тепловой поток, передаваемый через основание ребра на единицу длины:

$$q_0 = \lambda \cdot \delta_0 \cdot m \cdot \vartheta_1 \cdot \text{th}(m \cdot h);$$

$$q_0 = 30 \cdot 0,01 \cdot 14,142 \cdot 60 \cdot 0,887 = 225,8 \text{ Вт/м.}$$

Этот же тепловой поток может быть получен в соответствии с выражением:

$$q_0 = 2\alpha \cdot \vartheta_1 \cdot \eta;$$

$$q_0 = 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 0,629 = 226,4 \text{ Вт/м.}$$

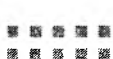
Глава 8. Теплообменные аппараты



8.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ



8.2. ТЕПЛОВЫЙ РАСЧЕТ КОЖУХОТРУБНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ



8.3. РАСЧЕТ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ РАБОЧИХ ЖИДКОСТЕЙ



8.4. ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ



8.5. МЕТОДИКИ И ИНЖЕНЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ РЕКУПЕРАТОРОВ ОГНЕТЕХНИЧЕСКИХ УСТАНОВОК



ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 8



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 8

Chapter 8. HEAT-EXCHANGE APPARATUS

Глава 8. Теплообменные аппараты

Изучение I и II разделов части первой книги «Тепло- и массообмен» было посвящено процессам теплообмена, что позволяет с глубоким пониманием обратиться к главе восьмой лекционного курса. Иными словами, глава 8 настоящего курса является венцом выполненного нами изучения. Материал этой главы позволяет решить практические вопросы, связанные с передачей теплоты от одного теплоносителя (более нагретого) к менее нагретому теплоносителю (сетевой воде, направляемой в системы гражданского и промышленного теплоснабжения; нагреваемому воздуху, поступающему в горелочные устройства для окисления, сжигаемого в высокотемпературных установках и парогенераторах органического топлива и др.). В промышленных теплотехнологиях основная часть тепловой энергии трансформируется в различных теплообменных аппаратах¹.

В энергетике и других отраслях промышленного производства применяются газо- или воздухоохладители и подогреватели. Основным недостатком газов и воздуха как теплоносителей являются гораздо худшие, чем у капельных жидкостей, теплопередающие свойства, обусловленные вязкостью. Эффективность газовых теплоносителей значительно возрастает с повышением давления. В этих случаях, к примеру, в теплообменниках для газотурбинных установок, газ под высоким давлением протекает внутри труб, что позволяет избежать высокого давления внутри цилиндрического кожуха. Однако в большинстве воздухоохладителей внутри труб циркулирует капельная жидкость, а снаружи — газообразная.

Для отвода даже сравнительно небольшого количества тепла, подводимого жидкостью, необходимо увеличить теплопередающую поверхность со

стороны воздуха. В таких случаях применяются разнообразные по конструкции оребренные трубы, ребра на которых обычно располагаются на внешней поверхности. Процессы обтекания и теплообмена в пучках оребренных труб довольно сложны.

В процессе совершенствования оребренных поверхностей появились так называемые компактные теплообменники, имеющие сравнительно большую удельную поверхность теплообмена в единице объема и обеспечивающие большой теплоотвод. Компактность теплообменников, применяемых в автотранспорте, авиации и других областях современной техники, непрерывно увеличивается и в некоторых случаях уже доведена до $(5...7) \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{м}^3$. Путем совершенствования компактных теплообменников с развитыми поверхностями теплообмена решаются современные проблемы уменьшения веса, габаритов и стоимости теплообменников. Вместе с тем создание теплообменных аппаратов тесно связано с интенсификацией теплоотдачи и выбором оптимальных режимов теплообмена. При этом нужно помнить, что с ростом энергетических мощностей и объема промышленного производства все более увеличиваются габариты используемых в теплотехнологиях аппаратов.

И несмотря на большое разнообразие конвективных теплообменных аппаратов по виду, принципу действия и специальному назначению, в любом из них, будь то паровые котлы, водонагреватели, маслоохладители или воздухоподогреватели, тепло от горячего теплоносителя передается к разделяющей стенке и через нее — к холодному теплоносителю. Поэтому методы теплового расчета различных теплообменных аппаратов **остаются общими**.

8.1. Общие сведения

Теплообменные аппараты по роду используемых теплоносителей делятся на теплообменники типа «газ-газ», «жидкость-газ» и «жидкость-жидкость». Обычно в таких теплообменниках на обеих или одной стороне стенки канала или трубы происходит процесс однофазного конвективного теплообмена. Причем с газовой стороны (продукты сгорания топлива) коэффициент теплоотдачи α_1 формируется как конвекцией $\alpha_{1,к}$, так и излучением $\alpha_{1,л}$, а со стороны вторичного теплоносителя (капельная жидкость, воздух) — за счет только тепловой конвекции $\alpha_2 = \alpha_к$, в то время как $\alpha_1 = \alpha_{1,л} + \alpha_{1,к}$.

¹Теплообменник, аппарат для передачи теплоты от среды с более высокой температурой (греющее тело — теплоноситель) к среде с более низкой температурой (нагреваемое тело). Теплообменники делятся на рекуператоры, регенераторы и смесительные аппараты (градирни, скрубберы и т.п.).

Перемещение теплоносителя в конвективных теплообменниках вынужденное, и интенсивность теплообмена, а следовательно, и теплообменная поверхность в значительной степени зависят от рода теплоносителя. Например, при одинаковых условиях и скоростях потока коэффициент теплоотдачи в потоке воды обычно на один-два порядка выше, чем в потоке воздуха. Однако воздух в неограниченном количестве находится в атмосфере Земли, он менее агрессивен, чем вода, не вызывает коррозии и солевых отложений, что позволяет применять при изготовлении теплообменников более дешевые углеродистые стали или легкие сплавы.

Процессы теплоотдачи, обтекания и гидродинамического сопротивления зависят также от состояния пограничного слоя, в котором большое значение имеет изменение вязкости по его толщине. Коэффициент кинематической вязкости сильно изменяется с изменением температуры. Например, при понижении температуры от 80 до 20 °С коэффициент кинематической вязкости авиационного масла увеличивается в 27 раз, воды — в 2,7 раза, а коэффициент кинематической вязкости воздуха уменьшается только в 1,4 раза.

В итоге при конструировании теплообменников важное значение имеют сорт теплоносителя и выбор надлежащего температурного режима его работы, что тесно связано с глубоким анализом работы теплообменника и учетом физических свойств жидкостей.

Важным также является выбор направления движения теплоносителя в теплообменнике. В этом смысле можно выделить три наиболее характерные группы теплообменников: **прямоточные**, в которых оба теплоносителя движутся параллельно в одном направлении, **противоточные**, когда оба теплоносителя движутся в противоположных направлениях, и **перекрестного тока**, когда один теплоноситель движется **под прямым углом** к направлению движения второго теплоносителя.

8.1.1. Классификация теплообменных аппаратов

До изучения материала восьмой главы вводим дополнительные обозначения, табл. 8.1.

Таблица 8.1

Обозначения физических величин

Величина	Обозначение	Единицы физических величин
Тепловой поток (мощность)	\dot{Q}	Вт
Количество теплоты	$Q = \int \dot{Q} dt$	Дж
Плотность теплового потока	$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$	Вт/м ²
Время	t, τ	с
Масса	M	кг
Массовый расход	\dot{M}	кг/с
Массовая скорость (массовый расход на единицу площади)	$\dot{m} = \frac{\dot{M}}{S}$	кг(м ² · с)
Плотность потока массы	$\dot{m}_n = \frac{\dot{M}_n}{S}$	кг(м ² · с)
Плотность	ρ	кг/м ³

Величина	Обозначение	Единицы физических величин
Мольная плотность	$\bar{\rho}$	моль/м ³
Мольная концентрация	\bar{c}	моль/м ³
Массовая доля	x_i, y_i	кг/кг
Массовое отношение	X_i, Y_i	кг/кг
Мольная массовая доля	\bar{x}_i, \bar{y}_i	моль/моль
Объем	V	м ³
Объемный расход	\dot{V}	м ³ /с
Скорость	u, v, w	м/с
Площадь поверхности	F	м ²
Площадь поперечного сечения	S	м ²
Длина или диаметр	L, D, l, d, S	м
Координата	$\psi, \varphi, r, x, y, z$	—
Коэффициент теплоотдачи	α	Вт/(м ² ·К)
Коэффициент теплопередачи	U	Вт/(м ² ·К)
Коэффициент гидравлического сопротивления	ξ	—
Коэффициент гидравлического трения	λ	—
Коэффициент теплопроводности	λ	Вт/(м·К)
Коэффициент диффузии	δ	м ² /с
Кинематический коэффициент вязкости	ν	м ² /с
Динамический коэффициент вязкости	η	кг/(м·с)
Коэффициент температуропроводности	$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$	м ² /с
Коэффициент поверхностного натяжения	σ	Н/м
Касательное напряжение	τ	Па (Н/м ²)
Давление	p	Па (Н/м ²)
Перепад давлений	Δp	Па (Н/м ²)

1. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по принципу действия

Теплообменный аппарат (теплообменник) — это устройство, в котором осуществляется процесс нагревания или охлаждения. При этом совершается процесс передачи теплоты от одного теплоносителя¹ (первичного), более нагретого, к другому (вторичному), менее нагретому (нагреваемому).

Классификация теплообменников (теплообменных аппаратов) по принципу действия предусматривает три разновидности:

- **рекуперативные**²;
- **регенеративные**³;
- **смесительные**.

В рекуперативных теплообменниках (рис. 8.1...8.3) первичный и вторичный (менее нагретый) теплоносители разделены твердой поверхностью (обычно это стенка трубки). При этом теплоносители перемещаются вдоль (поперек) разделяющей их поверхности. В качестве примера можно указать на рекуперативные воздухоподогреватели огнетехнических установок, конденсаторы паровых турбин, сетевые подогреватели воды, идущей на обогрев (отопление) промышленных и гражданских зданий, и многое другое.

На рис. 8.1 приведена конструкция рекуперативного теплообменника (атмосферный воздух — продукты сгорания органического топлива) для

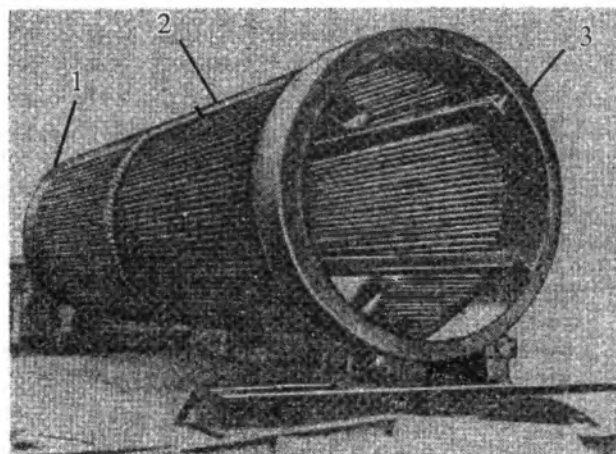


Рис. 8.1. Трубчатый корзиночный радиационный рекуператор (приготовленный к транспортировке), к расчету теплопередачи от продуктов сгорания органического топлива к нагреваемому воздуху-окислителю: 1 — коллектор для подачи воздуха-окислителя, поступающего в теплообменник; 2 — трубки, в которых движется воздух-окислитель; 3 — коллектор нагретого воздуха (температура 380 °С)

крупной нагревательной печи прокатного стана металлургического завода. Нагреваемый воздух с температурой t_1 подается в коллектор (позиция 1, рис. 8.1). Из коллектора 3 отбирают уже подогретый воздух (t_1''). Продукты сгорания, имеющие температуру порядка 800 °С (t_2), проходят по центральной части теплообменника справа налево (теплообменник устанавливается вертикально, и дымовые газы перемещаются снизу вверх). На выходе дым имеет температуру t_2' . Определение температур t_1' и t_2' при заданной поверхности теплообмена F и t_1, t_2 является очень важной задачей. При конструировании такого теплообменника наряду с температурами t_1' и t_2' также нужно рассчитывать поверхность теплообмена F или количество теплоты Q .

Пластинчатый рекуперативный теплообменник представлен на рис. 8.2. Это водо-водяной теплообменный аппарат. В нем обычно подогревают воду, идущую на обогрев жилых и промышленных зданий. На подогрев идет более горячая вода с температурой 130...150 °С. Пластинчатые рекуперативные теплообменники также используются в теплотехнологиях промышленных предприятий.

Теплообменник (теплообменный аппарат) рекуперативного типа для подогрева воздуха, идущего на отопление жилых помещений, изображен

¹ Теплоноситель, движущаяся среда (газ, пар, жидкость), используемая для переноса теплоты. В ядерном реакторе теплоноситель — жидкое или газообразное вещество, выносящее из активной зоны теплоту, выделяющуюся в результате реакции деления ядер; в качестве теплоносителя используются обычная и тяжелая вода, водяной пар, органические жидкости, CO_2 , He, жидкие металлы.

² Рекуператор (от лат. recuperator — получающий обратно, возвращающий), теплообменник, в котором теплообмен между теплоносителями осуществляется непрерывно через разделяющую их стенку. Служат для утилизации теплоты отходящих газов.

Рекуперация (от лат. recuperatio — обратное получение), возвращение части материалов или энергии для повторного использования в том же технологическом процессе. Так, ценные растворители извлекаются из отработавших смесей, отходящие из какой-либо теплотехнической установки газообразные продукты сгорания нагревают в рекуператоре поступающие в эту установку топливо и воздух и т.д.

³ Регенератор (от лат. regenero — вновь произвожу), теплообменник, в котором передача теплоты осуществляется поочередным соприкосновением горячего и холодного теплоносителей с одними и теми же поверхностями аппарата. Служат для утилизации теплоты отходящих газов теплотехнических устройств.

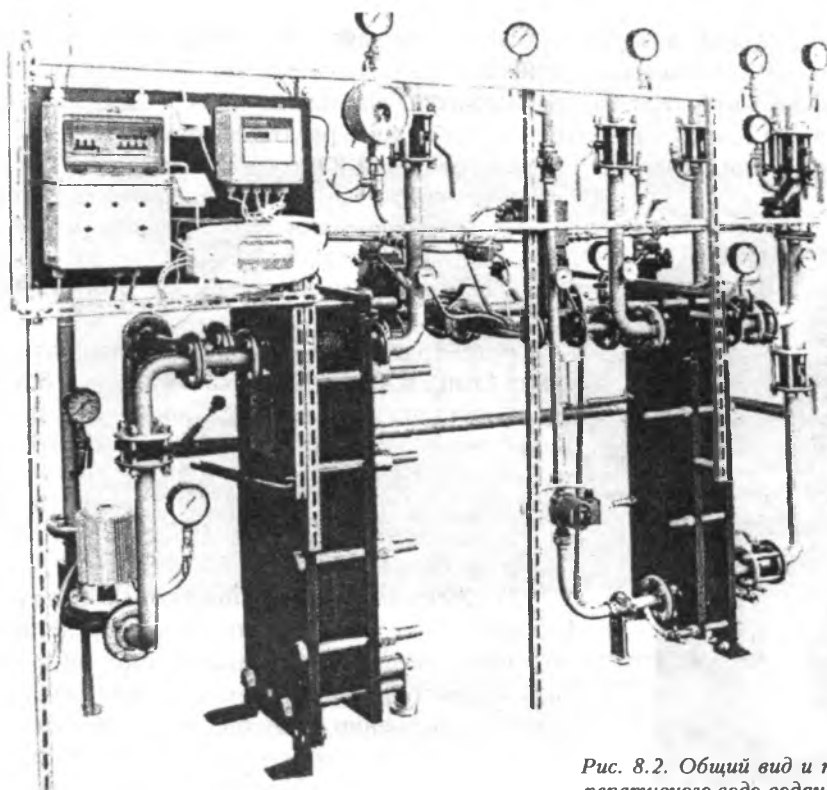
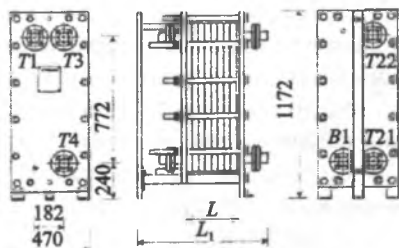
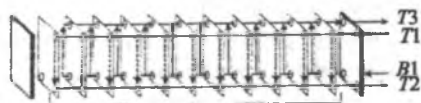


Рис. 8.2. Общий вид и техническая характеристика рекуперативного водо-водяного пластинчатого теплообменника



PC-0,2 - одноходовой



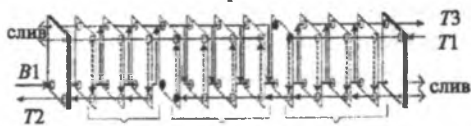
пакет секций одного хода

PC-0,2 - двухходовой



пакет секций II хода пакет секций I хода

PC-0,2 - трехходовой



третий ход второй ход первый ход

Наименование		Ед. изм.	PC-0,2-1,х	PC-0,2-2х	PC-0,2-3х	PC-0,2-2х Ц	PC-0,2-3х Ц	PC-0,2-3х БВ		
			50	80	1,0	1,6	до 70	150	до 1120	до 2200
Диаметр номинальный, DN	площадью до 18,0 м ²	мм							50	
	площадью свыше 18,0 м ²								80	
Давление номинальное, PN	разборная полость	МПа							1,0	
	нсразборная полость								1,6	
Поверхность теплообмена		м ²	до 70							
Температура рабочей среды		°C	150							
Габаритные размеры	L	мм	до 1120							
	L ₁		до 2200							
Материал	пластины		сталь 12X18Н10Т сталь 08X18Н10							
	прокладки		резина ПС-04 или 513029П пищевого назначения							
Масса		кг	до 1100							

на рис. 8.3. Как видно из этого рисунка, воздух засасывается вентилятором, а затем омывает поверхность тепловых труб, нагреваясь при этом до температуры 30...60 °С. Подогретый воздух с температурой t_2'' направляется в объем отапливаемого помещения.

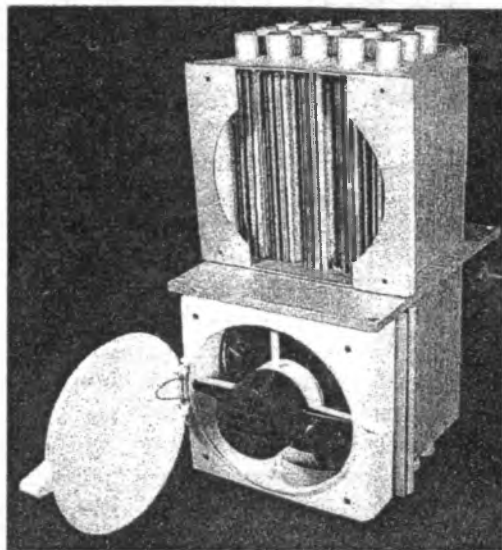


Рис. 8.3. Общий вид рекуперативного теплообменника на тепловых трубах для подогрева атмосферного воздуха

Регенеративными называются такие аппараты, в которых одна и та же поверхность нагрева омывается **то горячей, то холодной жидкостью**. При протекании горячей жидкости тепло воспринимается стенками аппарата и в них аккумулируется, при протекании же холодной жидко-

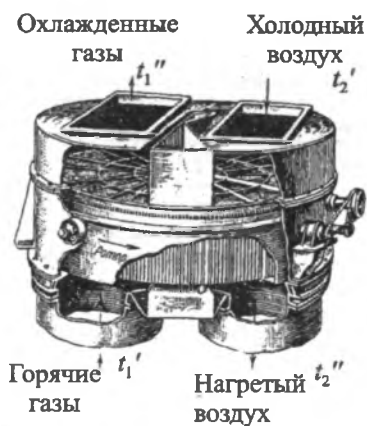


Рис. 8.4. Схема регенеративного теплообменника для подогрева воздуха-окислителя органического топлива

сти это аккумулированное тепло передается холодной жидкости. Примером таких аппаратов служат регенераторы мартеновских и стеклоплавильных печей, воздухонагреватели доменных печей, воздухонагреватели Юнгстрем и др.

В рекуперативных и регенеративных аппаратах процесс передачи тепла неизбежно связан с поверхностью твердого тела. Поэтому такие аппараты **называются также поверхностными**.

Регенеративный теплообменник роторного типа (типа Юнгстрем) показан на рис. 8.4. Как видим из рисунка, ротор вращается против часовой стрелки. Ротором представлена поверхность нагрева F . В разных частях ротор то нагревается продуктами сгорания топлива, то охлаждается подогреваемым воздухом. Процесс этот происходит непрерывно.

В **смесительных аппаратах** процесс теплопередачи реализуется путем непосредственного соприкосновения и смешивания горячей и холодной жидкостей. В этом случае теплопередача протекает одновременно с материальным обменом. Примером таких теплообменников являются башенные и прочие охладители (градирни), скрубберы и др.

Смесительный аппарат (теплообменник) для охлаждения технической воды с температурой $t_1' \sim 40$ °С показан на рис. 8.5. Направленное движение вторичного теплоносителя на этом рисунке показано стрелками. Дополнительным побудителем движения воздуха (наряду с самотягой) служит установленный сверху вентилятор. В устройстве (капельная вентиляторная градирня) воздух контактирует с поверхностью капель.

Охлаждающие устройства смешивающего типа показаны также на рис. 8.6 и 8.7.

Специальные названия теплообменных аппаратов обычно определяются их назначением, например: паровые котлы, печи, градирни, водонагреватели, испарители, пароперегреватели, конденсаторы, деаэраторы и т.д. Однако, несмотря на большое разнообразие теплообменных аппаратов по виду, устройству, принципу действия и рабочим телам, назначение их в конце концов одно и то же — передача тепла от одной, горячей, жидкости к другой, холодной, а следовательно, и основные положения теплового расчета для них остаются общими.

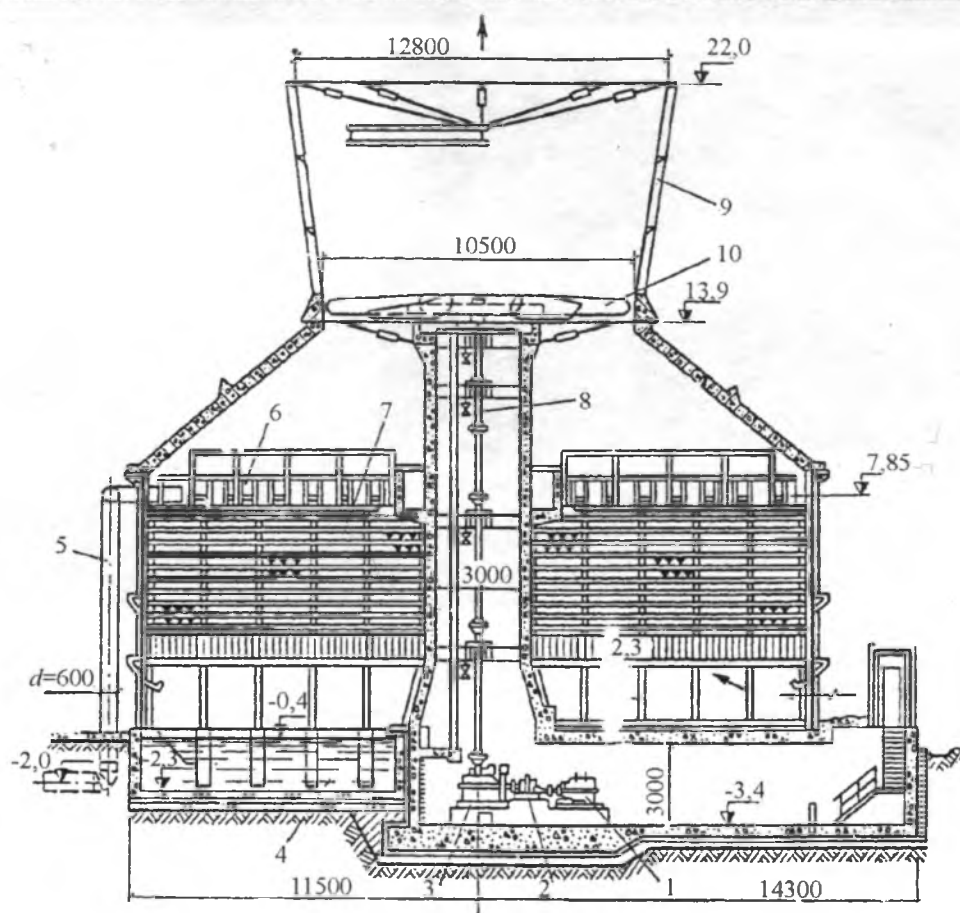
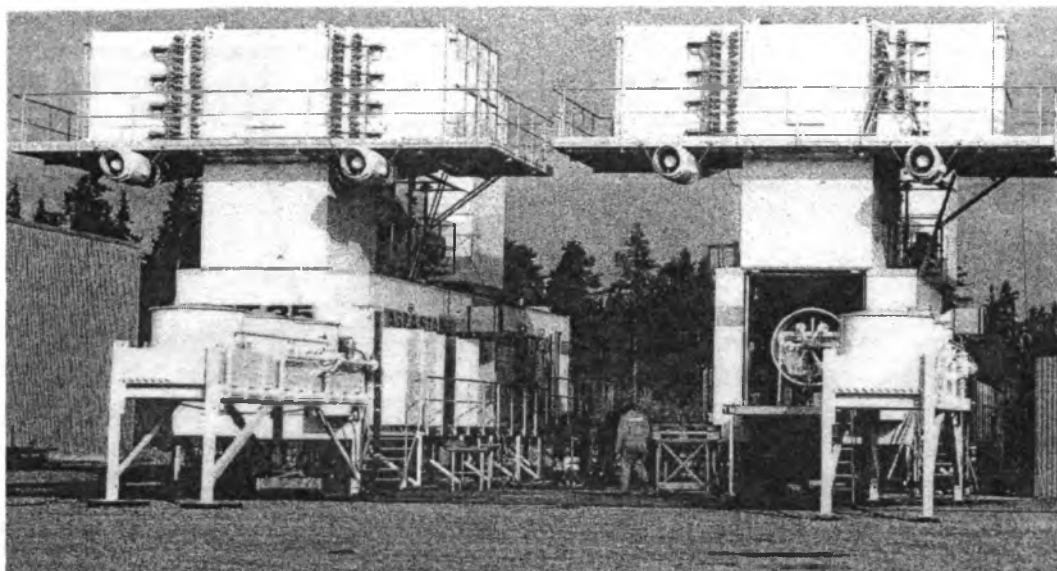
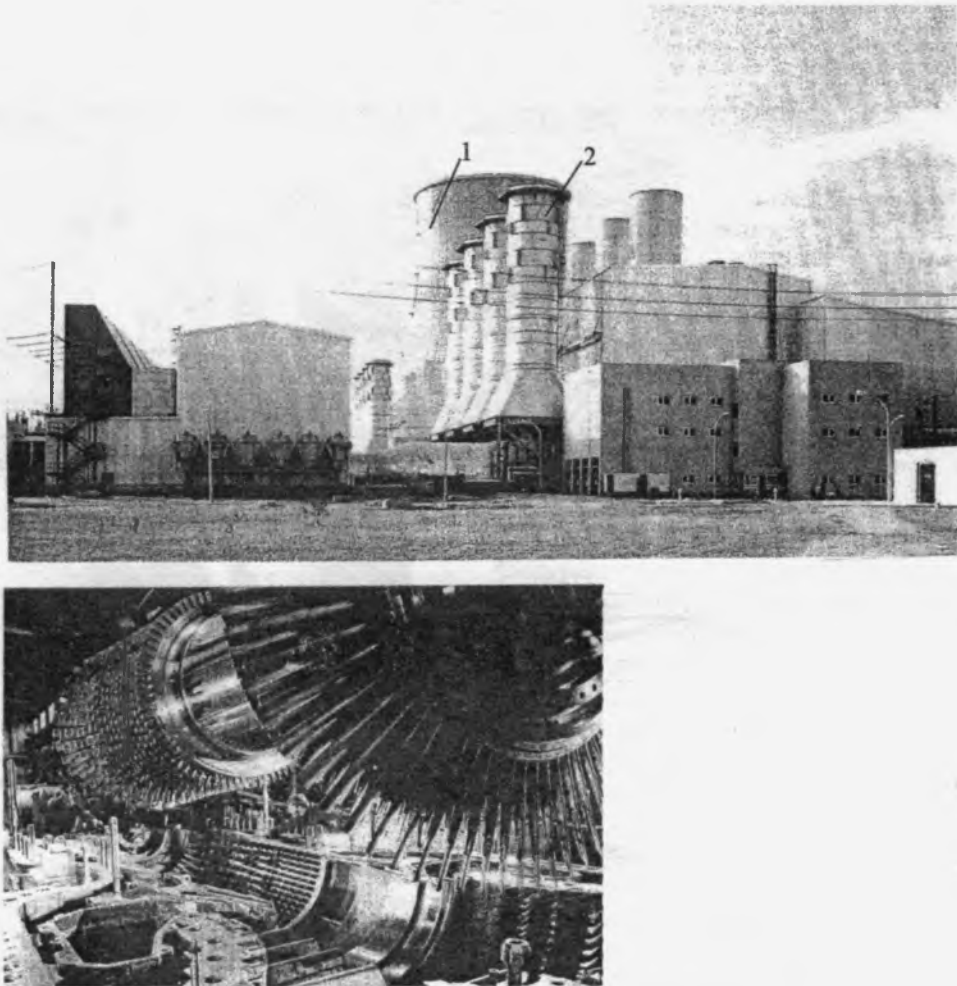


Рис. 8.5. Ventilatorная градирня (теплообменник смешивающего типа): 1 — электродвигатель вентилятора; 2 — гидромуфта; 3 — редуктор; 4 — водосбросный бассейн; 5 — водоподводящая труба; 6 — водораспределительное устройство; 7 — капельно-пленочный ороситель; 8 — вертикальный вал вентилятора; 9 — вытяжная башня; 10 — лопасти вентилятора



Показатели ГТУ типа GT13D для базового режима работы при условиях ISO

Тип топлива		Природный газ
Частота сети	[Гц]	50
Электрическая мощность, брутто	[МВт]	97,9
Электрический КПД	[%]	32,3
Удельный расход тепла, брутто	[кДж/кВт·ч]	11146
Частота вращения турбины	[мин ⁻¹]	3000
Степень повышения давления компрессора		11,9:1
Расход газов за ГТУ	[кг/с]	394
Температура газов за ГТУ	[°С]	490
Концентрация NO _x после горелок типа "EV" в выносной камере сгорания (при 15% кислорода, без впрыска влаги)	[млн ⁻¹]	25

Рис. 8.6. Тепловая электрическая станция с ГТУ типа GT13D: 1 — охлаждающее устройство смешивающего типа (капельная градирня); 2 — рекуперативный теплообменник для подогрева сетевой воды

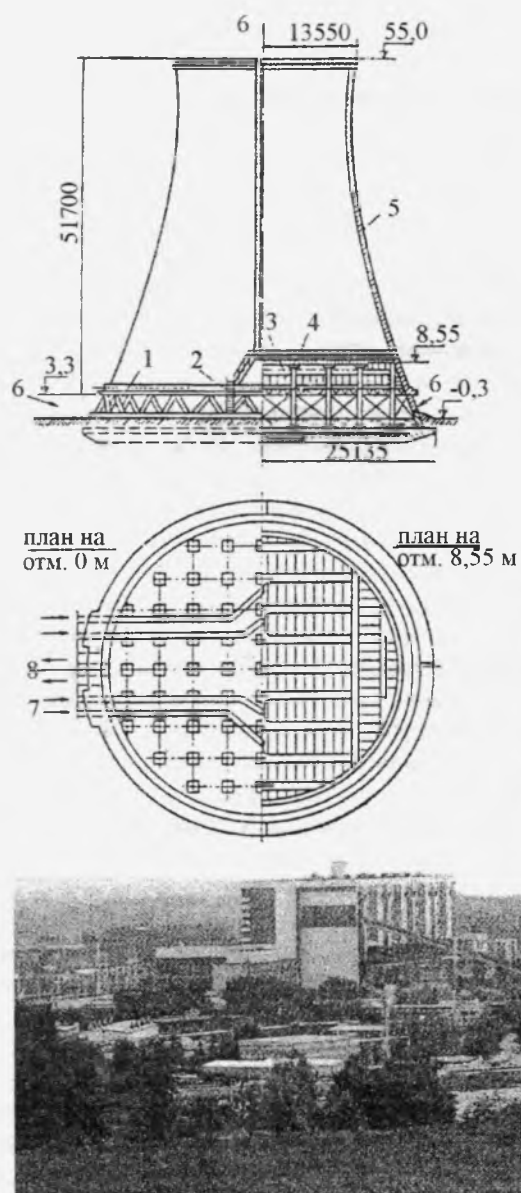


Рис. 8.7. Гиперболическая градирня закрытого типа: 1 — железобетонная колоннада; 2 — резервуар; 3 — пленочный ороситель; 4 — водораспределительное устройство; 5 — вытяжная железобетонная башня; 6 — направление потока воздуха; 7 — подвод теплой воды по стальным трубам; 8 — отвод охлажденной воды по железобетонным каналам

2. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по конструктивным признакам¹

Классификация теплообменников по конструктивным признакам включает:

— **кожухотрубные теплообменники** (они наиболее распространены в промышленном производстве) без фазового превращения теплоносителей. Представляют собой кожухотрубный аппарат с внутренними перегородками. Один из теплоносителей движется в межтрубном пространстве, разделенном упомянутыми перегородками, а другой — внутри труб (в трубном пучке). Весь трубный пучок помещен в кожух (обечайку). Наличие перегородок обеспечивает дистанцирование отдельных труб в пучке и организует направленное течение жидкости в межтрубном пространстве;

— **испарители, бойлеры² (ребойлеры)**. Они предназначены для перевода одного из жидких теплоносителей в пар. Такие теплообменники, генерирующие пар, снабжены объемами, в которых может быть осуществлена сепарация жидкости и пара. Они также (видоизмененные конструкции) могут предназначаться для подогрева воды. Как правило, поверхность нагрева в таких теплообменниках представлена трубным пучком. В межтрубном пространстве — пар;

— **конденсаторы**. Эти теплообменники предназначены для перевода первичного или вторичного теплоносителя из газообразного (парообразного) состояния в жидкое.

В конденсаторах электростанций пар обычно конденсируется в межтрубном пространстве, а охлаждающая вода течет по горизонтальным трубам. В технологических аппаратах конденсация происходит внутри труб. В этих случаях трубы выполняют вертикальными;

— **градирни**. Градирни нашли широкое применение в качестве охлаждающих устройств нагретой (обратной) технической воды в технологиях производства тепловой и электрической энергии, а также в промышленных технологиях. Предназначены для охлаждения

технической воды. Вода в этом случае охлаждается за счет контакта с окружающим воздухом. Градирни можно классифицировать по признаку наличия или отсутствия непосредственного контакта между воздухом и водой (сухие и мокрые) и по способу циркуляции воздуха (естественная циркуляция или прокачка с помощью механических средств).

Наименьшие эксплуатационные расходы достигаются в градирнях с естественной тягой. Они имеют высокий корпус, открытый у основания для доступа атмосферного воздуха, поступающего к последним по направлению хода воды к теплообменным поверхностям. Чем выше корпус градирни, тем протяженнее путь воздушного потока, однако при этом возрастают капитальные затраты. Таким образом, существует оптимальная с экономической точки зрения высота.

Градирни с механической тягой менее высоки, поэтому их строительство дешевле, однако установленные в них вентиляторы для прокачки воздуха потребляют значительное количество электроэнергии, что также создает необходимость поиска оптимальной высоты градирни.

Если допустимы потери воды вследствие ее испарения и загрязнение атмосферы влагой, а подпитка не ограничена, то воздух может непосредственно контактировать с водой. В пользу такого решения говорят следующие соображения. Использование скрытой теплоты парообразования увеличивает охлаждающую способность того же самого количества воздуха. Кроме того, в градирнях с естественной тягой из-за низкой относительной молекулярной массы водяного пара увеличивается результирующая подъемная сила среды. Прямой контакт сред является общепринятым решением в аппаратах как с механической, так и с естественной тягой.

В градирнях с опосредованным контактом теплоносителей (через стенку трубки — сухая градирня) охлаждающая вода отделена от воздуха твердой стенкой, обычно стенкой металлической трубы. Стенка трубы с воздушной стороны часто снабжена ребрами для интенсификации теплопередачи. Сооружение подобных градирен без прямого контакта сред (часто их в отличие от мокрых градирен с прямым контактом теплоносителей называют сухими) обходится дорого, однако эти градирни предотвращают потери воды в атмосферу.

Приведенная выше классификация не охватывает все типы устройств: существуют, например, комбинированные градирни; в некоторых конст-

¹ Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 1 / Пер. с англ., под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

² Бойлер (англ. boiler — котел), устройство для подогрева воды в системе теплоснабжения и горячего водоснабжения.

рукциях используется одновременно естественная и механическая тяга;

– **сушильные установки.** В таких теплообменниках осуществляется испарение из продукта воды или иной жидкости. Этой цели служат упомянутые выше испарители, а также сушильные установки, в которые твердый материал поступает с большим содержанием влаги, а после взаимодействия с потоком должен покинуть аппарат, имея низкое влагосодержание.

Сушильное оборудование сильно различается по устройству и способу работы в зависимости от осушаемого материала. Так, порошок молока может быть получено распылением жидкого молока в горячих газах — продуктах сгорания топлива; бумага сушится при протягивании ее по поверхности обогреваемого паром вращающегося барабана, при этом над бумагой пропускается воздух; ткань сушится под действием струй пара или воздуха при ее перемещении вдоль конвейера;

– **топочные устройства для сжигания топлива.** Если сжигание топлива происходит внутри теплообменника, а не во внешней камере сгорания (как, например, в газотурбинной установке), теплообменник можно назвать **топкой или подогревателем с огневым нагревом.**

Теплообменники этого типа различаются по форме в зависимости от рода сжигаемого топлива (газообразное, жидкое или твердое), нагреваемому материалу (им может быть мазут в экранированных трубах топках, вапна расплавленного чугуна, кладка твердых изделий из глины) и производительности установки. Здесь важно подчеркнуть значение радиационного переноса теплоты;

– **регенераторы (периодически работающие теплообменники).** Работа некоторых теплообменников по своей сути носит нестационарный характер. **Такие теплообменники известны как регенераторы.** Их характерной чертой является то, что обменивающиеся теплом жидкости занимают одно и то же пространство поочередно.

Типичным примером является регенератор для промышленной печи нагрева объема стекляной массы под действием факела над поверхностью стекла. Назначение регенератора — подогрев воздуха-окислителя, подаваемого для сжигания топлива, путем отбора части теплоты от продуктов сгорания. Это выполняется поочередным пропусканием воздуха и продуктов сгорания через одну и ту же лабиринтовую кирпичную кладку. При течении

продуктов сгорания кирпичи нагреваются, а газ охлаждается. В свою очередь при течении воздуха происходит подогрев воздуха и охлаждение кирпичей. Описанный процесс повторяется периодически. Для того чтобы подача воздуха в топку была непрерывной, как правило, на каждую топку устанавливают по крайней мере два регенератора. Подача воздуха переключается с одного теплообменника на другой клапанами; продукты сгорания в этот период поступают в тот аппарат, который не используется для нагрева воздуха.

Известны два основных типа регенераторов. В одном из них, как в приведенном примере, твердый материал теплообменной насадки **остаётся неподвижным**, в другом твердая **насадка постоянно вращается** и поочередно проходит отсеки, через которые пропускаются греющий и обогреваемый теплоносители.

8.1.2. Разновидности кожухотрубных теплообменных аппаратов

Дальнейшее рассмотрение материала, касающегося теплообменных аппаратов, будет направлено на изучение кожухотрубных аппаратов.

При необходимости выполнения расчетов других теплообменников (по классификации п. 2, параграф 8.1.1) следует обращаться к специальной литературе (Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 1 / Пер. с англ., под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. — М.: Энергоатомиздат, 1987; Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 2 / Пер. с англ., под ред. О.Г. Мартыненко и др. — М.: Энергоатомиздат, 1987).

Выбор конструкции кожухотрубного теплообменника обусловлен следующими факторами:

– обеспечением отдельного движения теплоносителей в трубах и межтрубном пространстве (кожухе);

– расчетным давлением и температурой теплоносителей;

– способностью жидкости загрязнять поверхность теплообмена (реагировать с ней в химическом понимании).

При выборе конструкции функциональное назначение кожухотрубного теплообменного аппарата особого значения не имеет, так как практически все типы кожухотрубных аппаратов пригодны для удовлетворения всех функций.

Существует ряд типов конструкций кожухотрубных теплообменников:

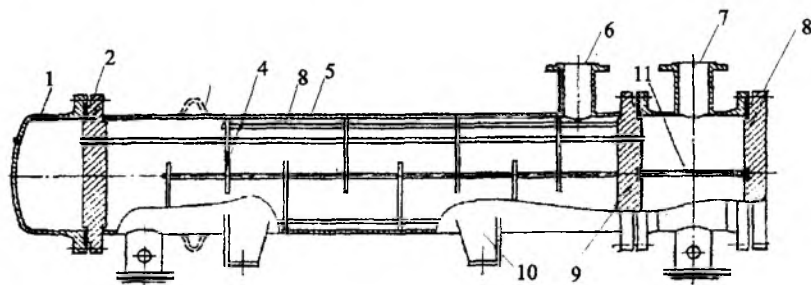


Рис. 8.8. Теплообменник с фиксированными трубными досками: 1 — передняя крышка; 2 — передняя трубная доска; 3 — трубка пучка; 4 — перегородка; 5 — кожух теплообменника; 6 — подвод первичного теплоносителя; 7 — отвод вторичного теплоносителя; 8 — задняя крышка; 9 — задняя трубная доска; 10 — опора

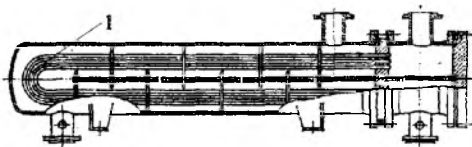


Рис. 8.9. Теплообменник с U-образными трубами: 1 — U-образная трубка пучка

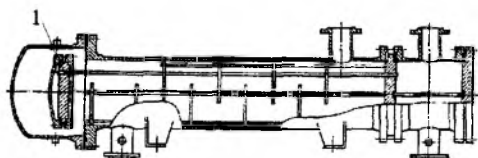


Рис. 8.10. Теплообменник с плавающей головкой и разъемным опорным кольцом: 1 — плавающая головка

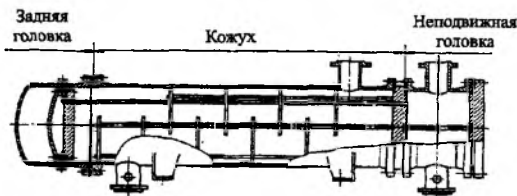


Рис. 8.11. Теплообменник с плавающей головкой, которую можно вынимать из кожуха

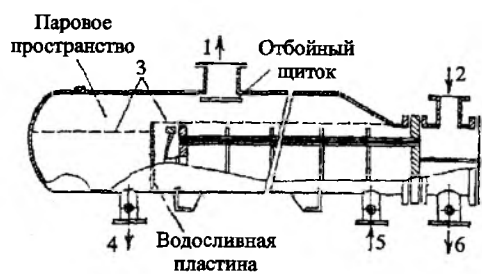


Рис. 8.12. Ребойлер типа котла: 1 — выход пара; 2 — вход обогревающей среды; 3 — уровень жидкости; 4 — жидкий продукт; 5 — питательная жидкость; 6 — выход обогревающей среды

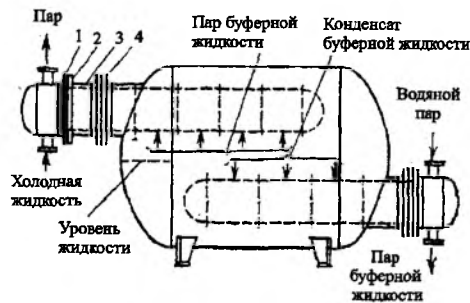


Рис. 8.13. Испаритель с двойным пучком труб: 1 — фланец неподвижной головки; 2 — трубная доска; 3 — юбка кожуха; 4 — фланец кожуха

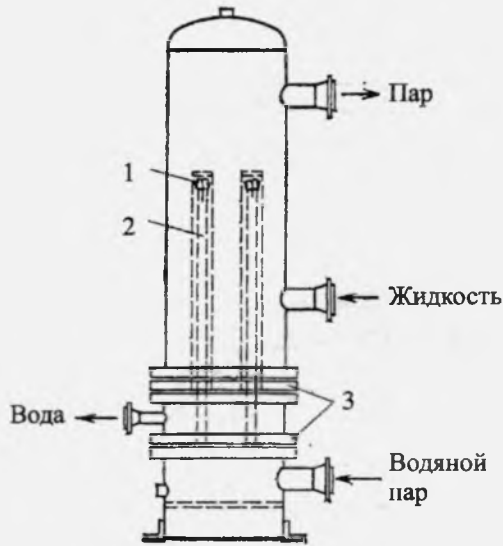


Рис. 8.14. Теплообменник с трубами штыкового типа: 1 — наружная труба; 2 — внутренняя труба; 3 — трубные доски

- теплообменник с фиксированными трубными досками (рис. 8.8);
- теплообменник с U-образными трубами (рис. 8.9);
- теплообменник с плавающей головкой и разъемным опорным кольцом (рис. 8.10);
- теплообменник с плавающей головкой, которая может быть удалена из аппарата (рис. 8.11);
- ребойлер типа котла (рис. 8.12);
- испаритель с двойным пучком труб (рис. 8.13);
- теплообменник с трубами штыкового типа (рис. 8.14).

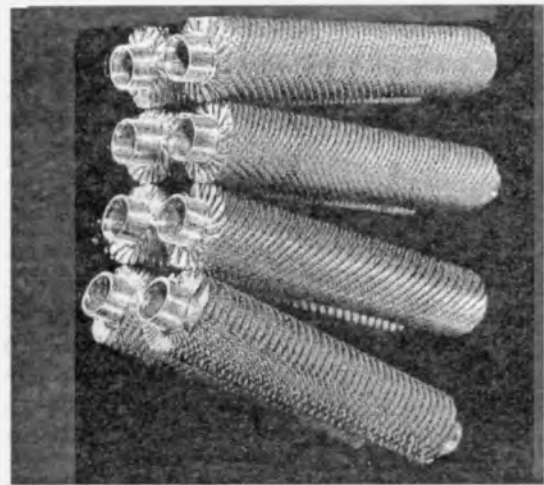
Существуют и другие разновидности конструкций кожухотрубных теплообменников.

8.1.3. Типы поверхности раздела теплоносителей

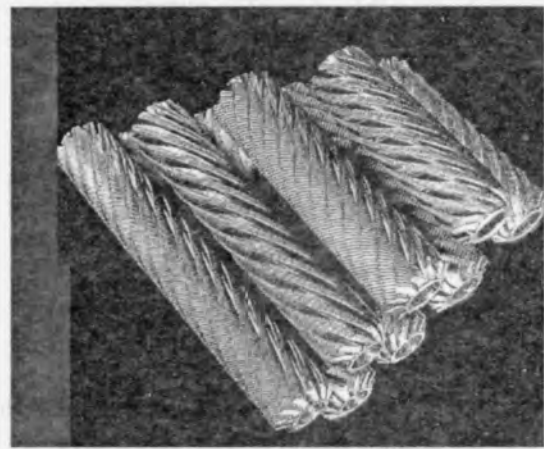
Поверхности теплообмена, разделяющие теплоносители, могут быть представлены:

- гладкими поверхностями в виде труб и плоских стенок;
- оребренными поверхностями с продольными и радиальными ребрами;
- матричными конструкциями, обеспечивающими увеличение площади теплопередающей поверхности к единице объема конструкции, $\text{м}^2/\text{м}^3$.

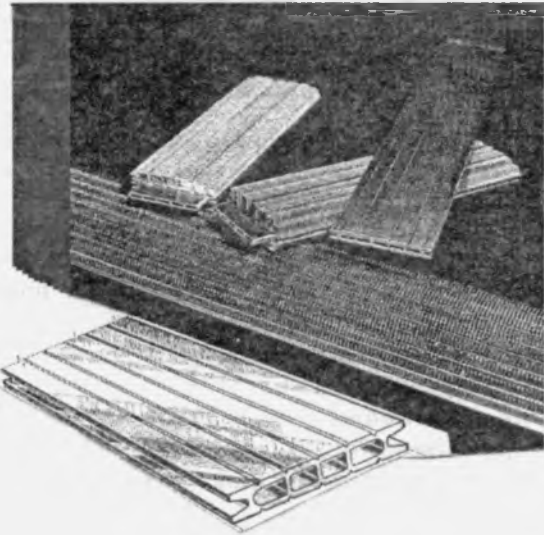
Матричные блоки труб (плоских стенок) и ребер, выполненные как единое целое (рис. 8.15), нашли широкое распространение в электронных системах, системах кондиционирования воздуха и др.



а)



б)



в)

Рис. 8.15. Общие виды матричных конструкций поверхности раздела первичного и вторичного теплоносителей: а и б — конструкции в виде труб; в — конструкция в виде плоской стенки

8.1.4. Тепловой конструкторский и поверочный расчет теплообменников

Существуют две **разновидности теплового расчета** теплообменных аппаратов:

— **тепловой конструкторский**, когда определяется поверхность теплообмена F (при таком расчете заданными являются t_1' , t_2' и k);

— **тепловой поверочный**. При тепловом поверочном расчете известны: величина поверхности теплообмена F и температуры теплоносителей на входе в теплообменник. В случае теплового поверочного расчета искомыми будут температуры первичного и вторичного теплоносителей на выходе из теплообменника t_1'' и t_2'' (коэффициент теплопередачи также задан).

Тепловой конструкторский расчет выполняется при конструировании нового теплообменника, удовлетворяющего заданной тепловой нагрузке Q .

8.1.5. Движение рабочих жидкостей (теплоносителей) в теплообменнике

1. Схемы движения первичного и вторичного теплоносителей, понятие прямо- и противотока

Схема движения теплоносителей рассматривается в плане их перемещения относительно друг другу. При этом под первичным (горячим, отдающим теплоту) подразумевается газ или капельная жидкость, отдающие теплоту. Соответственно вторичный теплоноситель — это газообразная или капельная жидкости, эту теплоту воспринимающие. Естественно, что

$$t_1' > t_2' \text{ и } t_1'' > t_2''$$

где t_1' и t_2' — температуры первичного и вторичного теплоносителей на входе в теплообменник; t_1'' и t_2'' — соответственно температуры первичного и вторичного теплоносителей на выходе из теплообменного аппарата (при тепловом конструкторском и поверочном расчетах температура t_1' подлежит определению).

По характеру движения теплообменники подразделяются на:

- **прямоточные** (рис. 8.16);
- **противоточные** (рис. 8.17);
- **с перекрестным током** теплоносителей (рис. 8.18).

Помня, что

$$Q = kF\Delta t, \quad (8.1)$$

где Δt — температурный напор между теплоносителями, обращаясь к рис. 8.15...8.17, видим, что нахождение Δt (см. (8.1)) представляет достаточ-

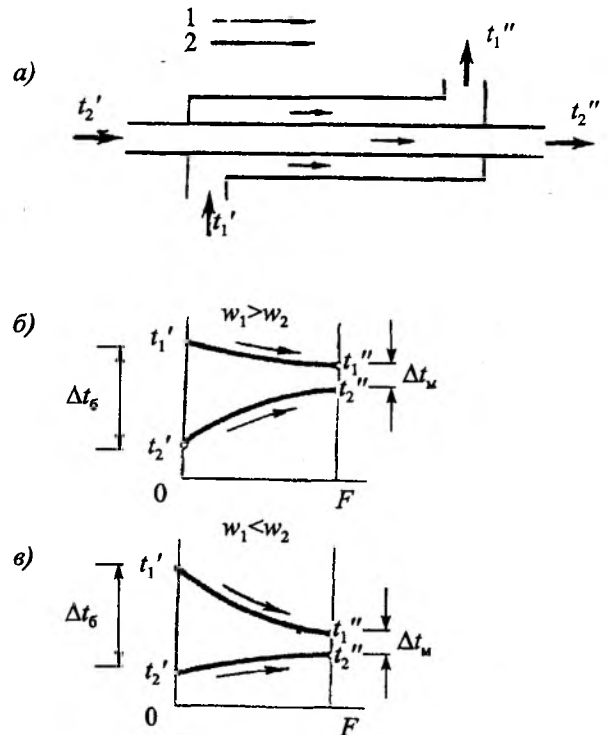


Рис. 8.16. Схема прямоточного движения теплоносителей: а — схема кожухотрубного теплообменника; б и в — температурные графики

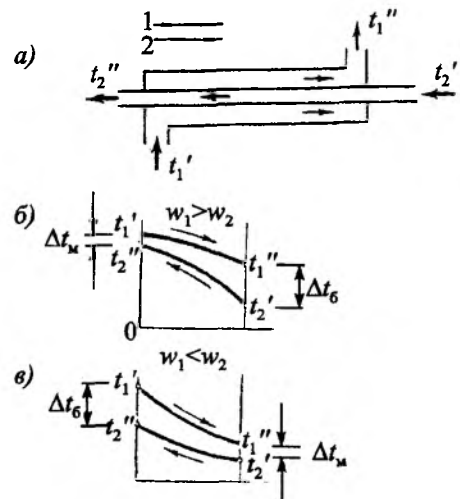


Рис. 8.17. Схема противоточного движения теплоносителей: а — схема кожухотрубного теплообменника; б и в — температурные графики

по сложную задачу, решение которой будет выполнено в параграфе 8.2.

Возникает новое понятие **среднего температурного напора** $\Delta t = f(F)$.

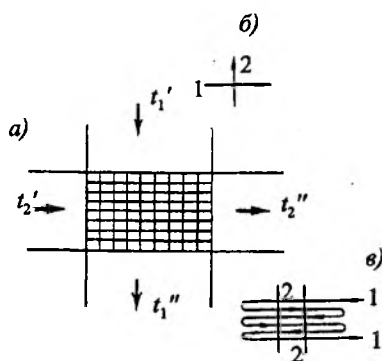


Рис. 8.18. Схема перекрестного тока теплоносителей: а и б — схема чистого поперечного тока; в — схема сложного поперечного тока

8.2. Тепловой расчет кожухотрубных теплообменников

8.2.1. Понятие водяных эквивалентов первичного и вторичного теплоносителей

Уравнениями, используемыми в тепловом конструкторском и поверочном расчетах и позволяющими отыскать как поверхность теплообмена F , так и Δt , служат уравнения теплопередачи (в них вовлекаются F и Δt) и теплового баланса:

$$Q = k \cdot F(t_1 - t_2) = k \cdot F \cdot \Delta t;$$

$$Q = w_1 \cdot f_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}(t_1' - t_1'');$$

$$Q = w_2 \cdot f_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2}(t_2'' - t_2');$$

$$w_1 \cdot f_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}(t_1' - t_1'') = w_2 \cdot f_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2}(t_2'' - t_2'). \quad (8.2)$$

В (8.2) предполагается, что температуры t_1 и t_2 соответственно относятся к первичному (более нагретому) и вторичному (нагреваемому) теплоносителям. Индексы (') и (") указывают на место входа и выхода теплоносителя из аппарата (рис. 8.15...8.17).

В выражении $Q = kF\Delta t$ температурный напор для элементарной площади поверхности теплообмена dF можно представить

$$dQ = k\Delta t_i \cdot dF. \quad (8.3)$$

Выполняя интегрирование, приходим к (8.2):

$$Q = \int_0^F k\Delta t_i \cdot dF = k\Delta t F, \text{ Вт}, \quad (8.4)$$

где Δt — среднее значение температурного напора по поверхности F .

В (8.2) вводим обозначения (для простоты дальнейшего рассмотрения материала):

$$w_1 \cdot f_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1} = V_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1} = G_1 \cdot c_{p1} = W_1; \quad (8.5)$$

$$\begin{aligned} & w_2 \cdot f_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2} = \\ & = V_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2} = G_2 \cdot c_{p2} = W_2, \text{ Вт/К}, \quad (8.6) \end{aligned}$$

где $w_1 \cdot f_1 = V_1$ — секундный расход (объемный) первичного теплоносителя в теплообменнике, $\text{м}^3/\text{с}$; $w_2 \cdot f_2 = V_2$ — секундный расход (объем) вторичного теплоносителя в теплообменнике, $\text{м}^3/\text{с}$; G_1 и G_2 — секундные расходы (массовые) соответственно первичного и вторичного теплоносителей ($G_1 = V_1 \cdot \rho_1$ и $G_2 = V_2 \cdot \rho_2$), $\text{кг}/\text{с}$.

Величины W_1 и W_2 в (8.5) и (8.6) называются **водяными эквивалентами** соответственно первичного и вторичного теплоносителей (такое название сохраняется как для капельной, так и для газообразной жидкости).

Выполняя подстановку (8.5) и (8.6) в (8.2), уравнение теплового баланса принимает вид

$$W_1(t_1' - t_1'') = W_2(t_2'' - t_2'). \quad (8.7)$$

Записывая (8.7), мы предполагаем, что теплота первичного теплоносителя (в интервале температур $t_1' - t_1''$) полностью, без потерь, будет воспринята вторичным теплоносителем (также в интервале температур $t_2'' - t_2'$). В действительности же первичный теплоноситель теряет теплоты больше, чем ее воспринимает вторичный теплоноситель.

Используя (8.7) и обозначая $t_1' - t_1'' = \delta t_1$, $t_2'' - t_2' = \delta t_2$, запишем

$$\frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{W_2}{W_1} \text{ и } \frac{\delta t_1}{\delta t_2} = \frac{W_2}{W_1}. \quad (8.8)$$

Или для элемента поверхности dF

$$\frac{dt_1}{dt_2} = \frac{W_2}{W_1}. \quad (8.9)$$

Анализ графиков (рис. 8.16) с использованием (8.8) указывает на то обстоятельство, что жидкость (теплоноситель) с меньшим водяным эквивалентом (по сравнению со вторым теплоносителем) имеет большее изменение температуры при своем перемещении, а следовательно, при прямом токе (рис. 8.15) $t_1' > t_2''$ при любом соотношении водяных эквивалентов ($W_1 > W_2$ или $W_1 < W_2$). При противотоке это условие не соблюдается (см. рис. 8.17).

8.2.2. Средний температурный напор между первичным и вторичным теплоносителями

Для определения количества переданного тепла Q или поверхности теплообмена F из уравнения $Q = kF\Delta t$ предполагается, что величина Δt из-

вестна. Рассматривая температурные графики (рис. 8.16 и 8.17), видим, что Δt на входе и выходе из теплообменника отличаются друг от друга. Это обстоятельство дает основание воспользоваться неким средним температурным напором (между напором на входе в теплообменник и на выходе из него (рис. 8.16 и 8.17)).

Займемся определением расчетной формулы для среднего температурного напора между теплоносителями по поверхности F теплообменника.

Обратимся к рассмотрению графиков изменения температуры теплоносителей вдоль поверхности теплообменника F ($t_1 = f(F)$ и $t_2 = f_1(F)$) (рис. 8.19).

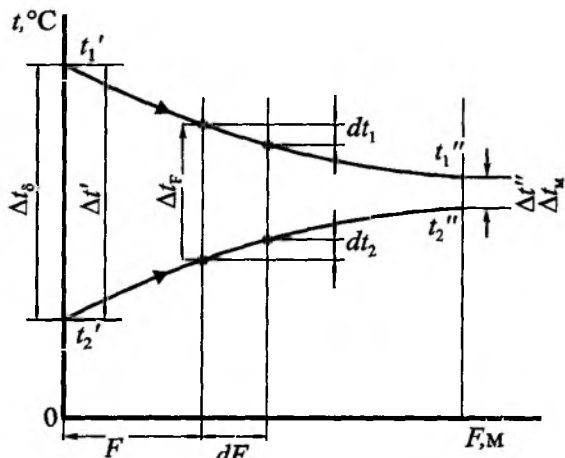


Рис. 8.19. Усреднение температурных напоров $\Delta t'$ и $\Delta t''$ (определение расчетного значения Δt)

Записываем для элемента поверхности dF (рис. 8.19)

$$dQ = k(t_1 - t_2)_F \cdot dF. \quad (8.10)$$

Температура первичного теплоносителя (горячего) на элементе поверхности dF снизится на величину dt_1 , а для вторичного — повысится на dt_2 (см. рис. 8.19):

$$dQ = -G_1 c_{p1} \cdot dt_1 = G_2 c_{p2} \cdot dt_2.$$

Или

$$dt_1 = -\frac{dQ}{G_1 c_{p1}} = -\frac{dQ}{W_1}. \quad (8.11)$$

Для вторичного теплоносителя будем иметь

$$dt_2 = \frac{dQ}{G_2 c_{p2}} = \frac{dQ}{W_2}. \quad (8.12)$$

Разность $dt_1 - dt_2$ — это изменение температурного напора теплоносителей при течении жидкостей вдоль элемента поверхности теплообмена dF :

$$dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) dQ. \quad (8.13)$$

Вводим обозначение

$$\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = m.$$

Тогда (8.13) принимает вид

$$d(t_1 - t_2) = -m \cdot dQ. \quad (8.14)$$

В (8.14) выполняем подстановку dQ из (8.10):

$$d(t_1 - t_2) = -m \cdot k(t_1 - t_2)_F \cdot dF. \quad (8.15)$$

Вводим обозначение (с целью упрощения дальнейшей записи) $(t_1 - t_2) = \Delta t_F$ и производим разделение переменных в (8.15):

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t_F} = -m \cdot k \cdot dF. \quad (8.16)$$

Полагая, что m и k — постоянные величины, и, интегрируя (8.16) по Δt , запишем:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t''} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t_F} = -m \cdot k \int_0^F dF;$$

$$\ln \frac{\Delta t_F}{\Delta t'} = -m \cdot k \cdot F; \quad (8.17)$$

$$\Delta t_F = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot k \cdot F}. \quad (8.18)$$

Из (8.18) видно, что изменение температурного напора (Δt) вдоль поверхности F (Δt_F) происходит по экспоненте.

В соответствии с теоремой о средней величине (в данном случае среднем Δt) записываем:

$$\Delta t = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t_F dF;$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{F} \int_0^F e^{-m \cdot k \cdot F} dF = \frac{\Delta t'}{m \cdot k \cdot F} (e^{-m \cdot k \cdot F} - 1). \quad (8.19)$$

В (8.19) выполняем подстановку из (8.17) и (8.18) и, помня, что $\Delta t_F = \Delta t''$, будем иметь

$$\Delta t = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{2,3 \lg \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}. \quad (8.20)$$

Подставляя значения $\Delta t'$ и $\Delta t''$ (см. рис. 8.19), получим

$$\Delta t = \frac{(t'_1 - t'_2) - (t''_1 - t''_2)}{2,3 \lg \frac{t'_1 - t'_2}{t''_1 - t''_2}}. \quad (8.21)$$

Или для прямого течения $\Delta t_6 = t'_1 - t'_2$ и $\Delta t_m = t''_1 - t''_2$;

$$\Delta t = \frac{\Delta t_6 - \Delta t_m}{2,3 \lg \frac{\Delta t_6}{\Delta t_m}} \quad (8.22)$$

Выражение (8.22) справедливо и для противотока, но при условии

$$\Delta t_6 = t'_1 - t''_2 \text{ и } \Delta t_m = t''_1 - t'_2 \text{ (см. рис. 8.17).}$$

В формуле (8.22) Δt_6 и Δt_m — соответственно **большой** и **меньший** температурные напоры между теплоносителями, имеющими температуры t_1 и t_2 (рис. 8.16 и 8.17).

Для противоточного кожухотрубного теплообменника (8.21) переписывается

$$\Delta t = \frac{(t'_1 - t''_2) - (t''_1 - t'_2)}{2,3 \lg \frac{t'_1 - t''_2}{t''_1 - t'_2}} \quad (8.23)$$

Формулы для определения средней температуры для прямоточного и противоточного движения (8.21) и (8.23) можно совместить в одну, пригодную как для прямотока, так и для противотока.

Имеем

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{\frac{\Delta t''}{\Delta t'} - 1}{2,3 \lg \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \quad (8.24)$$

Как видно из (8.24), $\frac{\Delta t}{\Delta t'}$ (Δt) целиком определяется отношением температурных напоров на входе и выходе из теплообменника, соответственно (") и (') (рис. 8.19).

В тех случаях, когда температура рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева изменяется незначительно, средний температурный напор можно вычислять как **среднее арифметическое** из крайних напоров $\Delta t'$ и $\Delta t''$:

$$\Delta t = \frac{1}{2}(\Delta t' + \Delta t'') = \frac{\Delta t'}{2} \left(1 + \frac{\Delta t''}{\Delta t'} \right) \quad (8.25)$$

Значение среднеарифметического всегда больше **среднелогарифмического**. Но при $\frac{\Delta t''}{\Delta t'} > 0,6$ они отличаются друг от друга меньше, чем на 3 % (рис. 8.20). Такая погрешность в технических расчетах вполне допустима.

Для аппаратов с перекрестным и смешанным током рабочих жидкостей задача об усреднении температурного напора отличается сложностью математических выкладок. Поэтому для наиболее часто встречающихся случаев результаты реше-

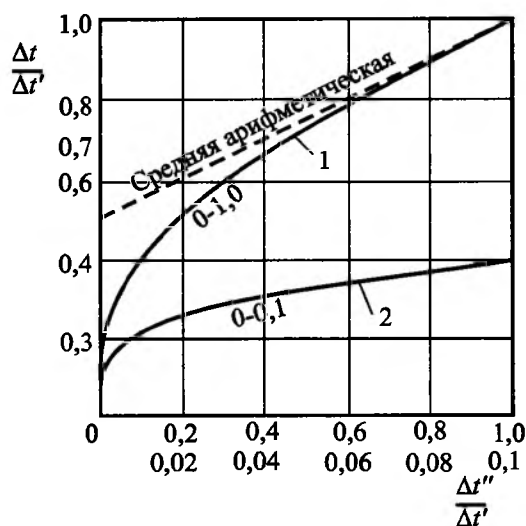


Рис. 8.20. График для определения среднеарифметического температурного напора (8.24):

- 1 — для значений $\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = 0 \dots 1,0$;
- 2 — для значений $\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = 0 \dots 0,1$

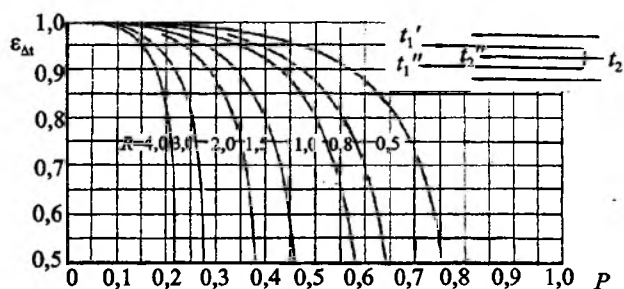


Рис. 8.21. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

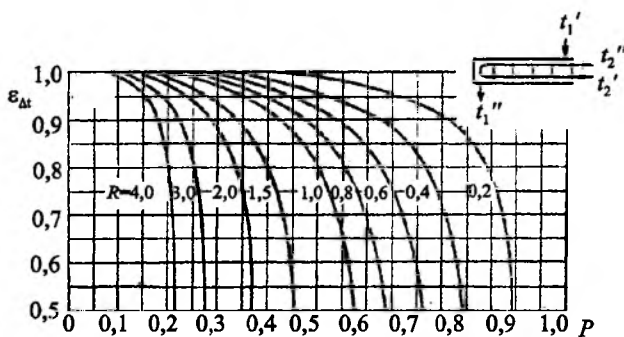


Рис. 8.22. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

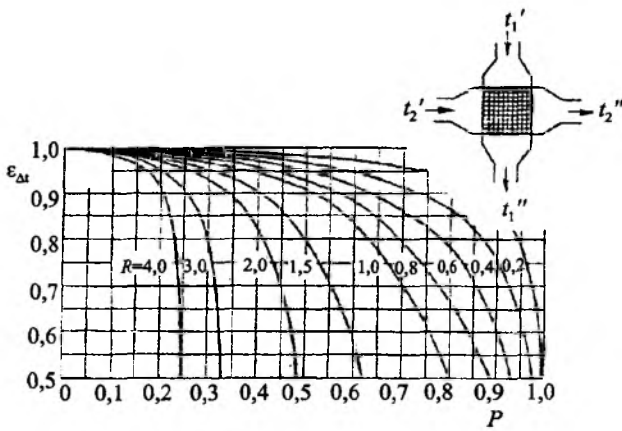


Рис. 8.23. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

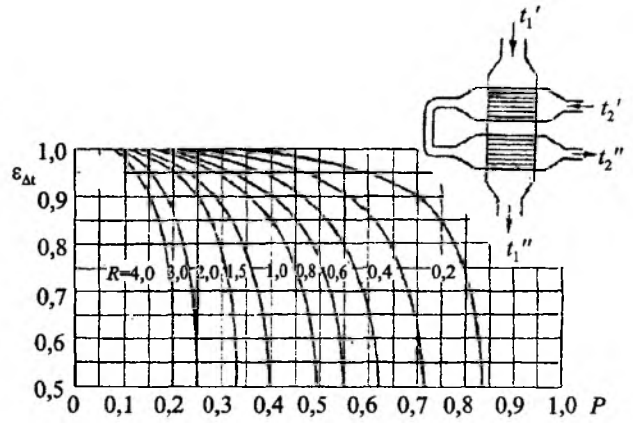


Рис. 8.26. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

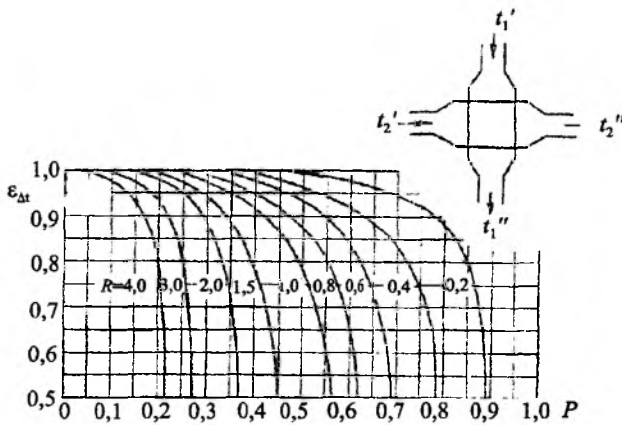


Рис. 8.24. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

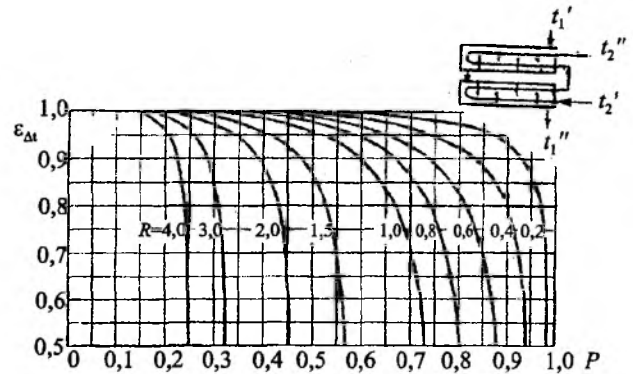


Рис. 8.27. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

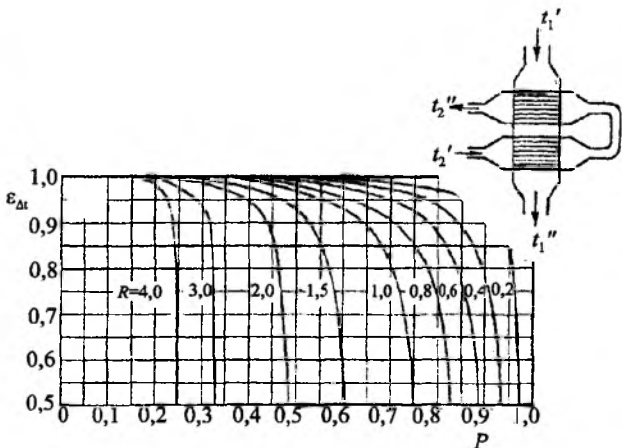


Рис. 8.25. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

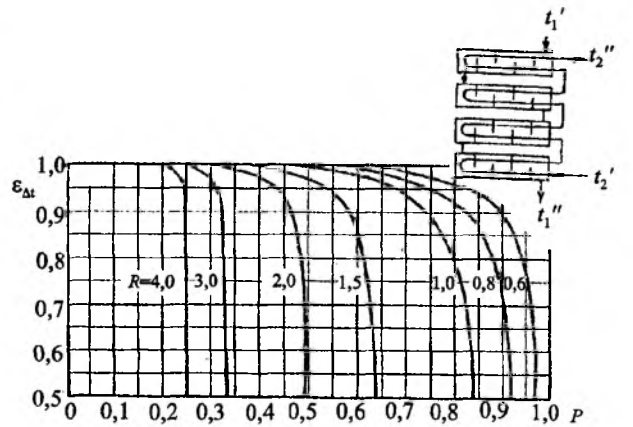


Рис. 8.28. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

ния обычно представляются в виде графиков. Для ряда схем такие графики представлены на рис. 8.21...8.30. При помощи их расчет среднего температурного напора производится следующим образом. Сначала по формуле (8.23) определяется среднелогарифмический температурный напор, как для чисто противоточных аппаратов. Затем вычисляются вспомогательные величины P и R :

$$P = \frac{t_2'' - t_1'}{t_1' - t_2'}; \quad (8.26)$$

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'}. \quad (8.27)$$

По этим данным из соответствующего вспомогательного графика (см. рис. 8.21...8.30) находится поправка $\epsilon_{\Delta t}$. Тогда в общем случае средний температурный напор определяется формулой

$$\Delta t = \epsilon_{\Delta t} \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{2,31 \lg \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}. \quad (8.28)$$

Диаграммы для определения среднелогарифмической разности температур $\Delta t_{\text{лог}}$ θ P Π и F P для кожухотрубных теплообменников получены Дж. Таборекком (Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 1/ Пер. с англ., под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. — М.: Энергоатомиздат, 1987) (рис. 8.31...8.40). Им же разработаны диаграммы для перекрестного тока теплоносителей (рис. 8.41...8.49).

На рис. 8.41...8.49 использованы обозначения:

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'}; \quad P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'}$$

$$\Delta t_{\text{лог}} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{2,31 \lg \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}$$

$$\Delta t = F \cdot \Delta t_{\text{лог}}; \quad F = \frac{\Delta t_{\text{cp}}}{\Delta t_{\text{лог}}}; \quad \theta = \frac{\Delta t_{\text{cp}}}{t_1' - t_2'}; \quad \Pi = \frac{t_2'' - t_2'}{\Delta t_{\text{cp}}}$$

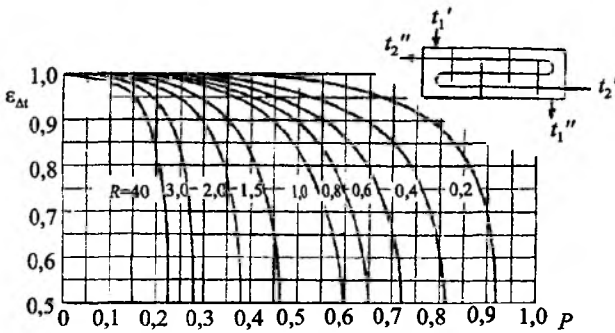


Рис. 8.29. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

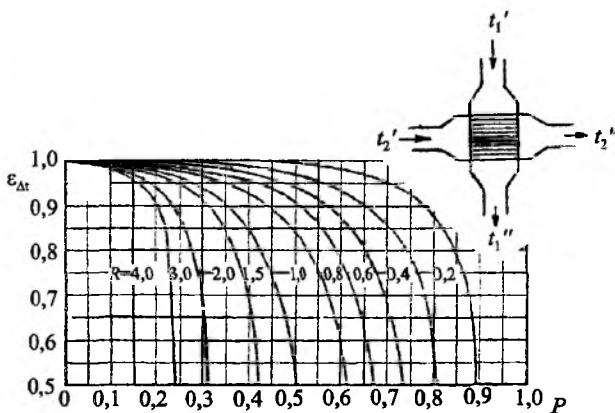


Рис. 8.30. Диаграмма: $\epsilon_{\Delta t} - P - R$

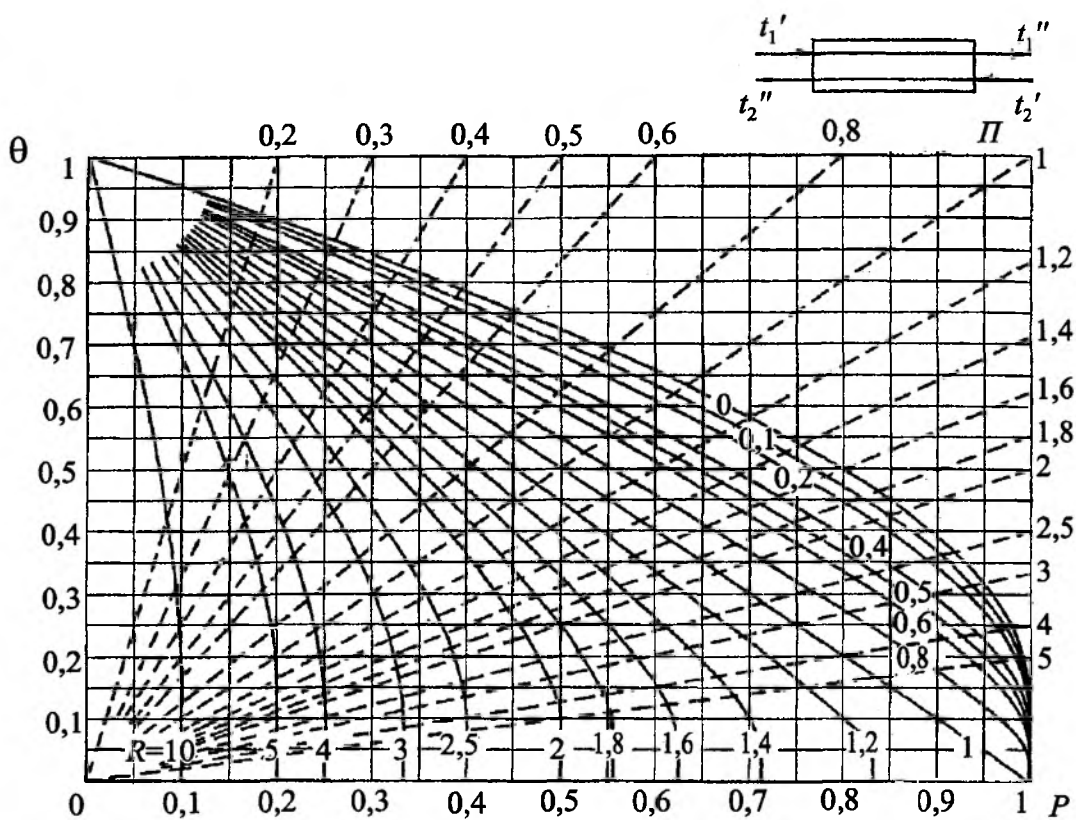


Рис. 8.31. Зависимость: $\theta - P - \Pi$

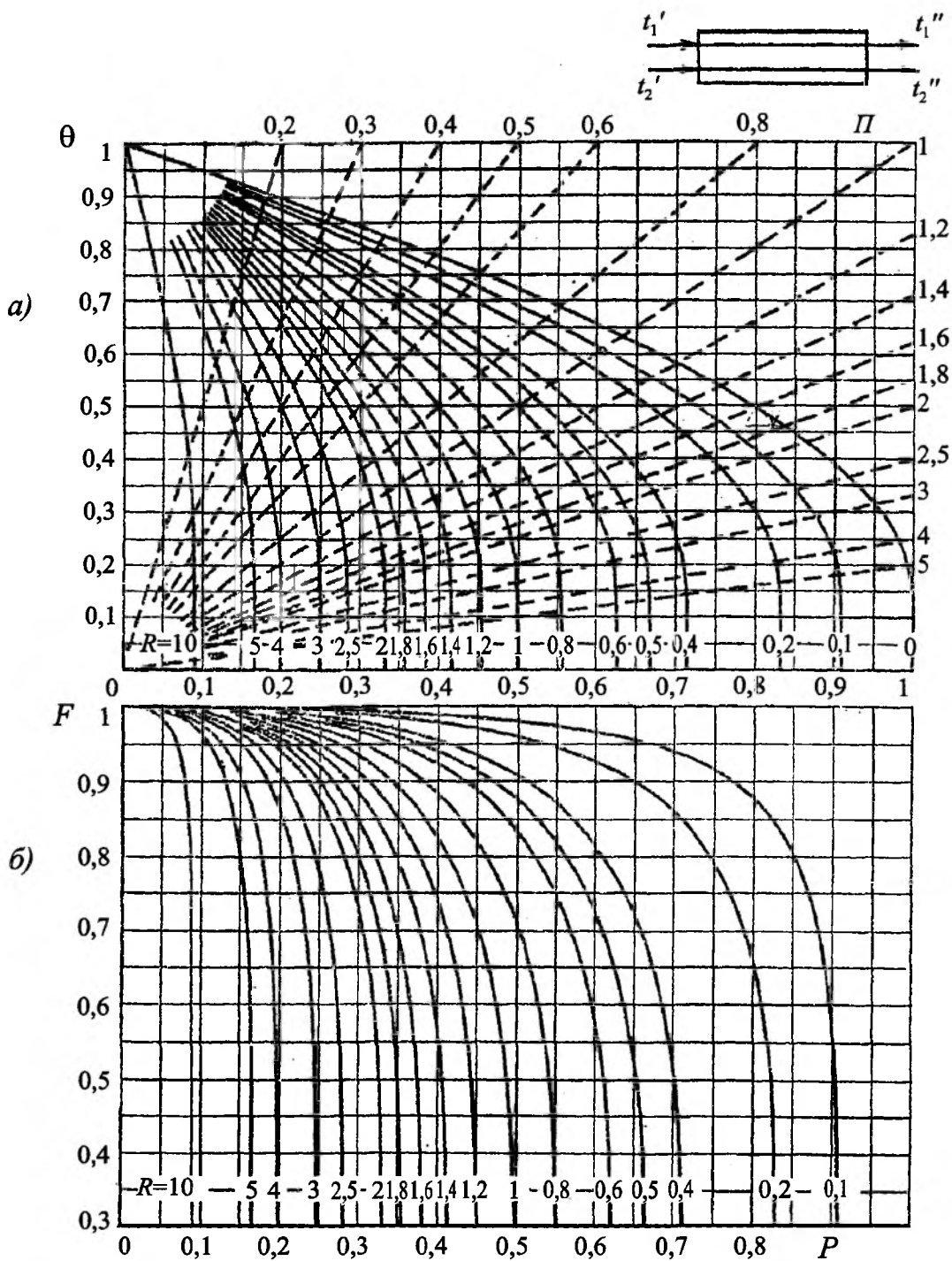


Рис. 8.32. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

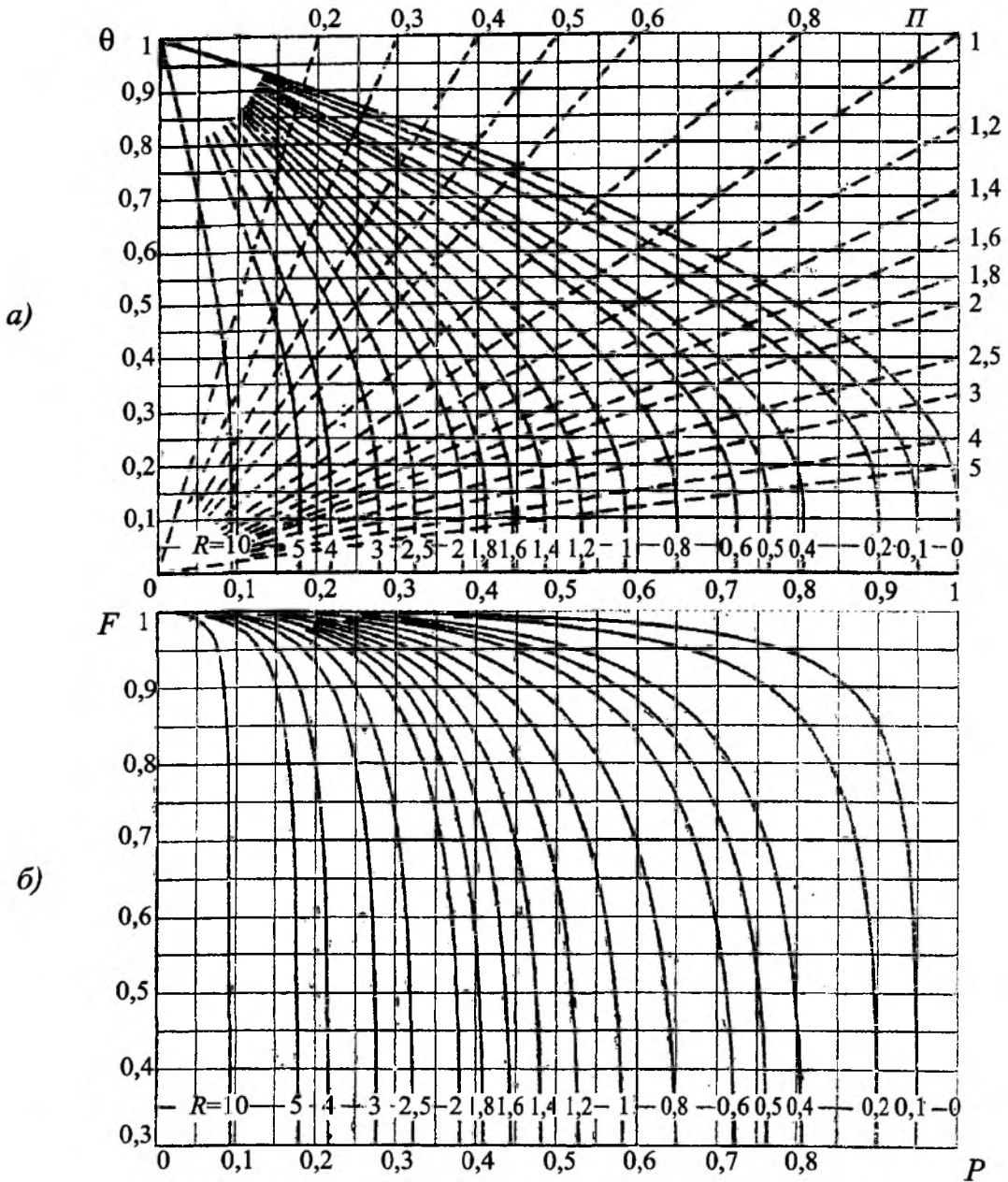
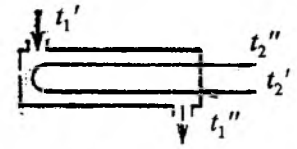


Рис. 8.33. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

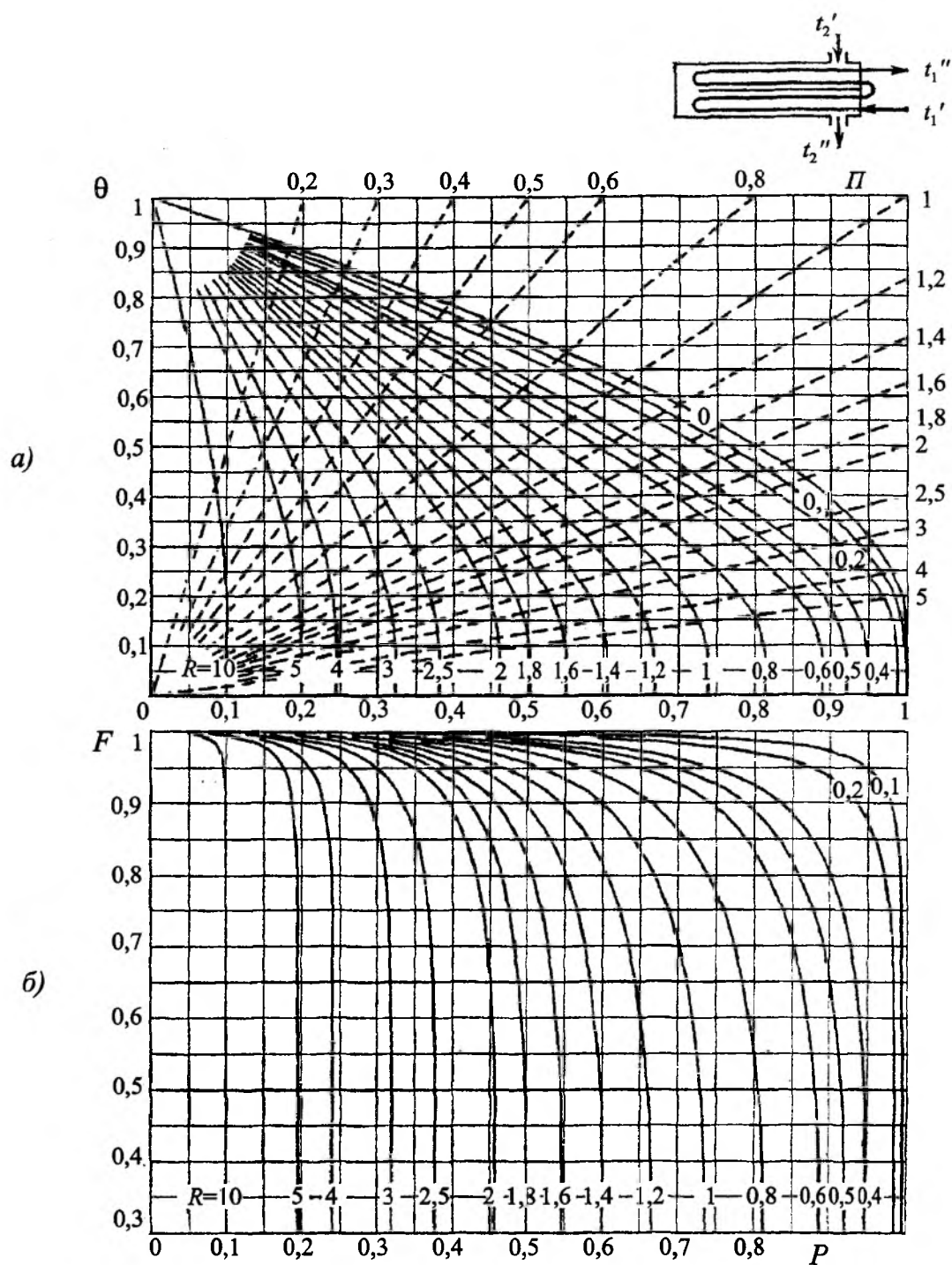


Рис. 8.34. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

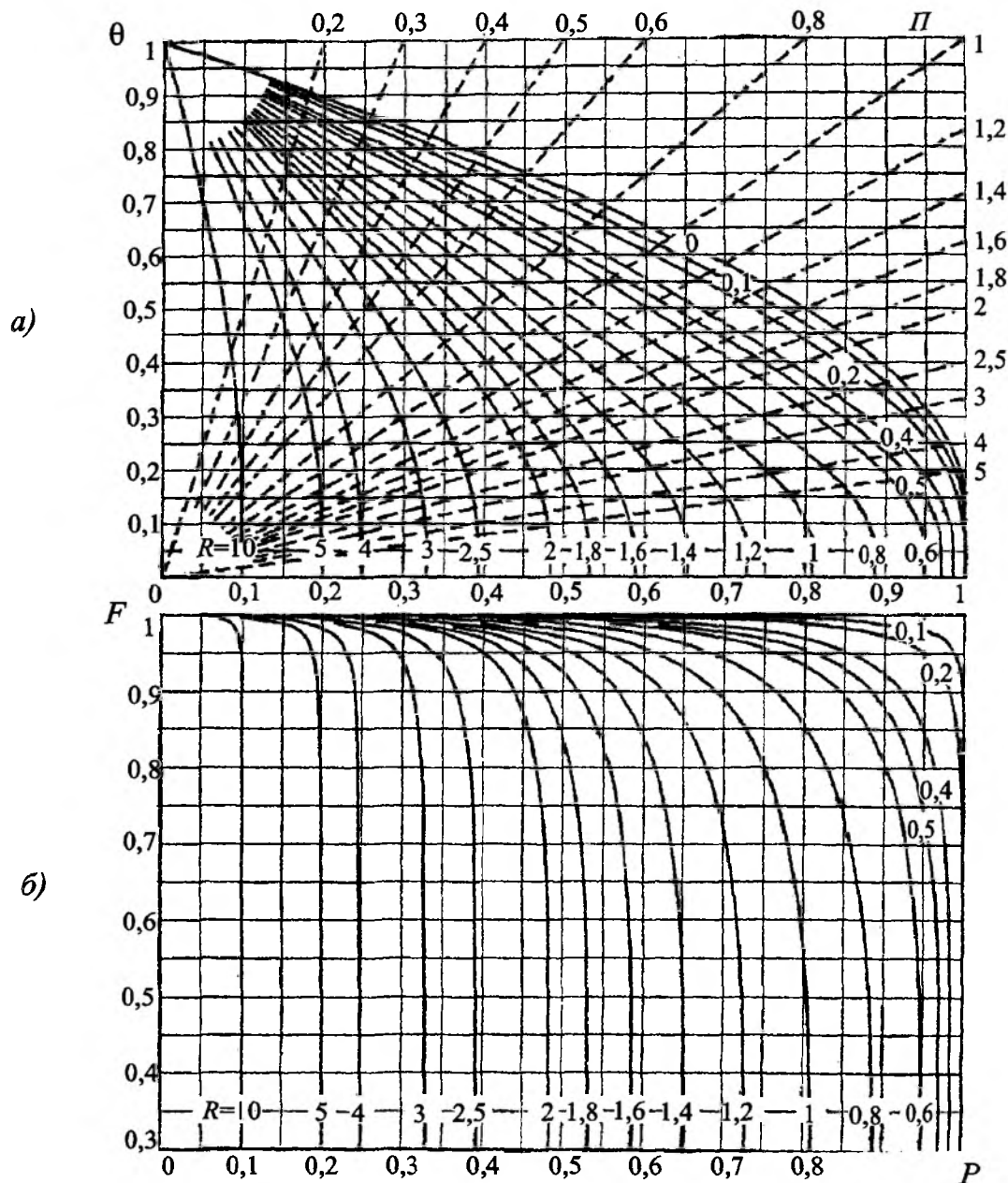
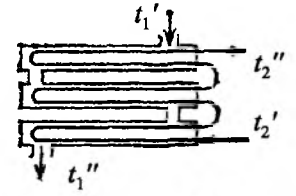
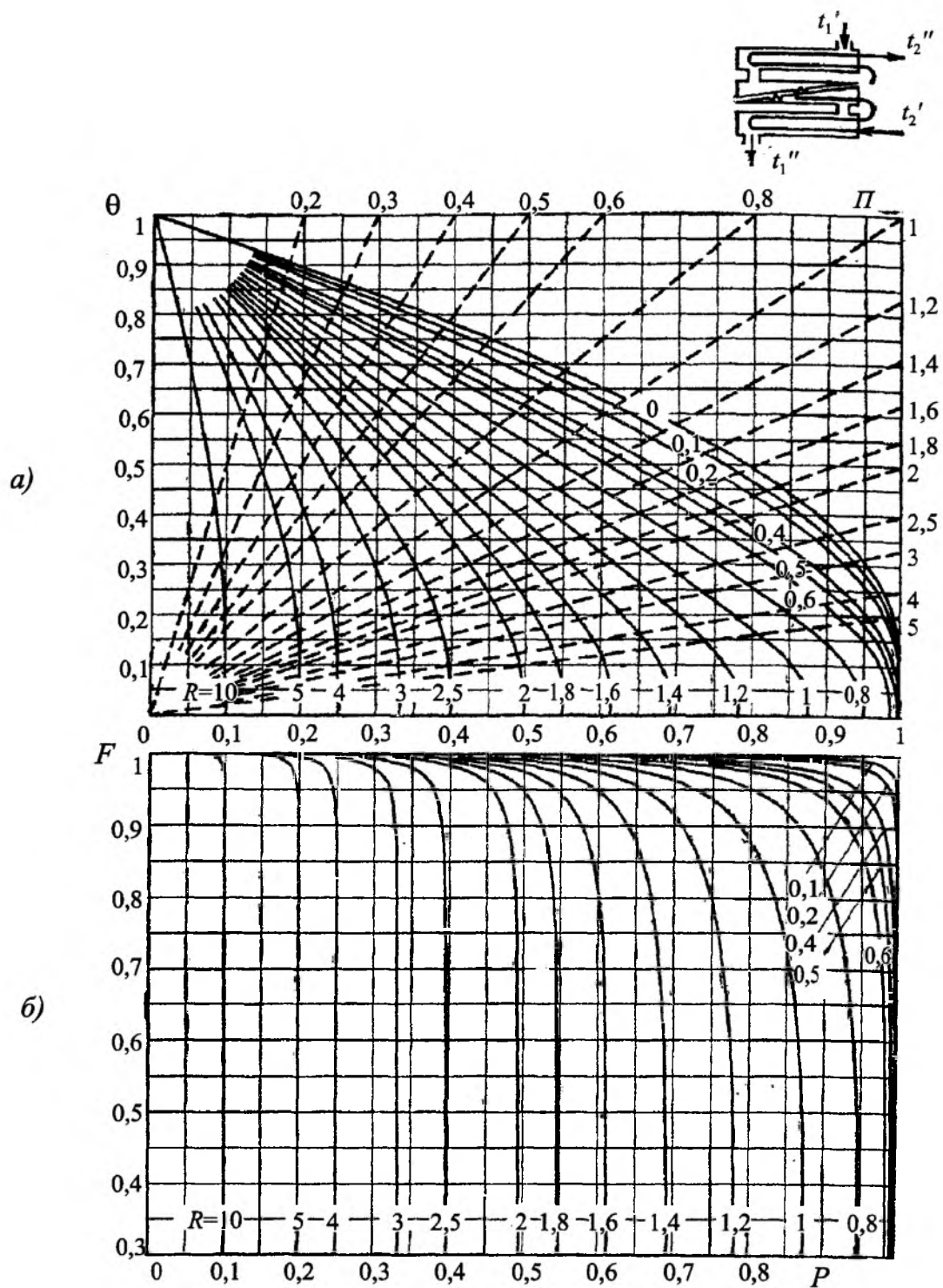


Рис. 8.35. Зависимость $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

Рис. 8.36. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

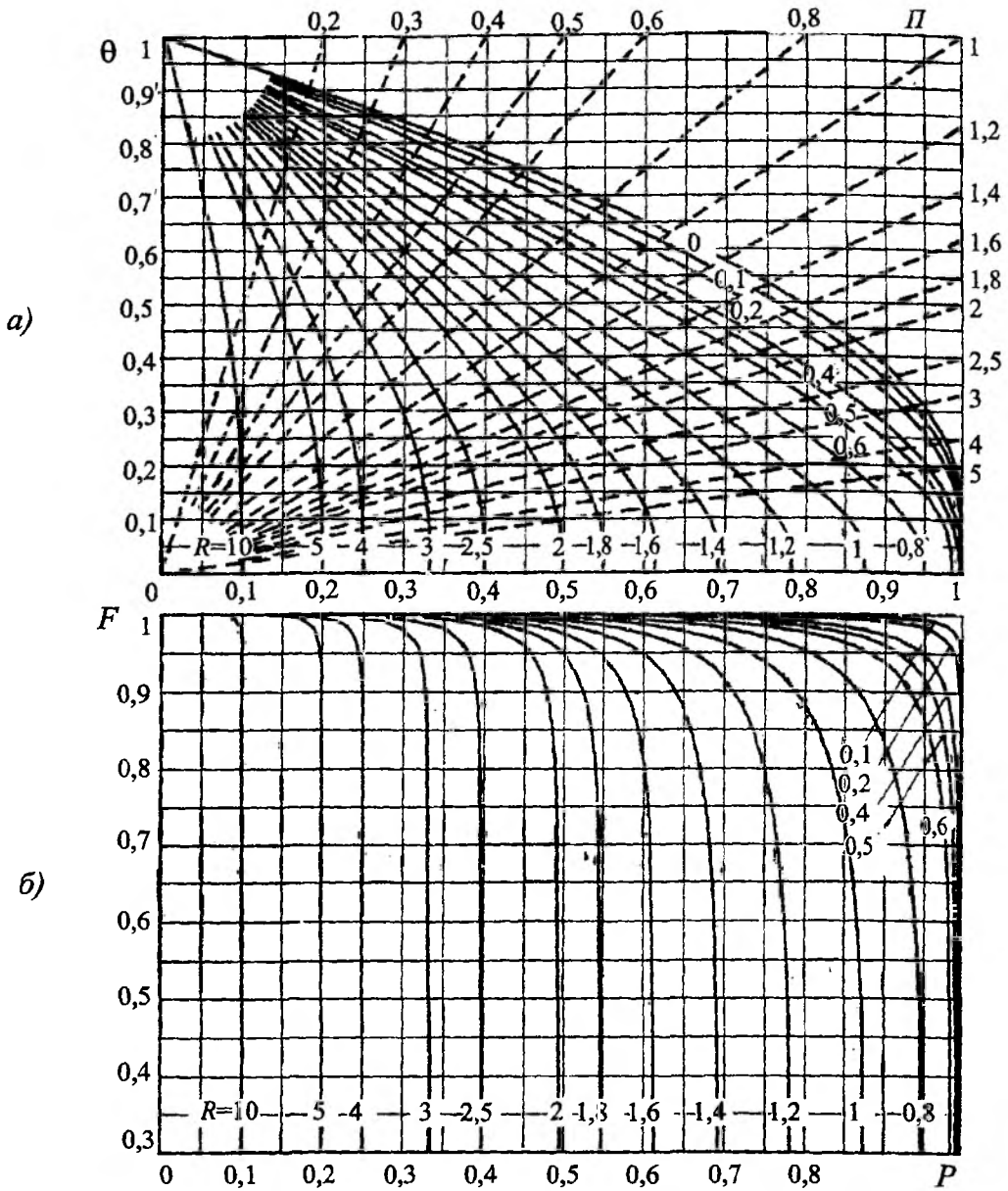
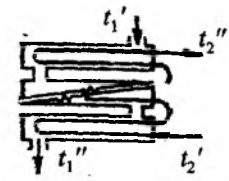


Рис. 8.37. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

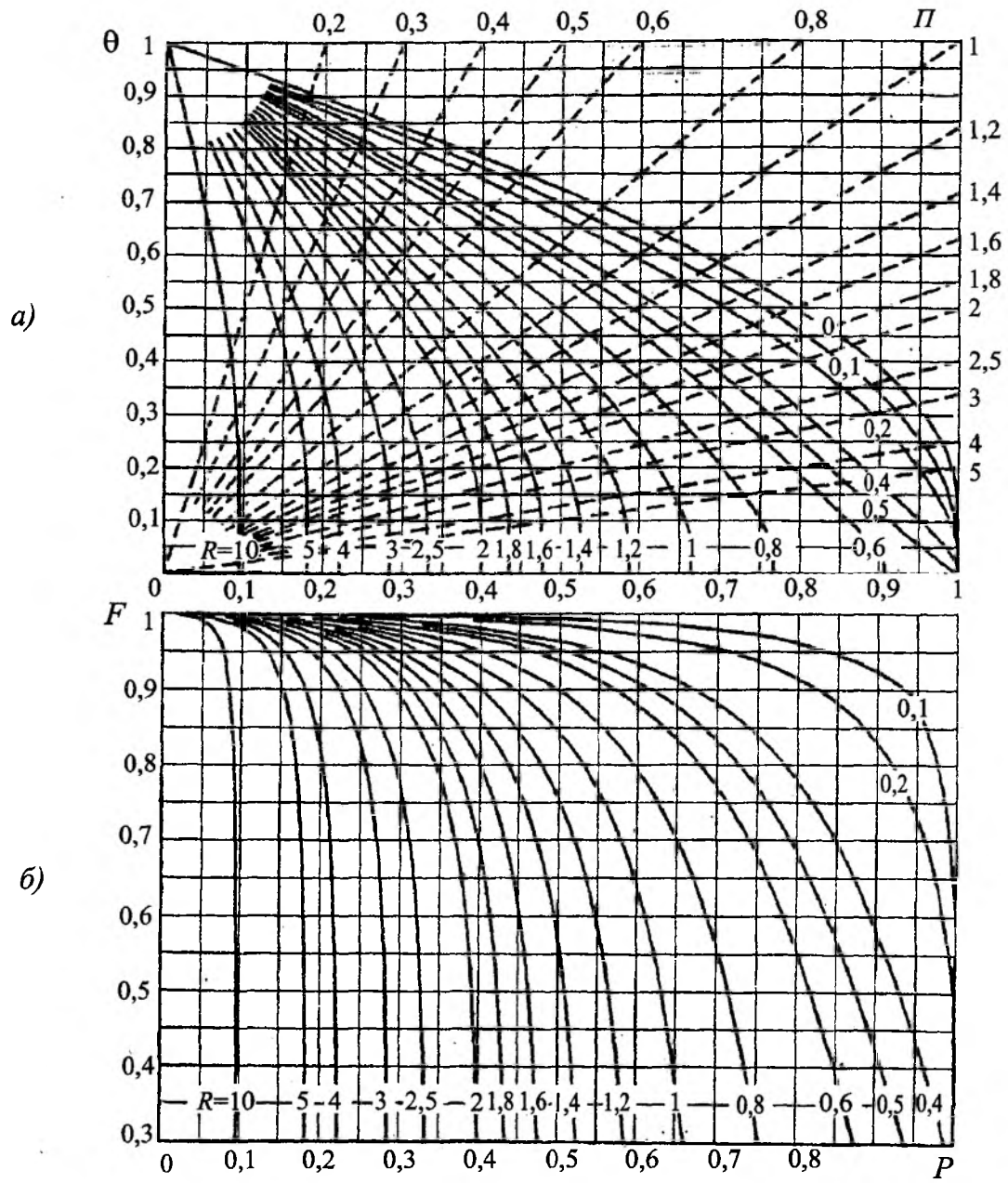
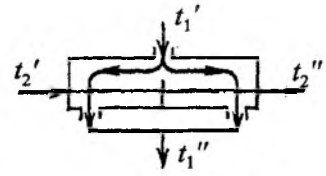


Рис. 8.38. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

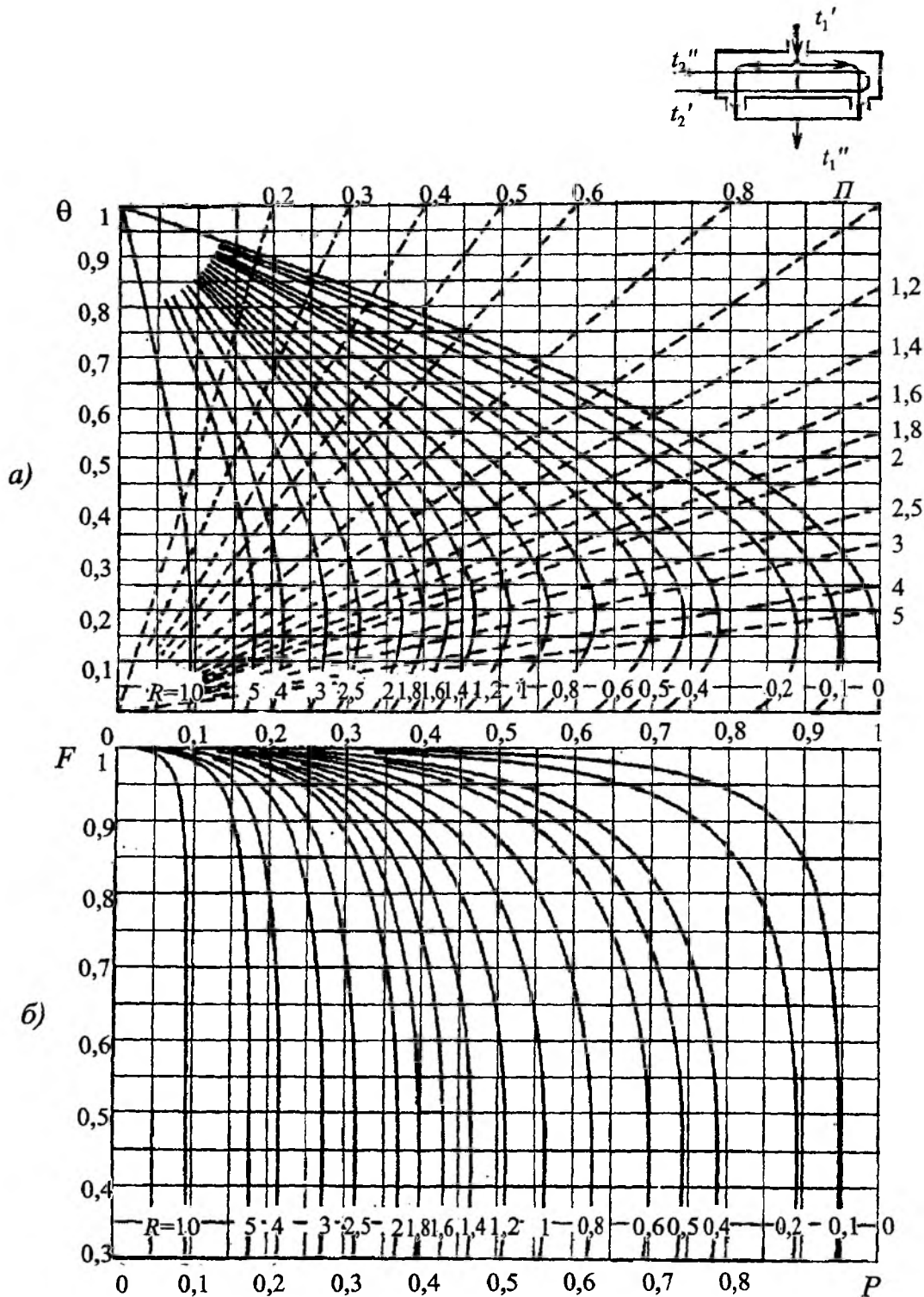


Рис. 8.39. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

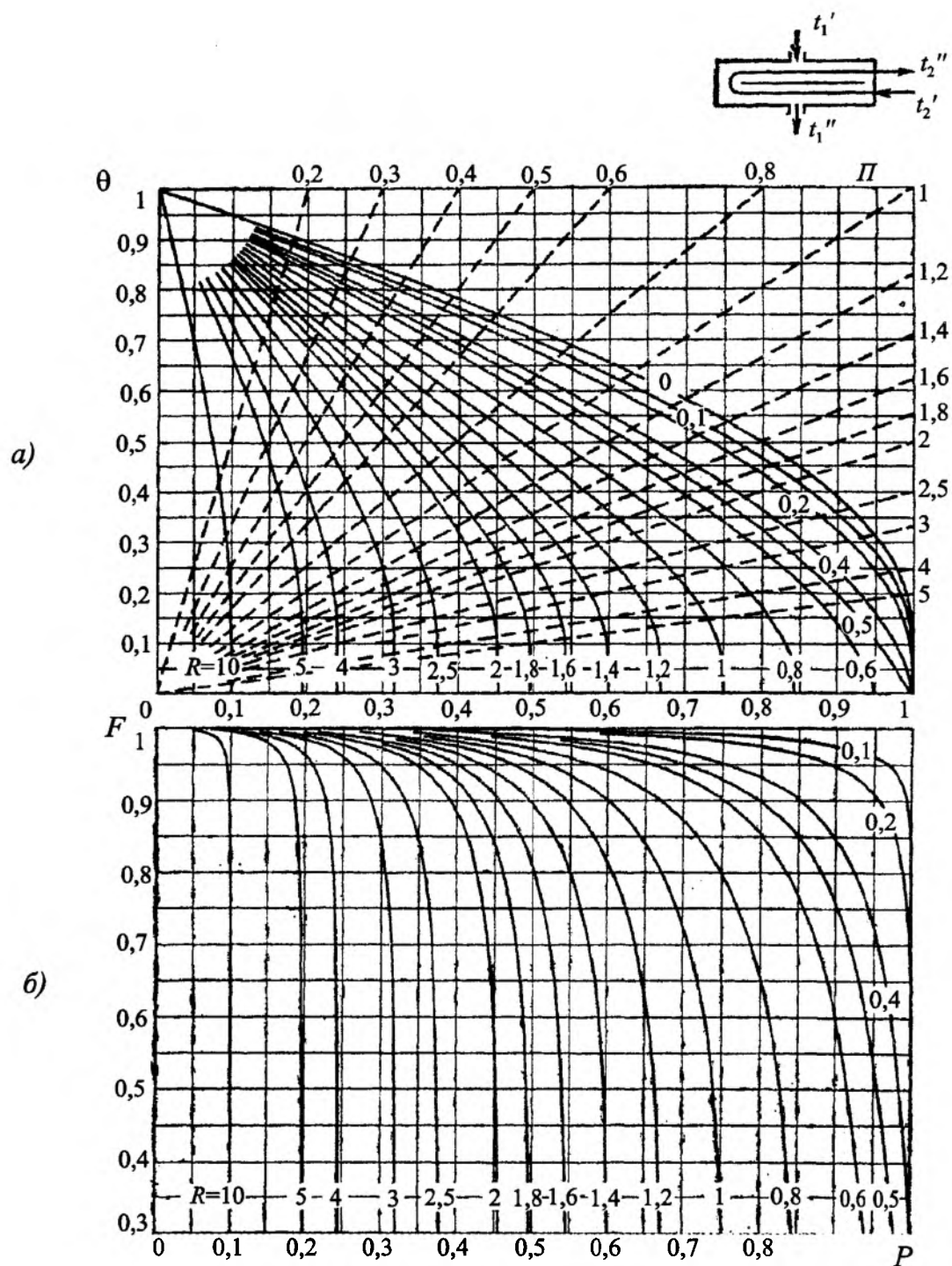


Рис. 8.40. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

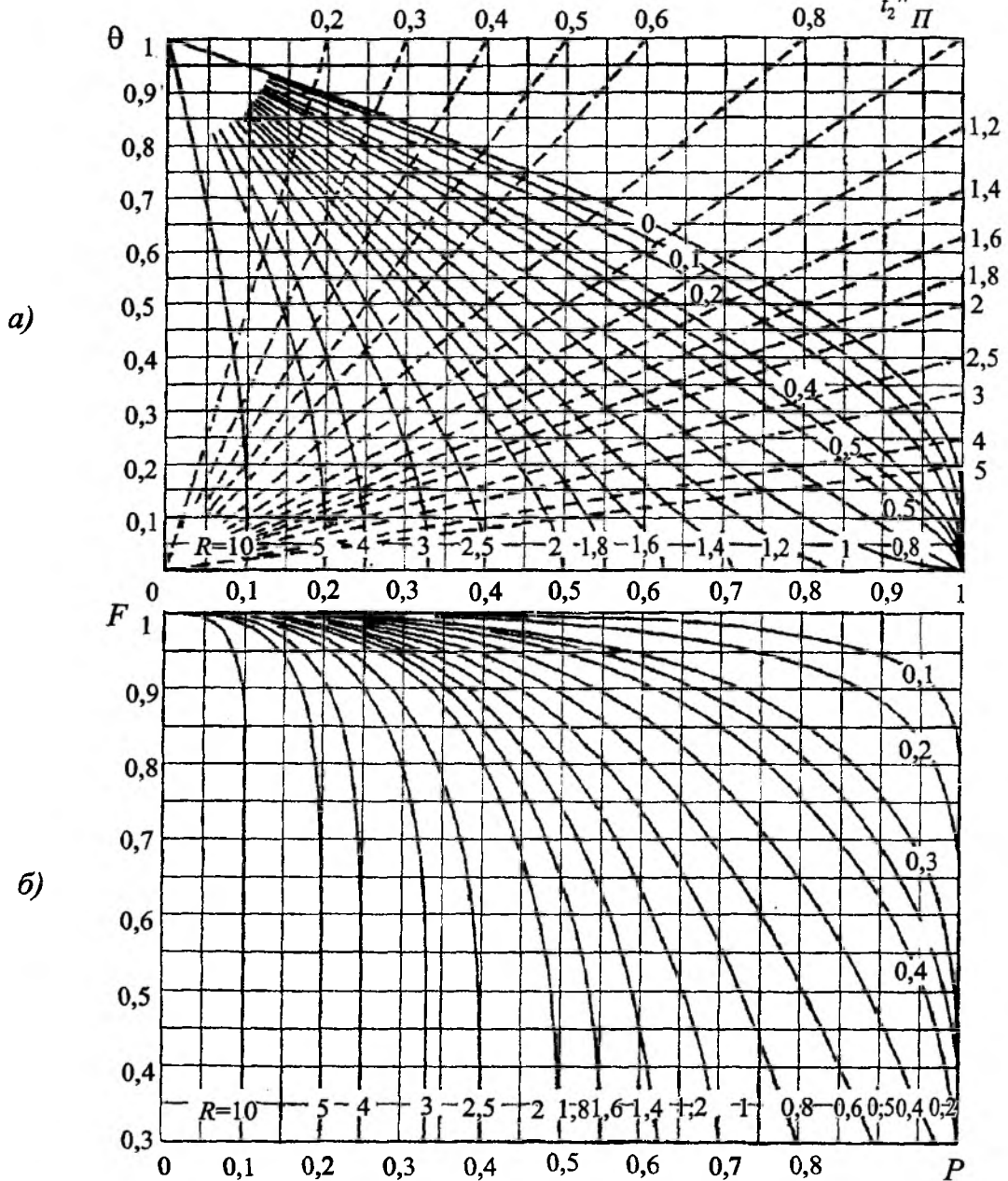
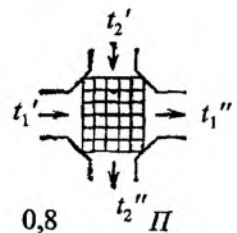
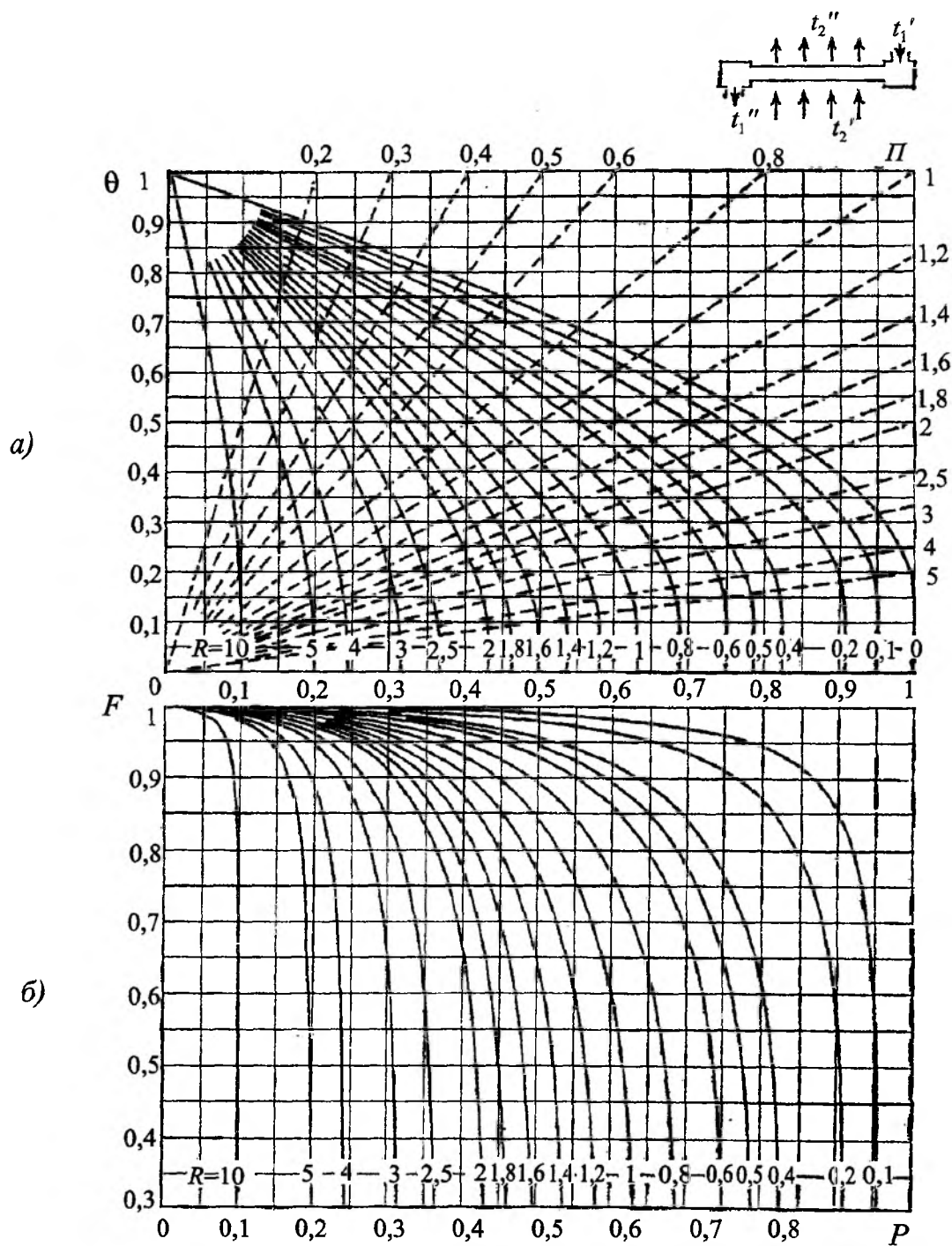


Рис. 8.41. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)



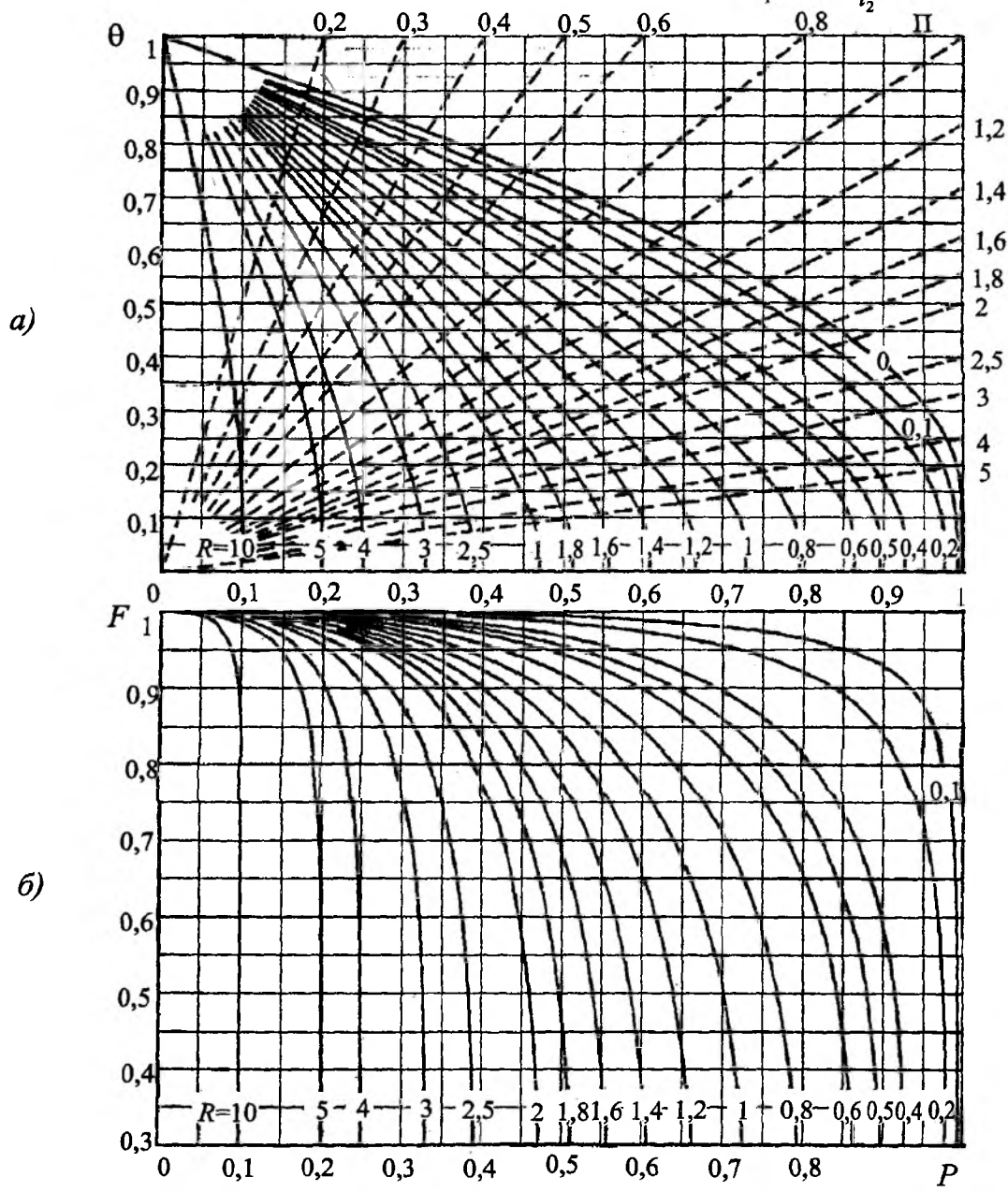
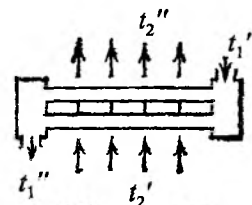


Рис. 8.43. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

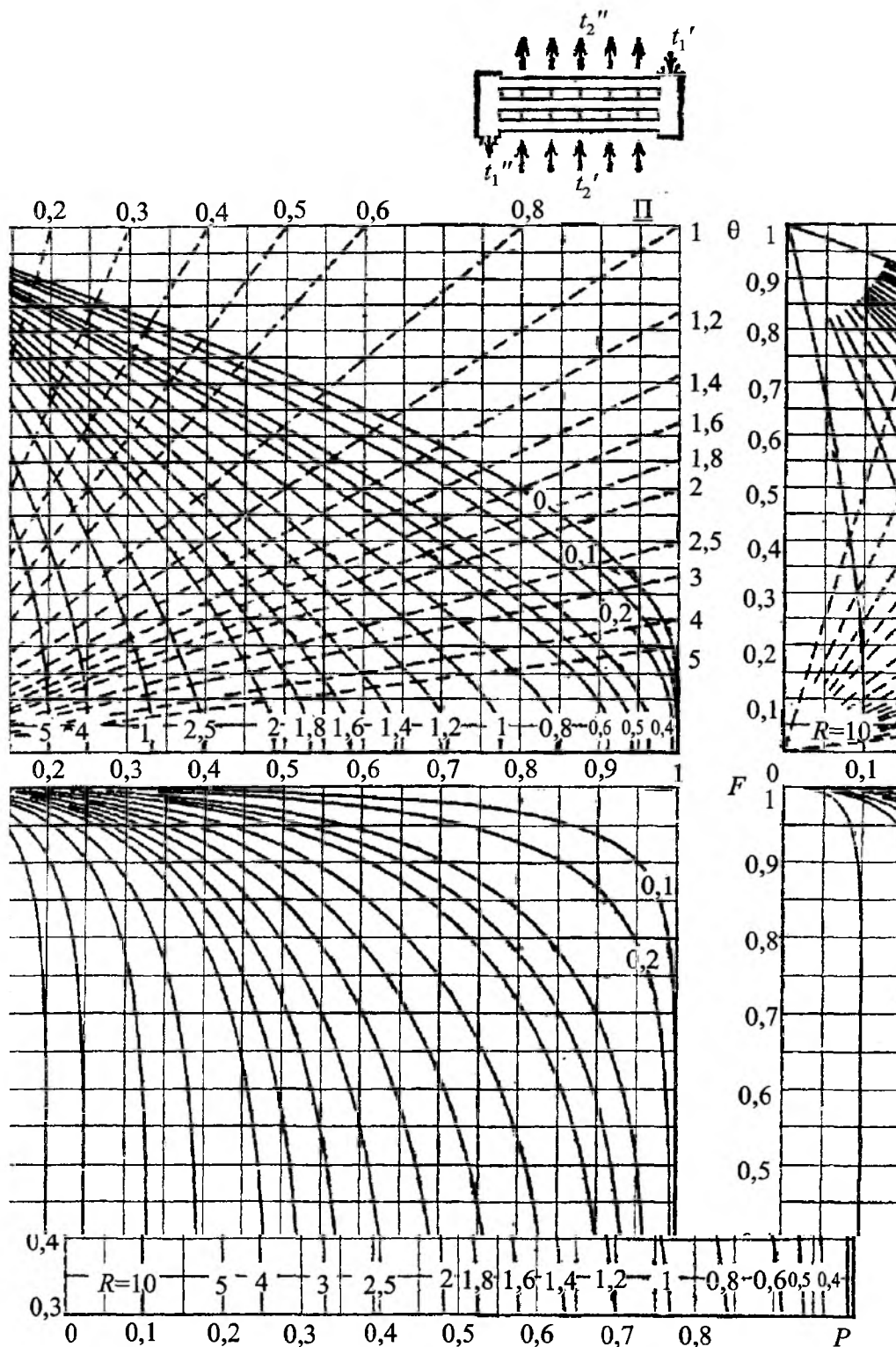


Рис. 8.44. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

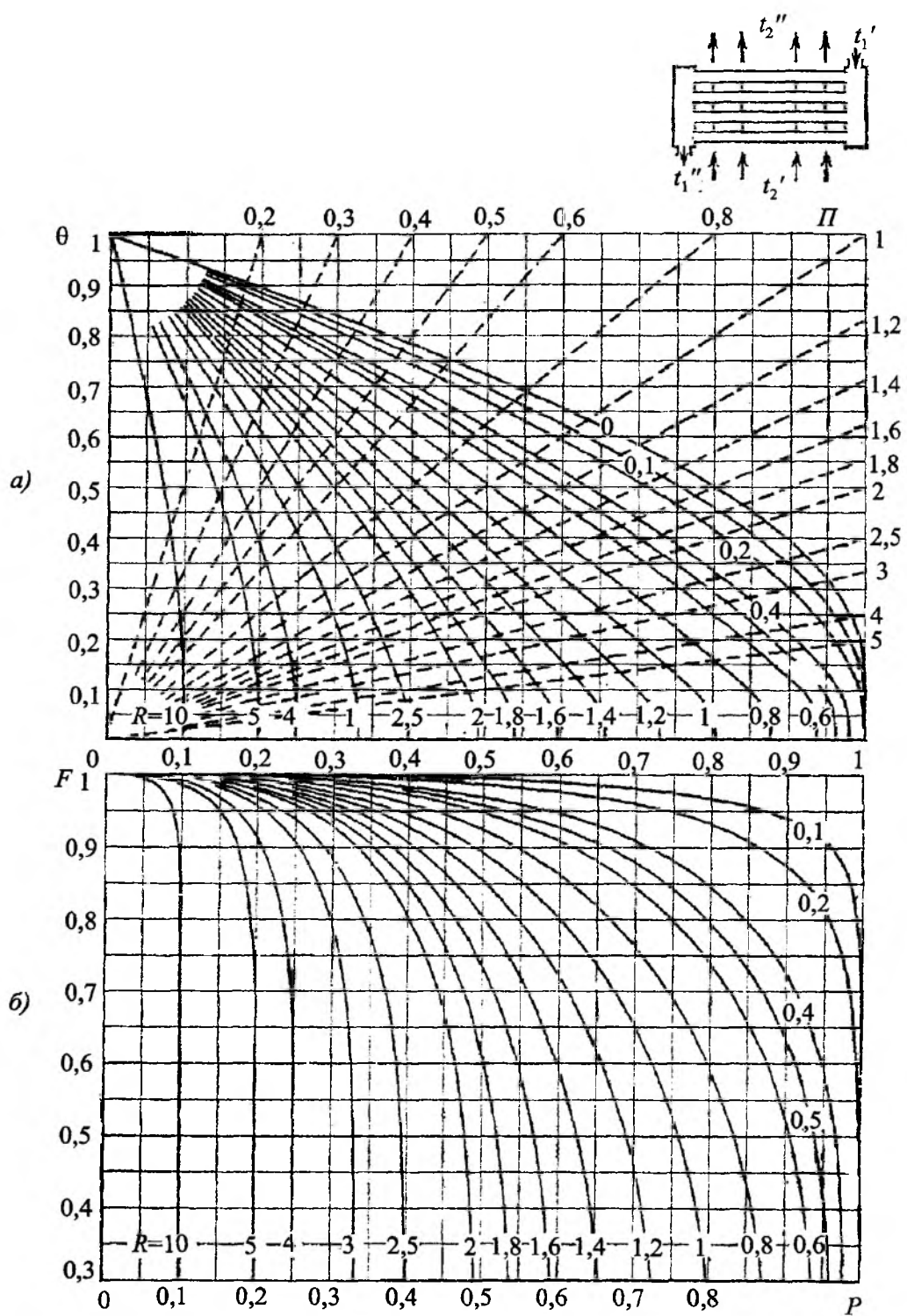


Рис. 8.45. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

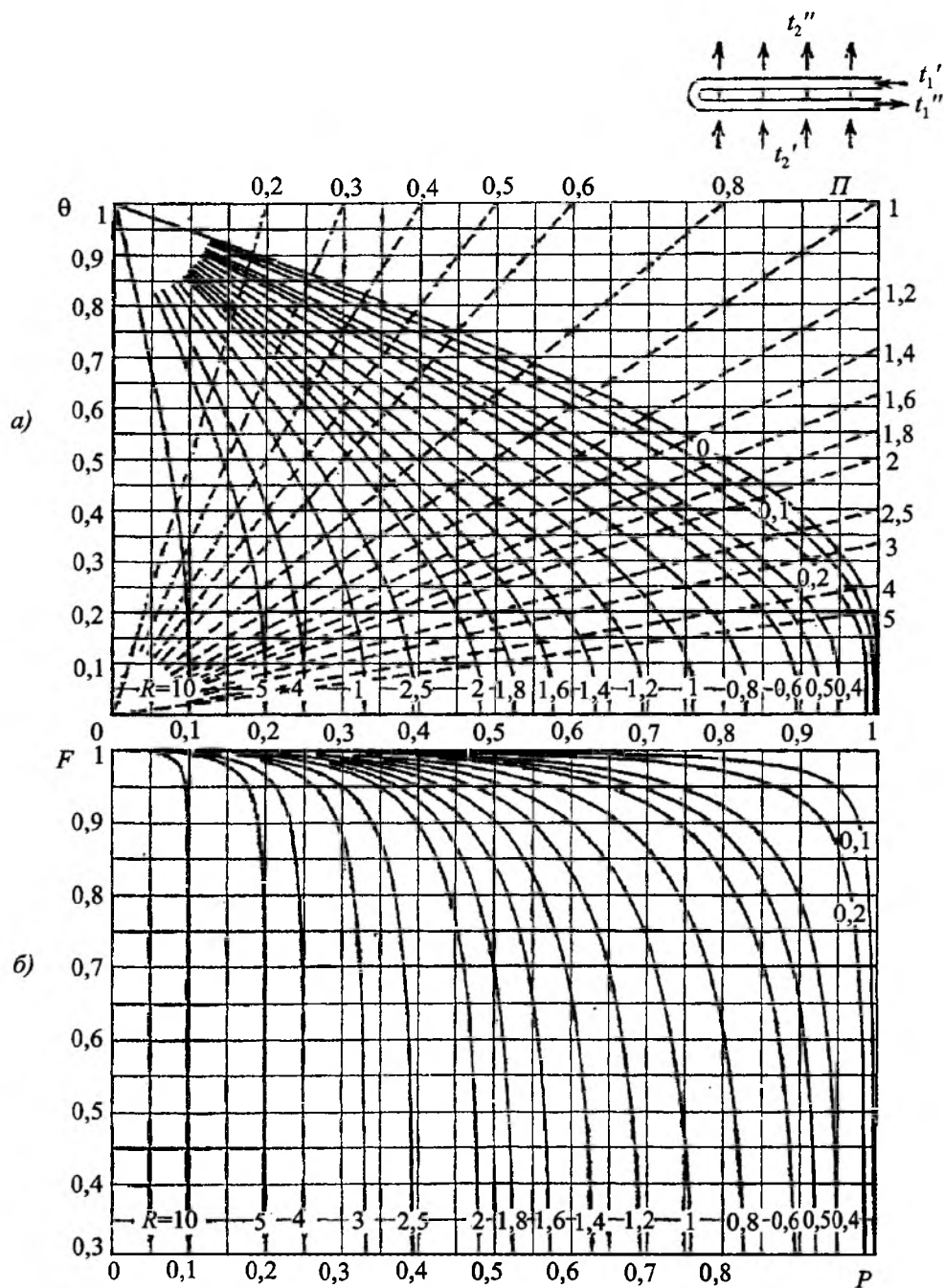


Рис. 8.46. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

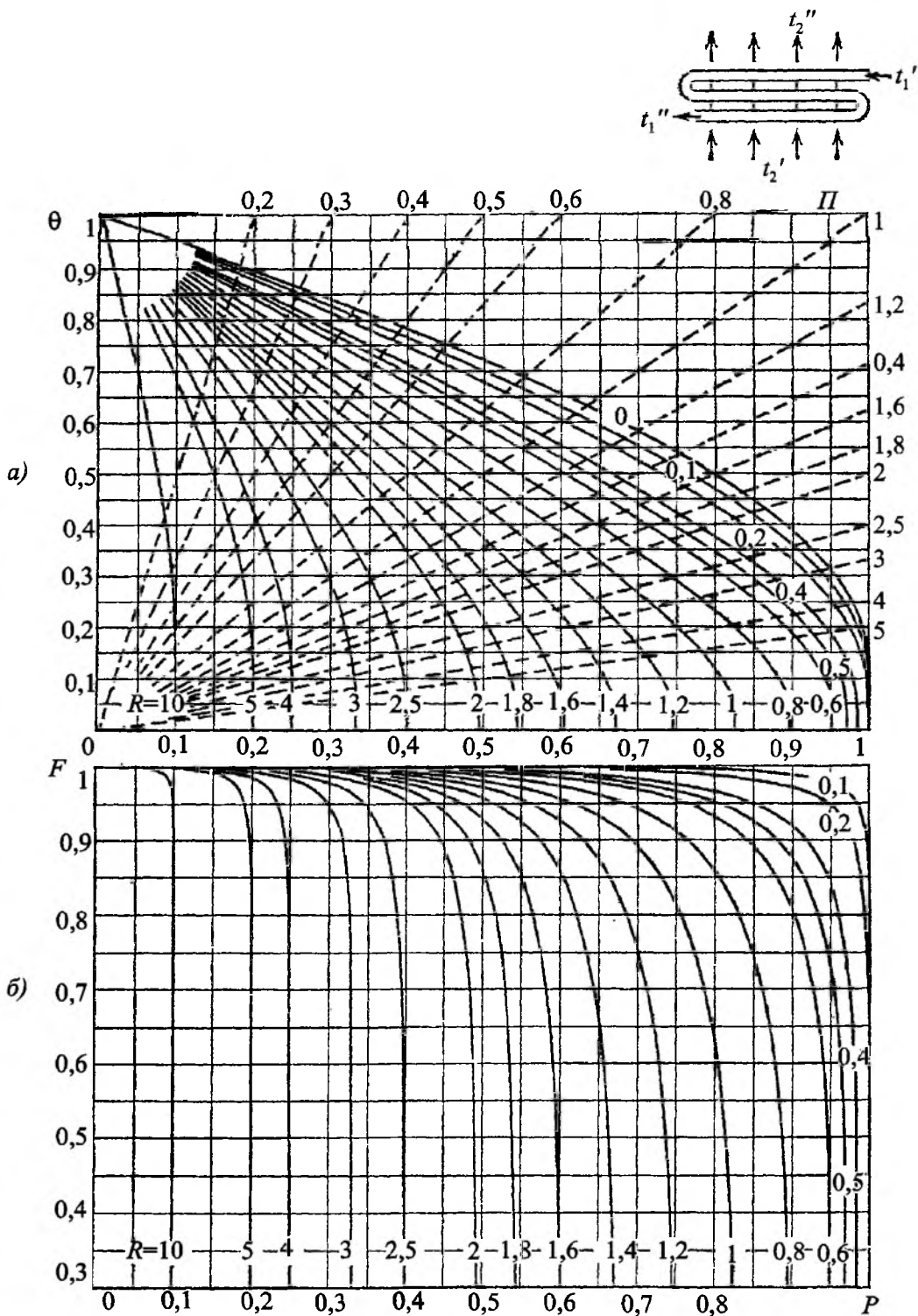
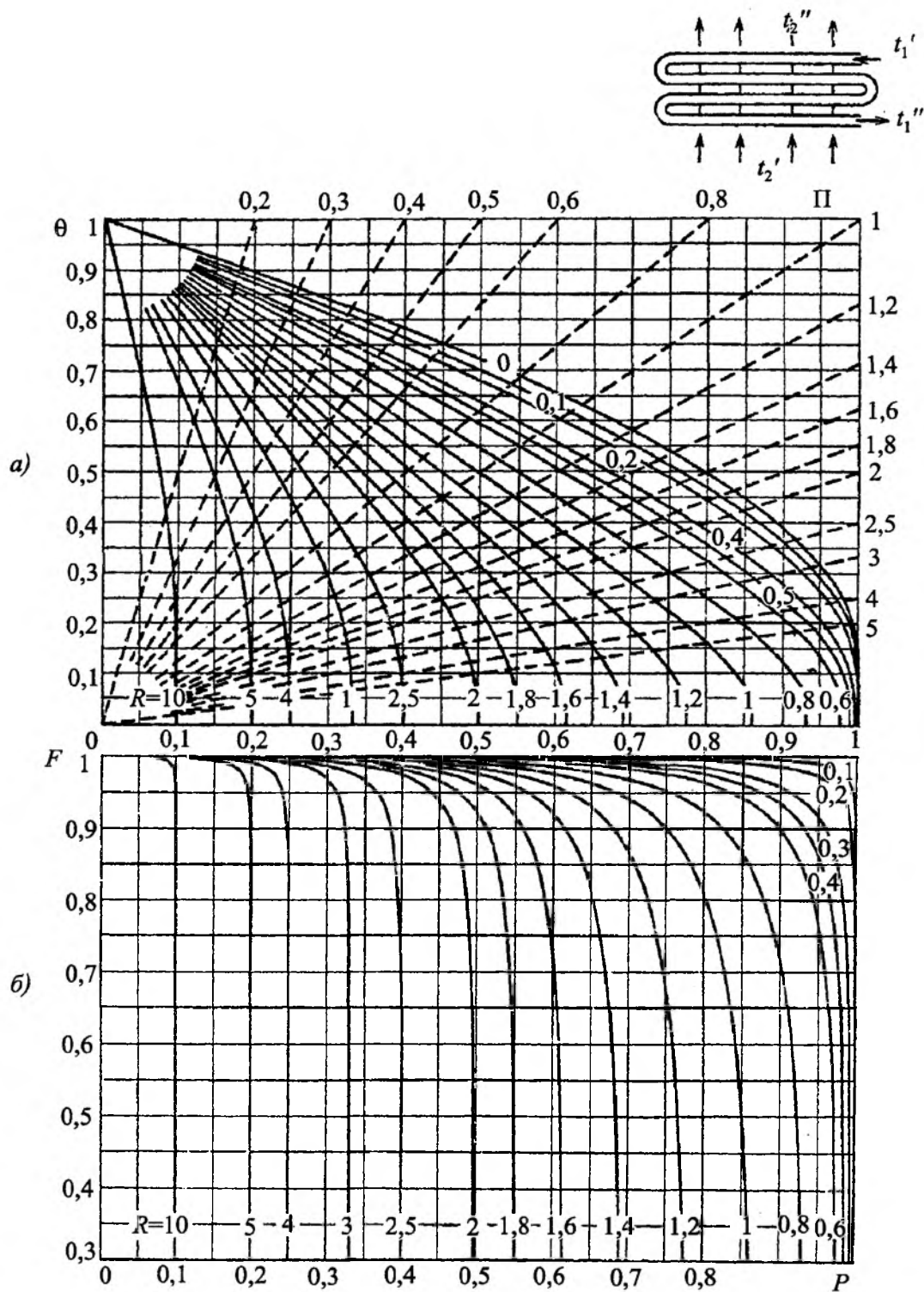


Рис. 8.47. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

Рис. 8.48. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

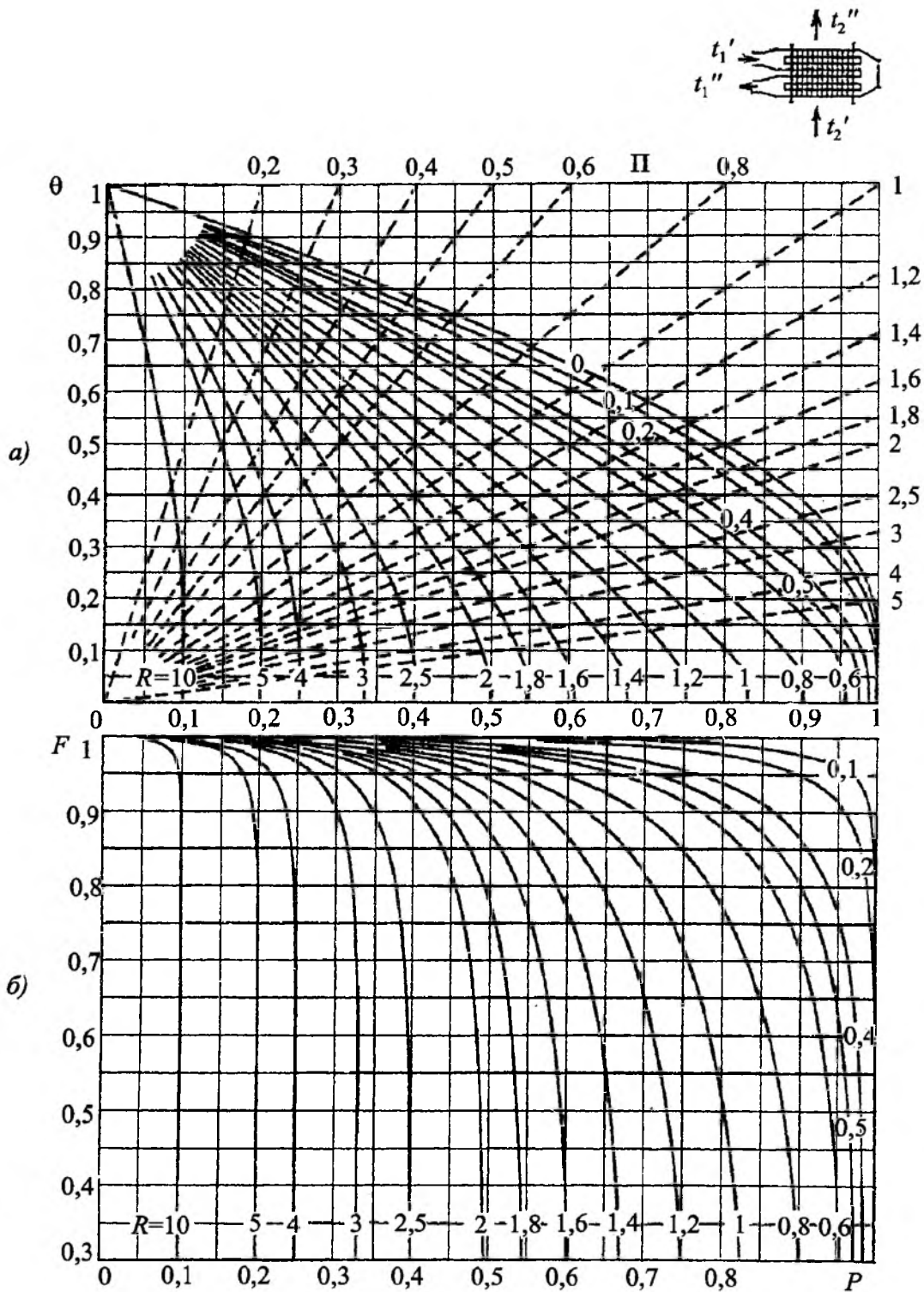


Рис. 8.49. Зависимость: $\theta - P - \Pi$ (см. а) и $F - P$ (см. б)

8.3. Расчет конечной температуры рабочих жидкостей¹

Расчет конечных температур (t''_1 и t''_2) является целью поверочного теплового расчета теплообменного аппарата. Эти температуры также позволяют рассчитать температурный напор Δt , входящий в уравнение $Q = kF\Delta t$.

Решение такой задачи начинается с установления известных величин. К ним относятся: поверхность теплообмена F (результат теплового конструкторского расчета), сорт первичного и вторичного теплоносителей (c_p и ρ), температуры теплоносителей на входе в теплообменный аппарат (t'_1 и t'_2). Кроме t'_1 и t'_2 в такой задаче приходится определять и количество теплоты, отдаваемое (воспринимаемое) теплоносителями Q .

Записываем

$$Q = W_1(t'_1 - t''_1), \text{ Вт.} \quad (8.29)$$

Из (8.29) находим t''_1 :

$$t''_1 = t'_1 - \frac{Q}{W_1} \text{ } ^\circ\text{C.} \quad (8.30)$$

В уравнении (8.30) две неизвестные (искомые) величины t''_1 и Q .

Поэтому записываем:

$$Q = W_2(t''_2 - t'_2); \quad (8.31)$$

$$t''_2 = t'_2 + \frac{Q}{W_2}. \quad (8.32)$$

Уравнения (8.29) и (8.31) записаны для первичного и вторичного (холодного) теплоносителей, причем

$$W_1(t'_1 - t''_1) = W_2(t''_2 - t'_2).$$

Также можно записать

$$Q = kF \left(\frac{t'_1 + t''_1}{2} - \frac{t'_2 + t''_2}{2} \right). \quad (8.33)$$

Из (8.30) и (8.32) в (8.33) подставляем значения t''_1 и t''_2 :

$$Q = kF \left(t'_1 - \frac{Q}{2W_1} - t'_2 + \frac{Q}{2W_2} \right) \quad (8.34)$$

и находим числовое значение переданной в теплообменнике теплоты Q .

Соотношение (8.34) может быть переписано:

$$\frac{Q}{kF} + \frac{Q}{2W_1} + \frac{Q}{2W_2} = Q \left(\frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2} \right) = t'_1 - t'_2;$$

$$Q = \frac{t'_1 - t'_2}{\frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2}}, \text{ Вт.} \quad (8.35)$$

Полученное значение Q (8.35) подставляем в (8.30) и (8.32) и находим численные значения t''_1 и t''_2 .

В (8.33) — (8.35) значение коэффициента теплопередачи k считается заданным в условиях поставленной задачи о тепловом поверочном расчете. Формула (8.35) также была получена при условии, что

$$\Delta t_1 = \frac{t'_1 + t''_1}{2} \text{ и } \Delta t_2 = \frac{t'_2 + t''_2}{2} \quad (\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2).$$

В действительности, как было показано ранее, изменение температурного напора между первичным и вторичным теплоносителями подчиняется не линейному, а экспоненциальному закону.

8.3.1. Случай проточного движения теплоносителей

Имеем

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-m \cdot k \cdot F}, \quad (8.36)$$

где $m = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}$ и $\Delta t' = t'_1 - t'_2$, а также $\Delta t'' = t''_1 - t''_2$.

Тогда

$$\frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{-m \cdot k \cdot F}. \quad (8.37)$$

Переписываем

$$1 - \frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = 1 - e^{-m \cdot k \cdot F};$$

$$(t'_1 - t''_1) + (t''_2 - t'_2) = (t'_1 - t'_2)(1 - e^{-m \cdot k \cdot F}). \quad (8.38)$$

В (8.38) подставляем значение $t''_2 - t'_2$:

$$t''_2 - t'_2 = (t'_1 - t''_1) \frac{W_1}{W_2} \quad (\text{случай проточного});$$

$$\Delta t_1 = t'_1 - t''_1 = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}}{1 + \frac{W_1}{W_2}}. \quad (8.39)$$

Вводим обозначение для случая проточного движения теплоносителей

¹ При написании параграфа 8.3 в значительной степени использован материал книги: Михеев М.А. Основы теплопередачи. — М.—Л.: ГЭИ, 1956.

$$\frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} = \Pi$$

Тогда для случая прямого тока (первичный теплоноситель)

$$\Delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \Pi \quad (8.40)$$

Соответственно для вторичного теплоносителя (прямоток)

$$\Delta t_2 = (t'_1 - t'_2) \frac{W_1}{W_2} \Pi \quad (\text{см. (8.38)}). \quad (8.41)$$

Окончательно имеем (см. (8.40) и (8.41)):

$$\left. \begin{aligned} t''_1 &= t'_1 - \Delta t_1; \\ t''_2 &= t'_2 - \Delta t_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.42)$$

Расход теплоты для случая проточного движения теплоносителей запишется

$$Q = W_1 \Delta t_1$$

или $Q = W_1 (t'_1 - t'_2) \Pi \quad (8.43)$

Для упрощения расчетов вспомогательная функция Π приведена в виде зависимости $\Pi = f\left(\frac{kF}{W_1}; \frac{W_1}{W_2}\right)$ (рис. 8.50).

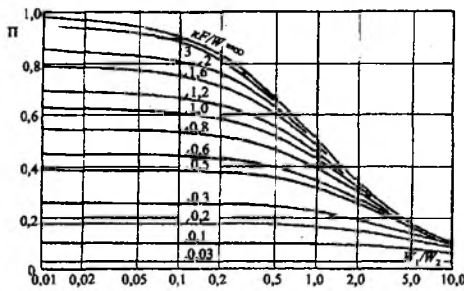


Рис. 8.50. Зависимость $\Pi = f\left(\frac{kF}{W_1}; \frac{W_1}{W_2}\right)$, случай проточного движения теплоносителей¹

8.3.2. Случай противоточного движения теплоносителей

Расчетные формулы для определения t''_1 и t''_2 имеют вид:

$$\Delta t_1 = t'_1 - t''_1;$$

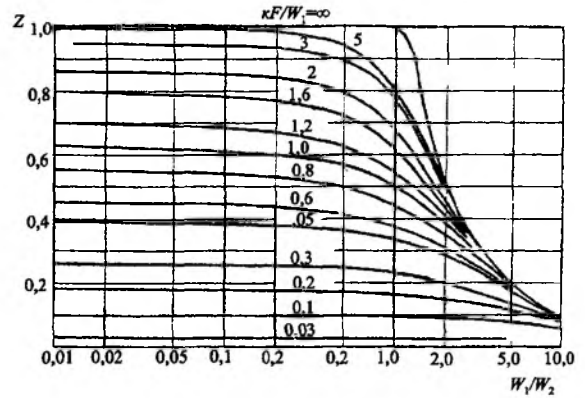


Рис. 8.51. Зависимость $Z = f\left(\frac{W_1}{W_2}; \frac{kF}{W_1}\right)$, случай противоточного движения теплоносителей¹

$$\Delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}}{1 - \frac{W_1}{W_2} \cdot e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}} \quad (8.44)$$

Для противоточного движения вводим обозначение

$$\frac{1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}}{1 - \frac{W_1}{W_2} \cdot e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}}} = Z.$$

Тогда

$$\Delta t_1 = (t'_1 - t'_2) Z. \quad (8.45)$$

А также

$$\Delta t_2 = (t'_1 - t'_2) \frac{W_1}{W_2} Z. \quad (8.46)$$

Для Q (теплота, переданная первичным теплоносителем вторичному в случае противотока)

$$Q = W_1 \Delta t_1; \quad Q = W_1 (t'_1 - t'_2) Z. \quad (8.47)$$

Как и в случае прямого тока, для функции Z приведена графическая зависимость $Z = f_1\left(\frac{kF}{W_1}; \frac{W_1}{W_2}\right)$, (рис. 8.51).

8.4. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов

8.4.1. Общие сведения

Произведя тепловой конструкторский расчет теплообменника, найдешую поверхность теплообмена нужно сконструировать (установить ее конструктивные размеры по отношению к первичному

¹ Михсев М.А. Основы теплопередачи. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

и вторичному теплоносителю). В итоге получается вполне конкретная конструкция с расчетной поверхностью теплообмена, имеющая живые сечения для прохода первичного и вторичного теплоносителей со вполне определенными скоростями их движения.

Установив скорости первичного теплоносителя w_1 и вторичного w_2 , нужно рассчитать гидромеханическое сопротивление трактов по первичному и вторичному теплоносителям, помня, что эти скорости ($w_1 \rightarrow \text{var}$ и $w_2 \rightarrow \text{var}$) зависят как от температуры, так и от проходного сечения. Проходные сечения (нужно иметь в виду) в различных местах трактов движения теплоносителей различны (они изменяются в зависимости от разработанной конкретной конструкции аппарата с расчетной поверхностью теплообмена F). Как видим, установление скоростей w_1 ($w_1 \rightarrow \text{var}$) и w_2 ($w_2 \rightarrow \text{var}$) является довольно не простой задачей.

Определив расчетным путем ($w = \frac{V}{f_{\text{прох}} \cdot 3600}$,

где V — часовой расход теплоносителя, $\text{м}^3/\text{ч}$; $f_{\text{прох}}$ — живое сечение для прохода теплоносителя, м^2), рассчитывают суммарные потери напора при движении теплоносителей по длине тракта $\sum \Delta p_{\lambda}$ и потери по месту (местные потери напора) $\sum \Delta p_{\text{м}}$.

Рассчитав суммарные потери (раздельно по трактам движения каждого из теплоносителей) $\sum \Delta p_{\lambda}$ и $\sum \Delta p_{\text{м}}$, находят:

— для тракта первичного теплоносителя

$$\sum \Delta p_{\text{перв}} = \sum \Delta p_{\lambda_{\text{перв}}} + \sum \Delta p_{\text{м}_{\text{перв}}}, \text{ кПа};$$

— для тракта вторичного теплоносителя

$$\sum \Delta p_{\text{вт}} = \sum \Delta p_{\lambda_{\text{вт}}} + \sum \Delta p_{\text{м}_{\text{вт}}}, \text{ кПа}.$$

По значениям $\sum \Delta p_{\text{перв}}$ и $\sum \Delta p_{\text{вт}}$ производят выбор побудителей движения первичного и вторичного теплоносителей (тракты индивидуальные для каждого из теплоносителей): насосов, вентиляторов, газодувок и т.п.

К побудителям движения выбирают привод (электрический или паровой) и определяют энергозатраты на прокачку теплоносителей по трактам их движения.

Энергозатраты при неудачной компоновке поверхности теплообмена F могут быть очень велики. В этом случае поверхность теплообмена приходится компоновать заново, а это может вызвать необходимость перерасчета поверхности теплообмена F .

8.4.2. Методика гидромеханического расчета теплообменника

Рассмотрим методику инженерного расчета воздушного тракта методической нагревательной печи с установленным в нем трубчатый рекуперативным воздухоподогревателем, обеспечивающим подогрев воздуха-окислителя, идущего на образование горючей смеси воздуха с газообразным топливом (рис. 8.52).

Необходимость выполнения расчета воздушного тракта диктуется использованием в качестве окислителя топлива атмосферного воздуха. В двухпроводные горелочные устройства воздух-окислитель поступает под определенным давлением, которое, как правило, не превышает 5–10 кПа. При этом давление перед горелкой регламентируется ее типом (условиями смесеобразования) и должно находиться в определенном диапазоне, к примеру, 2...3 кПа и т.п. Следует также помнить, что давление перед горелками не должно зависеть от длины и конфигурации воздухопроводов (от сопротивления воздухопроводов), а устанавливается, как уже было сказано, характеристиками горелочных устройств. В связи с этим напор, развиваемый побудителем движения воздуха (дутьевым вентилятором или газодувкой), всегда должен превышать сопротивление воздушного тракта на величину установленного давления окислителя перед горелкой.

Иными словами, напор, развиваемый вентилятором (газодувкой), определяется в соответствии с выражением

$$H = p_r + \sum \Delta h_{\text{тр}},$$

где H — напор вентилятора, кПа; p_r — давление воздуха-окислителя перед горелкой; $\sum \Delta h_{\text{тр}}$ — суммарное сопротивление воздуха-окислителя в тракте от побудителя движения (вентилятора) до входного воздушного патрубка горелки.

Суммарное сопротивление $\sum \Delta h_{\text{тр}}$ зависит прежде всего от скорости воздуха-окислителя, которая выбирается в интервале значений 5...17 м/с. Приятую скорость нужно сохранять одинаковой на всех расчетных участках воздушного тракта печи. Для сохранения ее значения следует изменить проходное сечение круглого или прямоугольного канала.

Изменение скорости воздуха-окислителя (как правило, в высокотемпературных установках применяется топливно-воздушный источник энергии и реже — кислородный) может быть связано либо с его отбором (разветвленный тупиковый воздухопровод), либо с подогревом (к примеру, в воздухоподогревателе рекуперативного или регенеративного типа).

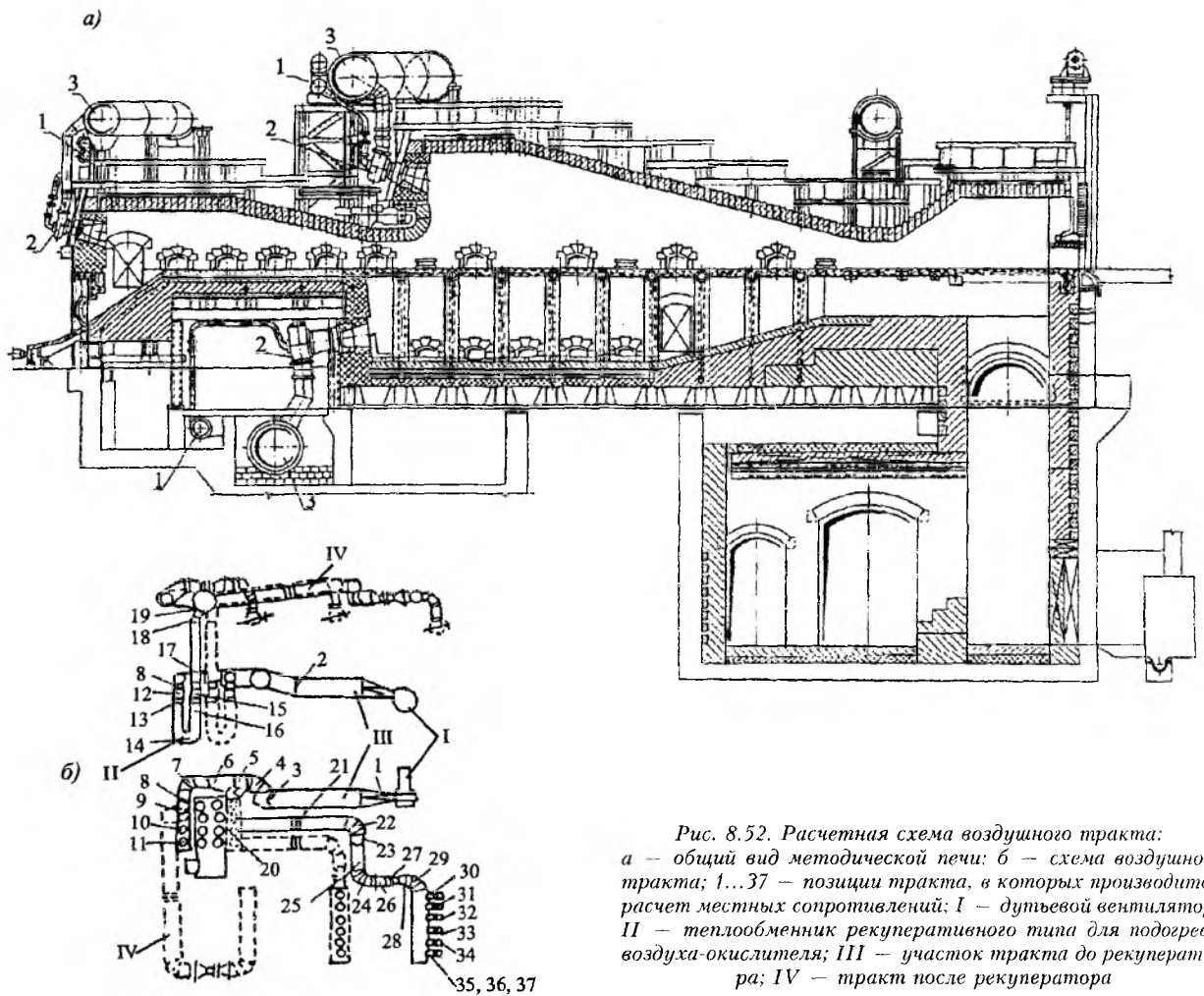


Рис. 8.52. Расчетная схема воздушного тракта:
 а — общий вид методической печи; б — схема воздушного тракта; 1...37 — позиции тракта, в которых производится расчет местных сопротивлений; I — дутьевой вентилятор; II — теплообменник рекуперативного типа для подогрева воздуха-окислителя; III — участок тракта до рекуператора; IV — тракт после рекуператора

Общая схема расчета может быть следующей.

1. В соответствии с рабочими чертежами высокотемпературной установки и с учетом того, что каждая температурная зона имеет регулирование как температуры, так и соотношения «топливо-воздух», изображают воздушный тракт печи (рис. 8.52). При изображении тракта наносят все задвижки, диафрагмы и регулирующие органы (дроссельные клапаны) на самостоятельных участках каждой зоны. В результате получается схема тушикового разветвленного воздуховода, на которой не отмечены проходные сечения отдельных его участков.

2. Выбирают наиболее напряженный по сопротивлениям участок, что будет использовано при выборе побудителя движения по напору. На этом участке в соответствии с расходом топлива на зону определяют расход воздуха (в $\text{м}^3/\text{ч}$).

3. В соответствии с принятым расходом воздуха на наиболее напряженном участке и с учетом

того, что скорость должна находиться в интервале 5 — 17 м/с, в первом приближении устанавливают проходные сечения воздухопроводов во всех звеньях участка зоны.

4. Учитывая, что расчет напряженного расчетного участка начинают от вентилятора (газодувки) и заканчивают последней горелкой (в промежутке находится рекуператор), устанавливают количество расчетных участков. Как правило, первый расчетный участок — это участок до рекуператора. На этом участке расход воздуха

$$Q_{в1} = \sum BV'_0 \frac{272 + 20}{273},$$

где $\sum B$ — общий расход топлива на печь, $\text{м}^3/\text{ч}$ (кг/ч);

V'_0 — действительный расход воздуха для сжигания единицы топлива, $\text{м}^3/\text{м}^3$ ($\text{м}^3/\text{кг}$);

20 — температура воздуха на первом расчетном участке, $^{\circ}\text{C}$.

Ко второму расчетному участку относят рекуператор. Здесь расход воздуха

$$Q_{в2} = \sum BV'_{0} \frac{273 + \frac{(t'_{в} + t''_{в})}{2}}{273}$$

($t'_{в}$, $t''_{в}$ — температура воздуха соответственно на входе и выходе из рекуператора, °C).

На третьем и последующих расчетных участках из воздуховода начинается отбор воздуха на зоны и отсеки горения. Здесь для оценки расхода воздуха нужен дополнительный анализ, заключающийся в определении расхода топлива, которому должен соответствовать расход воздуха на расчетной трассе. Что касается температуры, то здесь она равна $t''_{в}$. Правда, наблюдается некоторое снижение температуры воздуха при его движении в сторону горелочных устройств. Так, на 1 м длины (погонной) изолированного воздуховода снижение температуры находится в интервале 1...2 °C.

5. Выбрав число расчетных участков, окончательно изображают расчетную схему воздуховода наиболее напряженной по сопротивлениям нитки. Схему выполняют сплошными линиями, а отборы по расчетной трассе — штриховыми (см. рис. 8.52).

На этом работы, предшествующие расчету, заканчиваются.

Расчет воздушного тракта печи выполняют в соответствии с формулами, записанными для газопроводов низкого давления (сжимаемость газа не учитывается).

Расчет производят раздельно для участков тракта. Разбивке тракта на расчетные участки, как уже отмечалось, должен предшествовать детальный ее анализ с последующим выделением участков, на которых скорость и температура

жидкости (скоростной напор $\frac{w_i^2}{2} \rho_0 \frac{273}{273+t_i}$) могут

быть приняты неизменными. Выполнив такой анализ, весь тракт (воздушный или газовый) разбивают на n расчетных участков. Причем в тех случаях, когда сечения каналов на отдельных его участках не заданы, приходится задаваться скоростями. Так, для дымовых газов скорость следует принимать в пределах 3—7 м/с (исключая дымовой тракт рекуператора), при движении газообразного топлива и воздуха — 5...17 м/с.

Для каждого из расчетных участков суммарная потеря напора

$$\sum h_i = h_{ii} + \sum_{j=1}^m h_{местj}, \quad (8.48)$$

где $\sum h_i$ — суммарное сопротивление i -го расчетного участка, Па; h_{ii} — сопротивление участка по длине, Па; $\sum_{j=1}^m h_{местj}$ — сумма местных сопротивлений i -го расчетного участка; m — общее число местных сопротивлений на i -м расчетном участке.

Потеря напора (или сопротивление) по длине расчетного участка тракта

$$h_{ii} = \lambda_0 \frac{l_i w_i^{-2}}{d_s \cdot 2} \rho_i, \quad (8.49)$$

где λ_0 — коэффициент трения;

l_i — длина i -го расчетного участка, м;

w_i — скорость (в отдельных случаях средняя скорость) жидкости на i -м участке, м/с;

d_s — эквивалентный диаметр i -го расчетного сечения участка, м.

Плотность жидкости на i -м расчетном участке при заданной (в отдельных случаях средней) температуре

$$\rho_i = \rho_0 \frac{273}{273+t_i} \quad (\text{кг/м}^3),$$

где $\rho_{0в} = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{0н.с} = 1,34 \text{ кг/м}^3$.

В зависимости от режима движения жидкости коэффициент трения λ_0 равен:

— при $Re \leq 2 \cdot 10^3$

$$\lambda_0 = \frac{64}{Re};$$

— при $2 \cdot 10^3 \leq Re \leq 1 \cdot 10^4$

$$\lambda_0 = \frac{0,316}{Re^{0,25}}.$$

Для критерия $Re > 1 \cdot 10^4$ формула для определения λ_0 принимает вид

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,8 \lg \frac{Re}{0,234 d_s \left(\frac{k}{d_s} \right)^{1,11}} + 7, \quad (8.50)$$

где k — абсолютная шероховатость (табл. 8.2), мм.

Выражение (8.50) справедливо как для гладких

$\left(\frac{k}{d_s} \leq \frac{30}{Re^{0,875}} \right)$, так и для шероховатых $\left(\frac{k}{d_s} > \frac{30}{Re^{0,875}} \right)$

труб и каналов.

Потеря напора (сопротивление) по месту

$$h_{местi} = \xi \frac{w_i^2}{2} \rho_i,$$

где ξ — коэффициент местных потерь, для каждого конкретного случая выбирается индивидуально из таблиц (см. приложение VI).

Таблица 8.2

Значение абсолютной шероховатости различных каналов

Тип канала	k , мм
Газо- и воздухопроводы из листовой стали с учетом сварных соединений	0,4
Стальные трубы магистральных газопроводов	0,12
Сильно заржавленные стальные трубы	0,7
Загрязненные стальные трубы	0,7...0,9
Кирпичная кладка на цементном растворе	0,8...6
Дымовые борозы	0,5...6
Бетонированные каналы	0,8...9

Таблица 8.3

Значение коэффициента кинематической вязкости сухого воздуха

Температура, °C	$\nu \cdot 10^6$, м ² /с	Температура, °C	$\nu \cdot 10^6$, м ² /с
0	13,7	250	42,8
20	15,7	300	49,9
40	17,6	350	57,5
60	19,6	400	64,9
80	21,7	500	80,4
100	23,78	600	98,1
150	29,55	800	135,5
200	35,82	—	—

Для коридорного пучка труб (поперечное омывание жидкостью)

$$\xi_k = \xi_0 n, \quad (8.51)$$

где n — число рядов труб по ходу газов.

При $s_1 \leq s_2$ (шаг пучка соответственно по его ширине и ходу газов, м)

$$\xi_0 = 1,52 \left(\frac{s_1}{d} - 1 \right)^{-0,5} \varphi^{-0,2} Re^{-0,2}.$$

При $s_1 > s_2$

$$\xi_0 = 0,32 \left(\frac{s_1}{d} - 1 \right)^{-0,5} (\varphi - 0,9)^{-0,68} Re^{\frac{-0,2}{\varphi^2}},$$

где d — диаметр единичной трубки, м;

$$\varphi = \frac{s_1 - d}{s_2 - d}.$$

Для шахматного пучка (поперечное обтекание газообразной жидкостью) выражение (8.51) примет вид

$$\xi_m = \xi_0 (n+1),$$

где

$$\xi_0 = C_s Re^{-0,27}. \quad (8.52)$$

Входящий в форму (8.52) коэффициент формы шахматного пучка C_s зависит от отношения

$$\frac{s_1}{d} \text{ и } \varphi' = \frac{s_1 - d}{s_2 - d},$$

где s'_2 — диагональный шаг шахматного пучка,

$$s'_2 = \sqrt{\frac{1}{4}(s_1^2 - s_2^2)}. \text{ Заметим, что при } 0,14 \leq \varphi' < 1,7$$

для пучков с $\frac{s_1}{d} < 2$ $C_s = 3,2 + (4,6 - 2,7\varphi')(2 - \frac{s_1}{d})$.

Для шахматных пучков с $0,14 \leq \varphi' < 1,7$ и $\frac{s_1}{d} < 2$

$C_s = 3,2$. Для стесненных пучков с $1,7 \leq \varphi' < 5,2$ $C_s = 0,44 (\varphi' + 1)^2$.

Как было отмечено выше, аэродинамический расчет тракта заканчивается экономическим составлением вариантов, а также выбором побудителя движения.

В качестве расчетного участка воздушного тракта принимается трасса, обладающая наибольшим сопротивлением. Выбор такой трассы — следствие всестороннего анализа воздушного тракта, причем особое внимание при этом должно быть уделено оценке значений Re и w . Величина ν , входящая в критерий Re , может быть выбрана по табл. 8.3.

Сопротивление трактов печи с использованием графиков приложения VI рассчитывается обычным путем.

Определив $\sum h_{тр}$, находят давление в нагнетательном патрубке дутьевой машины

$$H = \frac{\sum h_{тр} B}{b\beta}. \quad (8.53)$$

Выражение (8.53) справедливо при условии, что температура жидкости равна температуре, при которой построена характеристика тягодутьевой установки. Если такого соответствия нет, то для расчета H используется выражение

$$H = \beta \frac{1,29}{\rho} \frac{273+t}{273+t_0} \frac{B}{b} \sum h_{тр}, \quad (8.54)$$

где β — коэффициент запаса по напору вентилятора: $\beta = 1,2$;

ρ — плотность жидкости, кг/м³;

t — действительная температура жидкости, °C;

t_0 — температура жидкости, положенная в основу построения характеристики машины, °С;
 B — нормальное атмосферное давление, кПа;
 b — давление окружающей среды, кПа.
 Производительность дутьевой установки

$$Q = AV \frac{273+t}{273} \cdot \frac{B}{b}, \quad (8.55)$$

где A — коэффициент запаса по производительности, при максимально длительной нагрузке $A = 1,1$;
 V — часовой расход жидкости (воздуха или продуктов сгорания), м³/ч.

Выражения (8.54) и (8.55) положены в основу выбора вентилятора или дымососа. Параметры выбранного вентилятора должны удовлетворять значениям H и Q и иметь достаточно высокий КПД. При этом потребляемая мощность на валу дутьевой установки должна быть минимальной. Поэтому для правильного выбора типоразмера приходится сравнивать между собой характеристики нескольких смежных типоразмеров машин, и только после оценки возможности применения отдельных вариантов может быть сделан окончательный выбор.

В результате выбора записываются характеристики машины: КПД (η), частота вращения n , развиваемый напор H при оптимальной производительности и мощности на валу машины $N_{\text{вал}}$.

Используя значения n и $N_{\text{вал}}$, а также КПД муфтового соединения и электрического привода $\eta_{\text{эд}}$, находим мощность электрического привода дутьевой машины

$$N_{\text{эд}} = \frac{N_{\text{вал}}}{\eta_{\text{мс}} \cdot \eta_{\text{эд}}} \text{ кВт.}$$

При оценке $\eta_{\text{эд}}$ его выбирают ориентировочно, а затем уточняют.

При выборе электрического привода наряду с указанными величинами нужно учитывать характер и место работы двигателя (приложение V.1).

8.5. Методики и инженерные расчеты рекуператоров огнетехнических установок

8.5.1. Рекуперативные воздухонагреватели

1. Металлические рекуператоры (воздухонагреватели)

В машиностроительном и металлургическом производстве внутреннее теплоиспользование реализуется в основном путем установки на дымовом тракте специального теплообменника рекупе-

ративного типа для подогрева воздуха-окислителя. Теплообменники могут изготавливаться из металла (чугун, сталь) либо из огнеупорного керамического материала. В зависимости от этого они подразделяются на **металлические** и **керамические**. Последние устанавливаются на крупных печах металлургического производства.

Металлические рекуператоры в свою очередь подразделяются на блочные, отливаемые из чугуна либо стали, и **трубчатые** (иногда обечаечного типа — радиационные). Блочные рекуператоры используются, как правило, на нагревательных и термических печах машиностроительного производства.

Блочные рекуператоры собираются из нормализованных игольчатых элементов, изготавливаемых заводами в соответствии с разработанным типорядом 17,5, состоящим из пяти типоразмеров. Оребрение блочного элемента может быть одно- либо двусторонним.

Общий вид игольчатого элемента типа 17,5 показан на рис. 8.53. Такие элементы изготавливаются серийно из жаростойкого чугуна или стали на специально для этих целей профилированных заводах, а в отдельных случаях — по месту использования в соответствии с нормалью типоряда 17,5.

Полная характеристика типоразмеров игольчатых труб типа 17,5 приведена в табл. 8.4...8.6.

Как видно на рис. 8.54 и 8.55, игольчатый рекуператор представляет собой сборную конструкцию из отдельных нормализованных элементов (см. рис. 8.55). Наиболее часто используются элементы с односторонними иглами (на воздушной стороне, где коэффициент теплоотдачи ниже, чем это имеет место на дымовом тракте). Стойкость таких рекуператоров определяется в основном материалом, из которого они изготовлены. Так, игольчатый элемент, отлитый из высококремнистого чугуна («силала»), устойчиво работает при температуре стенки 600 °С и температуре дыма перед рекуператором $t_{\text{вх.г}} \leq 800$ °С. Подогрев воздуха в рекуператорах такого вида редко превышает 400 °С. Для устранения пережога первых по ходу продуктов сгорания секций их отливают из стали со значительным содержанием хрома или разбавляют дым атмосферным воздухом, чтобы температура продуктов сгорания на газовой стороне перед рекуператором не превышала 800 °С. С учетом оребрения поверхности теплообмена коэффициент теплопередачи такого рекуператора сравнительно высок и составляет 60...120 Вт/(м² · К).

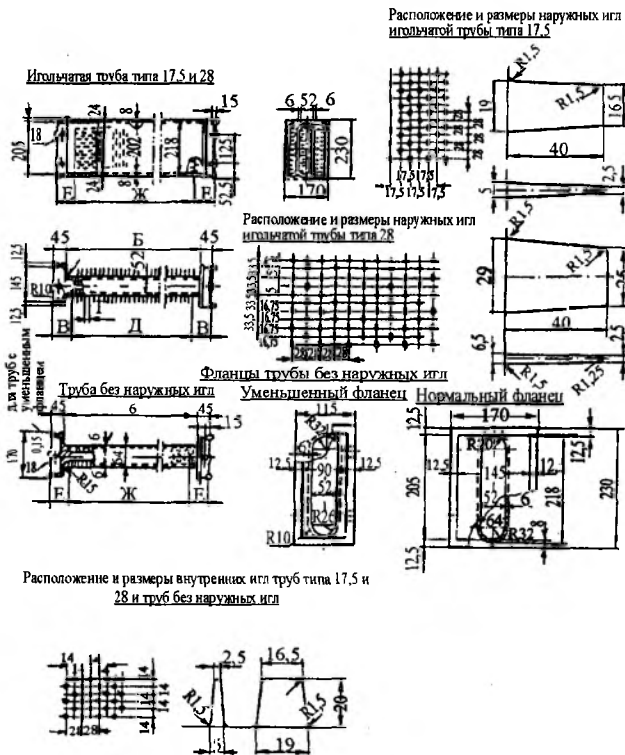


Рис. 8.53. Конструктивные размеры литых игольчатых элементов типа 17,5

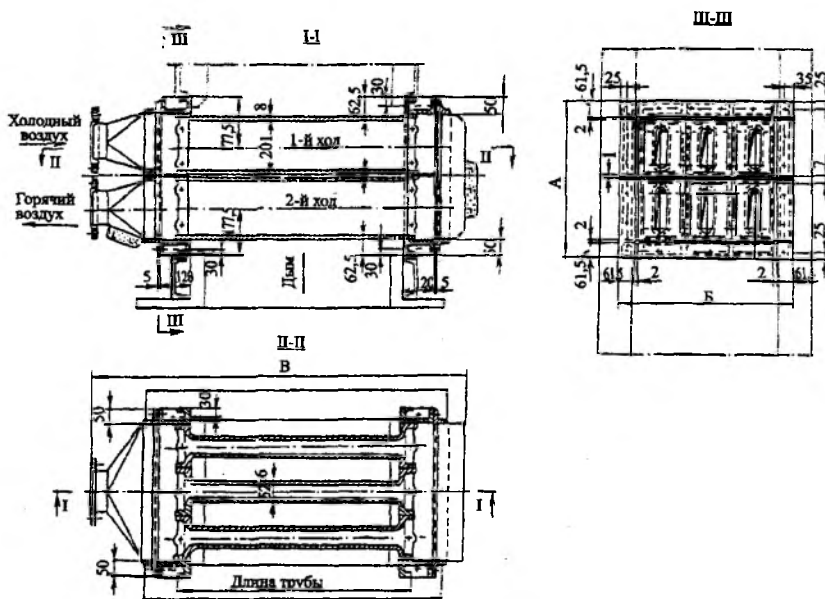


Рис. 8.54. Пример компоновки одноходового игольчатого металлического рекуператора (тип 17,5)

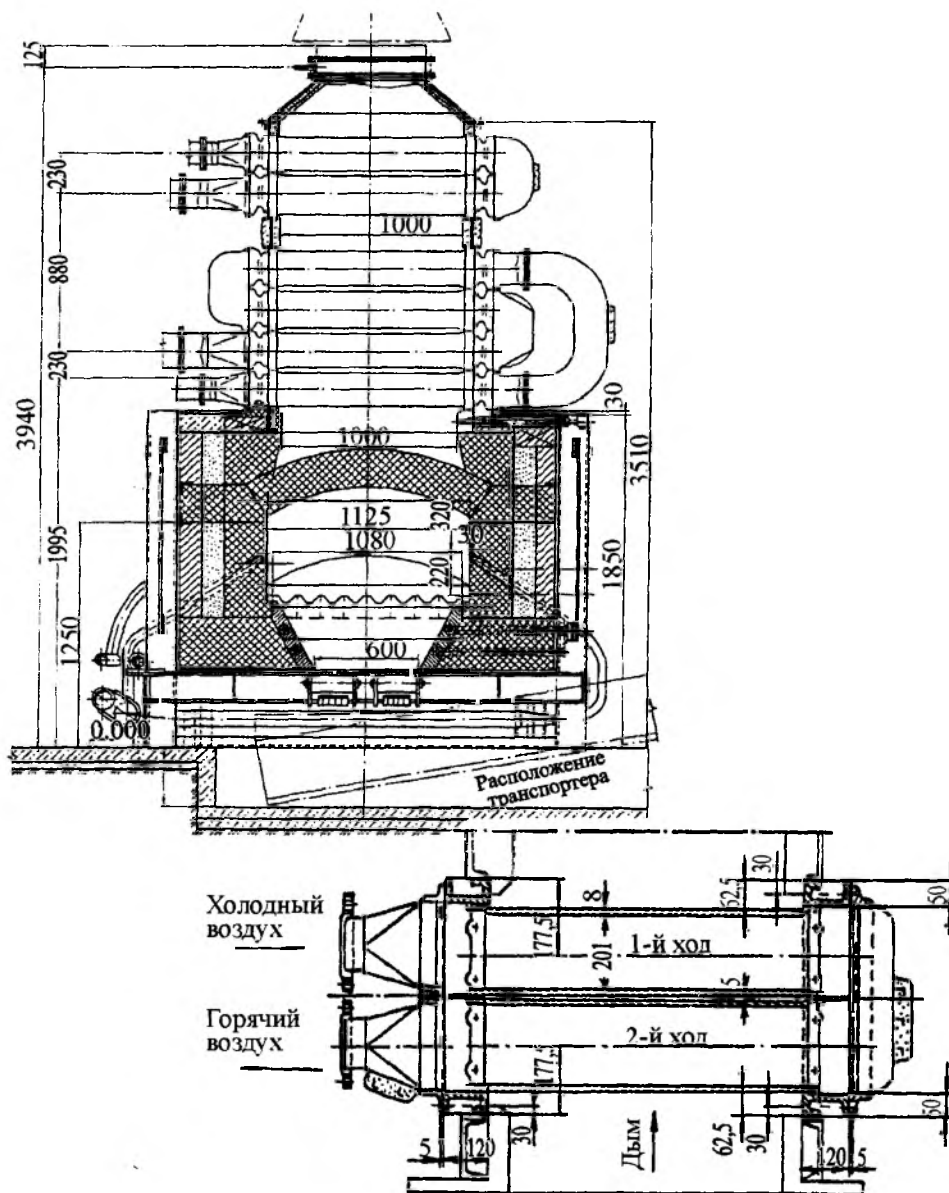


Рис. 8.55. Пример компоновки двухходового рекуператора из литых элементов типа 17,5

Характеристика игольчатых труб типа 17,5 (рассматривать совместно с рис. 8.55)

Длина трубы, мм	Мас- са, кг	Площадь живого сечения, м ²		Число игл на стороне		Площадь поверхности, м ² , омываемой		Площадь условной поверхности и нагрева (без игл), м ²	Размеры трубы, мм					
		для воздуха	для дыма	воздуха	дыма	возду- хом	дымом		Б	В	Г	Д	Е	Ж
880	41	0,008	0,06	636	558	0,83	1,34	0,25	790	72,5	17,5	735	76	728
1135	52	0,008	0,08	852	740	1,12	1,81	0,33	1045	77,5	17,5	980	77,5	980
1385	63	0,008	1,10	1068	922	1,41	2,27	0,425	1295	80,0	17,5	1225	76,5	1232
1840	74	0,008	0,12	1284	1118	1,70	2,64	0,50	1550	76,25	17,5	1487,5	78	1484
2159	95	0,008	0,16	1716	1482	2,28	3,50	0,66	2060	86,25	17,5	1977,5	81	1988

Таблица 8.5

Характеристика игольчатых труб без наружных игл с нормальными фланцами
(рассматривать совместно с рис. 8.54, 8.55)

Длина трубы, мм	Масса, кг	Площадь живого сечения, м ²		Число игл на стороне воздуха	Площадь поверхности, м ² , омываемой		Площадь условной поверхности нагрева (без игл), м ²	Размеры трубы, мм		
		для воздуха	для дыма		дымом	возду- хом		Б	Е	Ж
880	31	0,008	0,085	636	0,4	0,83	0,25	790	76	728
1135	38	0,008	0,11	852	0,53	1,12	0,33	1045	77,5	980
1385	45	0,008	0,135	1068	0,66	1,41	0,425	1295	76,5	1232
1640	53	0,008	0,16	1284	0,79	1,70	0,50	1550	78	1484
2150	67	0,008	0,21	1716	1,0	2,28	0,66	2060	81	1988

Таблица 8.6

Характеристика игольчатых труб без наружных игл с уменьшенными фланцами
(рассматривать совместно с рис. 8.55)

Длина трубы, мм	Масса, кг	Площадь живого сечения, м ²		Число игл на стороне воздуха	Площадь поверхности, м ² , омываемой		Площадь условной поверхности нагрева (без игл), м ²	Размеры трубы, мм		
		для воздуха	для дыма		дымом	возду- хом		Б	Е	Ж
880	29	0,008	0,04	636	0,4	0,83	0,25	790	76	728
1135	36	0,008	0,055	852	0,53	1,12	0,33	1045	77,5	980
1385	43	0,008	0,065	1068	0,66	1,41	0,425	1295	76,5	1232
1640	51	0,008	0,075	1284	0,79	1,70	0,50	1150	78	1484
2150	66	0,008	0,1	1716	1,0	2,28	0,66	2060	81	1988

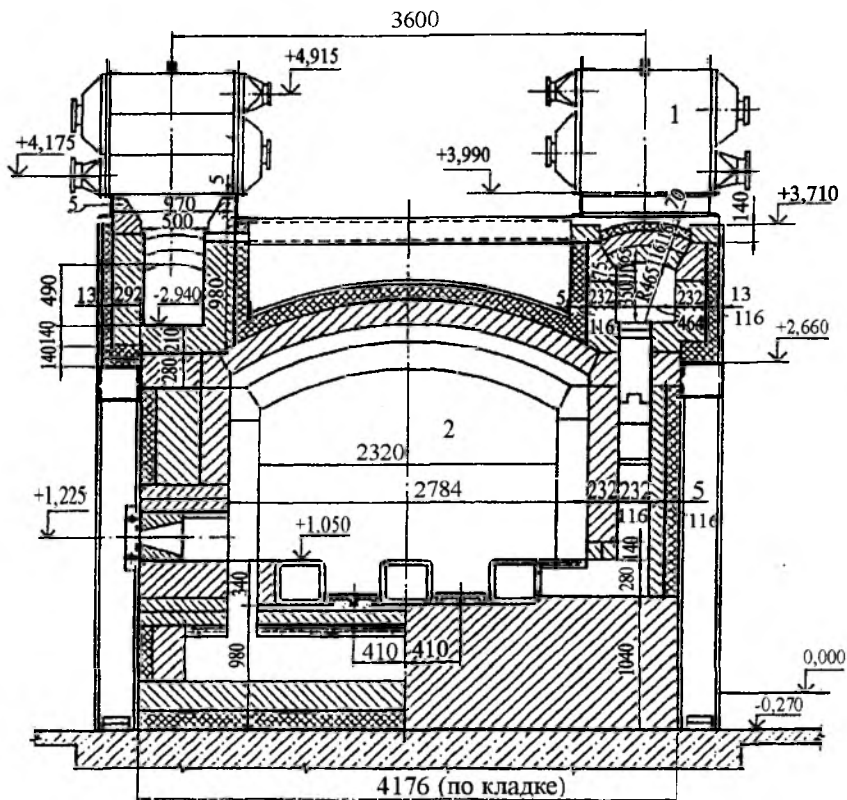


Рис. 8.56. Установка чугунного игольчатого воздухоподогревателя на высокотемпературной установке

Основные недостатки игольчатого рекуператора — низкая газоплотность (утечки воздуха могут составлять 5...25 %) и очень большая металлоемкость по отношению к одному кубометру нагреваемого воздуха-окислителя.

Установка чугунных игольчатых рекуператоров на нагревательных и термических печах приведена на рис. 8.55 и 8.56.

Большая группа воздухоподогревателей представлена трубчатыми петлевыми рекуператорами (рис. 8.57...8.59). Они используются при подогреве воздуха-окислителя для нагревательных печей металлургического производства очень часто. Элементы трубчатых рекуператоров (отдельные петли) в отличие от игольчатых не стандартизированы, что обуславливает их разнообразие. Поверхность нагрева набирается из петлевых цилиндрических труб диаметром 50...110 мм. Трубчатые рекуператоры при абсолютной газоплотности обладают в 1,5...2 раза меньшей (по сравнению с игольчатыми) металлоемкостью. Скорость воздуха в трубках колеблется в пределах 7...20 м/с, а продуктов сгорания в межтрубном пространстве —

4...15 м/с. Коэффициент теплопередачи петлевого трубчатого рекуператора составляет 60...120 Вт/(м²·К) при температуре подогрева воздуха до 400 °С. В силу своей исключительной газоплотности трубчатый рекуператор может использоваться для подогрева топлива (горючий газ).

Очень часто требуется более высокий подогрев воздуха в металлическом рекуператоре (до 600...700 °С), тогда применяют радиационные рекуператоры обечаечного типа.

Кольцевой обечаечный рекуператор (рис. 8.60 и 8.61) состоит из двух коаксиальных цилиндров диаметром 0,4...1,6 м. Толщина кольцевого зазора между обечайками равна 20...50 мм. Вторичный теплоноситель (воздух) с большой скоростью (порядка 30...50 м/с) движется в кольцевом зазоре (сверху вниз). Продукты же сгорания направляются в центральную трубу. Как и трубчатые петлевые, эти рекуператоры обладают высокой герметичностью воздушного тракта. Они устойчиво работают при температурах продуктов сгорания на входе $t_{вх,г} = 900...1100$ °С. Коэффициент теплопередачи значительно выше и составляет 120...300 Вт/(м²·К).

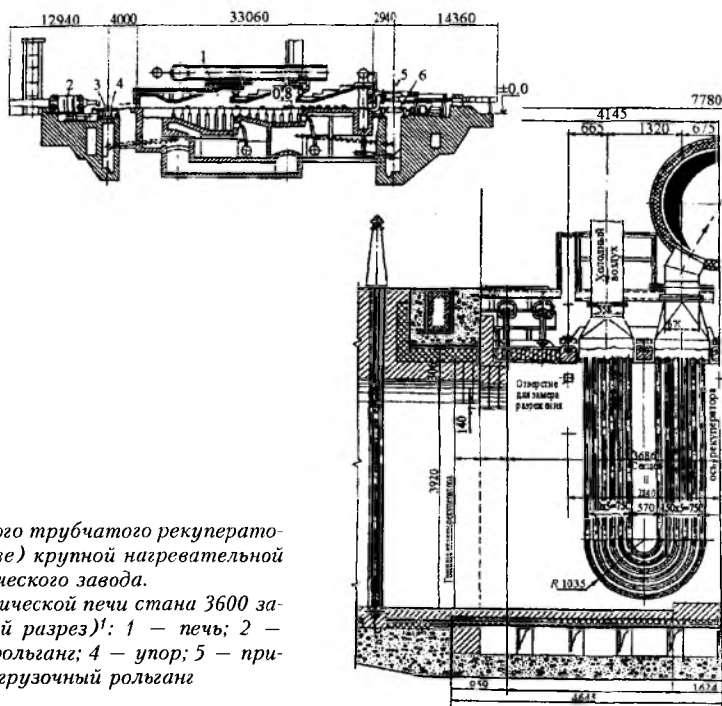


Рис. 8.57. Компонировка теплового трубчатого рекуператора в газоходе (дымовом борове) крупной нагревательной печи металлургического завода.

Общий вид пятизонной методической печи стана 3600 завода «Азовсталь» (продольный разрез)¹: 1 — печь; 2 — толкатель; 3 — загрузочный рольганг; 4 — упор; 5 — приемник слябов; 6 — загрузочный рольганг

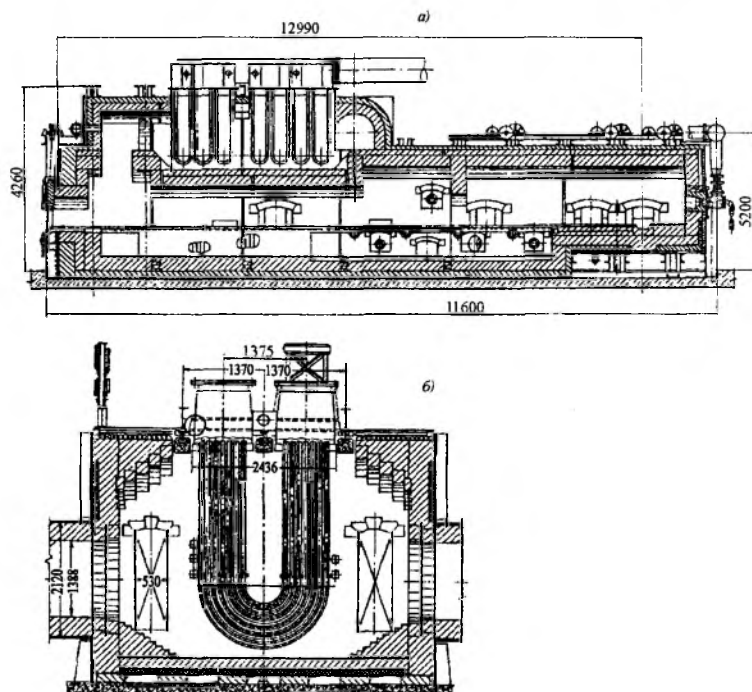


Рис. 8.58. Компонировка теплового трубчатого рекуператора в газоходе печи: а — в печи производительностью 10 т/ч (нагревательная печь машиностроительного завода); б — в печи металлургического завода производительностью 120 т/ч

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несснчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

Технические данные блочных рекуператоров

Характеристика	Марки блоков	
	Б-3 и Б-5	Б-4 и Б-6
Площадь проходного сечения на 1 м ² сечения насадки, м ² :		
	для дыма	0,34
для воздуха	0,21	0,16
Эквивалентный диаметр канала, м:		
	для дыма	0,16
для воздуха	0,55	0,55
Площадь поверхности нагрева на 1 м ³ насадки, м ² /м ³	12,4	10,3

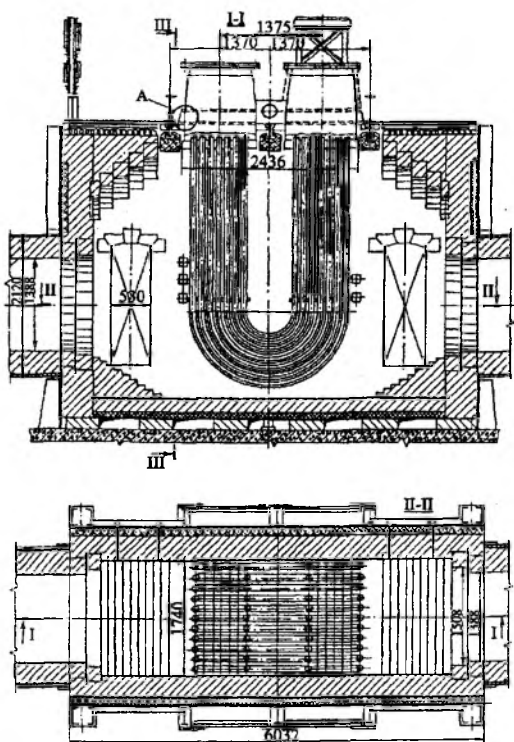


Рис. 8.59. Компоновка петлевого трубчатого металлического рекуператора в газоходе (борове) крупной нагревательной печи металлургического завода

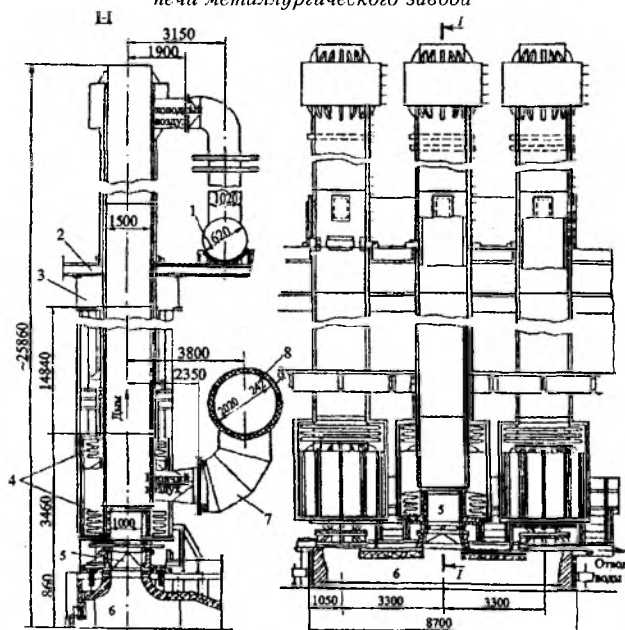


Рис. 8.60. Общий вид радиационного рекуператора: 1 — коллектор холодного воздуха; 2 — площадка обслуживания; 3 — внутренняя обечайка; 4 — компенсаторы внутренней и наружной обечайки; 5 — вход в центральную трубу; 6 — торец загрузки печи; 7 — выход нагретого воздуха; 8 — коллектор нагретого воздуха

При всех достоинствах рекуператоров нужно помнить, что они обладают очень высоким сопротивлением воздушного тракта (5...15 кПа). Радиационные рекуператоры, как правило, используются на крупных нагревательных печах.

2. Керамические рекуператоры

Керамическими рекуператорами оснащаются крупные методические нагревательные и термические печи. Эти рекуператоры имеют очень высокую жаростойкость, вследствие чего могут длительное время работать при высоких температурах продуктов сгорания топлива. Они устойчиво работают при подогреве воздуха до 500...1000 °С.

Основные недостатки — низкая газоплотность (при хорошем качестве изготовления утечки воздуха составляют 20...30 %) и небольшой коэффициент теплопередачи, который в зависимости от скорости теплоносителей равен 6...20 Вт/(м²·К).

Широкое распространение получили два типа керамических рекуператоров: из блоков и с вертикальными трубами.

Конструкция рекуператора из блоков и размеры насадки в зависимости от варианта исполнения приведены на рис. 8.62 и 8.64, а фасонные огнеупорные элементы из шамота, применяемые для кладки насадок, показаны на рис. 8.65...8.67. Основные данные этих рекуператоров представлены в табл. 8.7. Площадь проходного сечения для прохода воздуха равна 0,013 м² для блоков Б-1 и 0,006 м² для блоков Б-2.

Рекуператор (конструкция насадки рекуператора) с вертикальными трубами показан на рис. 8.68, фасонные элементы — на рис. 8.69. Трубы

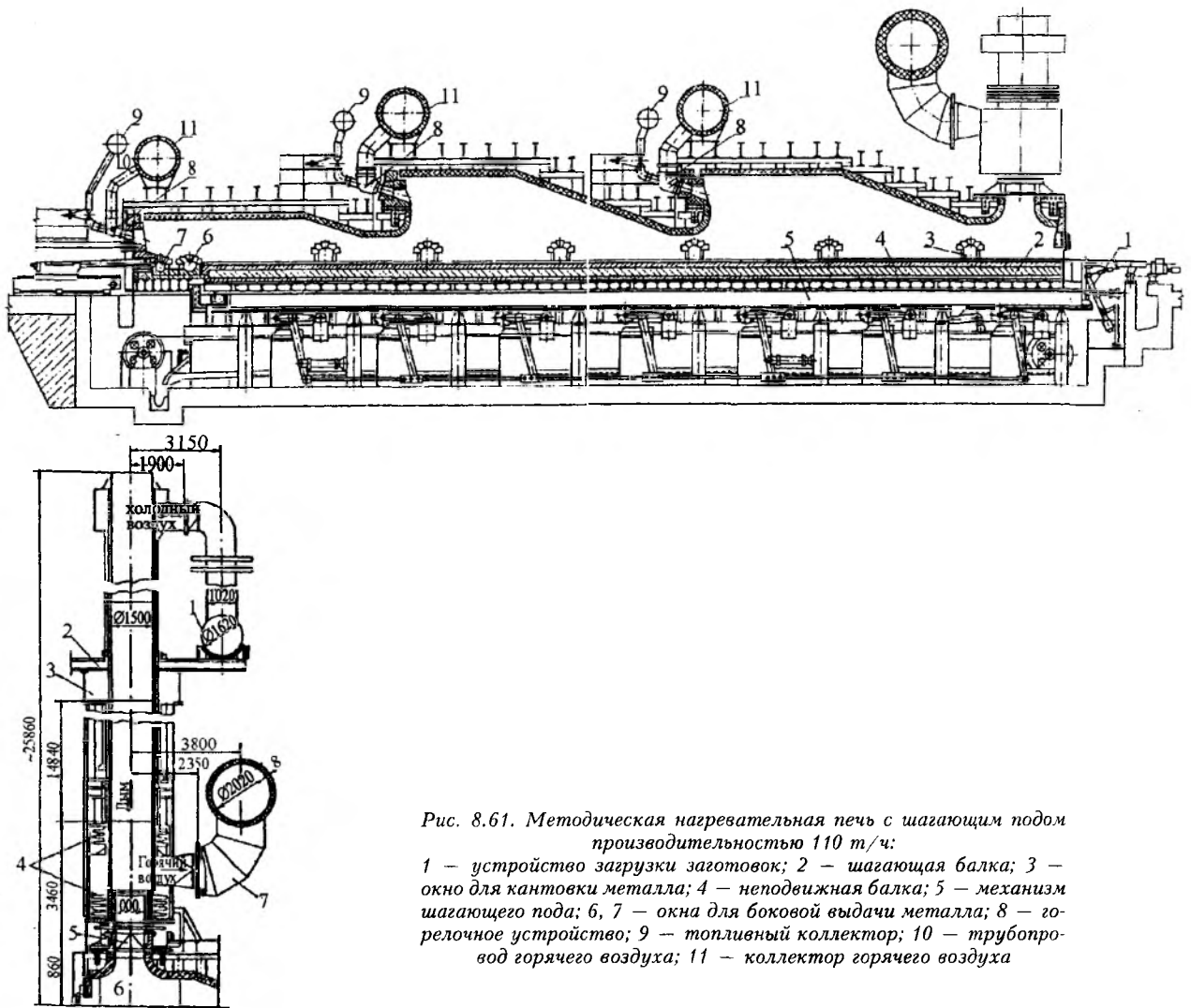


Рис. 8.61. Методическая нагревательная печь с шагающим подом производительностью 110 т/ч:

1 — устройство загрузки заготовок; 2 — шагающая балка; 3 — окно для кантовки металла; 4 — неподвижная балка; 5 — механизм шагающего пода; 6, 7 — окна для боковой выдачи металла; 8 — горелочное устройство; 9 — топливный коллектор; 10 — трубопровод горячего воздуха; 11 — коллектор горячего воздуха

Т-1 изготавливают из шамота класса А, а Т-2 — из карбошамота. Трубы Т-2 обычно устанавливают в первых двух верхних рядах пасадки, подверженных действию высоких температур.

Площадь проходного сечения для продуктов сгорания в одном элементе Т-1 или Т-2 равна $0,011 \text{ м}^2$, а на 1 м^2 сечения пасадки — $0,231 \text{ м}^2$. Площадь проходного сечения для воздуха через проем в перекрытии, не заложный одним кирпичом Т-6, равна $0,008 \text{ м}^2$, а на 1 м^2 перекрытия —

$0,168 \text{ м}^2$. Площадь поверхности нагрева 1 м^3 пасадки составляет $8,5 \text{ м}^2/\text{м}^3$.

На рис. 8.68 показана установка керамического рекуператора с вертикальными трубами на нагревательном колодце.

Компоновка керамического рекуператора в воздушном тракте крупной нагревательной методической печи нагревательного отделения прокатного стана металлургического завода приведена на рис. 8.69.

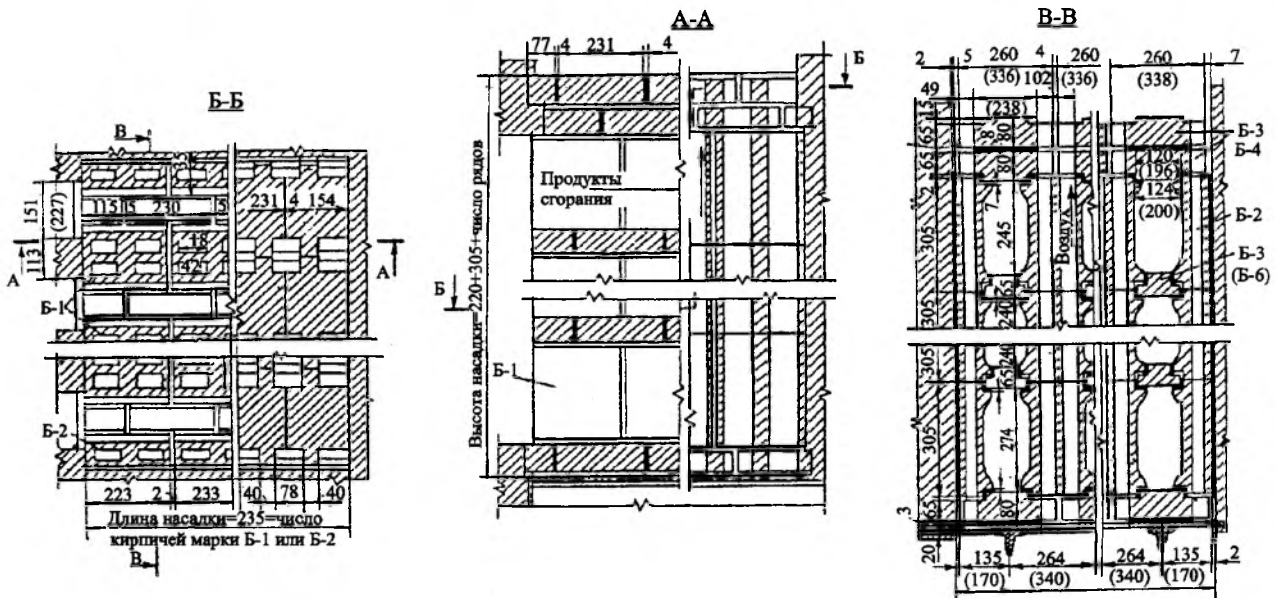


Рис. 8.62. Насадка керамического рекуператора из блоков типа Б:

L – ширина насадки, равная $274 + 264$ (число дымовых каналов минус 1) или ширина насадки, равная $344 + 640$ (число дымовых каналов минус 1)

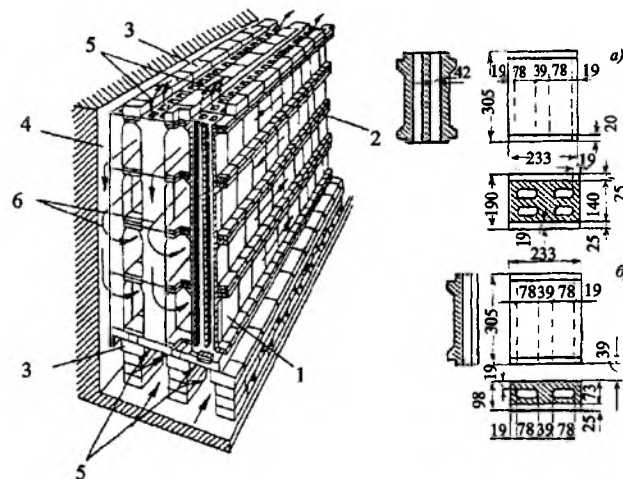


Рис. 8.63. Керамический блочный рекуператор из камней с четырьмя каналами (типа Чапман – Штейн):

1 – камень с четырьмя каналами; 2 – промежуточные перегородки; 3 – нижние и верхние фасонные камни (опорные и перекрывающие); 4 – половина камня с четырьмя каналами; 5 – воздух; 6 – дымовые газы.

Фасонный камень блочного рекуператора с четырьмя каналами: а – нормальный; б – половинчатый

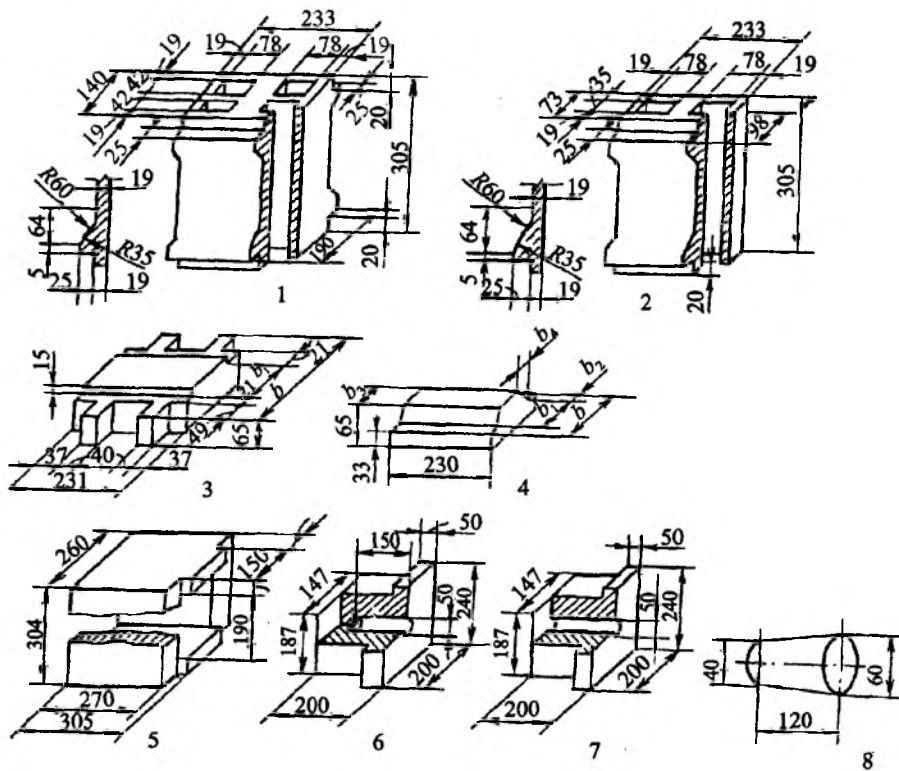


Рис. 8.64. Форма и размеры кирпичей для керамического рекуператора из блоков:

Номер рисунка	1	2	3	3	4	4	5	6	7	8
Марка	Б-1	Б-2	Б-3	Б-4	Б-5	Б-6	Б-7	Б-8	Б-9	Б-10
Объем, дм ³	6,8	3,9	3,4	4,8	1,5	2,6	14,2	6,2	6,1	0,24
Масса, кг	12,9	7,4	6,5	9,1	2,9	5,0	27,0	11,8	11,6	0,5
Марка	b		b_1		b_2		b_3		b_4	
Б-3	260		120		—		—		—	
Б-4	336		197		—		—		—	
Б-5	120		75		25		65		5	
Б-6	196		146		28		140		3	

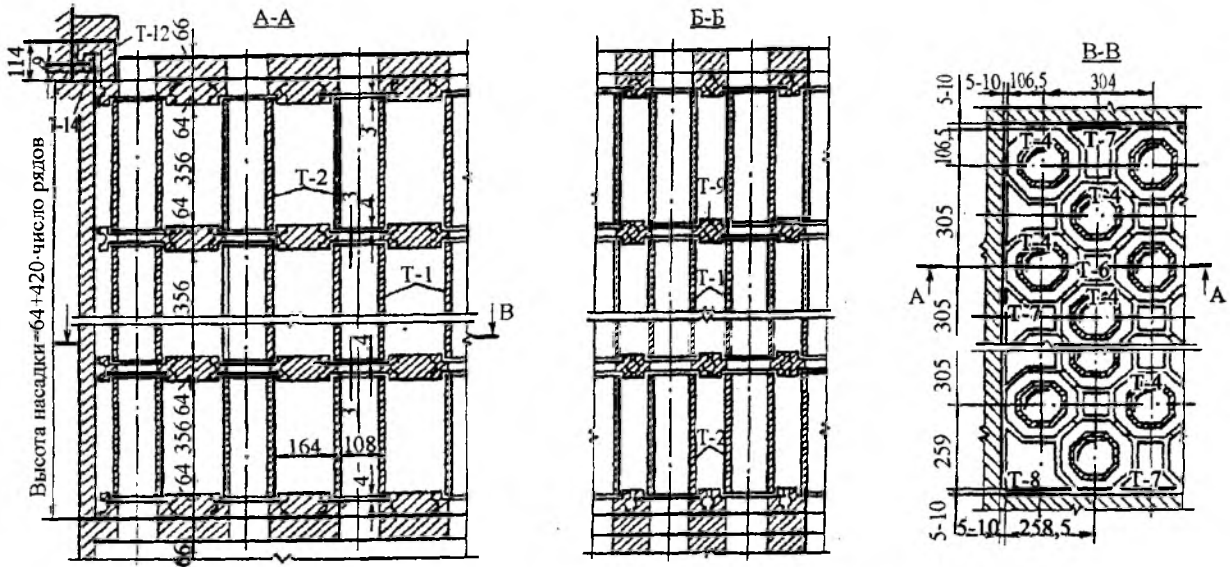


Рис. 8.65. Насадка керамического рекуператора с вертикальными трубами типа Т

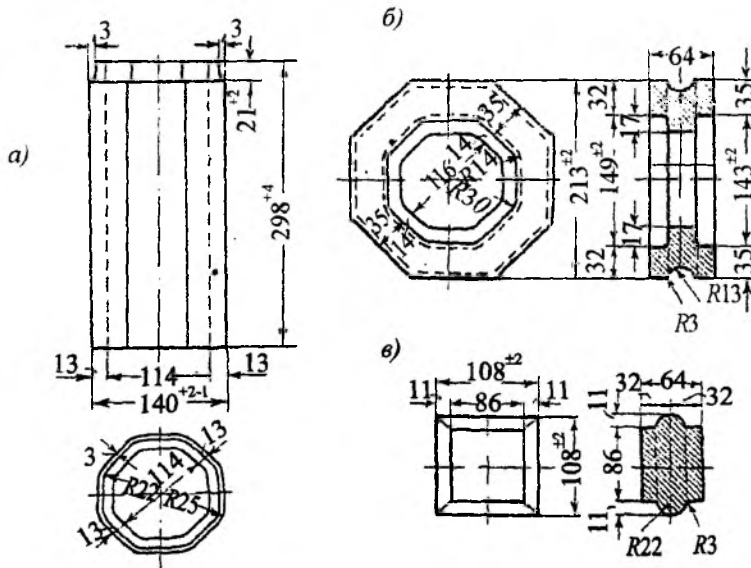


Рис. 8.66. Фасонные керамические камни трубчатого рекуператора:
 а — керамическая рекуператорная труба; б — промежуточное кольцо (стыковой кирпич); в — промежуточная перегородка

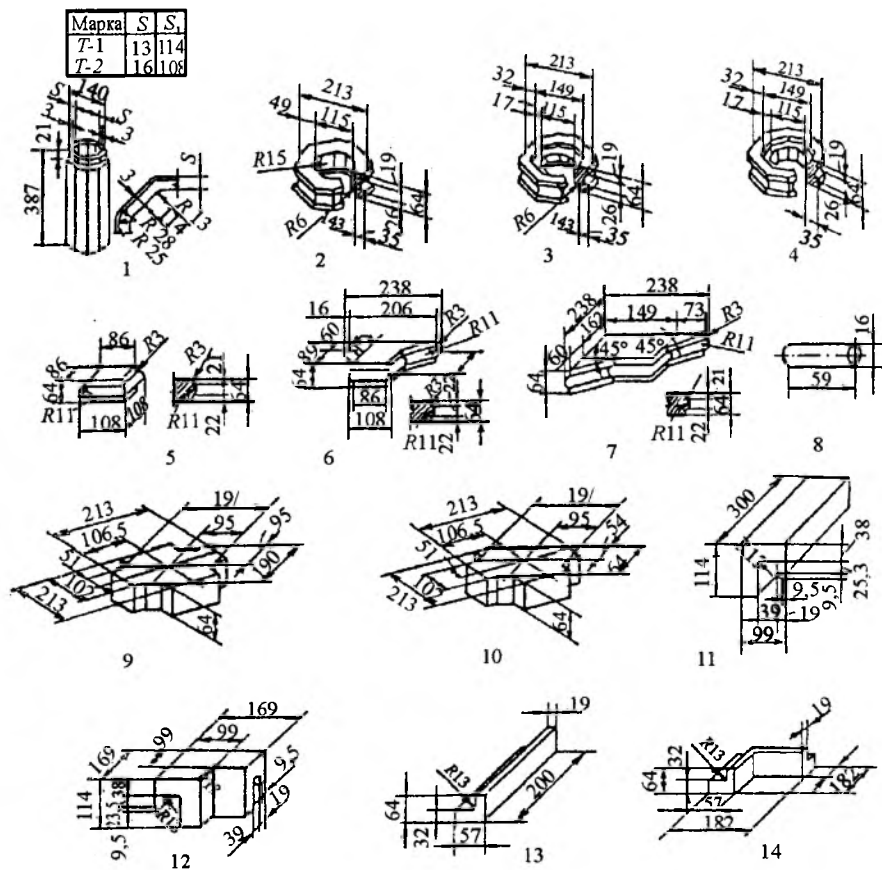


Рис. 8.67. Форма и размеры кирпичей для керамического рекуператора с вертикальными трубами:

Номер рисунка	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Марка	T-1	T-2	T-3	T-4	T-5	T-6	T-7	T-8	T-9	T-10	T-11	T-12	T-13	T-14	T-15
Объем, м ³	2,0	2,5	1,7	1,5	1,7	0,6	1,2	1,9	0,012	2,3	1,8	2,3	2,7	0,7	0,7
Масса, кг	3,8	4,8	3,2	2,8	3,2	1,1	2,3	3,6	0,02	4,4	3,4	4,4	3,2	1,3	1,3

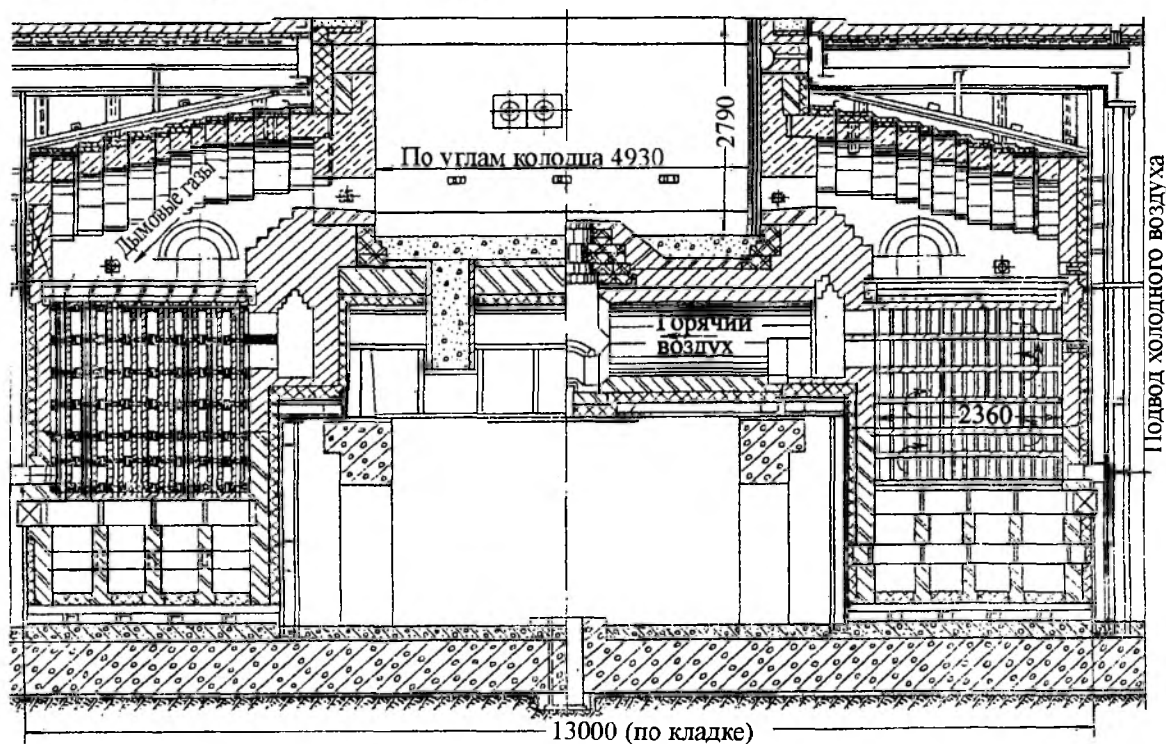
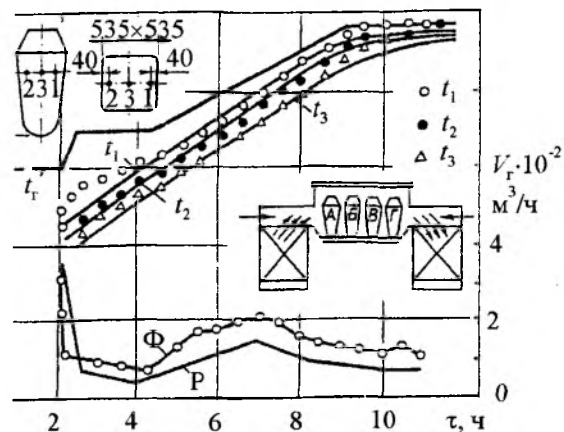


Рис. 8.68. Рекуперативный нагревательный колодец с керамическим трубчатым рекуператором (конструкции Стальпроекта).

Изменение температуры печных газов T_r и температуры в точках 1...3 (T_1 и T_2 — поверхность, T_3 — ось) слитка А горячего посада стали X18H12M2T при нагреве в колодце и изменение расхода природного газа V_r по расчету (р) и фактически (ф)¹

¹ Стальной слиток. В 3-х т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. — Мн.: «Белорусская наука», 2001.

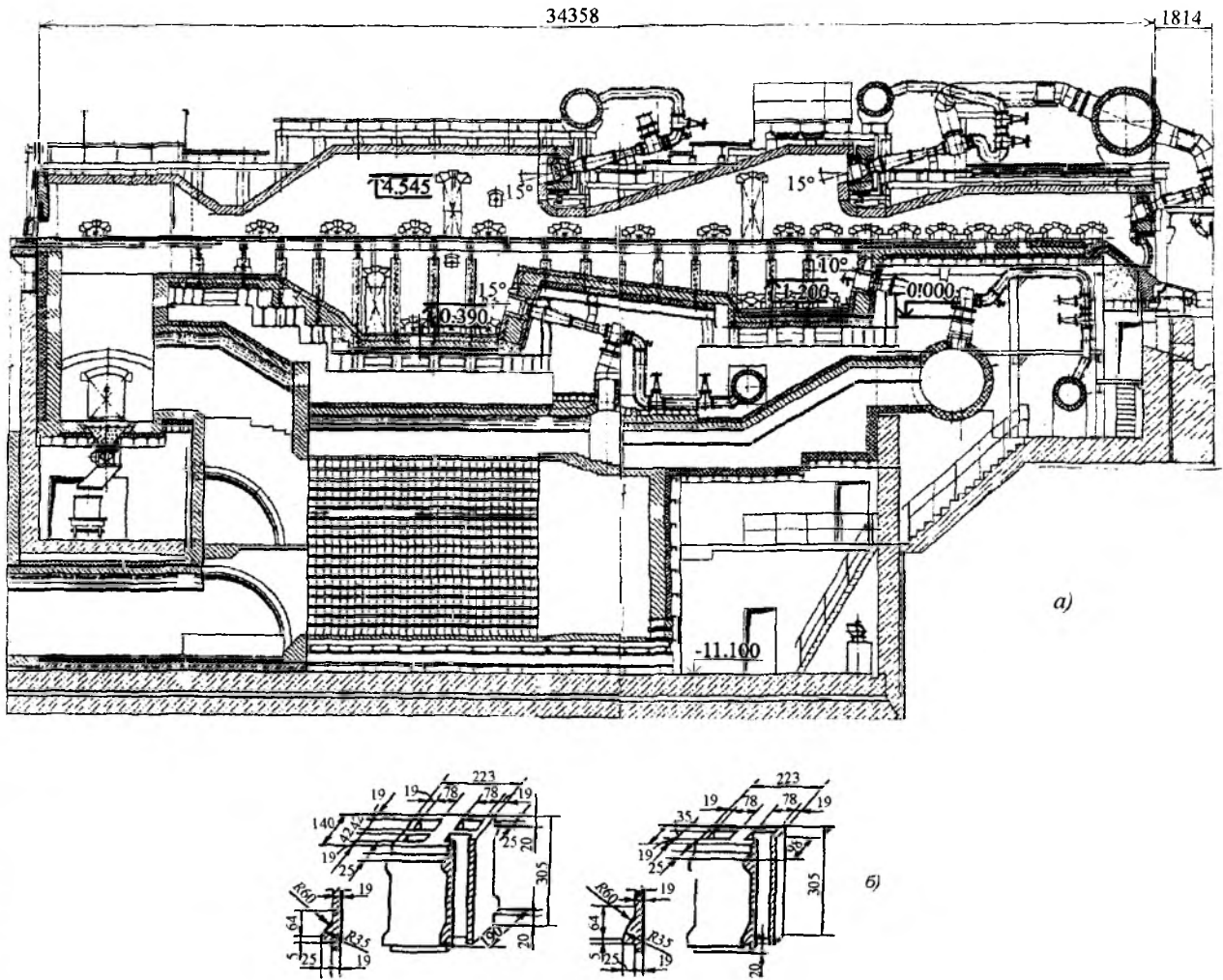


Рис. 8.69. Пятизонная (пять отсеков горения, три температурные зоны) методическая печь производительностью 110 т/ч с керамическим рекуператором для подогрева воздуха-окислителя: а — методическая печь; б — элемент блочного рекуператора

8.5.1. Методика теплового конструкторского расчета металлического рекуператора

Расчет рекуператора бывает тепловой конструкторский, который завершается определением площади поверхности нагрева и компоновкой этой поверхности, и тепловой поверочный, в котором находят температуру подогрева воздуха-окислителя.

В основу теплового конструкторского расчета рекуператора положены следующие соотношения:

$$Q = k_F F \Delta t_{cp} \text{ или } Q = k_W W \Delta t_{cp}; \quad (8.56)$$

$$Q = \eta \frac{V_{д.г} c'_{p_{д.г}}}{3,6} (t'_{д.г} - t''_{д.г}) = \frac{V_{в} c'_{p_{в}}}{3,6} (t'_{в} - t''_{в}); \quad (8.57)$$

$$t''_{д.г} = t'_{д.г} - \frac{t''_{в} - t'_{в}}{\eta \frac{W_{в}}{W_{д.г}}}, \quad (8.58)$$

где Q — количество передаваемой теплоты, Вт (кВт);

F — площадь поверхности теплообмена рекуператора, m^2 ;

Δt_{cp} — средний температурный напор между теплоносителями, $^{\circ}C$;

k_F, k_W — коэффициенты теплопередачи соответственно между дымовыми газами ($Вт/(m^2 \cdot K)$) и нагреваемым воздухом ($Вт/(m^3 \cdot K)$);

W — объем насадки рекуператора;

η — коэффициент удержания теплот, $\eta = 0,8 \dots 0,95$;

$V_{д.г}$ — расход продуктов сгорания, $m^3/ч$;

$c'_{p_{д.г}}$ — средняя объемная изобарная теплоемкость продуктов сгорания (табл. 8.8), $кДж/(m^3 \cdot K)$;

$t'_{д.г}, t''_{д.г}$ — температуры продуктов сгорания соответственно на входе в рекуператор и выходе из него (температура $t'_{д.г}$ всегда задается температурным графиком нагрева);

$V_{в}$ — расход подогреваемого воздуха (зависит от температуры), $m^3/ч$;

$c'_{p_{в}}$ — средняя объемная изобарная теплоемкость воздуха (табл. 8.9), $кДж/(m^3 \cdot K)$;

$t'_{в}, t''_{в}$ — температура воздуха соответственно на выходе из рекуператора и входе в него, $^{\circ}C$;

$W_{д.г}, W_{в}$ — водяные эквиваленты соответственно первичного и вторичного теплоносителей:

$$W_{д.г} = V_{д.г} c'_{p_{д.г}}, \quad W_{в} = V_{в} c'_{p_{в}}.$$

Физические свойства
продуктов сгорания среднего состава

$t, ^{\circ}C$	$\lambda, \text{Вт}/(m \cdot K)$	$\nu \cdot 10^6, m^2/c$	$c'_{p'}, \text{кДж}/(m^3 \cdot K)$	Pr
0	0,0228	12,2	1,423	0,72
100	0,0313	21,5	—	0,69
200	0,0401	32,8	1,430	0,67
300	0,0484	45,8	—	0,65
400	0,0570	60,4	1,457	0,64
500	0,0656	76,3	—	0,63
600	0,0742	93,6	1,488	0,62
700	0,0827	112	—	0,61
800	0,0915	132	1,519	0,60
900	0,100	152	—	0,59
1000	0,109	174	1,544	0,58
1100	0,118	197	—	0,57
1200	0,126	221	1,565	0,56
1300	0,135	245	—	0,55
1400	0,144	272	1,590	0,54
1500	0,154	297	—	0,53
1600	0,163	323	—	0,52

Физические свойства воздуха

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	Теплоемкость, $\text{кДж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$		$\lambda\cdot 10^2,$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	$\alpha\cdot 10^2, \text{м}^2/\text{ч}$	$\mu\cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\nu\cdot 10^2, \text{м}^2/\text{с}$	Pr
		истинная	средняя					
0	1,2930	1,2971	1,2971	2,43	6,75	1,71	13,23	0,705
20	1,2045	1,2987	1,2979	2,59	7,72	1,81	15,03	0,701
40	1,1267	1,3004	1,2983	2,76	8,76	1,91	16,90	0,696
60	1,0595	1,3021	1,2991	2,91	9,81	2,01	18,97	0,696
80	0,9998	1,3042	1,2996	3,06	10,91	2,11	21,10	0,696
100	0,9458	1,3059	1,004	3,19	12,0	2,19	23,15	0,694
150	0,8342	1,3147	1,3038	3,56	15,1	2,41	28,89	0,689
200	0,7457	1,3239	1,3071	3,87	18,2	2,60	34,85	0,689
250	0,6745	1,3364	1,3117	4,19	21,6	2,79	41,36	0,688
300	0,6157	1,3502	1,3172	4,48	25,1	2,97	48,24	0,692
350	0,5662	1,3653	1,3226	4,78	28,8	3,14	55,46	0,693
400	0,5242	1,3808	1,3289	5,05	32,5	3,30	62,95	0,697
450	0,4875	1,3963	1,3352	5,34	36,5	3,46	70,97	0,699
500	0,4564	1,4118	1,3427	5,62	40,6	3,62	79,32	0,703
600	0,4041	1,4411	1,3565	6,15	49,2	3,91	96,75	0,708
700	0,3625	1,4680	1,3708	6,66	58,3	4,17	115,0	0,710
800	0,3287	1,4918	1,3842	7,20	68,3	4,43	135,5	0,714
900	0,3010	1,5128	1,3976	7,61	77,7	4,66	154,8	0,717
1000	0,2773	1,5471	1,4098	8,04	88,2	4,90	176,7	0,721
1100	0,2571	1,5618	1,4215	8,48	99,2	5,12	199,1	0,722
1200	0,2377	1,5860	1,4328	8,90	111,6	5,34	224,6	0,724
1400	0,2110	1,6053	1,4529	—	—	5,76	—	—
1600	0,1885	1,6216	1,4709	—	—	6,16	—	—
1800	0,1703	1,6216	1,4868	—	—	6,55	—	—

В принципе для выполнения теплового расчета выражений (8.56) – (8.58) достаточно. Однако для его упрощения составлены номограммы (рис. 8.70), в которых фигурирует понятие относительной температуры подогрева воздуха θ_a

$$\theta_a = \frac{(t'_{д.г} - t''_в)}{(t'_{д.г} - t'_в)} \quad (8.59)$$

В выражении (8.59) все величины заданы. Температура стенки рекуператора определяется следующим образом:

$$t_{с.г} = 0,5(\bar{t}_в - \bar{t}_{д.г})$$

Коэффициент теплопередачи поверхности теплообмена рекуператора (в $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$) находят по формулам:

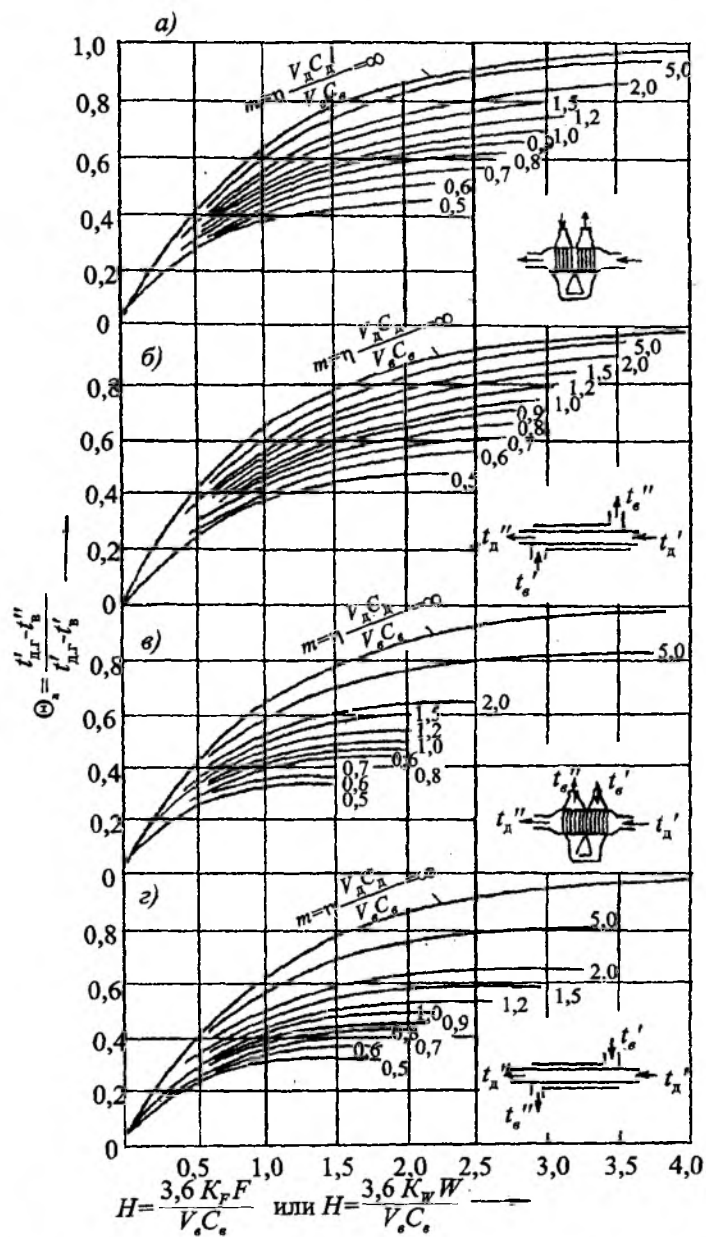


Рис. 8.70. К определению относительной температуры подогрева воздуха

— для плоской стенки:

$$k_F = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}; \quad (8.60)$$

$$k_W = \frac{P}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}; \quad (8.61)$$

— для цилиндрической стенки:

$$k_F = \frac{1}{d_{cp} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_i + 1}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right)}; \quad (8.62)$$

$$k_W = \frac{P}{d_{cp} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_i + 1}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \right)}. \quad (8.63)$$

Здесь d_1 , d_{cp} , d_{n+1} — соответственно внутренний, средний и наружный диаметры стенки рекуператора, м;

n — число слоев стенки;

P — площадь поверхности нагрева, приходящаяся на 1 м^3 объема насадки, м^2 (см. табл. 8.7, а для элементов Т-1...Т-7 $P = 8,5 \text{ м}^2$).

Нужно помнить, что выражения (8.61) и (8.63) используются только при расчете керамических рекуператоров.

Выполняя тепловой конструкторский расчет металлического рекуператора, используют значения скоростей первичного (продукты сгорания) и вторичного теплоносителей в элементе поверхности теплообмена (игольчатая труба, цилиндрическая трубка, кольцевой зазор радиационного рекуператора). Эти скорости могут быть определены лишь после установления площади поверхности рекуператора и, что немаловажно, компоновки этой поверхности (число ходов по воздуху, число обечаек, типоразмер игольчатой трубы и диаметр трубки петлевого рекуператора). Так как все это является предметом конструкторского расчета, значения скоростей дыма и воздуха первоначально принимают в соответствии с табл. 8.10, а затем, после выполнения компоновки, их уточняют. Естественно, при этом необходим перерасчет площади поверхности теплообмена, но уже по фактическим скоростям теплоносителей, а затем — выполнение компоновки.

Таблица 8.10

Значения скоростей теплоносителей (ориентировочные) в поверхности теплообмена

Тип рекуператора	Скорость теплоносителя, м/с	
	продуктов сгорания	подогреваемого воздуха
Металлический игольчатый	1...5	2...10
Металлический трубчатый петлевой	4...15	7...20
Радиационный (обсacачный)	4...15	30...50

Расчет рекуператора должен учитывать неплотности рекуператора и переток воздуха в продукты сгорания. Поэтому общий объем воздуха, подаваемого в воздухоподогреватель, находят по формуле

$$V_n = BV_0(1+n), \text{ м}^3/\text{ч},$$

где B — расход топлива на печь, $\text{м}^3/\text{ч}$ ($\text{кг}/\text{ч}$);

V'_0 — действительный объем воздуха, необходимого для сжигания единицы топлива, $\text{м}^3/\text{м}^3$ ($\text{м}^3/\text{кг}$);

n — объем воздуха, перетекающего в продукты сгорания, в долях от воздуха-окислителя BV'_0 . Значение величины n выбирается в соответствии с табл. 8.11.

Таблица 8.11

К выбору значения величины n

Тип рекуператора	n
Чугунный или стальной игольчатый	0,05...0,1
Стальной петлевой	0
Радиационный щелевой (обсacачный)	0
Керамический:	
блочный	0,25
трубчатый	0,35

Выражения (8.60) и (8.62), если пренебречь формой элемента поверхности теплообмена и его термическим сопротивлением, можно существенно упростить:

$$k_F = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad (8.64)$$

где α_1 — эффективное значение коэффициента теплоотдачи от продуктов сгорания к стенке поверхности теплообмена, $\alpha_1 = \alpha_{1к} + \alpha_{1л}$, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;

$\alpha_{1к}$, $\alpha_{1л}$ — коэффициенты теплоотдачи соответственно конвекцией и излучением;

α_2 — коэффициент теплоотдачи к нагреваемому воздуху, Вт/(м²·К).

Значение величины k_F для металлических рекуператоров, собранных из игольчатых труб, может определяться в соответствии с выражением

$$k_F = k_1 k_2 k_3, \quad (8.65)$$

где k_1 — коэффициент, зависящий от средних температур воздуха-окислителя $\bar{t}_в$ и продуктов сгорания $\bar{t}_{д.г}$: $k_1 = 1 + 0,000236 (\bar{t}_в + \bar{t}_{д.г})$;

k_2 и k_3 — коэффициенты, определяемые в соответствии с рис. 8.71 и 8.72.

На рис. 8.71 и 8.72 скорости воздуха $w_{об}$ и газов $w_{от}$ приведены к нормальным условиям (0 °С и 101,3 кПа).

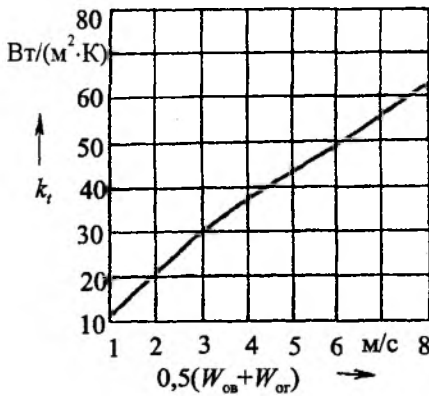


Рис. 8.71. График для определения коэффициента k_2

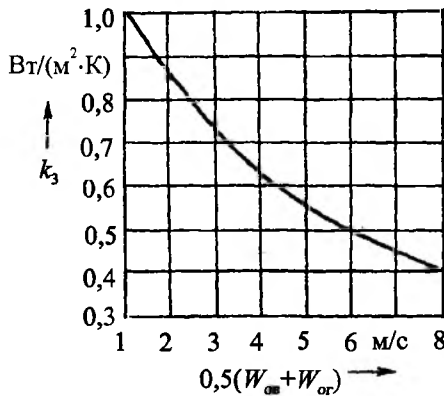


Рис. 8.72. График для определения коэффициента k_3

Температура стенки элемента поверхности теплообмена металлического конвективного рекуператора (игольчатого, петлевого трубчатого) может быть найдена в соответствии с выражением

$$\bar{t}_{ст} = \bar{t}_в + \varphi(\bar{t}_{д.г} - \bar{t}_в) \quad (8.66)$$

и графиком, приведенным на рис. 8.73.

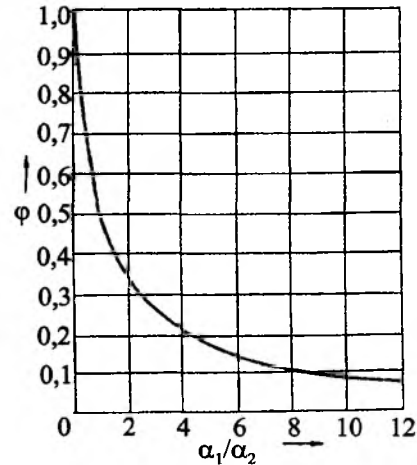


Рис. 8.73. К расчету средней температуры стенки $\bar{t}_{ст}$ конвективного металлического рекуператора (игольчатый и петлевой трубчатый)

Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией для металлических рекуператоров даны на рис. 8.74...8.80.

Коэффициент теплоотдачи излучением от продуктов сгорания топлива к стенке элемента поверхности нагрева определяется выражением

$$\alpha_1 = C_n \frac{\left(\frac{\bar{T}_{д.г}}{100}\right)^4 - \left(\frac{\bar{T}_{ст}}{100}\right)^4}{\bar{t}_{д.г} - \bar{t}_{ст}}, \quad \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}), \quad (8.67)$$

где C_n — коэффициент лучеиспускания (приведенное значение):

$$C_n = 16,7 \varepsilon_{д.г} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \quad (8.68)$$

Выражение (8.68) содержит ошибку в рамках инженерного расчета. Значения $\varepsilon_{д.г}$ выбирают из номограмм, приведенных на рис. 8.67—8.76, или находят расчетным путем.

Гидромеханический расчет игольчатого рекуператора может быть выполнен с использованием номограмм (рис. 8.81 и 8.82), где в первом случае h_1 — сопротивление одной трубы по воздушной стороне, а во втором — сопротивление одного ряда игольчатых труб по ходу продуктов сгорания.

Методика теплового конструкторского расчета металлических рекуператоров иллюстрируется примерами, которые приведены ниже.

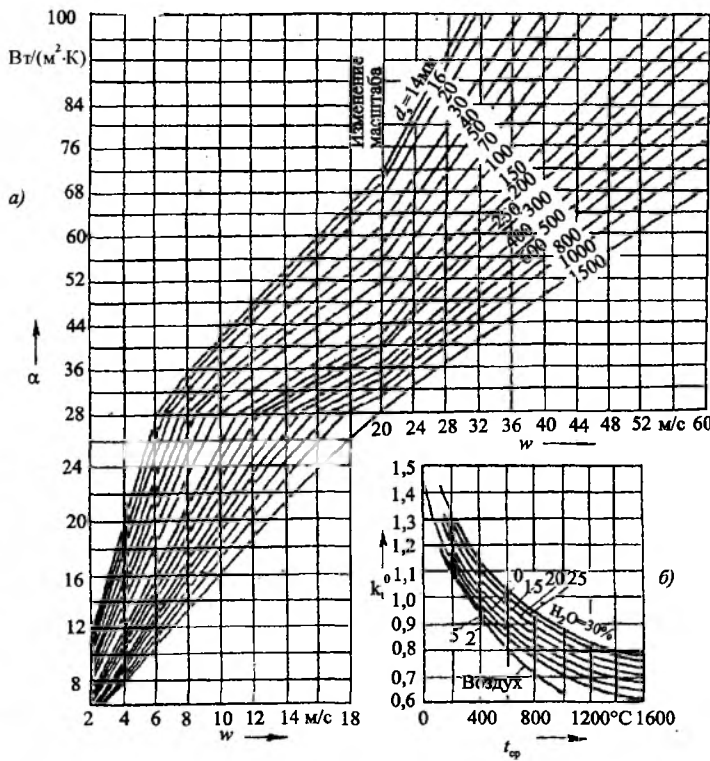


Рис. 8.74. Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией α при принудительном движении воздуха и продуктов сгорания в трубах и каналах (турбулентный режим): а — коэффициент теплоотдачи; б — поправка на неизотермичность при остывании газа k_i^0 ; в — поправка на неизотермичность при нагреве газа k_i^1 ; г — поправка на начальный участок k_i

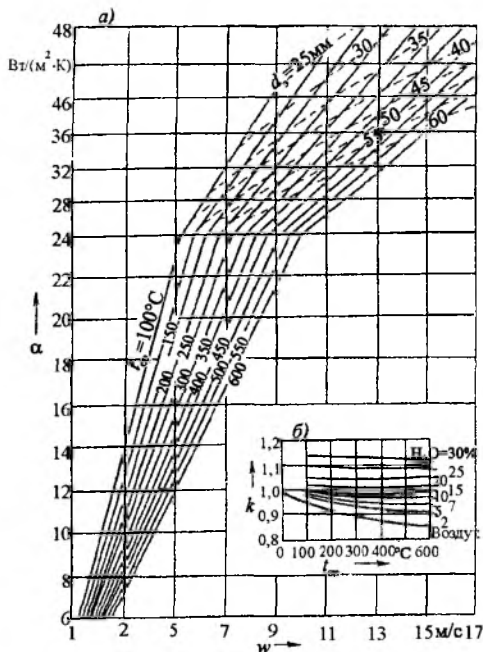


Рис. 8.75. Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией α при принудительном движении воздуха и продуктов сгорания в трубах и каналах (переходный режим): а — коэффициент теплоотдачи; б — поправочный коэффициент k

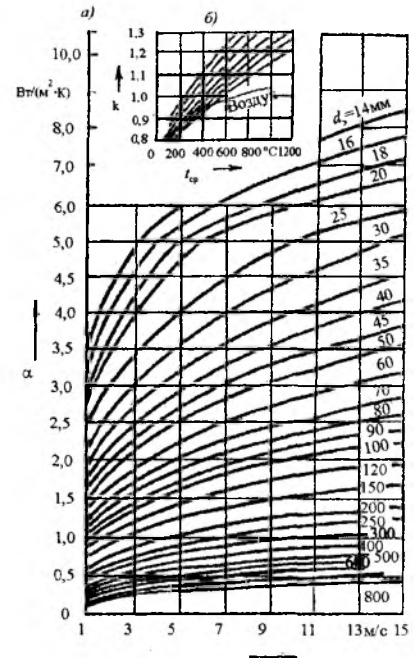


Рис. 8.76. Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией α при принудительном движении воздуха и продуктов сгорания в трубах и каналах (ламинарный режим): а — коэффициент теплоотдачи; б — поправочный коэффициент k

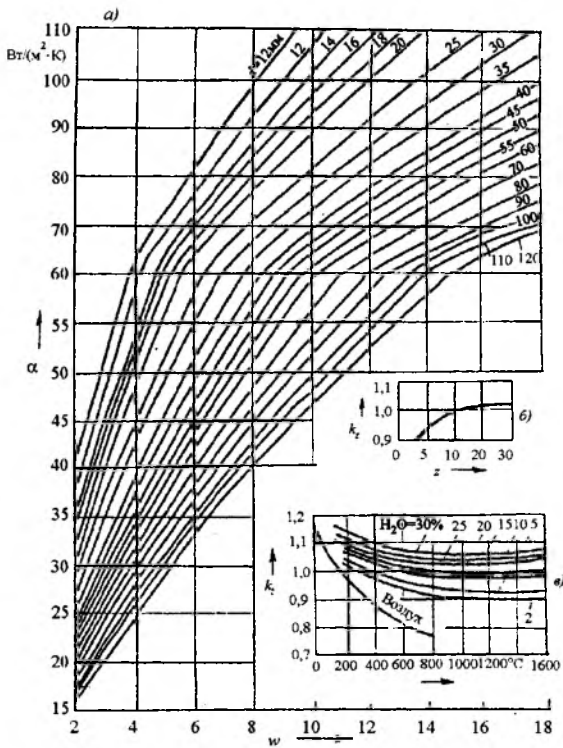


Рис. 8.77. Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией α при поперечном обтекании гладкотрубного пучка с коридорным расположением (вынужденное движение, все режимы): а – коэффициент теплоотдачи; б – поправка k_z на число рядов труб по ходу газов; в – поправка k_t на температуру; k_r – средняя температура газов; w – скорость газа в узком сечении

8.5.2. Методика теплового конструкторского расчета керамического рекуператора

Как уже отмечалось, керамические рекуператоры используются обычно для подогрева воздуха-окислителя до очень высоких температур.

Расчет керамического рекуператора, как и металлических, выполняют в соответствии с программами в зависимости от характера движения теплоносителей. При расчете расходов теплоносителей нужно учитывать неплотность керамического рекуператора (см. табл. 8.11) и переток подогреваемого воздуха в продукты сгорания.

Объемы воздуха и продуктов сгорания соответственно на входе в рекуператор и выходе из него (в $\text{м}^3/\text{ч}$):

$$V_{\text{в}}^{\text{вх}} = V_0'(1+n)B; \quad V_{\text{в}}^{\text{вых}} = V_0' B;$$

$$V_{\text{д.г}}^{\text{вх}} = B \sum V_i; \quad V_{\text{д.г}}^{\text{вых}} = V_{\text{д.г}}^{\text{вх}} + V_0' Bn,$$

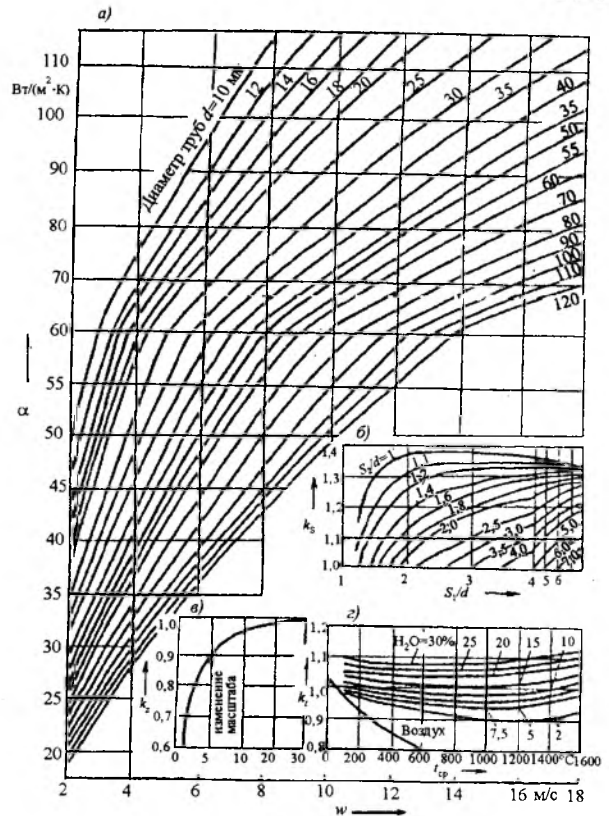


Рис. 8.78. Значения коэффициента теплоотдачи конвекцией α при поперечном обтекании гладкотрубного пучка с шахматным расположением (вынужденное движение, все режимы): а – коэффициент теплоотдачи; б – поправка k_s на относительный шаг труб; в – поправка k_z на число рядов труб; г – поправка k_t на температуру; $\frac{S_1}{d}$ – относительный поперечный шаг; z – число продольных рядов; w – скорость газа в узком сечении

где V_0' – действительный объем воздуха, необходимый для сжигания единицы топлива: $V_0' = V_0 \alpha \text{ м}^3/\text{м}^3, \text{ кг}/\text{кг}$. Значение n выбирается из табл. 8.11.

Относительная температура воздуха рассчитывается в соответствии с выражением (8.59).

Для отыскания коэффициента теплоотдачи от дыма к керамической поверхности используются формулы (8.66)...(8.68) и графические зависимости, приведенные на рис. 8.76...8.78. Теплоотдача от стенки керамического элемента поверхности теплообмена ко вторичному теплоносителю определяется по рис. 8.76...8.78. Коэффициенты теплопередачи k_F и k_W определяются в соответствии с выражениями (8.62) и (8.63).

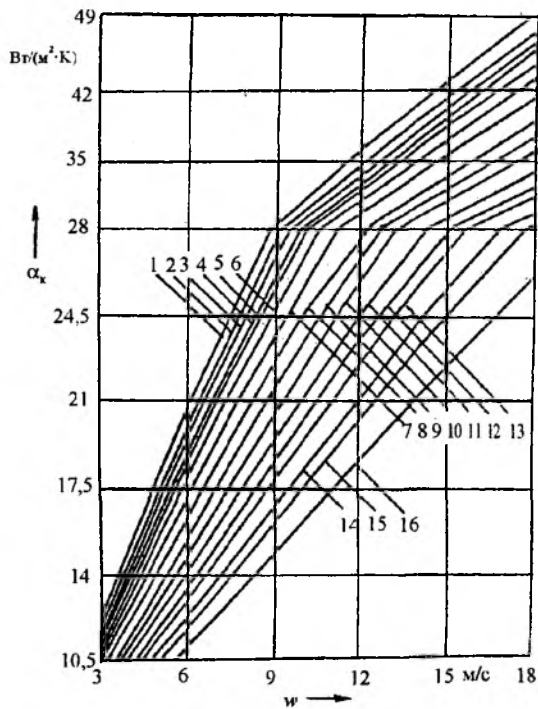


Рис. 8.79. График для определения коэффициента теплоотдачи конвекцией α_k при вынужденном обтекании газами игольчатого элемента рекуператора и пучка с коридорным расположением труб:
1...6 – для эквивалентного диаметра, равного соответственно 60, 70, 80, 90, 100 и 120 мм

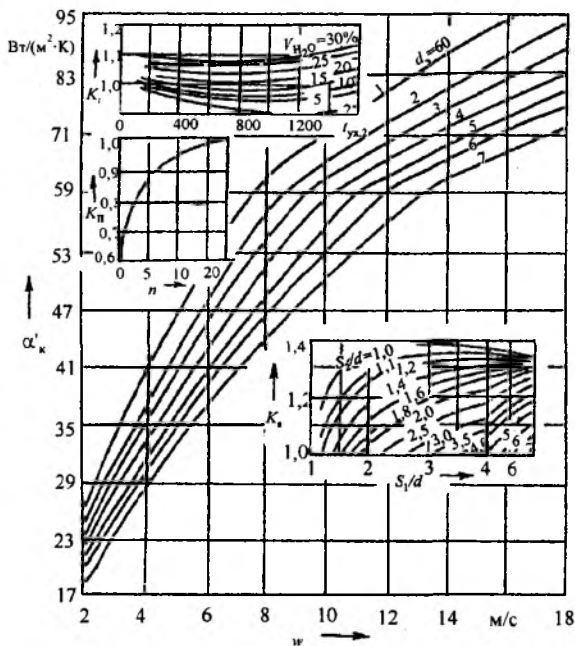


Рис. 8.80. График для определения коэффициента теплоотдачи конвекцией α'_k при поперечном обтекании дымовыми газами пучка с шахматным расположением труб:
1...7 – для эквивалентного диаметра, равного соответственно 60, 70, 80, 90, 100, 120 и 140 мм

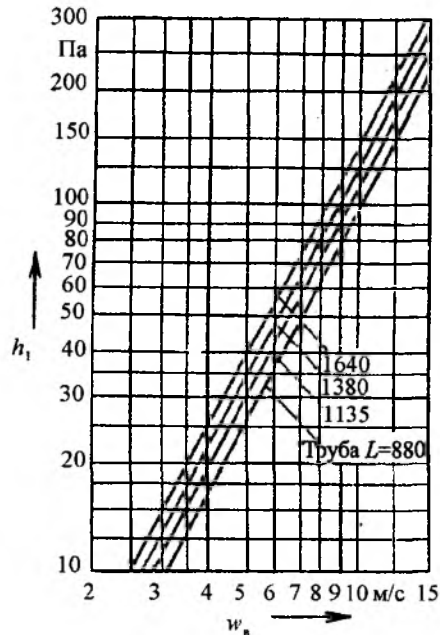


Рис. 8.81. График для определения потери напора в игольчатой трубе типа 17,5 на воздушной стороне

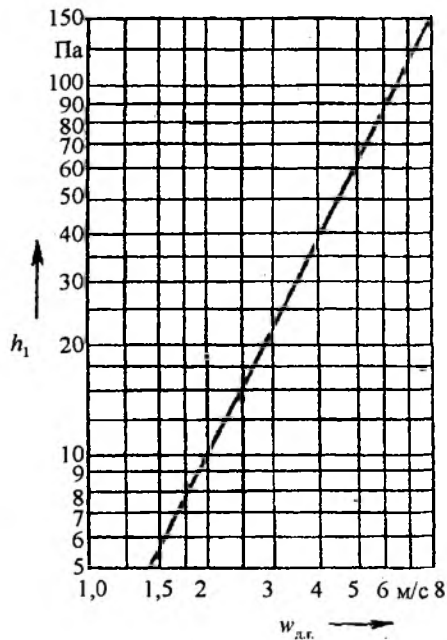


Рис. 8.82. График для определения потери напора в игольчатой трубе типа 17,5 на газовой стороне

Определив площадь поверхности теплообмена F или объем насадки W , выполняют компоновку рекуператора. При необходимости пересчитывают значения F и W по фактическим скоростям теплоносителей.

Все конструкторские размеры элементов Б и Т керамического рекуператора, связанные с определением площади живых сечений, объема насадки и ее поверхности теплообмена, выбирают в соответствии с рис. 8.63...8.69.

Литература к главе 8

Жукаускас А. А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: «Наука», 1982.

Михеев М. А. Основы теплопередачи. — М.—Л.: ГЭИ, 1956.

Расчет нагревательных и термических печей / С. Б. Василькова, М. М. Генкина, В. Л. Гусовский и др.; Под ред. В. М. Тымчака, В. Л. Гусовского. — М.: «Металлургия», 1983.

Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 1 / Пер. с англ., под ред. Б. С. Петухова, В. К. Шикова. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т. 2 / Пер. с англ., под ред. О. Г. Мартыненко и др. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

Тебеньков Б. П. Рекуператоры для промышленных печей. — М.: «Металлургия», 1975.

Примеры решения задач к главе 8

Пример 8.1

Выполнить тепловой конструкторский расчет секции радиационно-конвективного рекуператора, общий вид которого приведен на рис. 8.61. Рекуператор состоит из трех параллельно работающих секций и установлен на методической нагревательной печи. В печи в качестве топлива используется коксо доменный газ с теплотой сгорания $Q_{\text{в}}^{\text{р}} = 9,196 \text{ МДж/м}^3$ при коэффициенте избытка воздуха $\alpha = 1,1$. Диаметры наружной и внутренней обечаек рекуператора равны соответственно 1600 и 1500 мм. Расход топлива на печь $B = 26,1 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч}$ ($7,26 \text{ м}^3/\text{с}$).

Решение. Расход воздуха-окислителя на печь

$$V_{\text{в}} = BV'_0(1+n),$$

где $n = 0$ (в соответствии с табл. 8.11).

$$V_{\text{в}} = 26,1 \cdot 10^3 \cdot 2,3 = 60 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч} \quad (16,68 \text{ м}^3/\text{с}).$$

Расход продуктов сгорания, поступающих в три секции рекуператора:

$$V_{\text{д.г}} = B \sum V_{\alpha(\alpha=1,1)}.$$

Здесь суммарный объем продуктов сгорания, образующихся при сжигании 1 м^3 коксо доменного газа с теплотой сгорания $9,196 \text{ МДж/м}^3$ и $\alpha = 1,1$, составляет $3,09 \text{ м}^3/\text{м}^3$. После подстановки числовых значений находим

$$V_{\text{д.г}} = 26,1 \cdot 10^3 \cdot 3,09 = 80,65 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч} \quad (22,4 \text{ м}^3/\text{с}).$$

На одну секцию рекуператора имеем:

$$V_{\text{в}}^{\text{р}} = \frac{60 \cdot 10^3}{3} = 20 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч} \quad (5,55 \text{ м}^3/\text{с});$$

$$V_{\text{д.г}}^{\text{р}} = \frac{80,65 \cdot 10^3}{3} = 26,88 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч} \quad (7,50 \text{ м}^3/\text{с}).$$

Температуры первичного и вторичного (воздух-окислитель) теплоносителей заданы: $t_{\text{д.г}} = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$, $t'_{\text{в}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ и $t''_{\text{в}} = 500 \text{ }^\circ\text{C}$.

С учетом того, что конструкция (диаметры обечаек равны соответственно 1600 и 1500 мм) и компоновка рекуператора (три параллельные секции) predeterminedены, конструкторский тепловой расчет будет заключаться в определении площади поверхности теплообмена одной секции F и высоты секции рекуператора.

Определяем площади живых сечений рекуператора для прохода подогреваемого воздуха и продуктов сгорания (см. рис. 8.61):

$$f = 0,245 \text{ м}^2; \quad f_{\text{д.г}} = 1,77 \text{ м}^2.$$

Скорость теплоносителей на входе в рекуператор:

$$w_{\text{в}}^{\text{вх}} = \frac{V_{\text{в}}^{\text{р}}}{f_{\text{в}}} = \frac{5,55}{0,245} = 22,65 \text{ м/с};$$

$$w_{\text{д.г}}^{\text{вх}} = \frac{V_{\text{д.г}}^{\text{р}}}{f_{\text{д.г}}} = \frac{273 + 1000}{273} = 4,24 \cdot 4,66 = 19,77 \text{ м/с}.$$

Для определения $w_{\text{д.г}}^{\text{вх}}$ необходимо выполнить расчет температуры продуктов сгорания за рекуператором. Для этой цели используем выражение (8.58), куда входят значения водяных эквивалентов $W_{\text{д.г}}$ и $W_{\text{в}}$. Определяем $W_{\text{д.г}}$ и $W_{\text{в}}$:

$$W_{\text{д.г}} = V_{\text{д.г}}^{\text{р}} \cdot c'_{\text{п.г.г}}, \quad W_{\text{в}} = V_{\text{в}}^{\text{р}} \cdot c'_{\text{п.в.}}$$

Подставляем числовые значения:

$$W_{\text{д.г}} = 7,50 \cdot 1,54 = 11,52 \text{ кДж/(К}\cdot\text{с)};$$

$$W_{\text{в}} = 5,55 \cdot 1,31 = 7,27 \text{ кДж/(К}\cdot\text{с)}.$$

Определяем температуру дыма на выходе из рекуператора:

$$t'_{д.г} = 1000 \frac{500 - 20}{0,9 \cdot 11,52} = 662 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Находим скорости теплоносителей на выходе из рекуператора:

$$w_{н}^{вмх} = 22,65 \frac{273 + 500}{273} = 64,09 \text{ м/с};$$

$$w_{д.г}^{вмх} = 4,24 \frac{273 + 662}{273} = 14,52 \text{ м/с}.$$

Средние скорости теплоносителей в рекуператоре:

$$w_{в} = \frac{22,65 + 64,09}{2} = 43,37 \text{ м/с};$$

$$w_{д.г} = \frac{19,77 + 14,52}{2} = 17,14 \text{ м/с}.$$

Рассчитываем коэффициент теплоотдачи от продуктов сгорания к внутренней обечайке рекуператора

$$\alpha_1 = \alpha_{1л} + \alpha_{1к}.$$

Лучистая составляющая $\alpha_{1л}$ определяется в соответствии с выражениями (8.67) и (8.68). Зависимость (8.68) является упрощенной. В нее входит степень черноты продуктов сгорания $\epsilon_{д.г}$, которая может быть представлена так:

$$\epsilon_{д.г} = \epsilon_{CO_2} + \beta \epsilon_{H_2O}.$$

Эффективная длина луча в центральной трубе рекуператора запишется следующим образом:

$$l = d_{вн} a,$$

где a — поправка на коэффициент расхода воздуха, $a = 0,93$ (рис. 1 (к примеру 8.1)).

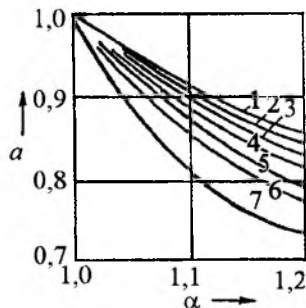


Рис. 1 (к примеру 8.1). Значения коэффициента a :

- 1 — доменный газ ($Q_n^p = 3,72 \text{ МДж/м}^3$);
- 2 — коксодоменный газ ($Q_n^p = 5 \text{ МДж/м}^3$);
- 3 — коксодоменный газ ($Q_n^p = 6,7 \text{ МДж/м}^3$);
- 4 — коксодоменный газ ($Q_n^p = 8,4 \text{ МДж/м}^3$);
- 5 — генераторный газ ($Q_n^p = 4,76 \text{ МДж/м}^3$);
- 6 — генераторный газ ($Q_n^p = 5,43 \text{ МДж/м}^3$);
- 7 — природный газ ($Q_n^p = 35 \text{ МДж/м}^3$).

Тогда эффективная длина луча $l = 1,5 \cdot 0,93 = 1,39 \text{ м}$.

Определяем парциальные давления p_{CO_2} и p_{H_2O} :

$$p_{CO_2} = \frac{0,38}{3,09} = 0,123 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_{H_2O} = \frac{0,48}{3,09} = 0,155 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Произведения $(pl)_{CO_2}$ и $(pl)_{H_2O}$ запишутся следующим образом:

$$(pl)_{CO_2} = 0,123 \cdot 1,39 \cdot 10^5 = 0,171 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м};$$

$$(pl)_{H_2O} = 0,155 \cdot 1,39 \cdot 10^5 = 0,215 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}.$$

Для средней температуры дымовых газов $\frac{1000 + 662}{2} = 831 \text{ } ^\circ\text{C}$ определяем:

$$(\epsilon)_{CO_2} = 0,13; (\epsilon)_{H_2O} = 0,185; \beta = 1,08.$$

Степень черноты продуктов сгорания в области рекуператора

$$\epsilon_{д.г} = 0,13 + 1,08 \cdot 0,185 = 0,33.$$

Находим в первом приближении температуру стенки радиационного рекуператора:

$$\bar{t}_{ст} = \frac{662 + 1000}{2} = 831 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Записываем: $C_n = 16,7 \cdot 0,33 = 5,51 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Выполняем подстановку числовых значений в формулу (8.67):

$$\alpha_{1л} = 5,51 \frac{\left(\frac{1273}{100}\right)^4 - \left(\frac{1104}{100}\right)^4}{1000 - 831} = 200 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Оцениваем режим движения продуктов сгорания в рекуператоре с помощью критерия Re:

$$Re = \frac{w_{д.г} d_{вн}}{\nu}.$$

Используя значения $\bar{t}_{д.г}$ для продуктов сгорания среднего состава, имеем (см. табл. 8.8) $\nu = 135 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Вычисляем Re:

$$Re = \frac{17,14 \cdot 1,5}{135 \cdot 10^{-6}} = 0,19 \cdot 10^6.$$

Как видим, режим движения продуктов сгорания в рекуператоре турбулентный.

Используя рис. 8.76, определяем значение коэффициента теплоотдачи конвекцией от продуктов сгорания к стенке рекуператора ($d_s = 1500 \text{ мм}$, $\bar{t}_{д.г} = 831 \text{ } ^\circ\text{C}$, $V_{H_2O} = 22 \%$, $\bar{t}_{ст} = 831 \text{ } ^\circ\text{C}$):

$$\alpha_{1к} = k_t^0 k_\tau^n k_l \alpha_{1к}^0 = 0,9 \cdot 0,91 \cdot 1,1 \cdot 24 = 19,25 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Коэффициент теплоотдачи от продуктов сгорания к стенке поверхности теплообмена

$$\alpha_1 = 200 + 19,25 = 219,25 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Рассчитываем теплоотдачу к нагреваемому воздуху. С этой целью находим число Re ($\bar{w}_в = 43,37 \text{ м}/\text{с}$, $\bar{t}_в = 260 \text{ }^\circ\text{C}$, $\nu = 42,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$).

Определяем эквивалентный диаметр канала для прохода воздуха

$$d_э = \frac{4 \left(\frac{\pi \cdot 1,6^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} \right)}{\pi \cdot 1,6 + \pi \cdot 1,5} = 0,01 \text{ м}.$$

С учетом значения $d_э$ записываем (см. табл. 8.9)

$$Re = \frac{43,37 \cdot 0,01}{42,8 \cdot 10^{-6}} = 0,1 \cdot 10^6.$$

Как видим, режим движения турбулентный, что позволяет для определения значения α_2 использовать рис. 8.76.

$$\alpha_2 = k_t^0 k_\tau^n k_i \alpha_2^0 = 1,1 \cdot 0,85 \cdot 1,05 \cdot 84 = 78,54 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Коэффициент теплопередачи между теплоносителями (см. выражение (8.64)):

$$k_F = \frac{219,25 \cdot 78,54}{219,25 + 78,54} = 57,8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Безразмерная температура (см. выражение (8.59))

$$\theta_в = \frac{500 - 20}{1000 - 20} = 0,49.$$

Используя значения $\theta_в = 0,49$ и $0,9 \frac{11,52}{7,27} = 1,43$, по номограмме (см. рис. 8.72б) находим

$$\frac{3,6 \cdot k_F F}{w_в} = 1.$$

Вычисляем F :

$$F = \frac{w_в}{3,6 \cdot k_F} = \frac{7,27 \cdot 3600}{57,8 \cdot 3,6} = 125 \text{ м}^2.$$

Высота секции рекуператора

$$L = \frac{125}{3,14 \cdot 1,5} = 26,72 \text{ м}^2.$$

Помня, что число секций $n = 3$, наружный и внутренний диаметры заданы, можно считать расчет окончательным и не требующим пересчета.

К установке пришивается трехсекционный радиационный рекуператор с площадью поверхности теплообмена $3 \cdot 125 = 375 \text{ м}^2$.

Пример 8.2

Выполнить тепловой конструкторский расчет металлического игольчатого рекуператора,

устанавливаемого на нагревательную методическую печь производительностью 2000 кг/ч. Для обогрева печи используется природный газ с теплотой сгорания 35 МДж/м³. Расход природного газа на печь составляет 150 м³/ч. Температуры дыма перед рекуператором $t_{д,г} = 900 \text{ }^\circ\text{C}$. Температуры вторичного теплоносителя (воздухоокислитель) равны: $t'_в = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $t''_в = 300 \text{ }^\circ\text{C}$. Схема движения теплоносителей противоточная (возможно изменение схемы движения после компоновки поверхности теплообмена). Коэффициент избытка воздуха $\alpha = 1,1$.

Решение. Для природного газа с теплотой сгорания $Q_p^n = 35 \text{ МДж}/\text{м}^3$ имеем:

$$\sum_{i=1}^4 V_{i(\alpha=1,1)} = 11,18 \text{ м}^3/\text{м}^3; V'_{0(\alpha=1,1)} = 10,18 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Определяем общий расход воздуха, поступающего в рекуператор

$$V_в = B V'_{0(\alpha=1,1)} (n+1) = 150 \cdot 10,18 (1+0,1) = 1680 \text{ м}^3/\text{ч} (0,47 \text{ м}^3/\text{с}).$$

Здесь $n = 0,1$ выбирается в соответствии с табл. 8.11.

Расход продуктов сгорания, поступающих в рекуператор:

$$V_{д,г} = B \sum_{i=1}^4 V_{i(\alpha=1,1)} = 150 \cdot 11,18 = 1677 \text{ м}^3/\text{ч} (0,47 \text{ м}^3/\text{с}).$$

Задаемся типоразмером игольчатого элемента типа 17,5 (см. табл. 8.5 и рис. 8.54): длина трубы 860 мм; площадь живого сечения для прохода воздуха 0,008 м², для прохода дыма 0,085 м²; площадь условной поверхности нагрева 0,25 м².

Приведенные характеристики элемента типа 17,5 относятся к одной трубе. Выбор же скорости теплоносителей полностью определяется живыми сечениями всего рекуператора, что можно установить лишь после компоновки поверхности теплообмена. Поэтому скоростями теплоносителей задаемся приближенно, используя табл. 8.10. Имеем: $w_в = 4 \text{ м}/\text{с}$; $w_{д,г} = 2 \text{ м}/\text{с}$.

Определяем водяные эквиваленты теплоносителей:

$$W_{д,г} = V_{д,г} c'_{р,д,г}; W_в = V_в c'_{р,в}.$$

Подставляем числовые значения:

$$W_{д,г} = 0,47 \cdot 1,54 = 0,724 \text{ кДж}/(\text{К} \cdot \text{с});$$

$$W_в = 0,47 \cdot 1,31 = 0,62 \text{ кДж}/(\text{К} \cdot \text{с}).$$

Определяем температуру дыма на выходе из рекуператора (см. формулу (8.58)):

$$t'_{д.г} = 900 \frac{300 - 20}{0,9 \frac{0,724}{0,62}} = 634 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

По формуле (8.65) находим коэффициент теплопередачи

$$k_F = k_1 k_2 k_3.$$

Вычисляем коэффициент k_1 :

$$k_1 = 1 + 0,000236 (\bar{t}_в + \bar{t}_{д.г}) = \\ = 1 + 0,000236(160 + 767) = 1,218.$$

Коэффициент k_2 выбираем в соответствии с рис. 8.73 (с использованием значений $w_в$ и $w_{д.г}$). Находим

$$\frac{w_в + w_{д.г}}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3 \text{ м/с}.$$

Для скорости 3 м/с имеем (см. рис. 8.73) $k_2 = 33 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Вычисляем коэффициент k_3 . Используя величину $\left(\frac{w_в}{w_{д.г}}\right) = 4/2 = 2$, имеем (см. рис. 8.74)

$$k_3 = 0,9.$$

Окончательно получаем

$$k_F = 1,218 \cdot 33 \cdot 0,9 = 32,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Безразмерная температура (см. выражение (8.59))

$$\theta_в = \frac{300 - 20}{900 - 20} = 0,318.$$

Используя значения $\theta_в = 0,318$ и $0,9 \frac{0,724}{0,62}$, по номограмме (см. рис. 8.72б) находим

$$\frac{3,6 \cdot k_F F}{V_в c'_{p_в}} = 0,318.$$

Запишем

$$F = \frac{V_в c'_{p_в} \cdot 0,318}{3,6 \cdot 32,5} = \frac{0,62 \cdot 0,318 \cdot 3600}{3,6 \cdot 32,5} = 7,24 \text{ м}^2.$$

Итак, в первом приближении площадь поверхности теплообмена рекуператора для подогрева воздуха-окислителя топлива составила $7,24 \text{ м}^2$.

С учетом значения условной поверхности нагрева число игольчатых элементов $n = 7,24 / 0,25 = 28,96$. Принимаем $n = 29$. Полученное число элементов можно скомпоновать в поверхность теплообмена.

В первом приближении принимаем противоточный двухходовой (по вторичному теплоносителю) воздухоподогреватель (рис. 1 (к примеру 8.2)) с общим числом элементов 30 (29 элементов в двухходовом рекуператоре не компоуется).

Обращаясь к исходным данным, находим суммарные площади живых сечений для прохода теплоносителей:

$$f_в = 0,008 \cdot 15 = 0,12 \text{ м}^2; f_{д.г} = 0,085 \cdot 5 = 0,425 \text{ м}^2.$$

Определяем средние температуры теплоносителей в области рекуператора:

$$\bar{t}_в = \frac{300 + 20}{2} = 160 \text{ } ^\circ\text{C}; \bar{t}_{д.г} = \frac{900 + 634}{2} = 767 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Вычисляем секундные расходы теплоносителей при их средних температурах:

$$V_в = 0,47 \cdot \frac{273 + \bar{t}_в}{273} = 0,47 \cdot \frac{273 + 160}{273} = 0,745 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$V_{д.г} = 0,47 \cdot \frac{273 + \bar{t}_{д.г}}{273} = 0,47 \cdot \frac{273 + 767}{273} = 1,79 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для компоновки рекуператора (см. рис. 1 (к примеру 8.2)) средние скорости теплоносителей:

$$\bar{w}_в = \frac{0,745}{0,12} = 6,2 \text{ м/с}; \bar{w}_{д.г} = \frac{1,79}{0,425} = 4,2 \text{ м/с}.$$

Сравнивая полученные значения с данными табл. 8.10, видим, что они находятся в допустимых пределах скоростей теплоносителей в игольчатых рекуператорах. Однако оставить выполненный расчет без корректировки нельзя, так как принятые значения скоростей в начале расчета значительно отличаются от фактических.

Выполняем пересчет рекуператора по скоростям: $\bar{w}_в = 6,2 \text{ м/с}$; $\bar{w}_{д.г} = 4,2 \text{ м/с}$.

Производим пересчет коэффициента теплопередачи рекуператора:

$$k_F = k_1 k_2 k_3.$$

Вычисляем коэффициент k_1 :

$$k_1 = 1 + 0,000236 (\bar{t}_в + \bar{t}_{д.г}) = \\ = 1 + 0,000236(160 + 763) = 1,218.$$

Находим среднюю скорость теплоносителей:

$$\frac{w_в + w_{д.г}}{2} = \frac{6,2 + 4,2}{2} = 5,2 \text{ м/с}.$$

Для этого значения имеем (см. рис. 8.73) $k_2 = 42 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Вычисляем коэффициент k_3 (см. рис. 8.74).

Используя соотношение $\frac{5,2}{4,2} = 1,24$, получаем $k_3 = 0,98$.

Окончательно имеем

$$k_F = 1,218 \cdot 42 \cdot 0,98 = 50,13 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Безразмерная температура имеет то же значение $\theta_в = 0,318$. Используя значения $\theta_в = 0,318$ и $0,9 \frac{0,724}{0,62}$, по номограмме для перекрестного проти-

вотока (см. рис. 8.72а) находим

$$\frac{3,6 \cdot k_F F}{V_{\text{в}} c'_{p_{\text{в}}}} = 0,5.$$

Вычисляем

$$F = \frac{0,62 \cdot 0,5 \cdot 3600}{3,6 \cdot 50,13} = 6,2 \text{ м}^2.$$

Как видим, площадь поверхности теплообмена рекуператора сильно изменилась, а это требует переконфигурации элементов.

Число элементов $n = 6,2 / 0,25 = 24,8$. Принимаем $n = 25$.

Выполняя компоновку игольчатых элементов, нужно стремиться, чтобы сопротивления воздушного и газового трактов были минимальными, но минимальное сопротивление воздушного тракта ухудшает теплоотдачу на воздушной стороне поверхности теплообмена. Исходя из этих соображений, можно предложить компоновки поверхности нагрева рекуператора¹:

$$\left. \begin{array}{l} (5 \times 6) \cdot 1 = 30 \\ (5 \times 5) \cdot 1 = 25 \\ (3 \times 9) \cdot 1 = 27 \\ (4 \times 7) \cdot 1 = 28 \end{array} \right\} \text{одноходовой рекуператор;}$$

$$\left. \begin{array}{l} (2 \times 6) \cdot 2 = 24 \\ (2 \times 6) \cdot 2 = 24 \\ (2 \times 6) \cdot 2 = 24 \end{array} \right\} \text{двухходовой рекуператор.}$$

Анализ приведенных вариантов дает основание сохранить компоновку, принятую ранее (см. рис. 1 (к примеру 8.2)), т.е. игольчатых элементов. Поскольку предлагаемая компоновка содержит на 5 элементов больше расчетной ($n_{\text{расч}} = 25$), температура подогрева воздуха-окислителя окажется несколько выше.

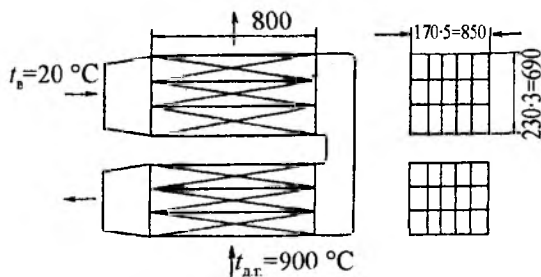


Рис. 1 (к примеру 8.2). Компоновка перекрестно-противоточного рекуператора из нормализованных элементов типа 17,5

Определим температуру $t''_{\text{в}}$ при компоновке $(3 \times 5) \cdot 2 = 30$ (рис. 1 (к примеру 8.2)). С этой целью следует воспользоваться рис. 8.72. Известны им будут значения $\frac{3,6 \cdot k_F F}{W_{\text{в}}}$ и $\eta \frac{W_{\text{д.г}}}{W_{\text{в}}}$. Имеем:

$$\frac{3,6 \cdot k_F F}{W_{\text{в}}} = \frac{3,6 \cdot 50,13 \cdot 7,24}{0,62 \cdot 3600} = 0,58;$$

$$\eta \frac{W_{\text{д.г}}}{W_{\text{в}}} = 0,9 \frac{0,724}{0,62} = 1,05.$$

Используя рис. 8.72, находим безразмерную температуру: $\theta_{\text{в}} = 0,36$. С другой стороны,

$$\theta_{\text{в}} = \frac{t''_{\text{в}} - 20}{900 - 20}. \text{ Тогда } t''_{\text{в}} = 337 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Итак, сохраняем компоновку $(3 \times 5) \cdot 2 = 30$ ($F = 7,24 \text{ м}^2$) (см. рис. 1 (к примеру 8.2)). При этом температура воздуха на выходе из рекуператора будет равна $337 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Пример 8.3

Рассчитать площадь поверхности нагрева металлического трубчатого петлевого рекуператора для нагрева доменного газа с теплотой сгорания $Q_{\text{н}}^{\text{п}} = 3,72 \text{ МДж/м}^3$. Трубчатый петлевой подогреватель установлен за воздушным рекуператором, за которым температура дыма $t_{\text{д.г}}$ составляет $680 \text{ } ^\circ\text{C}$. Температура доменного газа до и после рекуператора равна соответственно $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ и $300 \text{ } ^\circ\text{C}$. Нагревательная методическая печь отапливается доменным газом, расход B которого составляет $8000 \text{ м}^3/\text{ч}$. Весь горючий газ поступает для нагрева в подогреватель. Доменный газ сжигается с коэффициентом расхода воздуха $1,35$ ($V_{\text{д.г}} = B \sum_{i=1}^4 V_i \cdot 1,35$). Подогреватель доменного газа предполагается установить в борове размером $2,2 \times 1,6 \text{ м}$.

Решение. Предварительно принимаем диаметр труб подогревателя равным $57/49 \text{ мм}$ с продольным и поперечным шагом в коридорном пучке 100 мм ($s_1 = s_2 = 100 \text{ мм}$).

Обращаясь к табл. 8.10, в первом приближении принимаем $w_{\text{д.г}} = 6 \text{ м/с}$, $w_{\text{дон}} = 10 \text{ м/с}$.

Находим расход доменного газа и продуктов сгорания топлива:

$$V_{\text{дон}} = 8000 \text{ м}^3/\text{ч} (2,22 \text{ м}^3/\text{с}); V_{\text{д.г}} = B \sum_{i=1}^4 V_{i(\alpha=1,35)}.$$

Здесь суммарный объем продуктов сгорания при сжигании доменного газа с $\alpha = 1,35$ составит

¹ При компоновке общее число элементов должно подниматься условно $n \geq 25$, так как в противном случае температура подогрева будет менее $300 \text{ } ^\circ\text{C}$.

$$\sum_{i=1}^4 V_{i(\alpha=1,35)} = 1,825 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Тогда $V_{д.г} = 1,825 \cdot 8000 = 14600 \text{ м}^3/\text{ч}$ ($4,06 \text{ м}^3/\text{с}$).
 Теплоемкость доменного газа $c'_{п.дом} = 1,38 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$.
 Теплоемкость дымовых газов $c'_{п.д.г} = 1,53 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$
 (см. табл. 8.8).

Рассчитываем водяные эквиваленты теплоносителей:

$$W_{д.г} = V_{д.г} c'_{п.д.г}, \quad W_{дом} = V_{дом} c'_{п.дом}.$$

Подставляем числовые значения:

$$W_{д.г} = 4,06 \cdot 1,53 = 6,21 \text{ кДж}/(\text{К} \cdot \text{с});$$

$$W_{дом} = 2,22 \cdot 1,38 = 3,06 \text{ кДж}/(\text{К} \cdot \text{с}).$$

Определяем температуру продуктов сгорания на выходе из трубчатого подогревателя:

$$t'_{д.г} = 900 \frac{300 - 20}{0,9 \frac{6,21}{3,06}} = 527 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Средние скорости теплоносителей в рекуператоре: $w_{дом} = 10 \text{ м}/\text{с}$; $w_{д.г} = 6 \text{ м}/\text{с}$.

Рассчитываем коэффициент теплоотдачи от дымовых газов к наружной поверхности трубки рекуператора: $\alpha_1 = \alpha_{1л} + \alpha_{1к}$. Лучистая составляющая $\alpha_{1л}$ определяется в соответствии с выражениями (8.67) и (8.68). Находим $\epsilon_{д.г}$.

Эффективная длина луча в коридорном пучке $l = 3,5d = 3,5 \cdot 0,057 = 0,2 \text{ м}$. Поправка на коэффициент расхода воздуха ($\alpha = 1,35$) $a = 0,86$ (см. рис. 1 (к примеру 8.1)). Тогда эффективная длина луча $l = 0,2 \cdot 0,86 = 0,172 \text{ м}$.

Определяем парциальные давления p_{CO_2} и $p_{\text{H}_2\text{O}}$:

$$p_{\text{CO}_2} = \frac{0,382}{1,825} = 0,21 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{0,045}{1,825} = 0,025 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Произведения $(pl)_{\text{CO}_2}$ и $(pl)_{\text{H}_2\text{O}}$ запишутся следующим образом:

$$p_{\text{CO}_2} \cdot l = 0,21 \cdot 0,172 \cdot 10^5 = 0,036 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м};$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} \cdot l = 0,025 \cdot 0,172 \cdot 10^5 = 0,0043 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}.$$

Для средней температуры дымовых газов

$$\frac{680 + 527}{2} = 603,5 \text{ }^\circ\text{C} \text{ определяем:}$$

$$\epsilon_{\text{CO}_2} = 0,085; \quad \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 0,016; \quad \beta = 1,0.$$

Степень черноты продуктов сгорания в области рекуператора

$$\epsilon_{д.г} = 0,085 + 1,0 \cdot 0,016 = 0,101.$$

Находим среднюю температуру стенки трубки рекуператора:

$$\bar{t}_{ст} = \frac{603,5 + 160}{2} = 381 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Имеем: $\bar{T}_{ст} = 654 \text{ К}$, $\bar{T}_{д.г} = 876,5 \text{ К}$.

Записываем: $C_n = 16,7 \cdot 0,101 = 1,69 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Подставляем числовые значения в формулу (8.67)

$$\alpha_{1л} = 1,69 \frac{\left(\frac{876,5}{100}\right)^4 - \left(\frac{654}{100}\right)^4}{876,5 - 654} = 31,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Оцениваем режим движения продуктов сгорания в рекуператоре. Для скорости продуктов сгорания $6 \text{ м}/\text{с}$ режим вынужденного движения — турбулентный.

Коэффициент $\alpha_{1к}$ определяем в соответствии с рис. 8.79: $\alpha_{1к} = \alpha k_z k_t$, где $\alpha = 42 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $k_z = 1$ (при $z = 10$); $k_t = 0,92$. Записываем

$$\alpha_{1к} = 42 \cdot 1 \cdot 0,92 = 38,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_1 = 31,4 + 38,6 = 70 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Рассчитываем теплоотдачу к подогреваемому доменному газу. Полагаем, что при скорости доменного газа в трубке рекуператора, равной $10 \text{ м}/\text{с}$, режим будет турбулентным.

Эквивалентный диаметр канала $d_s = d_{тр} = 0,049 \text{ м}$.

Используя значения $w_{дом} = 10 \text{ м}/\text{с}$, $d_s = 0,049 \text{ м}$, в соответствии с рис. 8.76 для турбулентного режима находим: $\alpha = 32 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $k_t^0 = 1,1$; $k_t^n = 0,87$; $k_l = 1,0$ (при $L/d_s > 40$). Вычисляем $\alpha_2 = 32 \cdot 1,1 \cdot 0,87 \cdot 1,0 = 30,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Коэффициент теплопередачи между теплоносителями (см. выражение (8.64))

$$k_F = \frac{70 \cdot 30,6}{70 + 30,6} = 20,2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

$$\text{Безразмерная температура } \theta_{дом} = \frac{300 - 20}{680 - 20} = 0,42.$$

$$\text{Подсчитываем величину } \eta \frac{W_{д.г}}{W_{дом}} = 0,9 \frac{6,21}{3,06} = 1,83.$$

$$\text{В соответствии с рис. 8.72a } \frac{3,6 \cdot k_F F}{W_{дом}} = 0,7.$$

Площадь поверхности теплообмена

$$F = \frac{0,7 \cdot 3,06 \cdot 3600}{3,6 \cdot 20,2} = 106 \text{ м}^2.$$

Площадь сечения борава $(2,2 \times 1,6) \text{ м}^2$ позволяет разместить петлевой рекуператор с длиной трубки $l = 4,5 \text{ м}$.

Площадь поверхности теплообмена одной трубки

$$f_{\text{тр}} = \pi d_{\text{тр}} l = 3,14 \cdot 0,057 \cdot 4,5 = 0,8 \text{ м}^2.$$

Общее число трубок, составляющих поверхность теплообмена рекуператора, $n = 106/0,8 = 132,5$. Принимаем $n = 135$. По ширине борава можно разместить $n_2 = 1,6/0,1 = 16$ трубок (поперек хода газов $s_2 = 100 \text{ мм}$). Число рядов по ходу газов $n_1 = 132/16 = 8,25$. Принимаем $n_1 = 9$.

Итак, $\bar{n} = \bar{n}_1 \bar{n}_2 = 16 \cdot 9 = 144$.

Площадь живого сечения для прохода дыма

$$F_{\text{д.г}} = 1,6 \cdot 2,2 - 16 \cdot 0,057 \cdot 2,2 = 1,52 \text{ м}^2.$$

Площадь живого сечения рекуператора для прохода доменного газа

$$F_{\text{дом}} = 144 \cdot \frac{\pi d_{\text{тр}}^2}{4} = 144 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,049^2}{4} = 0,271 \text{ м}^2.$$

Находим средние секундные расходы теплоносителей при температурах

$$\bar{t}_{\text{д.г}} = 603,5 \text{ и } \bar{t}_{\text{дом}} = 160 \text{ }^\circ\text{С}.$$

$$\bar{V}_{\text{д.г}} = 4,06 \cdot \frac{273 + 603,5}{273} = 13,03 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$\bar{V}_{\text{дом}} = 2,22 \cdot \frac{273 + 160}{273} = 3,52 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Фактические значения скоростей теплоносителей при компоновке в коридорный пучок $n_1 n_2 = 144$ трубки:

— продуктов сгорания:

$$\bar{w}_{\text{д.г}} = \frac{13,03}{1,52} = 8,6 \text{ м/с};$$

— доменного газа:

$$\bar{w}_{\text{дом}} = \frac{3,52}{0,271} = 12,9 \text{ м/с}.$$

Сравнивая фактические скорости теплоносителей $\bar{w}_{\text{д.г}}$ м/с и $\bar{w}_{\text{дом}}$ м/с, полученные в результате расчета, с принятыми ранее (соответственно 10 и 6 м/с), можно сделать вывод о необходимости пересчета рекуператора при сохранении его компоновки в борове печи. В этом случае поверхность теплообмена несколько сократится. Компоновка будет подобна изображенной на рис. 8.59.

Пример 8.4¹

Дано: Количество подогреваемого воздуха $1000 \text{ м}^3/\text{ч}$. Температура подогрева воздуха $t''_{\text{в}} = 700 \text{ }^\circ\text{С}$; начальная температура воздуха $t'_{\text{в}} = 20 \text{ }^\circ\text{С}$. Количество дымовых газов, поступающих в рекуператор, $1200 \text{ м}^3/\text{ч}$. Температура дымовых газов перед рекуператором $t'_{\text{д.г}} = 1250 \text{ }^\circ\text{С}$. В дымовых газах содержится 11 % CO_2 и 12 % H_2O .

Рассчитывается трубчатый керамический рекуператор из шамотных элементов конструкции Стеклопроекта. Характеристика элементов следующая: высота — 0,35 м, ширина — 0,24 м, длина — 0,24 м; сечение каналов на один элемент дымовых — $0,0144 \text{ м}^2$, воздушных — $0,0232 \text{ м}^2$; гидравлический диаметр дымовых каналов 0,12 м, воздушных — 0,126 м; поверхность нагрева элемента на дымовой стороне 0,168 м^2 , на воздушной — 0,224 м^2 , средняя (расчетная) — 0,196 м^2 ; толщина стенок — 0,02 м.

Решение. Принимаем, что присос воздуха в дымовые каналы составляет 30 % от количества воздуха, подводимого к рекуператору, и что этот присос распределен равномерно по поверхности нагрева рекуператора.

Таким образом, для обеспечения выхода воздуха из рекуператора в количестве $1000 \text{ м}^3/\text{ч}$ в рекуператор должно подаваться воздуха

$$V'_{\text{в}} = \frac{1000}{0,7} = 1430 \text{ м}^3/\text{ч}, \text{ или } \frac{1430}{3600} = 0,397 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Выходит воздуха из рекуператора

$$V''_{\text{в}} = 1000 \text{ м}^3/\text{ч}, \text{ или } \frac{1000}{3600} = 0,278 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Входит дымовых газов в рекуператор

$$V'_{\text{д.г}} = 1200 \text{ м}^3/\text{ч}, \text{ или } \frac{1200}{3600} = 0,334 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Выходит дымовых газов из рекуператора (подсос воздуха $430 \text{ м}^3/\text{ч}$)

$$V''_{\text{д.г}} = 1200 + 430 = 1630 \text{ м}^3/\text{ч},$$

или

$$\frac{1630}{3600} = 0,453 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Средняя удельная объемная теплоемкость нагреваемого воздуха

$$c_{\text{в}} = 1,37 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

Часовая энтальпия воздуха, подогреваемого в рекуператоре:

¹ Тебеньков Б.П. Рекуператоры для промышленных печей. — М.: «Металлургия», 1967.

$$q''_b = \frac{V'_b + V''_b}{2} \cdot c_b (t''_b - t'_b) =$$

$$= \frac{1430 + 1000}{2 \cdot 3,6} 1,37(700 - 20) = 315000 \text{ Вт.}$$

Средняя удельная объемная теплоемкость дымовых газов, входящих в рекуператор

$$c'_{д.г} = 1,57 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

Часовая энтальпия дымовых газов

$$q'_{д.г} = V'_{д.г} \cdot c'_{д.г} \cdot t'_{д.г} =$$

$$= \frac{1200 \cdot 1,57 \cdot 1250}{3,6} = 655000 \text{ Вт.}$$

Принимаем потери тепла в окружающее пространство 5%.

Среднюю удельную объемную теплоемкость дымовых газов, уходящих из рекуператора, принимаем $c''_{д.г} = 1,47 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$

$$t''_{д.г} = \frac{0,95q'_{д.г} - q'_{д.г}}{V''_{д.г} \cdot c''_{д.г}} =$$

$$= \frac{(0,95 \cdot 655000 - 315000)3,6}{1630 \cdot 1,47} = 460 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Принимаем в рекуператоре схему перекрестного противотока:

$$t'_b = 20 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{Воздух} \quad t''_b = 700 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$t''_{д.г} = 460 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{Дымовые газы} \quad t'_{д.г} = 1250 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Средняя логарифмическая разность температур:

$$\tau_n = 1250 - 700 = 550 \text{ }^\circ\text{C}; \tau_k = 460 - 20 = 440 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\tau_{cp} = 492 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Температурной поправкой на перекрестный ток пренебрегаем.

Конструкцию рекуператора принимаем аналогичной изображенной на рис. 8.66.

Ориентируясь на условную скорость дымовых газов в рекуператоре около 0,5 м/сек и воздуха 1,5 м/сек, на основании предварительных подсчетов принимаем следующее расположение керамических элементов: труб в плане по ширине рекуператора 8 и по длине 8. Таким образом, всего труб в одном горизонтальном ряду $8 \cdot 8 = 64$.

По высоте одного хода воздуха принимаем один элемент.

Сечение для прохода дымовых газов (см. выше характеристику элементов)

$$f_{д.г} = 0,0144 \cdot 64 = 0,922 \text{ м}^2.$$

Сечение для прохода воздуха

$$f_b = 0,0232 \cdot 8 = 0,186 \text{ м}^2.$$

Скорость дымовых газов при входе в рекуператор

$$w'_{д.г} = \frac{0,334}{0,922} = 0,362 \text{ м/с}.$$

Скорость дымовых газов на выходе из рекуператора

$$w''_{д.г} = \frac{0,453}{0,922} = 0,491 \text{ м/с}.$$

Скорость воздуха при входе в рекуператор

$$w'_b = \frac{0,397}{0,186} = 2,14 \text{ м/с}.$$

Скорость воздуха на выходе из рекуператора

$$w''_b = \frac{0,278}{0,186} = 1,5 \text{ м/с}.$$

Определим коэффициент теплоотдачи конвекцией. Гидравлический (приведенный) диаметр воздушных каналов $d = 0,126 \text{ м}$. Фактическая скорость воздуха при $20 \text{ }^\circ\text{C}$ (при входе)

$$w'_{в(20)} = 2,14 \left(1 + \frac{20}{273}\right) = 2,3 \text{ м/с}.$$

Фактическая скорость воздуха при $700 \text{ }^\circ\text{C}$ (при выходе)

$$w''_{в(700)} = 1,5 \left(1 + \frac{700}{273}\right) = 5,34 \text{ м/с}.$$

Коэффициенты кинематической вязкости воздуха:

— на входе:

$$\nu_{20} = 15,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

— на выходе:

$$\nu_{700} = 115,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Число Рейнольдса для воздушного потока:

— на входе:

$$Re = \frac{wd}{\nu} = \frac{2,3 \cdot 0,126}{15,4 \cdot 10^{-6}} = 18800;$$

— на выходе:

$$Re = \frac{5,34 \cdot 0,126}{115,1 \cdot 10^{-6}} = 5840.$$

Фактическая скорость дымовых газов при $1250 \text{ }^\circ\text{C}$:

— на входе:

$$w'_{в(1250)} = 0,362 \left(1 + \frac{1250}{273}\right) = 2,02 \text{ м/с};$$

— на выходе (при $460 \text{ }^\circ\text{C}$):

$$w''_{д.г(400)} = 0,491 \left(1 + \frac{460}{273}\right) = 1,32 \text{ м/с}.$$

Коэффициент кинематической вязкости дымовых газов:

— на входе:

$$v_{(1250)} = 233 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

— на выходе:

$$v_{(460)} = 69,93 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Число Рейнольдса для дымового потока:

— на входе:

$$Re = \frac{2,02 \cdot 0,12}{233 \cdot 10^{-9}} = 1040;$$

— на выходе:

$$Re = \frac{1,32 \cdot 0,12}{69,93 \cdot 10^{-6}} = 2270.$$

Таким образом, воздушный поток находится в основном в турбулентном режиме, а дымовой — в ламинарном.

Определение теплоотдачи конвекцией по воздушному пути производим:

— на входе воздуха в рекуператор:

$$w_{\text{в}} = 2,3 \text{ м/с};$$

$$\rho_{\text{в}} = \frac{1,293}{1 + \frac{20}{273}} = 1,21 \text{ кг/м}^3; \quad d = 0,126 \text{ м}.$$

Находим

$$\alpha = 1,163 \cdot 2,46 A \frac{(w\rho d)^{0,8}}{d} = 1,63 \cdot 2,46 \frac{(2,3 \cdot 1,21 \cdot 0,126)^{0,8}}{0,126} = 9,8 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)};$$

— на выходе воздуха из рекуператора:

$$w''_{\text{в}} = 5,34 \text{ м/с}; \quad \rho_{\text{в}} = \frac{1,293}{1 + \frac{700}{273}} = 0,364 \text{ кг/м}^3.$$

Находим

$$\alpha = 1,63 \cdot 3,32 \frac{(5,34 \cdot 0,364 \cdot 0,126)^{0,8}}{0,126} = 9,94 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Принимаем по дымовому тракту 8 рядов трубок:

$$L = 0,35 \cdot 8 = 2,8 \text{ м}; \quad d = 0,12 \text{ м}.$$

Рассчитываем критерий Пекле

$$Pe = \frac{wd}{a},$$

где

$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}.$$

Вход дымовых газов в рекуператор: $t = 1250 \text{ }^\circ\text{C}$;

$$w'_{\text{д.г.}(1250)} = 2,02 \text{ м/с}.$$

Выбираем c_p и λ : $c_p = 1,57 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}$;

$$\lambda = 13,06 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$$

$$c_p = \frac{1,57}{1,34} = 1,17 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$$

$$\rho_{1250} = \frac{1,34}{1 + \frac{1250}{273}} = 0,24 \text{ кг/м}^3;$$

$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho} = \frac{13,6 \cdot 10^{-2} \cdot 3,6}{1,17 \cdot 0,24} = 1,67 \text{ м}^2/\text{ч}.$$

Критерий Пекле

$$Pe = \frac{wd}{a} = \frac{2,02 \cdot 0,12 \cdot 3600}{1,67} = 522.$$

Выражение

$$\frac{L}{Pe \cdot d} = \frac{2,8}{522 \cdot 0,12} = 0,0448.$$

Имеем:

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} \approx 5;$$

$$\alpha = 5 \frac{\lambda}{d} = 5 \frac{13,6 \cdot 10^{-2}}{0,12} = 5,45 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

На выходе дымовых газов из рекуператора:

$$t''_{\text{д.г.}} = 460 \text{ }^\circ\text{C}; \quad w''_{\text{д.г.}(460)} = 1,32 \text{ м/с};$$

$$c_{\text{д.г.}} = 1,47 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)},$$

$$c_p = \frac{1,47}{1,34} = 1,096 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Находим: $\lambda = 6,22 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$;

$$\rho_{\text{д.г.}(460)} = \frac{1,34}{1 + \frac{460}{273}} = 0,5 \text{ кг/м}^3;$$

$$a = \frac{6,22 \cdot 10^{-2} \cdot 3,6}{1,096 \cdot 0,5} = 0,409 \text{ м}^2/\text{ч}.$$

Критерий Пекле будет

$$Pe = \frac{1,32 \cdot 0,12 \cdot 3600}{0,409} = 1390.$$

Выражение

$$\frac{L}{Pe \cdot d} = \frac{2,8}{1390 \cdot 0,12} = 0,017.$$

Рассчитываем:

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} \approx 6,3;$$

$$\alpha = 1,163 \cdot 6,3 \frac{\lambda}{d} = 1,163 \cdot 6,3 \frac{5,34 \cdot 10^{-2}}{0,12} = 3,26 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Определим теплоотдачу от дымовых газов излучением.

Вход дымовых газов. Состав газов: 10 % CO_2 , 12 % H_2O .

Температура $t'_{\text{д.г}} = 1250 \text{ }^\circ\text{C}$. Согласно условию задачи $S_{\text{эф}} = 0,9d = 0,9 \cdot 0,12 = 0,108 \text{ м}$.

Произведение парциального давления на эффективную толщину излучающего газового слоя:

– для диоксида углерода:

$$p_{\text{CO}_2} l_{\text{эф}} = 0,10 \cdot 0,108 = 0,0108 \text{ ата} \cdot \text{м};$$

– для водяных паров:

$$p_{\text{H}_2\text{O}} l_{\text{эф}} = 0,12 \cdot 0,108 = 0,0130 \text{ ата} \cdot \text{м}.$$

По этим данным находим (для $t'_{\text{д.г}} = 1250 \text{ }^\circ\text{C}$):

$$\epsilon_{\text{CO}_2} = 0,037; \epsilon'_{\text{H}_2\text{O}} = 0,017.$$

Поправочный коэффициент $\beta_{\text{H}_2\text{O}} = 1,09$:

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = \epsilon'_{\text{H}_2\text{O}} \beta = 0,017 \cdot 1,09 = 0,0185.$$

Коэффициент теплоотдачи лучеиспусканием $\alpha_{\text{д.г}}^{\text{луч}} = 1,163(0,037 + 0,0185)500 = 32,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

На пути движения дымовых газов подсасывается $430 \text{ м}^3/\text{ч}$ воздуха.

Состав дымовых газов при выходе их из рекуператора:

$$\text{CO}_2 = \frac{10 \cdot 1200}{1630} = 7,35 \text{ } \%;$$

$$\text{H}_2\text{O} = \frac{12 \cdot 1200}{1630} = 8,83 \text{ } \%;$$

$$t''_{\text{д.г}} = 460 \text{ }^\circ\text{C}; l_{\text{эф}} = 0,108 \text{ м}.$$

Для углекислоты

$$p_{\text{CO}_2} l_{\text{эф}} = 0,0735 \cdot 0,108 \approx 0,008 \text{ ата} \cdot \text{м};$$

для водяных паров

$$p_{\text{H}_2\text{O}} l_{\text{эф}} = 0,0883 \cdot 0,108 \approx 0,0096 \text{ ата} \cdot \text{м}.$$

Имеем: $\epsilon_{\text{CO}_2} = 0,044$; $\epsilon'_{\text{H}_2\text{O}} = 0,038$; $\beta_{\text{H}_2\text{O}} = 1,07$.

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 0,038 \cdot 1,07 = 0,0407;$$

$$\alpha_{\text{д.г}}^{\text{луч}} = 1,163(0,044 + 0,0407)50 = 4,95 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Коэффициент теплоотдачи дымовых газов к стенке рекуператора вверху (при входе дымовых газов)

$$\alpha_{\text{д.г}}^{\text{в}} = \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{луч}} = 5,45 + 32,40 = 37,85 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

То же, внизу (при выходе дымовых газов)

$$\alpha_{\text{д.г}}^{\text{в}} = \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{луч}} = 3,26 + 4,95 = 8,21 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Принимаем среднюю температуру стенки (по ее толщине): вверху $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, внизу $200 \text{ }^\circ\text{C}$.

Находим коэффициент теплопроводности шмота:

$$\lambda_{\text{вход}} = 0,7 + 0,00064t =$$

$$= 0,7 + 0,00064 \cdot 1000 = 1,34 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$\lambda_{\text{выход}} = 0,7 + 0,00064 \cdot 200 = 0,83 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Толщина стенок рекуператора элементов $\delta = 0,02 \text{ м}$.

Общий коэффициент теплопередачи:

– вверху рекуператора:

$$k_{\text{в}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{\text{в}}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{\text{д.г}}}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{9,94} + \frac{0,02}{1,34} + \frac{1}{37,85}} = 7,04 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

– внизу рекуператора:

$$k_{\text{н}} = \frac{1}{\frac{1}{9,8} + \frac{0,02}{0,83} + \frac{1}{8,21}} = 4,04 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Средний коэффициент теплопередачи в рекуператоре

$$k = \frac{7,04 + 4,04}{2} = 5,54 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Необходимая поверхность нагрева рекуператора

$$F = \frac{q_{\text{в}}}{k \tau_{\text{ср}}} = \frac{315000}{5,54 \cdot 492} = 117 \text{ м}^2.$$

Поверхность нагрева одного элемента – трубы равна $0,0196 \text{ м}^2$.

В рекуператоре необходимо установить

$$\frac{117}{0,0196} = 598 \text{ труб},$$

т.е. рекуператор должен иметь по высоте

$$\frac{598}{64} \approx 10 \text{ рядов труб}.$$

Определим примерные габариты рекуператора. Размеры в плане: $0,24 \cdot 8 = 1,92 \text{ м} \approx 2 \text{ м}$; высота рекуператора $0,35 \cdot 10 = 3,5 \text{ м}$.

Расчеты потерь давления в рекуператоре не производим. Методика их определения такая же, как и для металлических рекуператоров.

Пример 8.5

Дано: В холодильной установке каждый час необходимо охладить 250 литров горячей жидкости с плотностью $\rho_1 = 1100 \text{ кг/м}^3$ и теплоемкостью (массовой изобарной) $c_{p1} = 3,04 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$. Температура первичного теплоносителя на входе и выходе из теплообменника задана: $t'_1 = 120^\circ\text{C}$ и $t''_1 = 50^\circ\text{C}$. Для охлаждения используется 1000 литров воды в час при $t'_2 = 10^\circ\text{C}$. Определить поверхность теплообмена теплообменника для случая прямого и противотока. Значение коэффициента теплопередачи задано $k = 1160 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$.

Решение. Находим значения водяных эквивалентов W_1 и W_2 .

Имеем:

$$W_1 = 0,250 \cdot 1100 \cdot 3,04 = 836;$$

$$W_2 = 1 \cdot 1000 \cdot 4,18 = 4180.$$

Определяем температуру вторичного теплоносителя на выходе из теплообменника t''_2 :

$$\frac{t'_1 - t''_1}{t''_2 - t'_2} = \frac{W_2}{W_1}, \quad \frac{120 - 50}{t''_2 - 10} = \frac{4180}{836}.$$

Имеем

$$t''_2 = 24^\circ\text{C}.$$

Находим при прямом токе температурные напоры на входе $\Delta t'$ и выходе $\Delta t''$ из теплообменника:

$$\Delta t' = 120 - 10 = 110^\circ\text{C}; \quad \Delta t'' = 50 - 24 = 26^\circ\text{C}$$

и

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \frac{26}{110} = 0,236.$$

Используя рис. 8.19, находим $\frac{\Delta t}{\Delta t'}$.

Имеем

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = 0,53.$$

Тогда:

$$\Delta t = \Delta t' \cdot 0,53;$$

$$\Delta t = 110 \cdot 0,53 = 58,3^\circ\text{C}.$$

Находим среднелогарифмический температурный напор между теплоносителями.

Имеем:

$$\Delta t' = 120 - 24 = 96^\circ\text{C}; \quad \Delta t'' = 50 - 10 = 40^\circ\text{C}$$

и

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \frac{40}{96} = 0,417.$$

Используя график (рис. 8.19), запишем

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = 0,67,$$

и температурный напор между теплоносителями будет

$$\Delta t = \Delta t' \cdot 0,67 = 96 \cdot 0,67 = 64,3^\circ\text{C}.$$

Находим теплоту, переданную к охлаждающей воде ($t'_2 = 10$ и $t''_2 = 24^\circ\text{C}$):

$$Q = 836 (120 - 50) = 58520.$$

Находим произведение $k \cdot F$:

— при прямотоке:

$$k \cdot F = \frac{58520}{58,3} = 1003,7;$$

— при противотоке:

$$k \cdot F = \frac{58520}{64,3} = 910,1.$$

Тогда поверхность теплообмена будет:

— при прямотоке:

$$F = \frac{1003,7}{k} = \frac{1003,7}{1160} = 0,86 \text{ м}^2;$$

— при противотоке:

$$F = \frac{910,7}{k} = \frac{910,7}{1160} = 0,78 \text{ м}^2.$$

Пример 8.6

Выполнить гидромеханический расчет воздушного тракта печи с петлевым металлическим трубчатым рекуператором (рис. 8.52). В качестве первичного теплоносителя используются продукты сгорания газообразного топлива. Вторичный теплоноситель — атмосферный воздух. Расход воздуха на печь составляет $70 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч}$. Температура продуктов сгорания топлива перед рекуператором $t_{\text{ух.г}} = 900^\circ\text{C}$. Температура холодного и подогретого воздуха равна соответственно 20 и 400°C . Давление воздуха на входе в горелочное устройство 1 кПа. Печь укомплектована индивидуальным трубчатым петлевым рекуператором (диаметр трубки 78 мм, длина 4000 мм). Воздушный тракт печи показан на рис. 8.52а.

Решение. Анализируя схему воздушного тракта печи, выбираем его расчетную трассу (на чертеже отмечена сплошными линиями), которая может быть разделена на пять расчетных участков.

Первый расчетный участок (от напорного патрубка вентилятора до диффузорного участка) включает сопротивления, показанные на рис. 8.53 (позиции 1...12). Помимо этого участок обладает сопротивлением движению жидкости по длине. Второй расчетный участок (между позициями 12 и 17) содержит потери напора по месту (позиции 13...16). Третий, четвертый и пятый расчетные участки расположены между позициями 17...20, 20...29 и 29...37 соответственно.

Для каждого расчетного участка воздушного тракта характеристики канала и жидкости заносим в табл. 1.

Основные характеристики канала и потока газов

Номер расчетного участка	Порядковый номер позиции		Длина расчетного участка	Геометрические характеристики канала	Площадь живого сечения, м ²	Эквивалентный диаметр, м	Температура, °С	Скорость, м/с	Секундный расход, м ³ /с
	на рис. 8.52	в приложении IV							
1	1	16		$F_2 = \frac{3,14 \cdot 1,82^2}{4}$; $F_1 = 0,61; l = 3,0; \alpha = 30^\circ$	—	$d = \frac{4F_1}{\Pi}$	20	7,5	19,4
1	2	22		$\alpha = 30^\circ; d = 1,82$	2,6	1,82	20	7,5	19,4
1	3	26		$\alpha = 90^\circ; d_1 = 1,82; d_2 = 1,82$	2,6	1,82	20	7,5	19,4
1	4	28		$d = 1,82; a = 0,6$	2,6	1,82	20	7,5	19,4
1	5	45		$w_1 = 7,1; w_2 = 7,5$	1,3	1,32	20	7,1	9,7
1	6	18		$d_1 = 1,82; d_2 = 1,32$; $F_1 = \frac{3,14 \cdot 1,82^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 1,32^2}{4}$; $l = 1,5; \alpha = 30^\circ$	1,37	1,32	20	7,1	9,7
1	7	29		$d = 1,32; a = 0,7$	1,37	1,32	20	7,1	9,7
1	8	45		$d_2 = 0,75; d_1 = 1,32$; $w_2 = 5,5; w_1 = 5,3$	1,37	1,32	20	5,3	9,7... 9,7/4
1	9	45		$d_2 = 0,75; d_1 = 1,32$; $w_2 = 5,5; w_1 = 3,7$	1,37	1,32	20	3,7	9,7... 9,7/4
1	10	45		$d_2 = 0,75; d_1 = 1,32$; $w_2 = 5,5; w_1 = 1,75$	1,37	1,32	20	1,75	2,4
1	11	20	20 при $d_3 = 1,82$ и $w = 7,1$	$d_1 = 1,32; d_2 = 0,75$; $w_2 = 5,5; w_1 = 1,75$	0,44	0,75	20	5,5	2,4
1	12	16	5 при $d_3 = 1,34$ и $w = 7,5$	$F_1 = \frac{3,14 \cdot 0,75^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 1,34^2}{4}$; $l = 0,9; \alpha = 30^\circ$	1,4	1,34	20	1,7	2,4
1	13	1		$d = 0,003; b = 0,005; d = 0,078$	0,306	0,078	20	8	2,4
2	14	26		$R = 1,3; d = 0,078$	0,306	0,078	210	13,8	1,25
2	15	15			0,306	0,079	400	13,4	5,9
2	16	18		$F_1 = \frac{3,14 \cdot 1,34^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 0,75^2}{4}$; $l = 0,9; d = 0,75^\circ$	0,44	0,75	400	13,4	5,9

Номер расчетного участка	Порядковый номер позиции		Длина расчетного участка	Геометрические характеристики канала	Площадь живого сечения, м ²	Эквивалентный диаметр, м	Температура, °С	Скорость, м/с	Секундный расход, м ³ /с
	на рис. 8.52	в приложении IV							
3	17	15	20 при $d = 1,05$ и $w = 6,9$	$F_1 = \frac{3,14 \cdot 0,75^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 1,05^2}{4}$	0,86	1,05	400	6,9	5,9
3	18	22		$\alpha = 50^\circ; d = 1,05$	0,86	1,05	400	6,9	5,9
3	19	19		$\frac{b_1}{h} = 1; \frac{b}{h} = 1$	0,86	1,05	400	6,9	5,9
4	20	45		$d_1 = 2,52; d_2 = 1,05;$ $w_1 = 1; w_2 = 1,4$		1,05	380	1,4	1,5
4	21	52		$F = \frac{3,14 \cdot 1,05^2}{4}; F_0 = \frac{3,14 \cdot 1,6^2}{4};$ $d_0 = 0,6$		1,05	380	1,4	1,5
4	22	29		$d = 1,05; a = 0,7$		1,05	380	1,4	1,5
4	23	29		$d = 1,05; a = 0,7$		1,05	380	1,4	1,5
4	24	29	30 при $d_3 = 1,05$ и $w = 1,4$	$d = 1,05; a = 0,7$		1,05	380	1,4	1,5
4	25	29		$d = 1,05; a = 0,7$		1,05	380	1,4	1,5
4	26	18		$F_1 = \frac{3,14 \cdot 1,05^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4};$ $l = 1,31; \alpha = 30^\circ$					
4	27	51		$\alpha = (30...50)$	0,41	0,72	380	3,5	1,5
4	28	16		$F_1 = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4}; F_2 = \frac{3,14 \cdot 1,05^2}{4};$ $l = 1,31; \alpha = 30^\circ$	0,41	0,72	380	3,5	1,5
4	29	29		$d = 1,05; a = 0,7$	0,86	1,05	380	1,4	1,5
5	30	45	8 при $d_3 = 1,05;$ $d = 1,05$ и $w = 0,8$	$d_1 = 1,15; d_2 = 0,6;$ $w_1 = 1,3; w_2 = 1$		1,05	350	1,7	1,4... 1,4/6
5	31	45		$d_1 = 1,05; d_2 = 0,6; d = 1,05;$ $w_1 = 1; w_2 = 1,1$		1,05	350		1,4... 1,4/3
5	32	45		$d_1 = 1,05; d_2 = 0,6; d = 1,05;$ $w_1 = 0,8; w_2 = 1$		1,05	350		1,4... 1,4/2

Номер расчетного участка	Порядковый номер позиции		Длина расчетного участка	Геометрические характеристики канала	Площадь живого сечения, м ²	Эквивалентный диаметр, м	Температура, °С	Скорость, м/с	Секундный расход, м ³ /с
	на рис. 8.52	в приложении IV							
5	33	45		$d_1 = 1,05; d_2 = 0,6; d = 1,05;$ $w_1 = 0,55; w_2 = 1$		1,05	350		1,4... 4 · 1,4/6
5	34	45		$d_1 = 1,05; d_2 = 0,6; d = 1,05;$ $w_1 = 0,3; w_2 = 1$		1,05	350		1,4/6
5	35	20				1,05	350	1	
5	36	29		$d = 0,6; a = 0,4$	0,28	0,6	350	1	0,2341
5	37	51		$\alpha = (30...50)^\circ$	0,28	0,6	350	1	0,234

В соответствии с табличными значениями рассчитываем потери напора на каждом из расчетных участков 1–5.

Участок 1. Вычисляем:

$$h_{\text{мест1}} = \xi_1 \cdot \frac{7,5^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 20}{273} = \xi_1 \cdot 41,3;$$

$$\xi = 0,65 \text{ (приложение VI, п. 16);}$$

$$\xi_1 = 0,65(1 - 0,231)^2 = 0,385;$$

$$h_{\text{мест1}} = 0,385 \cdot 41,3 = 16 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест2}} = \xi_2 \cdot 41,3; \xi_2 = 0,1 \text{ (приложение VI, п. 22);}$$

$$h_{\text{мест2}} = 0,1 \cdot 41,3 = 4,13 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест3}} = \xi_3 \cdot 41,3; \xi_3 = 1,2 \cdot 0,7 \text{ (приложение VI, п. 28);}$$

$$h_{\text{мест3}} = 0,84 \cdot 41,3 = 35 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест4}} = \xi_4 \cdot 41,3; \xi_4 = 0,7;$$

$$h_{\text{мест4}} = 0,7 \cdot 41,3 = 28,8 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест5}} = \xi_5 \cdot \frac{7,1^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_5 \cdot 37;$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{1,32}{1,82} = 0,73; \frac{w_2}{w_1} = \frac{7,5}{7,1} = 1,05;$$

$$\xi_5 = 0 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$h_{\text{мест5}} = 0; h_{\text{мест6}} = \xi_6 \cdot 37; \xi_6 = \xi \left(1 - \frac{F_2}{F_1}\right)^2;$$

$$\frac{l}{d_3} = \frac{1,5}{1,32} = 1,14; \xi = 0,2 \text{ (приложение VI, п. 18);}$$

$$h_{\text{мест6}} = 0,2 \cdot 0,474 \cdot 37 = 3,5 \text{ Па; } h_{\text{мест6}} = \xi_7 \cdot 37;$$

$$\frac{a}{d} = \frac{0,7}{1,32} = 0,53; \xi_7 = 0,65 \text{ (приложение VI, п. 29);}$$

$$h_{\text{мест6}} = 0,65 \cdot 37 = 24 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест8}} = \xi_8 \cdot \frac{5,3^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_8 \cdot 20,5;$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{0,75}{1,32} = 0,57; \frac{w_2}{w_1} = \frac{5,5}{5,3} = 1,03;$$

$$\xi_8 = 0 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$h_{\text{мест8}} = 0; h_{\text{мест9}} = \xi_9 \cdot \frac{3,7^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_9 \cdot 10;$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{0,75}{1,32} = 0,57; \frac{w_2}{w_1} = \frac{5,5}{3,7} = 1,5;$$

$$\xi_9 = 0 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$h_{\text{мест9}} = 0; h_{\text{мест10}} = \xi_{10} \cdot \frac{1,75^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_{10} \cdot 2,2;$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{0,75}{1,32} = 0,57; \frac{w_2}{w_1} = \frac{5,5}{1,75} = 3,14;$$

$$\xi_{10} = 0 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$h_{\text{мест10}} = 0; h_{\text{мест11}} = \xi_{11} \cdot \frac{5,5^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_{11} \cdot 22;$$

$$h_{\text{мест11}} = 1,2 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{0,75}{1,32} = 0,57; \frac{w_2}{w_1} = \frac{5,5}{1,75} = 3,14; \xi = 1,4;$$

$$\xi_{11} = 1,2 \cdot 1,4 = 1,68; h_{\text{мест11}} = 1,68 \cdot 22 = 37 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест12}} = \xi_{12} \cdot \frac{1,7^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_{12} \cdot 2,2;$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{0,75^2}{1,32^2} = 0,314; \frac{l}{d_3} = \frac{0,9}{0,75} = 1,2;$$

$$\xi = 0,6 \text{ (приложение VI, п. 16);}$$

$$\xi_{12} = 0,6(1 - 0,314)^2 = 0,282;$$

$$h_{\text{мест}12} = 0,282 \cdot 2 = 0,6 \text{ Па.}$$

Сопротивление первого расчетного участка по длине складывается из h_{11} и h'_{11} :

$$h_{11} = \lambda_0 \frac{20}{1,82} \cdot \frac{7,1^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \lambda_0 \cdot 412.$$

Чтобы найти λ_0 , определяем

$$\text{Re} = \frac{1,7 \cdot 1,82 \cdot 10^6}{15,7} = 0,823 \cdot 10^6.$$

Как видим, $\text{Re} > 1 \cdot 10^4$, следовательно, для расчета может быть использовано выражение (8.50):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,823 \cdot 10^6}{0,234 \cdot 1,82 \left(\frac{0,0004}{1,82} \right)^{1,11} + 7}.$$

Отсюда $\lambda_0 = 0,4$.

Вычисляем h_{11} , h'_{11} и Re :

$$h_{11} = 0,4 \cdot 412 = 164 \text{ Па;}$$

$$h'_{11} = \lambda_0 \frac{5}{1,32} \cdot \frac{87,5^2}{2} \cdot 1,4 \cdot \frac{293}{273} = \lambda_0 \cdot 156;$$

$$\text{Re} = \frac{7,5 \cdot 1,32 \cdot 10^6}{15,7} = 0,63 \cdot 10^6.$$

Коэффициент λ_0 находим по формуле (8.50)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,63 \cdot 10^6}{0,234 \cdot 1,32 \left(\frac{0,0004}{1,32} \right)^{1,11} + 7}.$$

Отсюда $\lambda_0 = 36$. Тогда: $h_{11} = 0,36 \cdot 156 = 56 \text{ Па}$;
 $\sum h_{11} = 164 + 56 = 220 \text{ Па}$.

Суммарные потери напора на расчетном участке тракта подсчитываются.

Общая потеря напора на участке

$$\sum h_1 = \sum h_{11} + \sum_{i=1}^n h_{\text{мест } i} = 220 + 140 \text{ Па,}$$

где $\sum h_{\text{мест } i} = 16 + 4,13 + 35 + 23,8 + 3,5 + 24 + 37 + 6 = 140 \text{ Па}$.

Участок 2. Определяем потери напора на расчетном участке 2 тракта (позиции 13–16 на рис. 8.52):

$$h_{\text{мест}13} = \xi_{13} \cdot \frac{8^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{293}{273} = \xi_{13} \cdot 47;$$

$$\frac{l}{d} = \frac{0,005}{0,078} = 0,064; \quad \frac{\delta}{d} = \frac{0,003}{0,078} = 0,0385;$$

$$\xi_{13} = 0,54 \text{ (приложение VI, п. 1);}$$

$$h_{\text{мест}13} = 0,54 \cdot 0,47 = 25 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест}14} = \xi_{14} \cdot \frac{13,8^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 210}{273} = \xi_{14} \cdot 230.$$

Коэффициент местных потерь $h_{\text{мест}14}$ определяем в соответствии со значением R/d ($R/d = 50$).

Тогда

$$\xi_{14} = 0,04 \text{ (приложение VI, п. 26);}$$

$$h_{\text{мест}14} = 0,14 \cdot 230 \approx 10 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест}15} = \xi_{15} \cdot \frac{13,4^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 400}{273} = \xi_{15} \cdot 34;$$

$$\xi_{15} = 1 \text{ (приложение VI, п. 15);}$$

$$h_{\text{мест}15} = 1 \cdot 34 = 347 \text{ Па;}$$

$$\xi_{16} = f \left(\frac{F_1}{F_{2y}}; \alpha; \frac{1}{d_2} \right); \quad \frac{F_1}{F} = \frac{1,34^2}{0,75^2} = 3,2;$$

$$\frac{l}{d_3} = \frac{0,9}{0,75} = 1,2; \quad \xi = 0,12;$$

$$\xi_{15} = 0,12(1 - 3,2) = 0,26 \text{ (приложение VI, п. 18);}$$

$$h_{\text{мест}16} = -0,26 \cdot 347 = -90 \text{ Па.}$$

Сумма потерь по месту на расчетном участке 2 воздушного тракта

$$\sum_{i=1}^4 h_{\text{мест } i} = 25 + 10 + 347 + (-90) = 292 \text{ Па.}$$

Потеря напора по длине участка

$$h_{12} = \lambda_0 \frac{4}{0,078} \cdot \frac{13,4^2}{2} \cdot 1,4 \cdot \frac{273 + 210}{273} = \lambda_0 \cdot 10700.$$

$$\text{Критерий Рейнольдса } \text{Re} = \frac{13,4 \cdot 0,78}{\nu}. \text{ Здесь}$$

коэффициент кинематической вязкости воздуха при температуре 210 °С выбирается из таблиц: $\nu = 37 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Тогда

$$\text{Re} = \frac{13,4 \cdot 0,78 \cdot 10^6}{37} = 0,28 \cdot 10^5.$$

Как видим, $\text{Re} > 1 \cdot 10^4$, следовательно, коэффициент должен рассчитываться по форме (8.50):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,28 \cdot 10^5}{0,234 \cdot 0,078 \left(\frac{0,0004}{0,078} \right)^{1,11} + 7},$$

откуда $\lambda_0 = 0,43$.

Определяем h_{12} :

$$h_{12} = 0,43 \cdot 10700 = 4600 \text{ Па.}$$

Общая потеря напора на втором расчетном участке

$$\sum h_2 = 4600 + 292 = 4892 \text{ Па.}$$

Участок 3. Находим потери напора на расчетном участке воздушного тракта печи (позиции 17...19 на рис. 8.52):

$$h_{\text{мест17}} = \xi_{17} \cdot \frac{6,9^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 400}{273} = \xi_{17} \cdot 81,$$

где $\xi_{17} = f\left(\frac{F_1}{F_2}\right); \frac{2F_1}{F_2} = \frac{0,75^2}{1,05^2} = 0,51;$

$$\xi_{17} = 0,24 \text{ (приложение VI, п. 15);}$$

$$h_{\text{мест17}} = 0,146 \cdot 81 = 20 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест18}} = \xi_{18} \cdot 81; \xi_{18} = 0,6 \text{ (приложение VI, п. 22);}$$

$$h_{\text{мест18}} = 0,6 \cdot 81 = 48 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест19}} = \xi_{19} \cdot 81; \xi_{19} = 1,1 \text{ (приложение VI, п. 19);}$$

$$h_{\text{мест19}} = 1,1 \cdot 81 = 90 \text{ Па.}$$

Рассчитываем сумму местных потерь

$$\sum_{i=1}^3 h_{\text{мест}i} = 20 + 48 + 90 = 158 \text{ Па.}$$

Потеря напора по длине участка 3:

$$h_{l3} = \lambda_0 \frac{20}{1,05} \cdot 81; \lambda_0 = 154.$$

Критерий Рейнольдса $Re = \frac{6,9 \cdot 1,05}{\nu}$. Здесь $\nu = 64,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ при температуре $400 \text{ }^\circ\text{C}$. После подстановки получим

$$Re = \frac{6,9 \cdot 1,05 \cdot 10^6}{64,9} = 0,112 \cdot 10^6.$$

Значение величины λ_0 определяем по выражению (8.50):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,112 \cdot 10^6}{0,234 \cdot 1,05 \left(\frac{0,0004}{1,05}\right)^{1,11} + 7}$$

откуда $\lambda_0 = 0,38$.

Находим, что $h_{l3} = 0,38 \cdot 1540 = 585 \text{ Па}$.

Общая потеря на участке 3 $\sum h_3 = 585 + 158 = 743 \text{ Па}$.

Участок 4. Приступаем к расчету суммарного сопротивления участка (позиции 20...29 на рис. 8.52):

$$h_{\text{мест20}} = \xi_{20} \cdot \frac{1,4^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 380}{273} = \xi_{20} \cdot 3,2;$$

$$\frac{d_2}{d} = \frac{0,75}{2,52} = 0,42; \frac{w_2}{w_1} = \frac{1,4}{1,0} = 1,4;$$

$$\xi_{20} = 1,3 \text{ (приложение VI, п. 45);}$$

$$h_{\text{мест20}} = 1,3 \cdot 3,2 = 4,2 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест21}} = \xi_{21} \cdot 3,2; \frac{F_0}{F} = \frac{0,6^2}{1,05^2} = 0,33;$$

$$\xi_{21} = 15 \text{ (приложение VI, п. 52);}$$

$$h_{\text{мест21}} = 15 \cdot 3,2 = 48 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест22}} = \xi_{22} \cdot 3,2; \frac{a}{b} = \frac{0,7}{1,05} = 0,67;$$

$$\xi_{22} = 0,87 \text{ (приложение VI, п. 29);}$$

$$h_{\text{мест22}} = 0,67 \cdot 3,2 = 2,2 \text{ Па.}$$

Потери напора $h_{\text{мест23}}, h_{\text{мест24}}, h_{\text{мест25}}$ равны между собой и составляют 2,2 Па.

Рассчитаем $h_{\text{мест26}}, h_{\text{мест27}}, h_{\text{мест28}}, h_{\text{мест29}}$:

$$h_{\text{мест26}} = \xi_{26} \cdot 3,2; \frac{F_1}{F_2} = \frac{1,05^2}{0,72^2} = 2,1;$$

$$\frac{l}{d_3} = \frac{1,31}{0,72} = 1,82; \xi = 0,15 \text{ (приложение VI, п. 18);}$$

$$\xi_{26} = 0,15(1 - 2,1) = -0,165;$$

$$h_{\text{мест26}} = -0,162 \cdot 3,2 = -0,53;$$

$$h_{\text{мест27}} = \xi_{27} \cdot \frac{3,5^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 380}{273} = \xi_{27} \cdot 20 \text{ Па;}$$

$$\frac{h}{d} = \frac{0,5}{0,72} = 0,7; \xi_{27} = 0,5; h_{\text{мест27}} = 0,5 \cdot 20 = 10;$$

$$h_{\text{мест28}} = \xi_{28} \cdot 20; \frac{F_1}{F_2} = \frac{0,72^2}{1,05^2} = 0,47;$$

$$\frac{l}{d} = \frac{1,31}{0,72} = 1,82; \xi_{28} = 0,6 \text{ (приложение VI, п. 16);}$$

$$\xi_{28} = 0,6(1 - 0,47)^2 = 0,168;$$

$$h_{\text{мест28}} = 0,168 \cdot 20 = 3,4 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест29}} = \xi_{29} \cdot 3,2; \frac{a}{b} = \frac{0,7}{1,05} = 0,67; \xi_{29} = 0,7;$$

$$h_{\text{мест29}} = 0,7 \cdot 3,2 = 2,2 \text{ Па.}$$

Суммарное значение

$$\sum_{i=1}^{10} h_{\text{мест}i} = 4,2 + 48 + 2,2 + 3 \cdot 2,2 + (-0,53) + 10 + 3,4 + 2,2 = 76,1 \text{ Па.}$$

Потеря напора по длине расчетного участка 4 определяется

$$h_{l4} = \lambda_0 \frac{30}{1,05} \cdot 3,2 = \lambda_0 \cdot 9,2.$$

Число Рейнольдса $Re = \frac{1,4 \cdot 1,05}{\nu}$, где $\nu = 62,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ при температуре $380 \text{ }^\circ\text{C}$. Тогда

$$Re = \frac{1,4 \cdot 1,05 \cdot 10^6}{62,3} = 0,236 \cdot 10^5 \text{ (} Re > 1 \cdot 10^4 \text{)}.$$

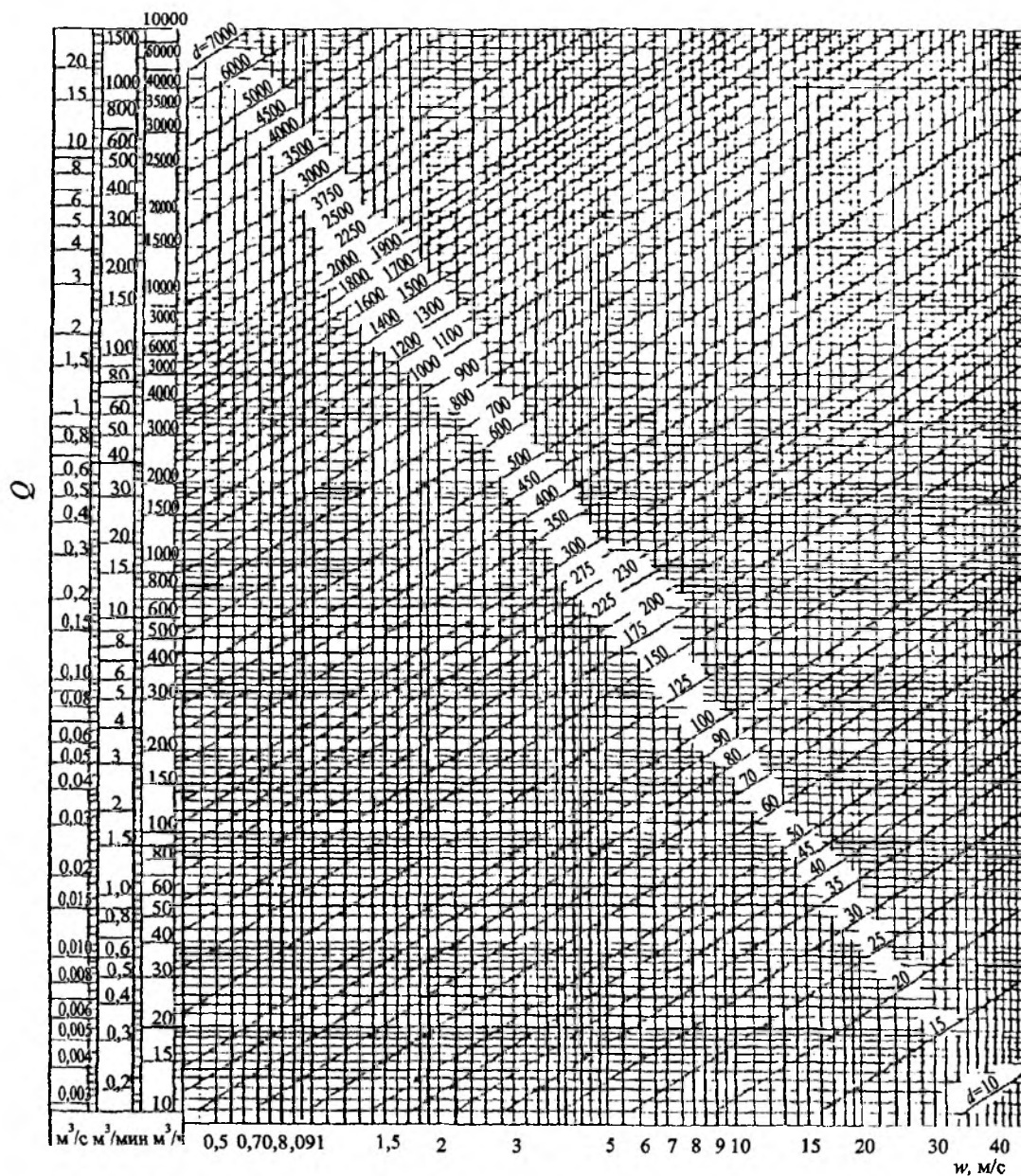


Рис. 1 (к примеру 8.6). К определению диаметра трубопровода

Находим коэффициент потерь по длине

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,236 \cdot 10^5}{0,236 \cdot 1,05 \left(\frac{0,0004}{1,05} \right)^{1,11}} + 7$$

откуда $\lambda_0 = 0,4$.

Таким образом, $h_{lA} = 0,4 \cdot 92 = 37$ Па.

Общая потеря на участке 4
 $\sum h_A = 37 + 76,1 = 113,1$ Па.

Участок 5. Определяем потери напора на последнем участке воздушного тракта печи (позиции 30...37 на рис. 8.52).

Потери напора $h_{мест30} - h_{мест34}$ практически равны нулю, поэтому ими пренебрегаем.

Вычисляем сопротивления $h_{мест35}, h_{мест36}, h_{мест37}$:

$$h_{\text{мест}35} = \xi_{35} \cdot \frac{1^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 350}{273} = \xi_{35} \cdot 1,56;$$

$$\xi_{35} = 1,2\xi; \quad \xi = 1,2 \text{ (приложение VI, п. 22);}$$

$$\xi_{35} = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44;$$

$$h_{\text{мест}35} = 1,44 \cdot 1,56 = 2,2 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест}36} = \xi_{36} \cdot 1,56; \quad \frac{a}{b} = \frac{0,4}{0,6} = 0,67;$$

$$\xi_{36} = 0,6 \text{ (приложение VI, п. 29);}$$

$$h_{\text{мест}36} = 0,6 \cdot 1,56 = 1,0 \text{ Па;}$$

$$h_{\text{мест}37} = \xi_{37} \cdot 1,56; \quad \xi_{37} = 37; \quad h_{\text{мест}37} = 37 \cdot 1,56 = 58 \text{ Па.}$$

Потеря напора по длине участка может быть найдена из выражения

$$h_{l5} = \lambda_0 \frac{8}{1,05} \cdot \frac{0,8^2}{2} \cdot 1,34 \cdot \frac{273 + 350}{273} = \lambda_0 \cdot 0,76.$$

Определяем критерий Рейнольдса $Re = \frac{0,8 \cdot 1,05}{\nu}$,

где $\nu = 57,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ при температуре $350 \text{ }^\circ\text{C}$. После подстановки находим

$$Re = \frac{0,8 \cdot 1,05 \cdot 10^6}{57,5} = 0,146 \cdot 10^5 \quad (Re > 1 \cdot 10^4).$$

Определяем λ_0 из выражения

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1,81g \frac{0,146 \cdot 10^5}{0,234 \cdot 1,05 \left(\frac{0,0004}{1,05} \right)^{i,11} + 7},$$

откуда $\lambda_0 = 0,41$.

Находим, что, $h_{l5} = 0,41 \cdot 7,6 = 3,1 \text{ Па}$.

Суммарные потери напора на участке 5

$$\sum h_5 = 3,1 + 2,2 + 1 + 58 = 64,3 \text{ Па.}$$

Общее сопротивление воздушного тракта печи

$$\sum h_{\text{мр}} = \sum_{i=1}^5 h_i = 360 + 4892 + 743 + 113,1 + 64,3 = 6172,4 \text{ Па.}$$

Суммарное сопротивление воздушного тракта печи с учетом давления воздуха перед горелочным устройством

$$\sum h'_{\text{тр}} = 1000 + 6172,4 = 7172,4 \text{ Па.}$$

Зная и расход воздуха, приступаем к выбору типа и типоразмера вентилятора. Рассчитываем H и Q вентилятора:

$$H = 1,2 \cdot 7172,4 = 8600 \text{ Па;}$$

$$Q = 1,1 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot \frac{273 + 20}{273} = 83 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч.}$$

Так как величины t и B не заданы, при определении H и V ими пренебрегаем. В соответствии со значениями $H = 8600 \text{ Па}$ и $Q = 83 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{ч}$ выбираем вентилятор.

На рис. 1 (к примеру 8.6) приведен график, устанавливающий связь между расходом Q , скоростью w и диаметром воздуховода $d(d_3)$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Теплофизические свойства газов

Таблица I.1

Физические свойства

Название вещества и его химическая формула	Молекулярная масса M	Плотность при нормальных условиях, $\text{кг}/\text{м}^3$	Относительная плотность (по воздуху)	Объем киломоля, $\text{м}^3/\text{кмоль}$	Температура, $^{\circ}\text{C}$			Критическое давление $p_{\text{кр}}$, МПа	Критическая плотность $\rho_{\text{кр}}$, $\text{кг}/\text{м}^3$
					плавления, $t_{\text{пл}}$	кипения, $t_{\text{кип}}$	критическая, $t_{\text{кр}}$		
Азот (N_2)	28,016	1,2505	0,9673	22,4	-210,02	-195,81	-147,0	3,391	311
Аммиак (NH_3)	17,031	0,7714	0,6967	22,08	-77,7	-33,4	132,3	11,27	235
Аргон (Ar)	39,944	1,7839	1,3799	22,39	-189,3	-185,9	-122	4,861	531
Ацетилен (C_2H_2)	26,04	1,1709	0,9057	22,22	-81*1	-83,6*2	35,7	6,243	231
Ацетон ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$)	58,08	(2,595)	2,005	(22,41)	-94,3	56,1	235,5	4,714	273
Н-бутан (C_4H_{10})	58,12	2,703	2,091	21,50	-135	0,5	152,0	3,793	228
Изо-бутан (C_4H_{10})	58,12	2,668	2,064	21,78	-145	-10,2	134,9	3,646	221
Н-бутиловый спирт ($\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$)	74,12	3,244	2,610	22,84	-89,8	117,7	288	4,959	-
Вода (H_2O)	18,016	0,768	0,5941	23,45	0,0	100,0	374,15	22,114	307
Водород (H_2)	2,0156	0,08987	0,06952	22,43	-259,2	-252,78	-239,9	1,294	31
Воздух (сухой)	28,96	1,2928	1,000	22,4	-213	-193	-140,7	3,763	310
Н-гексан (C_6H_{14})	86,17	(3,845)	2,970	(22,41)	-95,3	68,73	234,7	3,028	234
Гелий (He)	4,003	0,1785	0,1381	22,42	-	-268,93	-267,9	0,228	69,3
Н-гептан (C_7H_{16})	100,19	4,459	3,450	22,47	-90,6	98,4	267,0	2,734	235
Двуокись углерода (CO_2)	44,01	1,9768	1,5291	22,26	-56	-78,48	31,04	7,777	468
Н-декан ($\text{C}_{10}\text{H}_{22}$)	142,3	(6,35)	4,91	(22,41)	-31	173	346	2,078	230
Дифенил ($\text{C}_{12}\text{H}_{10}$)	154,08	(6,89)	5,33	(22,41)	-70,5	255,3	496	3,116	

Название вещества и его химическая формула	Молекулярная масса M	Плотность при нормальных условиях, $\text{кг}/\text{м}^3$	Относительная плотность (по воздуху)	Объем киломоля, $\text{м}^3/\text{кмоль}$	Температура, $^{\circ}\text{C}$			Критическое давление $p_{\text{кр}}$, МПа	Критическая плотность $\rho_{\text{кр}}$, $\text{кг}/\text{м}^3$
					плавления, $t_{\text{пл}}$	кипения, $t_{\text{кип}}$	критическая, $t_{\text{кр}}$		
Дифениловый эфир ($\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}$)	168,8	(7,54)	5,83	(22,41)	80	287	—	—	—
Дихлорметан (CH_2Cl_2)	84,94	(3,79)	2,93	(22,41)	-96,5	-40	245	4,449	—
Диэтиловый эфир ($\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$)	74,12	(3,30)	2,55	(22,41)	-129	34,6	194	3,606	264
Закись азота (N_2O)	44,016	1,9780	1,53	22,05	-90,8	-88,7	36,5	7,262	457
Йодистый водород (HI)	127,93	5,789	4,478	22,1	-51	-36	150	8,203	—
Кислород (O_2)	32,000	1,42895	1,1033	22,39	-218,83	-182,97	-118,4	5,067	410
Криптон (Kr)	83,7	3,74	2,89	22,38	-157,2	-153,2	-63,8	5,498	90S
Ксенон (Xe)	131,3	5,89	4,51	22,29	-111,9	-108,8	16,6	5,870	1110
Метан (CH_4)	16,04	0,7168	0,5545	22,36	-182,5	-161,5	-82,1	4,635	162
Метиламин (CH_3N)	31,06	1,388	1,0737	22,37	-92,5	-6,5	156,9	7,448	—
Метиловый спирт (CH_4O)	32,04	1,426	1,103	22,47	-98	64,51	240	7,948	272
Неон (Ne)	20,183	0,8999	0,6961	22,43	-248,6	-246,1	-228,7	2,724	484
Нитрозилхлорид (NOCl)	65,465	2,9919	2,314	21,88	-61,5	-5,5	165	9,369	—
Озон (O_3)	48,000	2,22	1,71	21,6	-252	-112	-5	6,782	537
Оксид азота (NO)	30,008	1,3402	1,0367	22,39	-163,5	-152	-93	6,778	52
Оксид углерода (CO)	28,01	1,2500	0,9669	22,40	-205	-191,5	-140	3,489	301
Н-октан (C_8H_{18})	114,22	5,030	3,890	22,71	-57	-125,7	296,7	2,489	233
Н-пентан (C_5H_{12})	72,14	3,457	2,674	20,87	-135,5	36,1	196,6	3,371	232
Изо-пентан (C_5H_{12})	72,14	(3,22)	2,49	(22,41)	-160,0	28,0	187,8	3,332	234
Пропан (C_3H_8)	44,09	2,0037	1,550	22,00	-189,9	-42,6	96,8	4,253	220

Продолжение табл.

Название вещества и его химическая формула	Молекулярная масса M	Плотность при нормальных условиях, $\text{кг}/\text{м}^3$	Относительная плотность (по воздуху)	Объем киломоля, $\text{м}^3/\text{кмоль}$	Температура, °C			Критическое давление $p_{\text{кр}}$, МПа	Критическая плотность $\rho_{\text{кр}}$, $\text{кг}/\text{м}^3$
					плавления, $t_{\text{пл}}$	кипения, $t_{\text{кип}}$	критическая, $t_{\text{кр}}$		
Пропилен (C_3H_6)	42,08	1,915	1,481	21,96	-185,2	-47	92,0	4,616	233
Селеновая кислота (H_2Se)	80,968	3,6643	2,9002	21,82	-	-	-	-	-
Сернистый газ (SO_2)	64,06	2,9263	2,2635	21,89	-75,3	-10,0	157,5	7,879	524
Сернистый ангидрид (SO_3)	80,06	(3,575)	2,765	(22,41)	-16,8	46	218,2	8,487	633
Сероводород (H_2S)	34,08	1,5392	1,1906	22,14	-85,6	-60,4	100,4	8,996	349
Фосфористый водород (PH_3)	34,04	1,530	1,183	22,25	-133,5	-87,5	51,3	6,527	-
Фреон-11 (CF_3C_{11})	137,4	(6,13)	4,74	(22,41)	-111	23,65	198,0	4,371	554
Фреон-12 (CF_2C_{12})	120,92	5,510	4,262	21,95	-155	-29,8	111,5	3,920	555
Фреон-13 (CFC_{13})	114,47	(5,11)	3,95	(22,41)	-181	-81,50	28,75	3,861	581
Фтор (F_2)	38,000	1,695	1,31	22,42	-120	-188	-101	5,566	-
Фтористый кремний (SiF_4)	104,06	4,6905	3,7133	22,18	-90	-75	-14,1	3,714	-
Фтористый метил (CH_3F)	34,03	1,545	1,195	22,03	-	-78	44,6	5,870	300
Хлор (Cl_2)	70,914	3,22	2,49	22,02	-100,5	-33,95	144	7,703	573
Хлористый водород (HC_1)	36,465	1,6391	1,2679	22,25	-11,2	-85	51,4	8,252	420
Хлористый метил (CH_3C_1)	50,49	2,307	1,784	21,88	-91,5	-24,0	143,1	6,674	353
Хлороформ (CHC_{13})	119,39	5,283	4,087	22,60	-68,5	61,30	263,4	5,468	500
Циан (C_2N_2)	52,04	(2,765)	2,14	(22,41)	-34,4	-21	128,3	6,076	-
Цианистая кислота (HCN)	27,026	(1,205)	0,933	(22,41)	-14,2	-20,8	183,5	5,370	195

Название вещества и его химическая формула	Молекулярная масса M	Плотность при нормальных условиях, кг/м ³	Относительная плотность (по воздуху)	Объем киломоля, м ³ /кмоль	Температура, °С			Критическое давление $p_{кр}$, МПа	Критическая плотность $\rho_{кр}$, кг/м ³
					плавления, $t_{пл}$	кипения, $t_{кнп}$	критическая, $t_{кр}$		
Этан (C ₂ H ₆)	30,07	1,356	1,049	22,16	-183,6	-88,6	132,3	4,880	203
Этиламин (C ₂ H ₇ N)	45,08	2,0141	0,706	22,37	-81	16,5	183	5,615	248
Этилен (C ₂ H ₄)	28,05	1,2605	0,9750	22,24	-169,4	-103,5	9,2	5,057	227
Этиловый спирт (C ₂ H ₆ O)	46,07	2,043	1,580	22,55	-114,5	78,3	243,1	6,380	276
Хлористый этил (C ₂ H ₅ Cl)	64,52	(2,88)	2,225	(22,41)	-138,7	12,2	187,2	5,263	330

Примечания: 1. У некоторых веществ температура кипения при атмосферном давлении выше 0 °С. Для паров этих веществ значения плотности при нормальных условиях являются условными, но ими пользуются для расчетов при различных температурах и давлениях. 2. В скобках приведены плотности, подсчитанные по формуле для идеальных газов $\rho = M/22,41$.

*1 Тройная точка.

*2 Точка сублимации

Таблица I.2

Состав атмосферного воздуха на отметке уровня моря

Название газа и его химическая формула	Содержание	
	% (объемн.)	% (по массе)
Азот (N ₂)	78,09	75,5
Кислород (O ₂)	20,95	23,10
Аргон (Ar)	0,9325	1,286
Неон (Ne)	0,0018	0,0012
Гелий (He)	0,0005	0,00007
Криптон (Kr)	0,000108	0,0003
Ксенон (Xe)	0,000008	0,0004
Радон (Rn)	6,10 ⁻¹⁸	—
Двуокись углерода (CO ₂)	0,030	0,046
Водород (H ₂)	0,00005	—

Примечание: В составе не учтено содержание водяного пара, количество которого колеблется в атмосфере между 0,02 и 2 % по массе.

**Теплофизические свойства газов в зависимости
от температуры (одноатомные газы)**

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	Pr	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$\alpha \cdot 10^2, \text{м}^2/\text{ч}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$
Аргон (Ar)								
0	16,5	21,1	0,663	11,8	0,519	1,67	6,41	1,784
100	21,2	26,9	0,661	20,6	0,519	1,67	11,2	1,305
200	25,6	32,2	0,653	31,2	0,519	1,67	17,2	1,030
300	29,9	36,9	0,640	43,4	0,519	1,67	24,4	0,850
400	33,9	41,1	0,628	56,7	0,519	1,67	32,6	0,724
500	37,9	45,2	0,619	72,0	0,519	1,67	42,0	0,627
600	39,4	48,5	0,604	87,0	0,519	1,67	51,9	0,558
Гелий (He)								
0	143	18,7	0,684	105	5,204	1,67	55,2	0,1785
100	179	22,9	0,667	176	5,204	1,67	94,8	0,1305
200	213	27,0	0,660	270	5,204	1,67	143	0,1030
300	244	30,8	0,656	362	5,204	1,67	199	0,0850
400	276	34,3	0,648	474	5,204	1,67	263	0,0724
500	305	37,6	0,642	611	5,204	1,67	336	0,0627
600	333	40,3	0,631	723	5,204	1,67		0,0558
Неон (Ne)								
0	46,4	29,7	0,660	33,0	1,030	1,67	18,0	0,9000
100	57,8	36,4	0,648	55,3	1,030	1,67	30,6	0,659
200	68,6	42,5	0,637	81,8	1,030	1,67	46,1	0,519
300	78,5	48,2	0,633	112	1,030	1,67	64,0	0,429
400	88,0	53,4	0,625	146	1,030	1,67	84,3	0,365
500	97,2	58,4	0,619	185	1,030	1,67	107	0,318
600	106	63,0	0,612	224	1,030	1,67	132	0,281
Криптон (Kr)								
0	8,88	23,4	0,656	6,28	0,249	1,67	3,44	3,74
100	11,6	30,6	0,656	11,2	0,249	1,67	6,13	7,74
200	14,3	37,3	0,648	17,2	0,249	1,67	9,59	2,16
300	16,7	43,2	0,637	24,3	0,249	1,67	13,7	1,73
400	19,3	48,5	0,625	32,0	0,249	1,67	18,4	1,516
500	21,7	53,4	0,611	40,5	0,249	1,67	23,7	1,32

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	Pr	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2, \text{м}^2/\text{ч}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$
600	24,1	59,2	0,612	50,6	0,249	1,67	29,8	1,17
Ксенон (Xe)								
0	5,23	21,1	0,638	3,41	0,158	1,67	2,02	5,89
100	6,95	28,2	0,643	6,55	0,158	1,67	3,67	4,31
200	8,63	34,8	0,639	10,2	0,158	1,67	5,77	3,40
300	10,2	40,7	0,630	14,5	0,158	1,67	8,28	2,81
400	11,7	46,4	0,619	19,4	0,158	1,67	11,3	2,39
500	13,5	51,4	0,603	24,7	0,158	1,67	14,7	2,08
600	15,0	54,9	0,579	29,9	0,158	1,67	18,5	1,84
Пары ртути (Hg)								
200	7,68	45,1	0,620	—	—	—	—	—
300	9,36	55,3	0,618	—	—	—	—	—
1400	11,0	65,8	0,616	18,1	1,104	1,67	10,4	3,64
500	12,7	74,8	0,613	24,1	1,104	1,67	13,8	3,16
600	14,4	85,0	0,612	31,1	1,104	1,67	17,5	2,80

Таблица I.4

**Теплофизические свойства газов в зависимости
от температуры (двухатомные газы)**

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	Pr	$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2, \text{м}^2/\text{ч}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$
Азот (N_2)								
0	24,3	16,7	0,705	13,3	1,030	1,402	6,89	1,250
100	31,5	20,7	0,678	22,5	1,034	1,400	11,6	0,916
200	38,5	24,2	0,656	33,6	1,043	1,394	18,3	0,723
300	44,9	27,7	0,652	46,4	1,060	1,385	25,5	0,597
400	50,7	30,9	0,659	60,9	1,082	1,375	33,3	0,508
500	55,8	33,9	0,672	76,9	1,106	1,364	41,1	0,442
600	60,4	36,9	0,689	94,3	1,129	1,355	49,1	0,392
700	64,2	39,6	0,710	113	1,151	1,345	57,0	0,352
800	67,2	42,3	0,734	133	1,171	1,337	65,4	0,318
900	70,1	45,0	0,762	154	1,188	1,331	73,1	0,291
1000	72,3	47,5	0,795	177	1,203	1,323	80,2	0,268

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
Водород (H ₂)								
0	172	8,36	0,688	93,0	14,19	1,410	48,6	0,0899
100	220	10,3	0,677	157	14,45	1,398	83,4	0,0657
200	264	12,1	0,666	233	14,50	1,396	126	0,0519
300	307	13,8	0,655	323	14,53	1,395	178	0,0428
400	348	15,4	0,644	423	14,58	1,394	236	0,0364
500	387	16,9	0,640	534	14,66	1,390	300	0,0317
600	427	18,3	0,635	656	14,78	1,387	370	0,0281
700	463	19,7	0,637	785	14,93	1,381	443	0,0252
800	600	21,1	0,638	924	15,11	1,375	523	0,0228
900	536	22,4	0,640	1070	15,31	1,369	603	0,0209
1000	571	23,7	0,644	1230	15,52	1,361	688	0,0192
Воздух								
0	24,4	17,2	0,707	13,3	1,004	1,400	6,76	1,293
100	32,1	21,9	0,688	23,0	1,009	1,397	12,1	0,946
200	39,3	26,0	0,680	34,8	1,026	1,390	18,4	0,747
300	46,1	29,7	0,674	48,2	1,047	1,378	25,7	0,616
400	52,1	33,0	0,678	63,0	1,068	1,366	33,5	0,524
500	57,4	36,2	0,687	79,3	1,093	1,357	41,5	0,456
600	62,3	39,1	0,699	96,8	1,114	1,345	49,9	0,404
700	67,1	41,8	0,706	115	1,135	1,337	58,7	0,363
800	71,8	44,3	0,713	135	1,156	1,330	68,2	0,328
900	76,3	46,7	0,717	155	1,172	1,325	77,8	0,301
1000	80,7	49,0	0,719	178	1,185	1,320	88,8	0,276
Кислород (O ₂)								
0	24,7	19,4	0,720	13,6	0,9148	1,397	6,80	1,429
100	32,9	24,1	0,686	23,1	0,9336	1,385	12,1	1,05
200	40,7	28,5	0,674	34,6	0,9630	1,370	15,6	0,826
300	48,0	32,5	0,673	47,8	0,9948	1,353	25,4	0,682
400	55,0	36,3	0,675	62,8	1,0236	1,340	33,3	0,580
500	61,5	40,0	0,682	79,6	1,0484	1,364	42,0	0,504
600	67,5	43,5	0,689	97,6	1,0689	1,321	50,8	0,447
700	72,8	46,8	0,700	117	1,0856	1,314	60,8	0,402
800	77,7	50,2	0,710	138	1,0999	1,307	70,0	0,363
900	82,0	53,4	0,725	161	1,1120	1,304	79,7	0,333
1000	85,8	56,5	0,738	184	1,1229	1,300	90,0	0,306

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
Окись углерода (CO)								
0	23,3	16,6	0,740	13,3	1,0396	1,400	6,46	1,250
100	30,1	20,7	0,718	22,6	1,0446	1,397	11,3	0,916
200	36,5	24,4	0,708	33,8	1,0584	1,389	17,9	0,723
300	42,6	27,9	0,709	47,0	1,0802	1,379	23,8	0,596
400	48,5	31,2	0,711	61,8	1,1057	1,367	31,1	0,508
500	54,1	34,4	0,720	78,0	1,1321	1,354	38,9	0,442
600	59,7	37,4	0,727	96,0	1,1568	1,344	47,4	0,392
700	65,0	40,4	0,706	115	1,1790	1,335	56,6	0,351
800	70,1	43,2	0,739	135	1,1987	1,329	66,7	0,317
900	75,5	46,0	0,740	157	1,2158	1,321	76,8	0,291
1000	80,6	48,7	0,744	180	1,2305	1,317	88,1	0,268

Таблица I.5

Теплофизические свойства газов в зависимости от температуры (трехатомные газы)

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
Водяной пар (H ₂ O)								
100	23,7	12,0	1,06	19,4	2,102	1,28	6,92	0,588
200	33,5	15,9	0,94	30,6	1,976	1,30	13,2	0,464
300	44,2	20,0	0,91	44,3	2,014	1,29	20,6	0,384
400	55,9	24,3	0,90	60,5	2,073	1,28	29,8	0,326
500	68,4	28,6	0,90	78,8	2,135	1,27	40,6	0,284
600	81,8	33,1	0,89	99,8	2,206	1,26	53,1	0,252
700	95,6	37,8	0,90	122	2,273	1,25	67,0	0,226
800	110,3	42,6	0,91	147	2,345	1,25	82,9	0,204
900	124,4	47,5	0,92	174	2,416	1,24	99,3	0,187
1000	140,7	52,4	0,92	204	2,483	1,23	119	0,172
Двуокись серы (SO ₂)								
0	8,4	12,1	0,874	4,14	0,607	1,272	1,70	2,926
100	12,3	16,1	0,863	7,51	0,662	1,243	3,14	2,140
200	16,6	20,0	0,856	11,8	0,712	1,223	4,48	1,690
300	21,2	23,8	0,848	17,1	0,754	1,207	7,25	1,395
400	25,8	27,6	0,834	23,3	0,783	1,198	10,0	1,187

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$\epsilon_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
500	30,7	31,3	0,822	30,4	0,808	1,191	13,2	1,033
600	35,8	35,0	0,806	38,3	0,825	1,187	17,0	0,916
700	41,1	38,6	0,788	46,8	0,834	1,184	21,5	0,892
800	46,3	42,2	0,774	56,5	0,850	1,179	26,4	0,743
900	51,9	45,7	0,755	66,8	0,858	1,177	32,0	0,681
1000	57,6	49,2	0,740	78,3	0,867	1,175	38,2	0,626
Двуокись углерода (CO ₂)								
0	14,7	14,0	0,780	7,09	0,8148	1,301	3,28	1,9767
100	22,8	18,2	0,733	12,6	0,9136	1,260	6,21	1,447
200	30,9	22,4	0,715	19,2	0,9927	1,235	9,83	1,143
300	39,1	26,4	0,712	27,3	1,0567	1,217	14,1	0,944
400	47,2	30,2	0,709	36,7	1,1103	1,205	19,1	0,802
500	54,9	34,0	0,713	47,2	1,1547	1,195	24,6	0,698
600	62,1	37,7	0,723	58,3	1,1920	1,188	30,8	0,618
700	68,7	41,1	0,730	71,4	1,2230	1,180	36,6	0,555
800	75,1	44,6	0,741	85,3	1,2493	1,177	43,2	0,502
900	80,9	48,2	0,757	100	1,2715	1,174	49,9	0,460
1000	86,3	51,5	0,770	116	1,2900	1,171	56,9	0,423

Таблица I.6

Свойства углеводородов метанового ряда

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$\epsilon_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
Метан (CH ₄)								
0	30,7	10,39	0,734	14,5	2,1654	1,314	7,13	0,7168
100	46,5	13,24	0,698	25,1	2,4484	1,268	13,0	0,525
200	63,7	15,89	0,703	38,2	2,8068	1,225	19,8	0,414
300	82,3	18,34	0,707	53,5	3,1753	1,193	27,3	0,342
400	102	20,69	0,717	71,9	3,5295	1,171	35,8	0,291
500	122,1	22,95	0,726	90,8	3,8560	1,155	45,1	0,253
600	144,2	25,20	0,726	113,0	4,1529	1,141	55,8	0,224
Этан (C ₂ H ₆)								
0	19	8,60	0,746	6,41	1,6471	1,202	3,09	1,342
100	31,9	11,38	0,738	11,6	2,0674	1,154	5,64	0,983

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
200	47,5	14,12	0,741	18,2	2,4899	1,124	8,85	0,776
300	65,4	16,79	0,736	26,2	2,8696	1,105	12,8	0,640
400	85,5	19,32	0,726	35,6	3,2138	1,095	17,5	0,545
500	107,9	21,97	0,715	46,4	3,5190	1,085	23,3	0,474
600	132,6	24,52	0,701	58,5	3,7869	1,077	30,1	0,420
Пропан (C ₃ H ₈)								
0	15,2	7,50	0,762	3,81	1,5495	1,138	1,80	1,967
100	26,3	10,00	0,768	6,94	2,0168	1,102	3,26	1,44
200	40,1	12,45	0,763	10,9	2,4581	1,083	5,17	1,14
300	56,2	14,81	0,748	15,8	2,8345	1,070	7,61	0,939
400	74,8	17,16	0,727	21,6	3,1610	0,062	10,7	0,799
500	95,6	19,42	0,700	28,2	3,4487	1,057	14,4	0,694
600	118,6	21,77	0,678	35,6	3,6974	1,053	18,8	0,616
Бутан (C ₄ H ₁₀)								
0	13,3	6,84	0,821	2,63	1,5918	1,097	1,16	2,593
100	23,5	9,26	0,798	4,87	2,0273	1,075	2,20	1,90
200	36,5	11,67	0,784	7,78	2,4556	1,061	3,57	1,50
300	51,9	14,02	0,761	11,3	2,8149	1,052	5,37	1,24
400	69,8	16,38	0,734	15,6	3,1292	1,046	7,64	1,05
500	90,2	18,73	0,706	20,5	3,4043	1,043	10,4	0,916
600	113,0	21,08	0,679	26,1	3,6442	1,040	13,7	0,812
Пентан (C ₅ H ₁₂)								
0	12,3	6,35	0,821	—	1,5931	1,077	—	—
100	22,0	8,65	0,796	3,67	2,0247	1,060	1,66	2,355
200	34,1	10,88	0,781	5,90	2,4476	1,049	2,69	1,86
300	48,6	13,24	0,763	8,62	2,7993	1,042	4,08	1,54
400	65,5	15,49	0,735	11,8	3,1075	1,037	5,81	1,31
500	84,7	17,75	0,708	15,6	3,3771	1,035	7,96	1,14
600	106,1	20,10	0,684	19,9	3,6103	1,031	10,5	1,01
Гексан (C ₆ H ₁₄)								
0	11,2	5,90	0,841	—	1,6023	1,063	—	—
100	20,2	8,15	0,814	2,89	2,0231	1,050	12,8	2,813
200	32,0	10,39	0,796	4,68	2,4438	1,040	21,2	2,220

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
300	45,9	12,65	0,769	6,92	2,7909	1,035	32,4	1,833
400	62,5	14,91	0,738	9,60	3,0936	1,031	46,6	1,560
500	81,2	17,26	0,732	12,7	3,4415	1,029	62,7	1,355
600	102,6	19,52	0,632	16,2	3,5868	1,027	85,7	1,202
Гептан (C ₇ H ₁₆)								
0	10,7	5,39	0,812	—	1,6102	1,053	—	—
100	19,3	17,29	0,784	2,28	2,0197	1,042	10,5	3,27
200	30,5	9,62	0,771	3,72	2,4406	1,035	17,4	2,58
300	43,7	11,77	0,749	5,51	2,7849	1,030	26,6	2,13
400	59,4	13,93	0,722	7,68	3,0832	1,027	38,4	1,81
500	77,3	16,08	0,695	10,1	3,3457	1,025	52,6	1,58
600	97,7	18,34	0,670	13,0	3,5697	1,023	70,4	1,40
Октан (C ₈ H ₁₈)								
0	9,8	4,93	0,816	—	1,6144	1,046	—	—
100	17,7	6,79	0,776	1,82	2,0209	1,037	8,46	3,73
200	27,8	8,65	0,759	2,94	2,4488	1,030	13,9	2,945
300	40	40,49	0,729	4,32	2,7800	1,026	21,3	2,43
400	54,3	12,36	0,700	5,96	3,0756	1,023	30,7	2,07
500	70,6	14,32	0,677	7,88	3,3360	1,022	42,3	1,80
600	89,2	16,18	0,646	10,1	3,5571	1,020	56,8	1,59

Таблица 1.7

Свойства многоатомных газов

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
Аммиак (NH ₃)								
0	21,1	9,36	0,908	12,2	2,043	0,31	4,81	0,7714
100	34,0	13,04	0,852	23,2	2,219	1,28	9,78	0,564
200	48,8	16,67	0,818	38,0	2,399	1,26	16,5	0,445
300	65,5	20,59	0,812	56,4	2,583	1,24	24,8	0,368
400	84,0	24,32	0,796	78,7	2,747	1,22	35,1	0,313
500	103,6	28,15	0,793	105	2,918	1,20	47,0	0,272
600	124,4	31,97	0,792	134	3,082	1,19	60,6	0,241

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Пас	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
700	147,7	35,99	0,791	168	3,245	1,18	75,8	0,217
800	171,0	39,81	0,793	205	3,404	1,17	92,7	0,196
900	196,5	44,13	0,798	247	3,555	1,16	111	0,179
1000	222,1	47,86	0,800	291	3,709	1,15	131	0,165
Ацетон (C ₃ H ₆ O)								
0	9,7	6,86	0,386	—	1,256	1,130	—	—
100	17,3	9,41	0,840	5,07	1,537	1,103	2,18	1,87
200	26,9	12,06	0,806	8,22	1,788	1,086	3,68	1,47
300	38,6	14,71	0,774	12,1	2,022	1,076	5,64	1,22
400	52,1	17,36	0,743	16,9	2,236	1,067	8,15	1,03
500	67,5	20,00	0,720	22,3	2,428	1,062	11,1	0,901
600	84,7	22,75	0,695	28,3	2,587	1,059	14,7	0,799
Бензол (C ₆ H ₆)								
0	9,2	6,98	0,716	—	0,943	1,127	—	—
100	17,3	7,21	0,554	3,74	1,325	1,086	1,84	2,55
200	28,1	12,28	0,719	5,99	1,676	1,067	3,01	2,01
300	41,6	14,64	0,688	8,80	1,956	1,057	4,62	1,66
400	57,6	17,20	0,652	12,1	2,183	1,050	6,74	1,41
500	76,4	19,76	0,614	15,9	2,369	1,047	9,44	1,23
600	96,3	22,31	0,585	20,4	2,524	1,044	12,6	1,09
Бромметил (CH ₃ Br)								
0	6,3	12,26	0,819	—	0,418	1,27	—	—
100	10,7	17,06	0,838	5,49	0,523	1,20	2,33	3,15
200	16	21,87	0,818	8,94	0,595	1,17	3,94	2,45
300	22	26,77	0,793	13,2	0,649	1,15	6,03	2,02
400	28,8	31,77	0,770	18,4	0,699	1,14	8,64	1,72
500	36,5	36,68	0,745	24,5	0,741	1,13	11,8	1,50
600	44,9	41,68	0,726	31,4	0,783	1,13	15,5	1,38
Толуол (C ₇ H ₈)								
0	13	6,609	0,748	—	1,023	1,097	—	—
100	—	8,855	—	—	1,411	1,068	—	—
200	—	11,013	—	4,65	1,750	1,054	—	2,38
300	—	13,239	—	6,75	2,047	1,045	—	1,96
400	—	15,396	—	9,23	2,294	1,040	—	1,667
500	—	17,456	—	12,0	2,504	1,036	—	1,45

Продолжение табл.

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
600	—	19,613	—	15,3	2,671	1,034	—	1,28
Хлорметил (CH ₃ Cl)								
0	9,2	9,807	0,818	4,25	0,770	1,27	1,86	2,31
100	15,4	13,435	0,805	7,96	0,921	1,22	3,55	1,69
200	24,2	17,162	0,750	12,8	1,059	1,18	6,17	1,33
300	33,8	20,790	0,727	18,9	1,185	1,16	9,39	1,10
400	45	24,517	0,706	26,2	1,296	1,15	13,3	0,938
500	57,5	28,243	0,685	34,6	1,394	1,13	18,2	0,815
600	71,3	31,969	0,666	44,2	1,486	1,12	23,9	0,723
Хлороформ (CHCl ₃)								
0	6,4	9,620	0,806	—	0,532	1,15	—	—
100	10	12,847	0,78	3,33	0,607	1,13	1,54	3,86
200	14,2	16,083	0,754	5,29	0,666	1,12	2,51	3,05
300	18,8	19,319	0,730	7,67	0,712	1,11	3,78	2,52
400	23,7	22,458	0,702	10,5	0,741	1,10	5,39	2,14
500	29,1	25,595	0,667	13,7	0,758	1,10	7,43	1,86
Циклогексан (C ₆ H ₁₂)								
0	9,7	6,384	0,718	—	1,094	1,100	—	—
100	18,1	8,296	0,768	3,75	1,647	1,064	1,44	2,75
200	29,2	10,503	0,769	4,84	2,139	1,049	2,26	2,17
300	42,8	12,504	0,749	7,00	2,566	1,040	3,35	1,79
400	58,8	14,475	0,723	9,50	2,938	1,033	4,74	1,52
500	79,3	16,034	0,656	12,4	3,246	1,030	6,67	1,32
600	99,4	18,338	0,646	15,7	3,502	1,027	8,74	1,17
Четыреххлористый углерод (CCl ₄)								
0	6	9,24	0,802	—	0,520	1,116	—	—
100	8,7	12,31	0,828	2,45	0,587	1,101	1,06	5,02
200	11,6	15,29	0,816	3,86	0,620	1,095	1,70	3,97
300	14,7	18,24	0,796	5,59	0,641	1,092	2,52	3,275
400	17,8	21,18	0,776	7,64	0,654	1,090	3,51	2,79
500	21,2	24,03	0,758	9,96	0,667	1,088	4,72	2,42
600	24,5	26,87	0,741	12,6	0,676	1,087	6,08	2,15
Этилацетат (C ₄ H ₈ O ₂)								
0	9,1	6,91	0,892	—	1,168	1,088	—	—
100	16,6	9,47	0,832	5,16	1,465	1,069	1,42	2,88
200	26,3	12,06	0,798	8,32	1,742	1,056	2,39	2,27

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$\nu \cdot 10^6,$ м ² /с	$c_p,$ кДж/(кг·К)	$\frac{c_p}{c_v} = k$	$a \cdot 10^2,$ м ² /ч	$\rho,$ кг/м ³
300	38,3	14,61	0,765	12,2	2,005	1,049	3,67	1,87
400	52,2	17,06	0,733	16,9	2,257	1,043	5,21	1,60
r500	68,2	19,71	0,723	22,4	2,499	1,038	7,06	1,39
600	86,9	22,35	0,703	28,5	2,729	1,035	9,31	1,23
Этиловый эфир (C ₄ H ₁₀ O)								
0	13	6,16	0,766	—	1,440	1,084	—	—
100	22,8	9,28	0,748	3,83	1,842	1,065	1,844	2,42
200	35,2	11,67	0,736	6,12	2,223	1,053	2,990	1,91
t par3 00	50	14,02	0,727	8,92	2,587	1,045	4,42	1,57
400	67,3	16,48	0,720	12,2	2,943	1,039	6,14	1,34
500	86,4	18,83	0,714	16,1	3,274	1,036	8,14	1,17
600	108,2	21,18	0,716	20,5	3,609	1,032	10,4	1,03

Таблица 1.8

**Физические характеристики дымовых газов среднего состава
(15 % водяных паров и 10 % углекислого газа)
в зависимости от температуры**

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3,$ Вт/(м·К)	$\eta \cdot 10^6,$ Па·с	Pr
0	0,0228	12,2	0,72	900	0,100	152	0,59
100	0,0313	21,5	0,69	1000	0,109	174	0,58
200	0,0401	32,8	0,67	1100	0,1175	197	0,57
300	0,0484	45,8	0,65	1200	0,1255	221	0,56
400	0,057	60,4	0,64	1300	0,1350	245	0,55
500	0,0655	76,3	0,63	1400	0,1442	272	0,54
600	0,0742	93,6	0,62	1500	0,1535	297	0,53
700	0,0827	112	0,61	1600	0,1628	323	0,52
800	0,0915	132	0,60				

Примечание. В таблице приведены значения коэффициента теплопроводности λ_{cp} , коэффициента кинематической вязкости ν_{cp} и критерия Прандтля Pr_{cp} . Для дымовых газов другого состава значение, полученное из таблицы, следует умножить на поправку, определенную для коэффициента кинематической вязкости $\frac{\nu}{\nu_{cp}}$ — по рис. 1, коэффициента теплопроводности $\frac{\lambda}{\lambda_{cp}}$ — по рис. 2 и критерия Прандтля $\frac{Pr}{Pr_{cp}}$ — по рис. 3.

Поправки определяют в зависимости от температуры дымовых газов t и парциального давления в них водяных паров p_{H_2O}

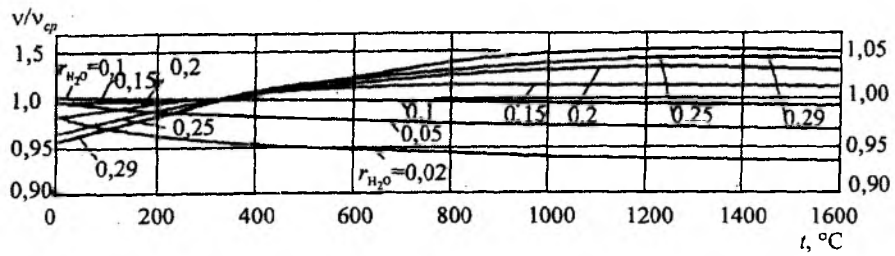


Рис. 1 к таблице I.8 (приложения I). Поправка для определения вязкости ν дымовых газов в зависимости от влажности r_{H_2O} и температуры t

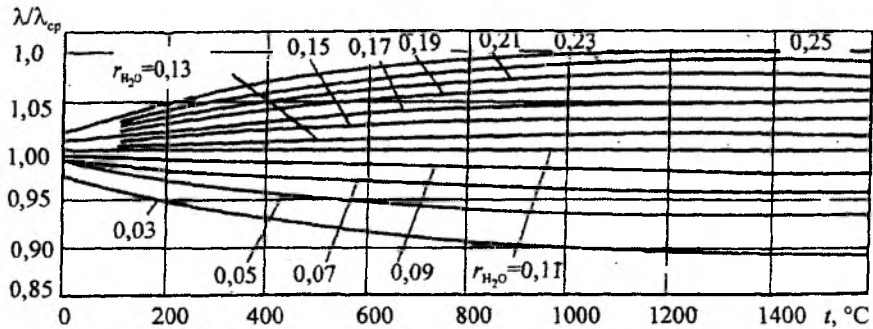


Рис. 2 к таблице I.8 (приложения I). Поправка для определения теплопроводности дымовых газов в зависимости от влажности r_{H_2O} и температуры t

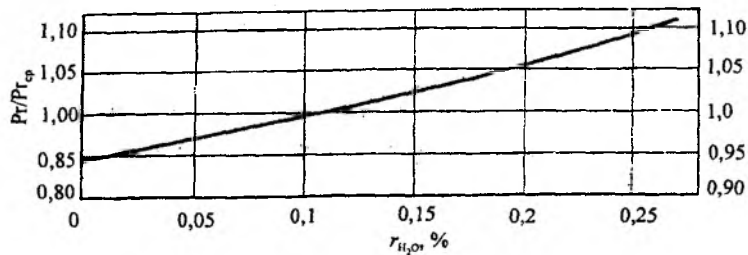


Рис. 3 к таблице I.8 (приложения I). Поправка для определения критерия Прандтля Pr для дымовых газов в зависимости от влажности r_{H_2O} и температуры t

Таблица I.9

Окончание табл. I.9

Массовая теплоемкость газов

$t, ^\circ\text{C}$	$c_p \cdot 10^6, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$
<i>Ацетилен C₂H₂</i>	
0	1,609
100	1,870
200	2,044
300	2,174
400	2,282
500	2,376
600	2,461
<i>Закись азота N₂O</i>	
0	0,851
100	0,949
200	1,028
300	1,093
400	1,147
500	1,193
600	1,231
700	1,263
800	1,291
900	1,315
1000	1,335
1100	1,353
1200	1,369
<i>Окись азота NO</i>	
0	0,999
100	0,997
200	1,011
300	1,035
400	1,061
500	1,086
600	1,109
700	1,128
800	1,146
900	1,159

$t, ^\circ\text{C}$	$c_p \cdot 10^6, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$
1000	1,172
1100	1,182
1200	1,191
<i>Сероводород H₂S</i>	
0	0,992
100	1,026
200	1,067
300	1,122
400	1,172
500	1,227
600	1,273
700	1,319
800	1,361
900	1,398
1000	1,482
1100	1,461
1200	1,482
<i>Этилен C₂H₄</i>	
0	1,489
100	1,827
200	2,176
300	2,478
400	2,736
500	2,958
600	3,153

Объемная изобарная теплоемкость c'_p , кДж/(м³·К)

t , °C	O ₂	N ₂	CO	H ₂	CO ₂	H ₂ O	SO ₂	CH ₄	Воздух сухой	C ₂ H ₄	H ₂ S	C ₂ H ₆
0	1,306	1,294	1,298	1,277	1,599	1,495	1,733	1,549	1,298	1,825	1,507	2,211
100	1,319	1,298	1,302	1,289	1,700	1,507	1,813	1,641	1,302	2,064	1,532	2,495
200	1,336	1,298	1,306	1,298	1,788	1,524	1,888	1,758	1,306	2,282	1,562	2,776
300	1,357	1,306	1,315	1,298	1,863	1,541	1,955	1,888	1,315	2,495	1,595	3,044
400	1,377	1,315	1,327	1,302	1,930	1,566	2,018	2,014	1,327	2,688	1,633	3,308
500	1,398	1,327	1,344	1,306	1,989	1,591	2,060	2,139	1,344	2,864	1,671	3,555
600	1,415	1,340	1,357	1,310	2,043	1,616	2,114	2,261	1,357	3,027	1,780	3,776
700	1,436	1,352	1,373	1,315	2,089	1,641	2,152	2,378	1,369	3,178	1,746	3,986
800	1,449	1,365	1,386	1,319	2,098	1,666	2,181	2,504	1,382	3,308	1,784	4,174
900	1,465	1,377	1,398	1,323	2,169	1,696	2,215	2,600	1,398	3,433	1,817	4,363
1000	1,478	1,390	1,411	1,331	2,202	1,725	2,236	2,700	1,411	3,546	1,851	4,530
1100	1,491	1,403	1,424	1,336	2,236	1,750	2,261	2,788	1,424	3,655	1,884	4,685
1200	1,503	1,415	1,436	1,344	2,265	1,775	2,278	2,264	1,432	3,751	1,909	4,827
1300	1,511	1,424	1,449	1,352	2,290	1,805	2,299	2,889	1,444	—	—	—
1400	1,520	1,436	1,457	1,361	2,315	1,830	2,319	2,960	1,453	—	—	—
1500	1,528	1,444	1,465	1,369	2,336	1,855	2,340	3,044	1,470	—	—	—
1600	1,537	1,453	1,474	1,373	2,374	1,876	2,361	—	1,478	—	—	—
1700	1,545	1,461	1,482	1,382	2,374	1,901	2,382	—	1,486	—	—	—
1800	1,553	1,470	1,491	1,390	2,391	1,922	—	—	1,922	—	—	—
1900	1,562	1,474	1,499	1,398	2,407	1,943	—	—	1,499	—	—	—
2000	1,570	1,482	1,503	1,407	2,424	1,964	—	—	1,507	—	—	—
2100	1,574	1,491	1,511	1,415	2,437	1,985	—	—	1,516	—	—	—
2200	1,583	1,495	1,516	1,424	2,449	2,001	—	—	1,520	—	—	—
2300	1,591	1,503	1,520	1,432	2,462	2,018	—	—	1,624	—	—	—
2400	1,595	1,507	1,528	1,436	2,470	2,035	—	—	1,532	—	—	—
2500	1,604	1,511	1,532	1,444	2,483	2,052	—	—	1,537	—	—	—
2600	1,608	1,520	1,537	1,453	2,520	2,068	—	—	1,545	—	—	—
2700	1,616	1,528	1,545	1,461	2,533	2,085	—	—	1,553	—	—	—
2800	1,624	1,537	1,553	1,465	2,546	2,102	—	—	1,557	—	—	—
2900	1,629	1,545	1,562	1,474	2,558	2,114	—	—	1,566	—	—	—
3000	1,637	1,549	1,570	1,482	2,571	2,127	—	—	1,570	—	—	—

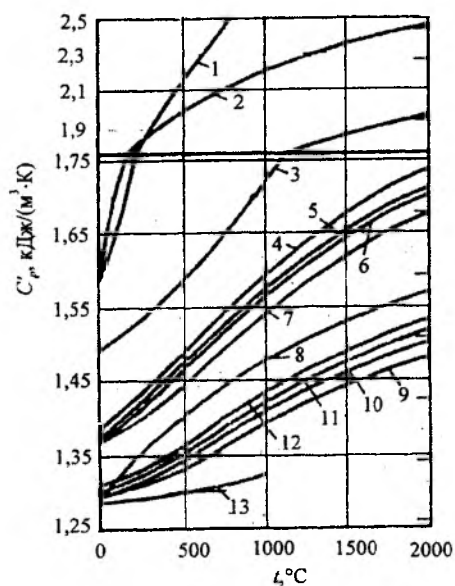
Графическая зависимость c'_p , кДж/(м³·К) для газов

Рис. 1 к таблице I.10 (приложения I). Зависимость средних теплоемкостей c'_p различных газов и продуктов сгорания от температуры t : 1 — CH_4 ; 2 — CO_2 ; 3 — H_2O ; 4 — дымовые газы от бурого угля и дерева; 5 — дымовые газы от торфа; 6 — дымовые газы от кокса; 7 — дымовые газы от коксового светильного газа; 8 — кислород; 9 — азот; 10 — сухой воздух; 11 — воздух влажностью 1,04 %; 12 — воздух влажностью 1,08 %; 13 — водород.

Таблица I.11

Вязкость некоторых газов

t , °C	$\eta \cdot 10^6$, Па·с	t , °C	$\eta \cdot 10^6$, Па·с	t , °C	$\eta \cdot 10^6$, Па·с
<i>Ацетилен C_2H_2</i>		200	12,95	200	26,77
20	10,19	300	15,69	250	28,83
50	11,08	<i>Метиленхлорид CH_2Cl_2</i>		<i>Хлористый водород HCl</i>	
100	12,45	0	10,00	0	13,44
120	13,24	100	13,63	50	15,89
<i>Закись азота N_2O</i>		200	17,26	100	18,24
0	13,72	300	20,99	150	20,59
20	14,61	<i>Метилхлорид CH_3Cl</i>		200	22,95
50	15,98	0	9,28	250	25,30
100	18,34	100	12,45	300	27,65
150	20,39	200	15,79	<i>Этилен C_2H_4</i>	
200	22,56	300	19,12	20	10,00
250	24,61	<i>Окись азота NO</i>		50	10,98
300	26,48	0	17,85	100	12,45
<i>Метилацетат $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$</i>		50	20,39	150	14,02
0	7,52	100	22,65	200	15,39
100	10,29	150	24,81	250	16,57

**Диаграмма — hs для влажного воздуха
(t_v — температура воздуха, h — энтальпия)**

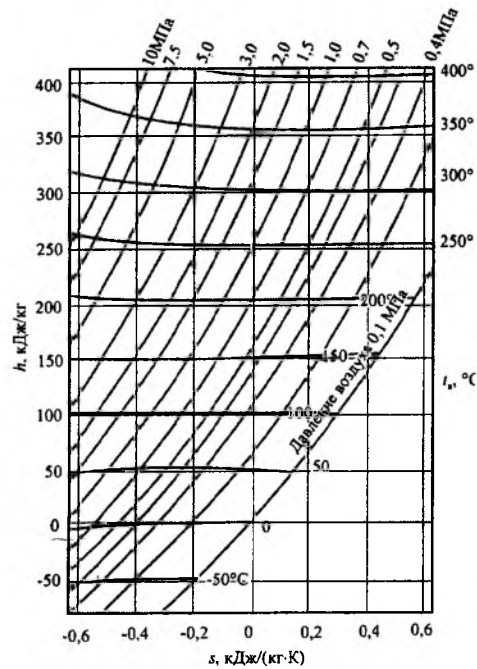


Таблица I.12

**Давление насыщенного водяного пара и содержание влаги
в 1 м³ влажного газа**

Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа		Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа		Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа	
		r	% (объемн.)			r	% (объемн.)			r	% (объемн.)
-15	191,4	1,52	0,189	4	813,3	6,46	0,804	26	3360,5	26,70	3,32
-14	207,9	1,65	0,205	5	872,2	6,91	0,860	28	3779,1	30,00	3,73
-13	225,4	1,79	0,223	6	934,8	7,42	0,922	30	4241,6	33,70	4,19
-12	244,5	1,92	0,240	7	1001,5	7,94	0,988	32	4753,5	37,70	4,69
-11	259,7	2,05	0,256	8	1072,4	8,52	1,06	34	5318,7	42,20	5,25
-10	286,5	2,27	0,283	9	1147,6	9,10	1,13	36	5939,8	47,10	5,86
-9	310,1	2,45	0,306	10	1227,6	9,73	1,21	38	6623,7	52,70	6,55
-8	335,1	2,64	0,330	11	1312,2	10,40	1,29	40	7374,2	58,50	7,27

Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа		Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа		Температура, °С	Давление водяного пара, Па	Содержание влаги в 1 м ³ газа	
		r	% (объемн.)			r	% (объемн.)			r	% (объемн.)
-7	361,9	2,86	0,356	12	1402,3	11,10	1,38	45	9581,6	76,00	9,46
-6	390,7	3,06	0,382	13	1497,0	12,60	1,48	50	12332,0	97,90	12,18
-5	421,6	3,34	0,416	14	1598,3	12,70	1,58	55	15729	125,0	15,5
-4	454,6	3,60	0,450	15	1704,9	13,50	1,68	60	19862	158,0	19,7
-3	489,6	3,76	0,469	16	1816,9	14,40	1,79	65	24994	198,0	24,7
-2	527,3	4,10	0,510	17	1936,8	15,50	1,93	70	31152	247,0	30,7
-1	567,6	4,53	0,565	18	2063,5	16,40	2,04	75	38537	306,0	38,0
0	610,4	4,84	0,602	19	2196,8	17,40	2,17	80	47335	376,0	46,7
1	656,6	5,21	0,648	20	2338,1	18,50	2,30	90	70089	555,0	69,1
2	705,7	5,60	0,697	22	2643,3	21,00	2,61	100	101308	804,0	100,0
3	757,8	6,01	0,748	24	2983,3	23,60	2,94				

Таблица I.13

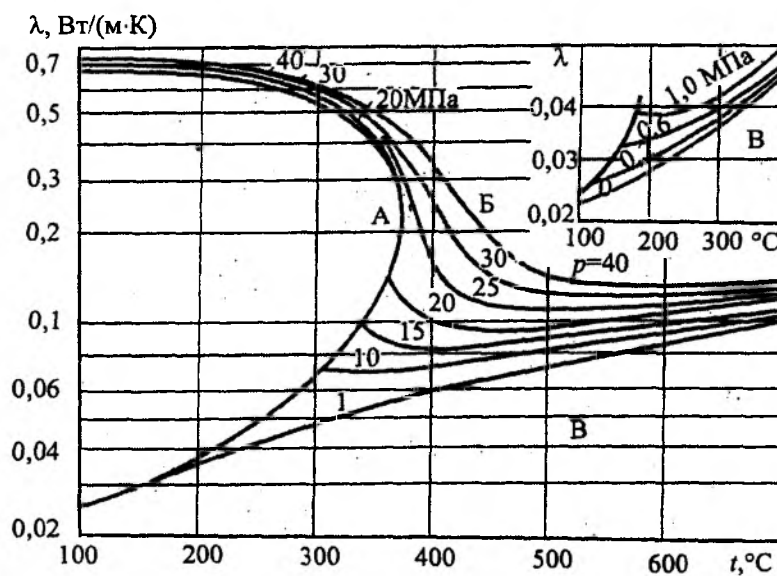
**Значение коэффициентов объемного расширения β
и повышения давления α**

Газ	Температура, °С	p, Па	$\beta \cdot 10^3$, 1/К	Газ	Температура, °С	p, Па	$\alpha \cdot 10^3$, 1/К
<i>При постоянном давлении</i>				<i>При постоянном объеме</i>			
Воздух	0-100	133300	3,6728	Воздух	0-100	133433	3,6744
H ₂	0-100	133300	3,6600	Воздух	-	266600	3,690
H ₂	0-100	103308	3,6609	Воздух	-	2666000	3,887
N ₂	0-100	147296	3,6742	Воздух	0-1067	30659	3,6643
N ₂	0-100	20261 · 10 ³	4,34	H ₂	0-100	132500	3,6621
N ₂	-	10131 · 10 ⁴	2,18	H ₂	0-100	133300	3,6630
O ₂	-	10131 · 10 ³	4,86	H ₂	0-100	145297	3,6627
He	0-100	132500	3,6579	N ₂	0-100	87178	3,6696
CO	-	101308	3,669	N ₂	0-100	132500	3,6740
CO ₂	0-20	69049	3,7128	O ₂	0-100	87978	3,6738
CO ₂	0-100	69049	3,7073	O ₂	0-1067	23994-30659	3,6652
CO ₂	0-20	133033	3,7602				
CO ₂	0-100	133033	3,7410	He	0-10	130634	3,6612

Газ	Температура, °С	p , Па	$\beta \cdot 10^3$, 1/К	Газ	Температура, °С	p , Па	$\alpha \cdot 10^3$, 1/К
CO ₂	0–20	183554	3,7972	He	0–10	132500	3,6604
CO ₂	0–100	183554	3,7703	Ar	–	68916	3,668
N ₂ O	–	101308	3,719	CO	0–100	101308	3,667
SO ₂	–	101308	3,903	CO	0–1067	30659	3,6648
<i>При постоянном объеме</i>				CO ₂	0–100	69049,4	3,6981
Воздух	–	773,14	3,7666	CO ₂	0–20	133033,4	3,7335
Воздух	–	13330	3,6630	CO ₂	0–100	133038,4	3,7262
Воздух	–	101308	3,6650	CO ₂	0–1067	31992	3,6756
				N ₂ O	–	101308	3,676

Рис. 2 к приложению I

Коэффициент теплопроводности λ воды и водяного пара



(А — кривая насыщения; Б — область воды; В — область перегретого пара)

Объемная изобарная теплоемкость водяного пара

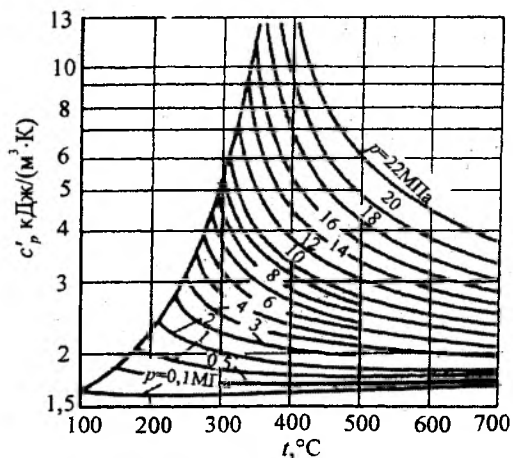
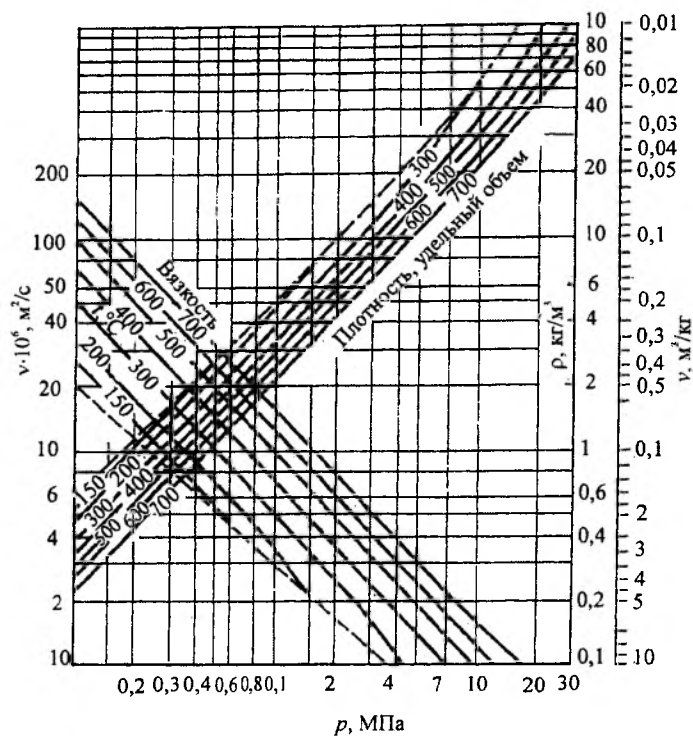
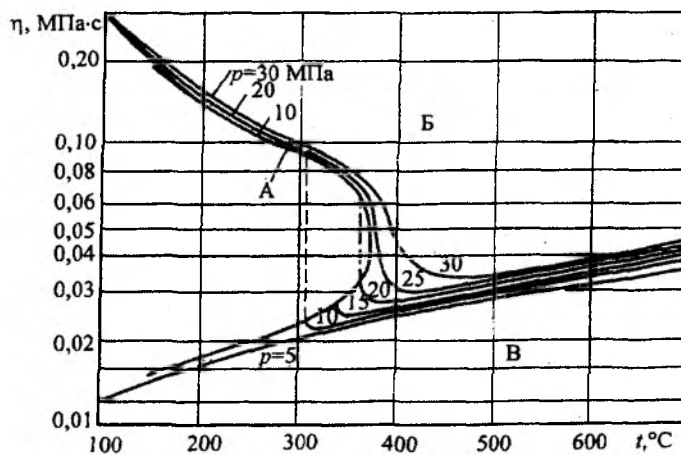


Рис. 4 к приложению I

Зависимость плотности ρ , удельного объема v и кинематической вязкости ν водяного пара от удельного давления p



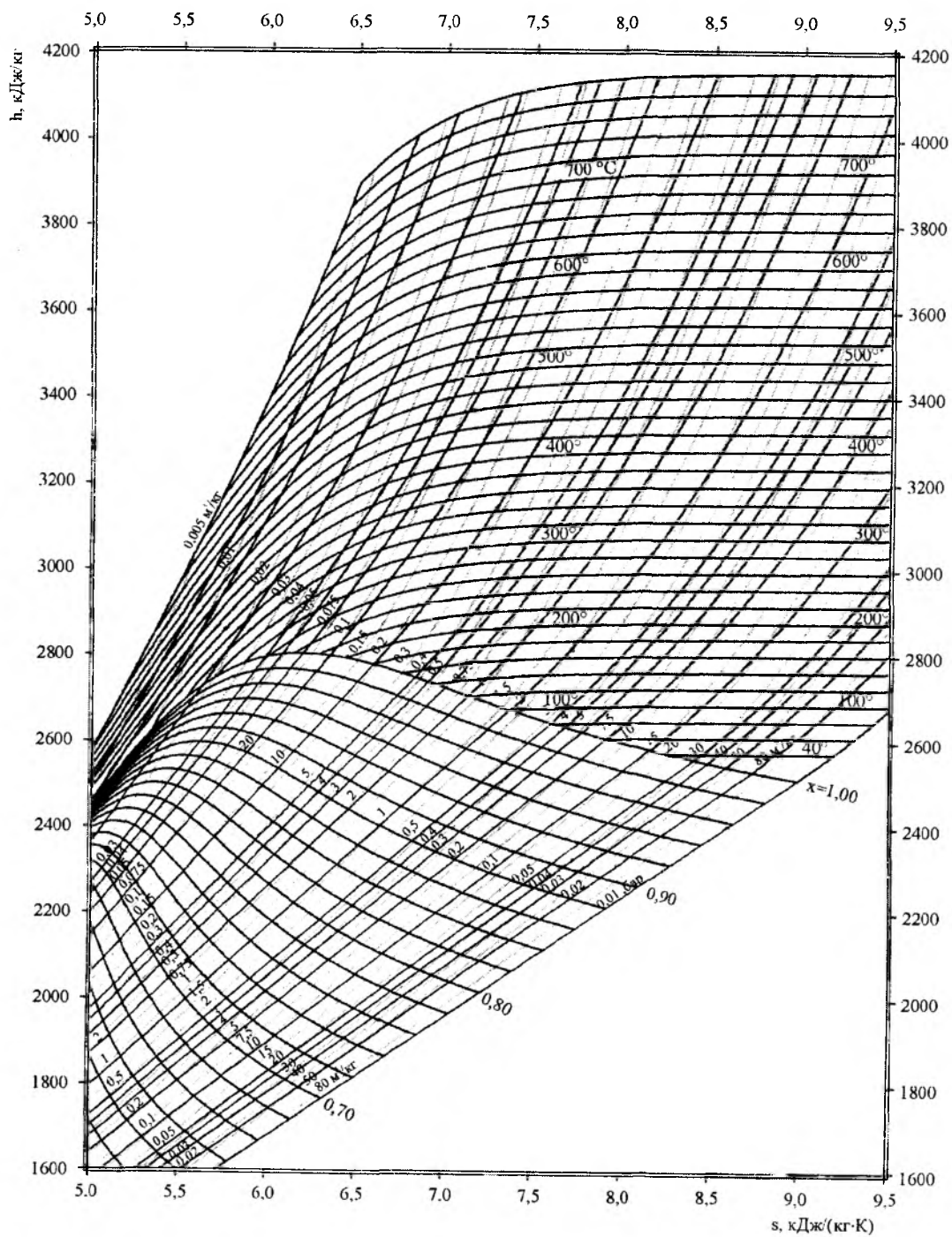
Зависимость коэффициента вязкости η воды и водяного пара от температуры t



А — кривая насыщения; Б — область воды; В — область перегретого пара

Рис. 6 к приложению I

Диаграмма — hs для воды и водяного пара (по М.П. Вукаловичу)



Теплофизические свойства жидкостей

Наименование	$t, ^\circ\text{C}$	Плотность $\rho, \text{кг/м}^3$	Коэффициент объемного расширения $\beta \cdot 10^5, 1/\text{K}$	Теплоемкость $c_p,$ кДж/(кг·К)	Коэффициент теплопровод- ности $\lambda,$ Вт/(м·К)	Коэффициент вязкости $\eta \cdot 10, \text{Па}\cdot\text{с}$
Азотная кислота	20	1512	—	1,72	—	—
Анилин	0	1037	85	2,02	0,186	10,2
Ацетон	0	813	—	2,114	0,174	0,395
Бензин	0	900	—	1,80	0,145	—
Бензол	0	900	124	1,67	0,15	0,76 (10)
Вода дистиллированная	4	1000	15	4,187	0,55	—
Глицерин безводный	0	1260	53	2,43	0,277	12100
Касторовое масло	0	—	—	—	0,184	2440 (10)
Ксилол	0	880	—	1,72 (20)	0,137	—
Керосин	0	850	—	2,43	0,121	—
Льняное вареное масло	15	940	—	—	—	—
Машинное масло	—	—	—	1,67	—	—
Мазут	32	—	—	—	0,118	—
Медный купорос (15 % $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$)	15	1100	—	—	—	—
Минеральное смазочное масло	20	890—930	—	0,662	0,104	—
Едкий натр (66 % NaOH)	15	1700	—	—	—	—
Нефтяное масло	20	890	—	2,43	0,104	—
Ртуть чистая	0	13600	—	0,138	8,14—10,5	—
Спирт бутиловый	0	810	—	—	—	5,19
Спирт изопропиловый	0	—	—	—	—	4,60
Спирт метиловый	0	810	122	2,47	0,214	0,817
Спирт этиловый	0	806	110	2,303	0,188	1,78
Серная кислота	20	1834	57	1,386	—	—
7,5 %-ная H_2SO_4	15	1050	—	—	0,391	—
87 %-ная H_2SO_4	15	1800	—	—	0,372	—
Сернистая кислота сгущенная	-20	1490	—	1,339	—	—
Смоляное масло	15	960	—	—	—	—
Соляная кислота	20	—	—	3,098	—	—
10 %-ная HCl	15	1050	—	—	—	—
Смола	80	1200	—	—	0,139	—
Скипидар	0	—	94	1,716	0,127 (15)	—
Уксусная кислота	0	1049	—	2,135	0,177	1,24
Эфир	30	—	163	2,261	0,139	—

Примечание. В скобках указана температура.

Коэффициент теплопроводности в зависимости от температуры

Наименование	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$
Аммиак	0...100	0,539...0,313
Водный раствор аммиака 26 %-ный	20...60	0,451...0,501
Диэтиленгликоль	0...100	0,202...0,214
Дихлордифторметан	$\begin{cases} -7...+15 \\ 15...82 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,098...0,092 \\ 0,092...0,066 \end{cases}$
Дихлорметан	-15...+30	0,192...0,168
Дизельное топливо (летисс)	10...130	0,131...0,117
Натрий	100	84,8
Натрий	210	79,6
Нефтяной эфир	30...75	0,130...0,127
Нитробензол	0...125	0,154...0,136
Октан (n)	0...100	0,149...0,137
Паральдегид	30...100	0,145...0,135
Парафин (880 кг/м ³)	$\begin{cases} 0...100 \\ 200 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,126 \\ 0,124 \end{cases}$
Пентан (n)	-200...+100	0,169...0,124
Серная кислота:		
90 %-ная	30	0,363
60 %-ная	30	0,433
30 %-ная	30	0,530
Серный ангидрид	-20...+30	0,223...0,193
Спирт амиловый	0...100	0,166...0,154
Спирт:		
изоамиловый	0...100	0,151...0,147
этиловый, 100 %-ный	0...80	0,186...0,175
этиловый, 97 %-ный	0...75	0,189...0,172
этиловый, 80 %-ный	0...80	0,191...0,319
этиловый, 60 %-ный	0...80	0,251...0,381
этиловый, 40 %-ный	0...80	0,349...0,483
этиловый, 20 %-ный	0...80	0,448...0,579
Трихлорэтилен	50	0,138
Трихлорэтан	50	0,134
Хлористый натрий:		
12,5 %-ный	30	0,588

Окончание табл.

Наименование	t , °C	λ , Вт/(м·К)
25 %-ный	30	0,569
Хлористый кальций:		
15 %-ный	30	0,588
30 %-ный рассол	30	0,554
Хлористый метил	-20...+30	0,195...0,154
Углекислота		
$p = 58,9 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$	10...20	0,101...0,884
$p = 88,2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$	10...30	0,107...0,083

- Примечания: 1. Первое значение относится к нижнему пределу t , второе — к верхнему.
 2. В пределах значений t , указанных в таблице, допускается линейная интерполяция.
 3. Составы приведены в % по массе.

Таблица П.3

Массовая изобарная теплоемкость c_p жидких веществ

Наименование	Теплоемкость, кДж/(кг·К)	Температура определения теплоемкости, °C
Азот	1,80	от -208 до -196
Бензол	1,42	19...30
Водород	25,1	-253
Газолин	2,22	
Керосин	2,14	18
Кислород	1,47	от -200 до -183
Масло:		
касторовое	2,09	20
оливковое	1,97	7
компрессорное (МК)	1,72	20
парафиновое	2,18	20...60
Морская вода	3,94	17
Ссруглерод	1,00	18

Массовая изобарная теплоемкость воды при $p = 0,98 \cdot 10^5$, Па

$t, ^\circ\text{C}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$t, ^\circ\text{C}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	$t, ^\circ\text{C}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$
0	4,2178	35	4,1780	70	4,1897
5	4,2023	40	4,1784	75	4,1927
10	4,1922	45	4,1793	80	4,1964
15	4,1859	50	4,1805	85	4,2006
20	4,1818	55	4,1822	90	4,2052
25	4,1797	60	4,1843	95	4,2102
30	4,1784	65	4,1868	100	4,2161

Таблица П.5

Истинная массовая изобарная теплоемкость c_p водных растворов различных концентраций для некоторых веществ

Температура $t, ^\circ\text{C}$	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$					
	Раствор NaCl, % (по массе)					
	0,8	3,2	7,5	24,5		
6	—	4,02	3,81	3,37		
20	4,14	4,06	3,83	3,39		
33	—	4,06	3,83	3,39		
57	—	—	3,86	3,43		
Раствор NaOH, % (по массе)						
	1,1	2,2	18,2	30,8	47,0	57,2
20	4,124	4,06	3,496	3,35	3,282	3,274
Раствор KOH, % (по массе)						
	1,6	4,9	13,5	23,7		
20	4,09	3,89	3,408	3,14		
Раствор HCl, % (по массе)						
	16,8	28,9	33,6	41,4		
0	3,01	2,55	2,43	2,3		
10	3,01	2,53	2,41	—		
20	3,09	2,64	2,47	—		
40	3,14	2,70	2,57	—		
60	3,27	2,81	2,67	2,5		

Зависимость физических свойств жидких металлов и сплавов от температуры

Упругость паров		Плотность		Теплоемкость		Вязкость		Теплопроводность		Удельное электрическое сопротивление		Поверхностное натяжение		Изменение объема при плавлении по отношению к объему в твердом состоянии, %	
$t, ^\circ\text{C}$	кПа	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_{э}, \text{мкОм}\cdot\text{см}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{н/м}$		
Алюминий															
1537	0,133	660	2,380	660	1,081	—	—	—	—	657	19,6	750	520	6,6	
1771	1,333	700	2,369	—		—	—	—	—	670	20,5	—	—	—	
2081	13,33	900	2,315	—		700	2,90	700	104	735	21,3	—	—	—	
—	26,66	1100	2,261	—		800	1,40	790	122	807	22,4	—	—	—	
2360	53,32	—	—	100		—	—	—	—	870	23,2	—	—	—	
Висмут															
917	0,133	300	10,03	271	0,142	304	1,66	300	17,1	300	128,9	300	376	-3,32	
1067	1,333	400	9,91	400	0,148	451	1,28	400	15,5	400	134,2	350	373	—	
1257	13,33	600	6,66	600	0,158	600	0,99	500	15,5	600	145,25	400	370	—	
1325	26,66	802	9,40	800	0,166	—	—	600	15,5	750	153,53	450	367	—	
1400	53,32	962	9,20	1000	0,175	—	—	700	15,5	—	—	500	363	-3,1	
Галлий															
1315	0,133	32,38	6,093	12,5	0,343	52,9	1,89	$t_{пл}$	29,4	29,75	25,9	30	735	—	
1497	1,333	301	5,905	—		301	1,03		—	30,3	27,2	—		—	—
1726	13,33	600	5,720	—		402	0,88		—	46,1	28,4	—		—	—
1807	26,66	806	5,604	—		500	0,81		—	—	—	—		—	—
1895	53,32	1100	5,445	200		806	0,65		37,6	—	—	40		—	—
Золото															
1869	0,133	1100	17,24	1063	0,148	—	—	—	—	1100	31,4	1120	1128	5,195	
2154	1,333	1200	17,12	—		—	—	—	—	1200	32,76	—	—	—	
2521	13,33	1300	17,00	—		—	—	—	—	1300	34,17	—	—	—	
2657	26,66	—	—	—		—	—	—	—	1400	35,58	—	—	—	
2808	53,32	—	—	1300		—	—	—	—	1500	37,00	—	—	—	
Индий															
1249	0,133	164	7,026	156,4	0,274	—	—	$t_{пл}$	37,6	154,0	29,10	170	340	2,5	
1466	1,333	194	7,001	—	—	—	—		—	181,5	30,11	—		—	—
1756	13,33	228	6,974	—	—	—	—		—	222,0	31,87	—		—	—
1863	26,66	271	6,939	—	—	—	—		—	280,2	34,84	—		—	—
1982	53,32	300	6,916	—	—	—	—		—	50,2	—	—		250	—

Упругость паров		Плотность		Теплоемкость		Вязкость		Теплопроводность		Удельное электрическое сопротивление		Поверхностное натяжение		Изменение объема при плавлении по отношению к объему в твердом состоянии, %	
$t, ^\circ\text{C}$	кПа	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{K)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_{э}, \text{мкОм}\cdot\text{с/м}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{н/м}$		
Кадмий															
394	0,133	330	0,01			350	2,37	355	44,5	325	33,7	330	564	4,74	
464	1,333	350	7,99			400	2,16	358	44,0	400	33,7	370	608	—	
611	13,33	400	7,93	321}	0,265	500	1,84	380	44,0	500	34,12	420	598	—	
658	26,66	500	7,82			600	1,54	435	50,0	600	34,82	450	611	—	
711	53,32	600	7,72	700}	0,267	—	—	—	—	700	35,78	500	600	—	
Калий															
342	0,133	100	0,819	75	0,817	69,6	0,515	200	45,0	64	13,16	100	86	—	
443	1,333	250	0,783	200	0,789	167,4	0,330	300	42,5	150	18,70	—		—	
581	13,33	400	0,747	400	0,763	250	0,259	400	40,0	250	25,00	—		—	2,41
635	26,66	550	0,711	600	0,763	400	0,191	500	37,6	300	28,2	—		—	—
696	53,32	700	0,676	800	0,788	700	0,136	600	35,5	350	31,4	150		—	—
Литий															
745	0,133	200	0,507	200	4,187	183,4	0,593	218	—	230	45,27	—	—	1,5	
890	1,333	400	0,490	600	4,187	193,2	0,574	—	—	—	—	—	—	—	
1084	13,33	600	0,474	1000	4,187	208,1	0,554	—	37,7	—	—	—	—	—	
1156	26,66	800	0,457	—	—	250,8	0,493	—	—	—	—	—	—	—	
1236	53,32	1000	0,441	—	—	285,5	0,456	233	—	—	—	—	—	—	
Магний															
621	0,133	651	1,572	651	1,325	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
702	1,333	678	1,55	727	1,345	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
909	13,33	700	1,536	927	1,390	—	—	—	—	—	—	681	563	4,2	
967	26,66	720	1,51	1027	1,410	—	—	—	—	—	—	894	502	—	
1034	53,32	750	1,47	1120	11,430	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Натрий															
440	0,133	100	0,928	100	1,385	103,7	0,685	100	86,3	100	9,65	100	206,4	2,5	
548	1,333	250	0,891	200	1,339	167,6	0,504	200	82,0	200	13,18	250	199,5	—	
696	13,33	400	0,854	400	1,281	250	0,381	300	76,0	250	14,90	—	—	—	
752	26,66	550	0,817	600	1,254	400	0,270	400	71,7	300	16,70	—	—	—	
815	53,32	700	0,780	800	1,263	700	0,182	500	67,1	350	18,44	—	—	—	

Упругость паров		Плотность		Теплоемкость		Вязкость		Теплопроводность		Удельное электрическое сопротивление		Поверхностное натяжение		Изменение объема при плавлении по отношению к объему в твердом состоянии, %	
$t, ^\circ\text{C}$	кПа	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_{\text{э}}, \text{мкОм}\cdot\text{см}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{н/м}$		
Олово															
1492	0,133	409	6,834	250	0,243	240	0,192	240	33,6	231,9	47,6	300	526	2,6	
1703	1,333	523	6,761	—	—	300	0,166	292	34,0	400	51,4	350	522	—	
1968	13,33	574	6,729	—	—	400	0,138	417	33,1	600	56,8	400	518	—	
2063	26,66	648	6,721	—	—	500	0,118	498	32,8	800	62,7	450	514	—	
2169	53,32	704	6,640	1100	0,316	600	0,105	—	—	1000	68,6	500	510	—	
Ртуть															
126,2	0,133	-20	13,645	0	0,1388	-20	1,86	0	8,22	50	98,4	20	465	3,6	
184,0	1,333	20	13,546	100	0,1373	0	1,68	60	9,70	100	103,2	112	454	—	
261,7	13,33	100	13,352	200	0,1355	20	1,55	120	11,0	200	114,2	200	436	—	
290,7	26,66	200	13,115	300	0,1351	100	1,21	160	11,6	300	127,5	300	405	—	
323,0	53,32	300	12,881	450	0,1362	200	1,01	220	12,7	350	135,5	394	354	—	
Рубидий															
294	0,133	39,0	1,475	39	0,382	38	0,673	$t_{\text{пл}}$	29,4	50	23,15	—	—	2,5	
387	1,333	—	—	—		50	0,625	$t_{\text{пл}}$	—	75	25,32	—	—	—	
519	13,33	—	—	—		99,7	0,484	$t_{\text{пл}}$	—	100	27,47	—	—	—	
569	26,66	—	—	—		140,5	0,414	$t_{\text{пл}}$	—	—	—	—	—	—	
628	53,32	—	—	126		220,1	0,324	50	32,6	—	—	—	—	—	
Свинец															
987	0,133	400	10,51	327	0,163	441	2,11	390	16,3	327	94,6	550	442	3,6	
1167	1,333	500	10,39	400	0,155	456	2,06	400	15,9	400	98,0	400	438	—	
1417	13,33	600	10,27	500	0,155	551	1,70	500	15,5	600	107,2	450	438	—	
1508	26,66	800	10,04	—	—	103	1,37	600	15,0	800	116,4	500	431	—	
1611	53,32	1000	9,81	—	—	844	1,19	700	15,0	1000	125,7	—	—	—	
Серебро															
1357	0,133	960,5	9,3	960,5	0,290	1200	0,294	—	—	1000	17,0	995	923	4,99	
1575	1,333	1000	9,26	—		—	—	—	—	—	1100	18,2	—	—	—
1865	13,33	1092	9,20	—		—	—	—	—	—	1200	19,4	—	—	—
1971	26,66	1195	9,10	—		—	—	—	—	—	1300	20,5	—	—	—
2090	53,32	1300	9,00	1300		—	—	—	—	—	1340	21,0	—	—	—

Упругость паров		Плотность		Теплоемкость		Вязкость		Теплопроводность		Удельное электрическое сопротивление		Поверхностное натяжение		Изменение объема при плавлении по отношению к объему в твердом состоянии, %	
$t, ^\circ\text{C}$	кПа	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_{29}, \text{мкОм}\cdot\text{см}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{н/м}$		
Сурьма															
886	0,133	640	6,49	650	0,275	702	1,30	630	21,8	627	117,00	635	383	0,94	
1033	1,333	700	6,45	—		801	1,11	—	—	700	117,65	676	384	—	
1223	13,33	800	6,38	—		900	0,99	—	—	800	120,31	725	383	—	
1288	26,66	970	6,29	—		1002	0,90	730	21,8	850	123,54	800	380	—	
1364	53,32	—	—	950		—	—	—	—	900	131,00	—	—	—	
Таллий															
825	0,133	306,5	11,289	303	0,1537	—	—	350	24,7	303	74,0	327	401	3,2	
983	1,333	326,7	11,254	—		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1196	13,33	3300	11,250	—		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1274	26,66	333,5	11,254	—		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1364	53,32	—	—	500		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Цезий															
278	0,133	28	1,84	28,5	0,251	43,4	0,63	$t_{\text{пл}}$	18,4	30	36,6	—	—	2,6	
387	1,333	—	—	—	—	99,6	0,475	—	—	37	37,0	—	—	—	
515	13,33	—	—	—	—	140,5	0,405	—	—	—	—	—	—	—	
570	26,66	—	—	—	—	168,0	0,385	—	—	—	—	—	—	—	
635	53,32	—	—	—	—	210,9	0,344	—	—	—	—	—	—	—	
Цинк															
487	0,133	419,5	6,92	419,5	0,501	450	0,317	500	58,0	419,5	35,3	510	785	6,9	
593	1,333	600	6,81	600	0,490	500	0,278	600	57,2	500	35,4	550	778	—	
736	13,33	800	6,57	800	0,450	600	0,224	700	56,9	600	35,0	600	768	—	
788	26,66	—	—	900	0,437	700	0,188	—	—	700	35,65	640	761	—	
Сплав натрия с калием, близкий к эвтектике, 22 % (вес.) Na и 78 % (вес.) K															
382	0,133	100	0,886	100	1,123	103,7	0,546	100	25,9	50	33,0	250	—	—	
490	1,333	250	0,850	300	1,068	167,5	0,411	200	26,6	100	35,5		110...100	—	
638	13,33	400	0,814	500	1,041	250	0,316	300	27,2	150	38,0		—	2,5	
696	26,66	550	0,778	600	1,040	400	0,320	400	27,7	200	51,0		—	—	
760	53,32	700	0,742	800	1,060	700	0,161	500	28,4	—	—		—	—	

Окончание табл.

Упругость паров		Плотность		Теплоемкость		Вязкость		Теплопроводность		Удельное электрическое сопротивление		Поверхностное натяжение		Изменение объема при плавлении по отношению к объему в твердом состоянии, %	
$t, ^\circ\text{C}$	кПа	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$c, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_{э}, \text{мкОм}\cdot\text{см}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{н/м}$		
Сплав натрия с калием, 56 % (вс.) Na и 44 % (вс.) K															
355	0,133	100	0,847	0	0,995	103,7	0,468	100	24,4	50	37,5	} $t_{\text{пл}}$		—	
458	1,333	250	0,811	200	0,910	167,5	0,361	400	26,6	100	41,0			—	
603	13,33	400	0,775	400	0,878	250	0,280	—	—	150	44,0			120...110	2,5
659	26,66	550	0,739	600	0,877	400	0,205	—	—	200	47,0				—
721	53,32	700	0,703	800	0,889	700	0,146	—	—	—	—		250	—	—
Сплав свинца с висмутом эвтектический, 44,5 % (вс.) Pb и 55,5 % (вс.) Bi															
—	—	200	10,46	144		332	0,170	160	10,9	200	113	800	367	0,0	
—	—	400	10,19	—		450	0,138	200	9,27	300	118	1000	356	—	
—	—	600	9,91	—		500	0,130	240	9,65	400	123	—	—	—	
—	—	800	9,64	—		550	0,123	300	10,1	500	128	—	—	—	
—	—	1000	9,36	358		600	0,117	320	11,35	—	—	—	—	—	

Свойства твердых веществ

Химический элемент	Атомная масса	ρ , г/см ³	$\beta \cdot 10^6$, 1/К	$t_{пл}$, °С	$t_{кип}$, °С	$Q_{пл}$, кДж	c_p , кДж/(кг·К)	λ_0 , Вт/(м·К)	$\rho_0 \cdot 10^6$, Ом·см	$\alpha \cdot 10^3$, м ² /ч
Алюминий (Al)	26,9815	2,70	22,9	660,1	2000	385,18	0,896	209,3	2,62	3,2
Барий (Ba)	137,34	3,76	—	704	1700	—	0,285	— / —	—	—
Бериллий (Be)	9,0122	1,84	10,5	1280	1500	1088,57	1,675	157,0	5,7	183,5
Бор (B)	10,811	2,34	8	2300	2550	1109,50	1,285	—	0,8	—
Ванадий (V)	60,942	5,9	—	1720	3000	334,94	0,494	34,9	19	43
Висмут (Bi)	208,980	9,83	13,3	271	1500	54,43	0,121	9,4	111	28,4
Вольфрам (W)	183,85	19,34	4,3	3380	4730	255,39	0,134	168,6	5,00	234
Галлий (Ga)	69,72	5,97	18,1	29,8	2300	79,55	0,343	32,6	53	57,2
Железо (Fe)	55,847	7,88	11,3	1535	3000	267,96	0,439	74,4	9,0	77,3
Золото (Au)	196,967	19,31	14,15	1063	2600	66,15	0,129	312,8	2,19	447
Йод (I)	129,9044	4,93	93	1135	185	65,98	0,218	0,418	—	—
Иридий (Ir)	192,2	22,5	6,5	2443	4900	117,23	0,126	60,0	4,85	74,8
Кадмий (Gd)	112,40	8,66	29,0	320,9	765	52,34	0,230	93,1	6,5	168
Калий (K)	39,102	0,87	84	63,5	759	61,13	0,737	100,0	6,1	560
Кальций (Ca)	40,08	1,54	25	851	1400	328,66	0,657	—	—	—
Кобальт (Co)	58,9332	8,8	12,0	1492	3200	272,14	0,448	69,8	5,5	63,6
Кремний (Si)	280,86	2,33	2,4	1410	2350	—	0,712	83,7	—	—
Литий (Li)	6,939	0,534	60	186	1400	335,70	3,308	68,6	8,55	145
Магний (Mg)	24,312	1,76	25,1	650	1120	209,34	0,976	158,2	4,2	305
Марганец (Mn)	54,9381	7,40	24	1250	1900	263,77	0,431	157,0	265	177
Медь (Cu)	63,54	8,93	16,7	1083	2300	213,53	0,385	389,6	1,55	405
Молибден (Mo)	93,94	10,2	5,1	2600	3500	200,97	0,251	140,7	5,15	196
Мышьяк (As)	74,9216	5,72	5,0	830	625	—	0,343	—	—	—
Натрий (Na)	22,9898	0,975	72	97,6	878	115,14	1,197	109,3	4,26	340
Неодий (Nd)	144,24	7,0	—	840	—	—	0,188	—	—	—
Никель (Ni)	58,71	8,9	13,4	1453	3075	301,45	0,427	67,5	6,5	64
Ниобий (Nb)	92,906	8,5	7,06	1950	3700	—	0,268	47,7	14	75,5

Химический элемент	Атомная масса	ρ , г/см ³	$\beta \cdot 10^6$, 1/К	$t_{пл}$, °С	$t_{кип}$, °С	$Q_{пл}$, кДж	c_p , кДж/(кг·К)	λ_0 , Вт/(м·К)	$\rho_0 \cdot 10^6$, Ом·см	$\alpha \cdot 10^3$, м ² /ч
Олово (Sn)	118,69	7,3	21	231,9	2275	58,62	0,222	66,3	11	148
Осмий (Os)	190,2	22,48	6,1	2500	5300	—	0,129	—	—	—
Палладий (Pd)	106,4	12,0	11,8	1555	3800	150,72	0,239	70,9	—	88
Платина (Pt)	195,09	21,46	8,95	1769	4000	104,67	0,129	69,8	9,8	88,5
Рений (Re)	186,20	20,5	12,45	3150	5870	—	0,133	—	21,1	—
Родий (Rh)	102,905	12,44	7,85	1960	4500	217,71	0,243	89,6	4,3	106
Рубидий (Rb)	85,47	1,54	90	39	696	25,54	0,335	46,5	11,4	324
Свинец (Pb)	207,19	11,35	28,3	327,3	1750	23,03	0,126	35,1	19,0	87,5
Селен (Se)	78,96	4,4	37	220	688	66,66	0,352	0,291	1,2*4	—
Сера (S)										
ромбическая	32,064	2,06	74	112,8	444,6	39,36	0,733	0,209	—	—
монокристаллитная	32,064	1,96	80	119,0	—	46,05	—	—	—	—
Серебро (Ag)	107,870	10,50	19,49	960,5	2100	104,67	0,234	418,7	1,50	612
Сурьма (Sb)	121,75	6,69	9,2	630,5	1640	163,29	0,205	18,8	36,3	49,5
Таллий (Tl)	204,37	11,85	28	302,5	1450	20,93	0,134	37,2	18	—
Тапгал (Ta)	180,948	16,6	6,5	3000	5300	154,91	0,138	54,7	13,1	—
Теллур (Te)	127,60	6,24	16	452	1390	29,31	0,201	25,1	0,3	—
Титан (Ti)	47,90	4,54	7,7	1800	3400	376,81	0,532	15,1	56	22,4
Торий (Th)	232,038	11,7	11	1827	3526	—	0,117	—	13	—
Углерод (C):										
алмаз	12,01115	13,51	0,91	3540	4000	—	—	629	—	—
графит	12,01	1,7...2,3	7,9	3540	4000	—	0,669	174,5	2000	440
Уран (U)	238,03	19,1	23	1133	3927	—	0,117	19,2	30,6	30,9
Фосфор (P)	30,975	1,82	125	44,1	280	21,77	—	—	—	—
Хром (Cr)	51,996	7,15	5,9	1830	2300	316,10	0,448	69,8	14,5	78,5
Цезий (Cs)	132,905	1,87	97	28	670	15,91	0,201	20,9	78	—
Церий (Ce)	140,12	6,8	—	815	1400	—	0,209	—	—	—
Цинк (Zn)	65,37	7,15	30	419,5	905,7	104,67	0,381	112,8	5,5	148
Цирконий (Zr)	91,22	6,53	6,3	1900	2900	251,21	0,276	—	41	—

Теплофизические свойства металлов и сплавов

Металлы	ρ , кг/м ³	c , кДж/ (кг·К)	$a \cdot 10^3$ м ² /ч	Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·К), при температуре, °С										
				-100	0	20	100	200	300	400	600	800	1000	1200
Алюминий:														
чистый	2700	0,896	34,0	231,9	228,4	228	228,4	228,4	228,4	—	—	—	—	—
сплав Al—Cu (дюралю- миний 94—96 % Al; 3—5 Cu; следы Mg)	2800	0,883	24,0	126,3	159,2	164,5	181,7	183,9	—	—	—	—	—	—
сплав Al—Mg (91—95 % Al; 5—9 % Mg)	2600	0,904	17,3	93,4	108,9	112,5	126,3	141,9	—	—	—	—	—	—
сплав Al—Si (87 % Al; 13 % Si)	2660	0,871	25,8	148,9	162,8	163,9	174,5	184,9	—	—	—	—	—	—
сплав Al—Si (86,5 % Al; 12,5 % Si; 1 % Cu)	2660	0,867	21,5	119,4	137,2	136,8	144,2	152,4	160,9	—	—	—	—	—
сплав Al—Si (78—80 % Al; 20—22 % Si)	2630	0,854	25,7	143,6	157,5	160,9	167,5	174,8	177,9	—	—	—	—	—
сплав Al—Mg—Si (97 % Al; 1 % Mg; 1 % Si; 1 % Mn)	2700	0,892	26,6	—	174,8	176,8	188,6	204,7	—	—	—	—	—	—
Свинец	11250	0,129	8,6	36,9	35,1	34,7	33,4	31,5	29,8	—	—	—	—	—
Медь (чистая)	8950	0,385	40,40	407,1	386,1	386,1	379,1	373,3	—	364,0	353,6	—	—	—
Алюминиевая бронза (95 % Cu; 5 % Al)	8660	0,410	8,39	—	—	83,0	—	—	—	—	—	—	—	—
Бронза (75 % Cu; 25 % Sn)	8660	0,343	3,10	—	—	25,9	—	—	—	—	—	—	—	—
Красная латунь (85 % Cu; 9 % Sn; 6 % Zn)	8710	0,385	6,49	—	58,8	60,5	70,9	—	—	—	—	—	—	—
Латунь (70 % Cu; 30 % Zn)	8520	0,385	12,30	88,3	—	110,7	129,7	143,6	147,1	147,1	—	—	—	—
Константан (60 % Cu; 40 % Ni)	8820	0,410	2,20	20,6	—	22,7	22,2	25,9	—	—	—	—	—	—
Нейзильбер (62 % Cu; 15 % Ni; 22 % Zn)	8613	0,394	2,69	18,9	—	24,9	31,2	45,0	45,0	48,5	—	—	—	—
Магний (чистый)	1745	1,013	35,00	177,9	170,9	170,9	167,5	162,8	157,0	—	—	—	—	—
сплав Mg—Al 6—8 % Al; 1...2 % Zn	1810	1,004	13,00	—	51,9	65,7	62,3	74,4	86,5	—	—	—	—	—
сплав Mg—Mn (2 % Mn)	1809	1,004	23,00	93,5	110,7	114,2	124,6	130,3	—	—	—	—	—	—
Молибден	10214	0,252	19,3	138,4	137,2	137,2	137,2	—	—	—	—	—	—	—
Никель:														
чистый (99,9 %)	8900	0,460	8,20	107,9	93,5	90,0	83,0	72,7	64,0	58,8	—	—	—	—
нечистый (99,2 %)	8900	0,460	6,29	—	69,2	69,2	64,1	58,8	55,4	51,9	55,4	62,3	67,5	69,2

Окончание табл.

Металлы	ρ , кг/м ³	c , кДж/ (кг·К)	$\alpha \cdot 10^3$ м ² /ч	Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·К), при температуре, °С										
				-100	0	20	100	200	300	400	600	800	1000	1200
сплав Ni – Cr (90 % Ni; 10 % Cr)	8660	0,460	1,60	–	17,1	17,3	18,8	20,9	22,8	24,5	–	–	–	–
сплав Ni – Cr (80 % Ni; 20 % Cr)	8310	0,460	1,20	–	12,3	12,7	13,8	15,6	17,1	18,8	22,4	–	–	–
Серебро:														
высокоочищенное	10520	0,252	61,30	418,7	417,5	418,7	415,2	411,7	–	–	–	–	–	–
чистое (99,9 %)	10520	0,252	59,60	418,7	410,5	407,3	392,0	373,3	360,5	360,5	–	–	–	–
Вольфрам	19300	0,126	22,6	–	166,3	162,8	150,0	141,9	133,7	126,8	112,8	76,2	–	–
Цинк (чистый)	7140	0,386	14,8	114,2	112,5	112,1	108,9	105,6	100,4	93,4	–	–	–	–
Олово (чистое)	7300	0,226	14,0	74,4	65,9	64,1	58,8	57,1	–	–	–	–	–	–
Титан	4540,6	0,532	2,27	–	15,1	–	15,7	–	16,9	18 (500)				

Примечание: Плотность, теплоемкость и температуропроводность приведены при 20 °С.

Таблица III.3

Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м · К)

t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ
Алюминий (99,8 %)		0	9,4	600	38,4	300	90,1	100	145,4	1200	93,0
		50	8,4	800	30,8	Калий (99,9 %)		200	133,7	1400	80,2
-190	255,9	100	7,7	Золото(99,999 %)				300	133,7	1600	68,6
-100	234,9	200	7,1			0	100,0	400	137,2	Натрий	
9	229,1	Вольфрам		-100	319,8	30	94,5	500	139,6	-10	116,3
100	226,8	0	162,8	0	312,8	60	91,9	Медь (99,9 %)		0	109,3
200	227,9	100	151,2	50	311,7	Кобальт (97 %)				70	109,3
Алюминий (99,0 %)		200	140,7	100	310,5			-180	488,5	Никель (99,94 %)	
		400	465,2	200	308,2	0	69,8	0	393,1		
-100	204,7	600	113,9	300	307,0	100	94,2	100	384,9	-180	110,5
0	209,3	800	105,8	400	309,4	200	118,6	200	377,9	-50	98,9
100	212,8	1000	98,9	500	312,8	Литий	300	370,9	0	93,0	
200	219,8	1200	98,9	Золото (99,98 %)		-150	83,7	400	365,2	100	82,6
300	225,6	1500	108,2			-100	77,9	500	359,4	200	73,3

t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ	t°, C	λ
400	230,3	2000	132,6	0	294,2	-50	72,1	600	353,6	300	63,9
500	234,9	2400	147,7	100	294,2	0	68,0	700	347,7	400	59,3
Бериллий(99,5 %)		Железо (99,999 %)		Иридий		50	67,5	800	340,8	500	58,2
				0	59,3	100	70,9	900	332,6	Никель (99,2 %)	
-200	90,7	100	87,2	100	56,9	150	73,3	100	319,8		
-100	124,4	200	76,8	200	55,8	Магний (чистый)		Молибден (99,84 %)		-50	69,8
0	157,0	300	66,3	300	55,2					0	67,5
50	172,4	400	55,8	Кадмий (чистый)		0	158,2	-100	141,9	100	61,6
100	187,7	500	50,0			100	152,4	0	140,7	200	58,2
200	217,9	Железо(99,9 %)		-190	104,6	200	147,7	100	137,2	400	52,3
250	233,1			-100	96,5	300	144,2	200	134,9	600	56,9
Висмут (99,995 %)		0	74,4	0	93,4	400	143,0	400	123,1	800	65,1
		100	68,4	50	92,6	Марганец (99,6 %)		600	122,1	Никель(99,97 %)	
-100	11,9	200	61,6	100	91,9			800	113,9		
-50	10,6	400	48,9	200	90,9	0	157,0	1000	104,7	-50	63,9
0	61,6	-100	67,8	0	25,1	300	361,7	200	104,7	100	11,9
100	56,9	0	69,8	50	34,3	400	361,7	300	100,0	200	13,3
200	54,7	100	71,8	100	33,5	500	366,3	400	95,4	300	14,5
400	48,8	200	73,7	150	32,8	600	374,5	Уран		400	15,6
600	52,3	400	77,7	200	31,9	Сурьма (99,99 %)		0	19,2	500	16,7
800	58,2	600	81,6	300	30,2			100	20,4	600	18,0
Олово		800	85,6	327	30,0	-100	22,7	200	23,3	Таллий (99,9 %)	
-150	79,1	1000	89,6	Серебро (99,98 %)		0	18,8	300	24,2		
0	66,1	1100	101,2			100	16,7	450	25,8	-190	62,8
50	63,2	Родий		-200	425,7	200	15,9	Цирконий (100 %)		0	51,2
100	60,8	-50	93,0	-100	422,2	300	16,6			Тантал	
150	59,2	0	89,1	0	418,7	400	18,0	100	20,1	0	54,7
200	57,9	50	84,9	100	416,4	500	20,2	200	20,4	100	54,1
230	57,3	100	80,2	150	415,2	600	23,3	300	19,9	1000	63,9
Палладий		150	75,0	Серебро (99,9 %)		Цинк (99,993 %)		400	19,9	1400	72,1
-190	76,8	Свинец (99,99 %)						500	20,4	1800	82,6
0	68,6			-100	419,8	-200	117,5	600	21,5		
100	73,3	-250	48,8	0	410,5	-100	115,1	700	22,9		
Платина (99,99 %)		-200	40,7	100	391,9	0	112,8	Цирконий (97 %)			
		-100	36,6	200	372,2	100	108,7				

Коэффициент теплопроводности λ некоторых цветных металлов и технических сплавов

Наименование сплава	Химический состав, %	λ , Вт/(м·К) при температуре, °С						
		0	100	200	300	400	500	600
Никель чистой 99,2 %	—	67,5	62,8	58,2	—	52,3	—	56,9
Нихром	10 Cr, остальное никель	17,1	18,9	20,9	22,8	24,7	—	—
	20 Cr, остальное никель	12,2	13,8	15,6	17,2	18,9	—	22,6
	15 Cr + 20 Fe + 4 Mn, остальное никель	11,6	11,9	12,2	12,4	12,7	12,9	13,1
	16 Cr + 23 F, остальное никель	11,8	13,3	14,6	16,5	17,4	—	—
Монель	40 Cu, остальное никель	20,1	25,6	32,8	39,7	—	—	—
	29 Cu+Fe, остальное никель	20,1	24,4	27,6	30,2	33,7	—	—
	12 Cr+25 Fe, остальное никель	13,5	14,9	15,2	15,5	15,7	15,8	16,2
Сплавы никеля по ГОСТ 492-58								
Мельхиор:								
HM81	19 Ni + 1Co, остальное медь	37,7	—	—	—	—	—	—
HM70	30 Ni +1Co, остальное медь	37,1	—	—	—	—	—	—
Константан НММц 58,5—1,54	40,0 Ni + 1,5 Mn, остальное медь	20,9	23,2	26,3	30,6	37,2	—	—
Копель НМ 56,5	43,0 Ni, остальное медь	24,2	—	—	—	—	—	—
Монель НМЖМц и К-монель	25,0 Fe+57,0 Ni+1,6 Mn, остальное медь	25,1	—	—	—	—	—	—
Алюмель	2,0 Al+94,0 Ni+2,0 Mn	32,7	—	—	—	—	—	—
Хромель	90,0 Ni+9 Cr+1 Co	16,0	17,8	19,8	21,6	23,5	—	—
Манганил НММц 85—12	Cu+3,0 Ni+12,0 Mn	21,7	26,4	31,4	36,1	—	—	—
Инвар	65,0 Fe+35,0 Ni	11,0	11,4	11,9	12,7	—	—	—
Магниеые сплавы по ГОСТ 2856-68								
	92 Mg+8,0 Al	61,6	70,0	79,3	88,9	—	—	—
	88Mg+10,0Al+2,0 Si	58,2	66,4	75,9	—	—	—	—
	92 Mg+8,0 Cu	125,9	130,0	133,3	139,2	—	—	—
Электрон	93 Mg+0,5 Cu+4,0 Zn	117,5	130,9	—	—	—	—	—
Платиноиридий	90 Pt+10 Ir	30,9	31,4	32,4	—	—	—	—

Наименование сплава	Химический состав, %	λ , Вт/(м·К) при температуре, °С						
		0	100	200	300	400	500	600
Платинородий	90Pt+10Rh	30,2	30,6	31,6	—	—	—	—
Мягкие припой по ГОСТ 1499—70:								
		66,1	59,3	56,9	—	—	—	—
олово чистое	—							
свинец чистый	—	35,1	33,4	32,2	29,8	—	—	—
ПОС-90	89—90 Sn, не более 0,15 Sb, остальное свинец	62,6	—	—	—	—	—	—
ПОС-40	40,0 Sn+2 Sb, остальное свинец	39,8	—	—	—	—	—	—
ПОС-30	30,0 Sn+2 Sb, остальное свинец	38,1	—	—	—	—	—	—
ПОС-18	18,0 Sn+2,5 Sb, остальное свинец	38,5	—	—	—	—	—	—
Металл Розе	50 Bi+26 Sn+25 Pb	16,3	—	—	—	—	—	—
Металл Вуда	48 Bi+13 Cd+13 Sn+26 Pb	12,8	—	—	—	—	—	—

Таблица III.5

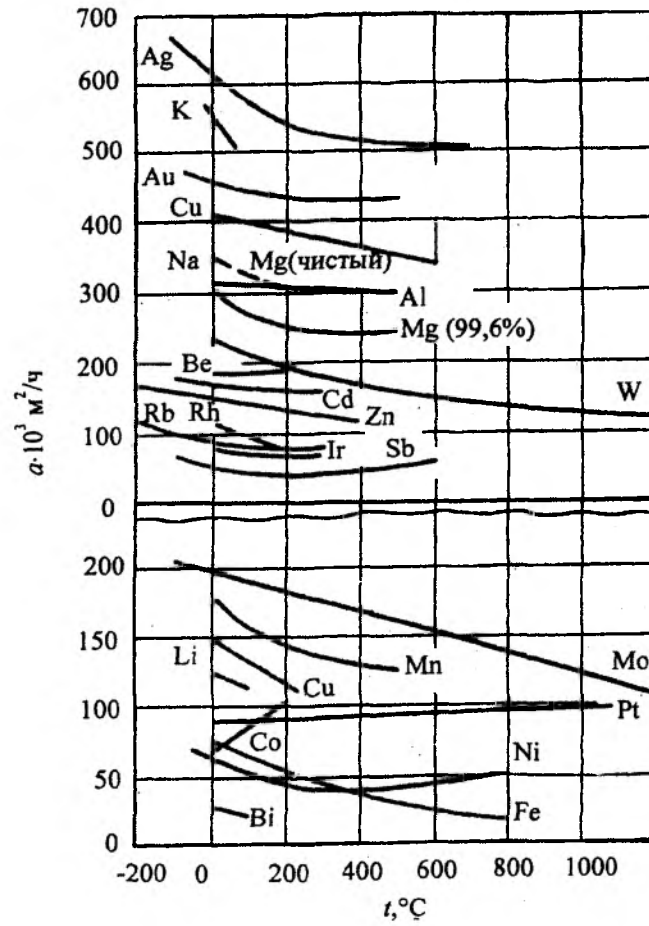
Изобарная массовая теплоемкость металлов c_p , кДж/(кг · К)

t , °С	c_p	t , °С	c_p	t , °С	c_p	t , °С	c_p	t , °С	c_p	t , °С	c_p
Алюминий		800	0,549	100	0,461	Кадмий		0	3,31	50	1,223
0	0,895	1000	0,565	200	0,482	-100	0,221	50	3,42	70	1,261
50	0,904	1200	0,586	400	0,523	-50	0,230	100	3,56	90	1,244
100	0,913	1400	0,641	600	0,578	0	0,230	150	3,68	Никель	
150	0,925	Висмут		800	0,645	50	0,231	180	3,77	0	0,427
200	0,938	0	0,1235	900	0,666	100	0,2336	Магний		100	0,448
300	0,955	50	0,1248	100	0,682	150	0,2353	0	0,976	200	0,473
400	0,979	100	0,1260	1200	0,678	200	0,2369	100	1,0,29	400	0,511
500	0,996	150	0,1273	1400	0,678	250	0,2386	200	1,0,59	600	0,519
600	1,022	200	0,1285	1500	0,695	Калий		300	1,0,89	800	0,523
Бериллий		250	0,1298	Золото		-100	0,669	400	1,114	1000	0,528
-100	1,298	Вольфрам		0	0,1302	-50	0,729	500	1,135	Ниобий	
0	1,675	0	0,1339	100	0,1306	-20	0,733	600	1,147	0	0,268

$t, ^\circ\text{C}$	c_p	$t, ^\circ\text{C}$	c_p	$t, ^\circ\text{C}$	c_p	$t, ^\circ\text{C}$	c_p	$t, ^\circ\text{C}$	c_p	$t, ^\circ\text{C}$	c_p
100	1,888	200	0,1361	200	0,1315	0	0,737	Марганец		200	0,272
200	2,026	400	0,1382	400	0,1327	20	0,741	0	0,431	400	0,276
300	2,148	600	0,1403	600	0,1348	50	0,745	100	0,461	600	0,281
400	2,219	800	0,1424	800	0,1378	Кобальт		200	0,486	800	0,285
500	2,294	1000	0,1444	1000	0,1403	-100	0,352	400	0,540	1000	0,289
600	2,357	1200	0,1465	Иридий		0	0,448	600	0,595	1200	0,293
700	2,416	1400	0,1486	0	0,1285	200	0,461	800	0,624	1400	0,297
800	2,470	1600	0,1507	200	0,1315	400	0,477	1000	0,678	Медь	
900	2,525	1800	0,1528	400	0,1348	600	0,502	1200	0,724	0	0,389
Ванадий		Галлий		600	0,1377	800	0,532	Натрий		100	0,394
0	0,494	-10	0,352	800	0,1407	1000	0,574	-150	1,022	200	0,398
100	0,502	0	0,352	1000	0,1440	1200	0,619	-100	1,076	400	0,406
200	0,511	29	0,356	1200	0,1469	Литий		-50	1,143	600	0,414
400	0,528	Железо		1400	0,1499	-200	2,63	0	1,197	800	0,423
600	0,536	0	0,439	1600	0,1532	-100	3,06	20	1,206	1000	0,431
Молибден		Платина		1000	0,2881	Серебро		300	0,2148	100	0,461
0	0,251	0	0,1310	1200	0,2960	-200	0,2114	400	0,2181	200	0,473
200	0,259	200	0,1344	1400	0,3035	-100	0,2257	500	0,2211	400	0,494
400	0,264	400	0,1373	Рубидий		0	0,2332	600	0,2239	600	0,519
600	0,268	600	0,1403	0	0,335	100	0,2361	Титан		800	0,544
800	0,276	800	0,1428	10	0,339	200	0,2391	0	0,532	1000	0,565
1000	0,281	1000	0,1453	20	0,343	300	0,2424	100	0,540	1200	0,590
1200	0,285	1200	0,1482	30	0,343	400	0,2445	200	0,553	1400	0,615
1400	0,293	1400	0,1507	39	0,348	500	0,2474	400	0,574	1500	0,628
Олово		1600	0,1532	Свинец		700	0,2525	600	0,595	Цинк	
0	0,222	Родий		-180	0,1218	900	0,2575	800	0,619	-200	0,343
50	0,226	0	0,2437	-100	0,1231	Сурьма		900	0,628	-100	0,368
100	0,230	200	0,2533	0	0,1273	-100	0,200	Хром		0	0,3839
150	0,234	400	0,2625	100	0,1320	0	0,2059	-200	0,276	100	0,3923
200	0,239	600	0,2713	200	0,1336	100	0,2089	-100	0,377	200	0,4011
230	0,243	800	0,2797	300	0,1369	200	0,2119	0	0,448	300	0,4095
										400	0,4183

**Коэффициент температуропроводности металлов $\alpha \cdot 10^3, \text{ м}^2/\text{ч}$
в зависимости от температуры t**

$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α	$t, ^\circ\text{C}$	α
Алюминий (99,0 %)		400	37,1	40	522	300	130	0	340	700	95,2	700	507
		600	24,3	50	516	400	127	10	338	800	96,3	Сурьма (99,99 %)	
0	313	800	15,8	60	510	500	123	20	335	900	96,5		
100	306	Золото (99,999 %)		Кобальт (97 %)		Медь (99,9 %)		40	334	1000	97,3	-100	63,3
200	304							60	330	1100	98,0	0	49,2
300	302	-100	474,0	0	63,6	0	405	Никель		Родий		100	42,7
400	298	0	447	100	84,73	100	396	-50	69,4	0	106	200	39,6
500	296	100	443,5	200	99,02	200	382	0	64,0	50	99	300	40,1
Бериллий (99,5 %)		200	438,5	Литий		300	370	100	52,6	100	92	400	42,6
		300	432,8	0	145	400	360	200	45,6	150	81	500	46,6
0	183,4	400	431,1	50	138	500	348	400	41,5	Свинец (99,99 %)		600	52,5
100	179,9	500	431,8	100	123	600	339	600	44,8			Цинк (99,993 %)	
200	189,9	Иридий		Магний (99,6 %)		800	318	800	50,6	-250	145		
Висмут		0	74,8			1000	292	Олово		-200	112,5	-200	167
0	28,4	100	69,50	0	305	Молибден (99,84 %)		0	148	-100	92,1	-100	157
50	24,4	200	66,48	100	269			50	133,8	0	87,4	0	148
100	22,0	300	64,54	200	252	-100	203	100	125,0	100	80,5	100	138
Вольфрам		Кадмий		300	239	0	197	150	117,3	200	80,6	200	128
0	226	-100	177,7	400	237	100	187	200	112,1	300	73,6	300	119
200	189,9	0	168	500	242	200	182	230	109,7	Серебро (99,9 %)		400	110
400	168,2	50	165,5	Магний (чистый)		400	165	Платина (99,99 %)					
600	146,1	100	162,9			600	151			-100	666		
800	132,3	200	158,6	100	321,3	800	137	0	89	0	610		
1000	120,6	300	154,7	200	302,4	1000	125	100	90,6	100	570		
1200	114,7	Калий		Марганец (99,6 %)		1200	104	200	90,6	200	544		
Железо (99,9 %)		1	560			1400	86	300	90,7	300	512		
		10	550	0	177	1600	72	400	91,3	400	507		
1	77,3	20	540	100	156	Натрий		500	92,2	500	507		
100	64,2	30	530	200	136	-10	348	600	94,5	600	507		

Зависимость коэффициента температуропроводности α металлов от температуры t 

**Средний коэффициент линейного расширения металлов $\beta \cdot 10^6$, 1/К
в интервале температур 0 до t , °С**

t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$	t , °С	$\beta \cdot 10^6$
Алюминий		1700	5,51	Кадмий		Медь		Ниобий		1000	11,21	200	9,6
-100	19,5	1900	5,60	-50	28,3	0	16,7	-100	6,92	1200	11,62	300	9,8
0	22,8	2100	5,8	0	29,0	100	17,06	0	7,06	1400	11,94	400	10,0
100	23,7	Галлий		50	29,7	200	17,42	100	7,20	1500	12,07	500	10,2
200	24,5	0	18,1	100	30,4	400	18,14	200	7,35	Свинец		600	10,3
300	25,4	Железо		150	31,1	600	18,86	400	7,64	-250	25,1	Титан	
400	26,2	0	11,3	200	31,8	800	19,58	Олово		-200	26,5	0	7,7
500	27,1	100	12,15	250	32,4	1000	20,3	0	21,0	-100	27,3	100	8,1
600	27,9	200	12,7	Кобальт		Молибден		50	23,5	0	28,3	200	8,5
Бериллий		400	13,8	0	12,0	0	5,1	100	26,2	100	29,2	400	9,2
0	10,5	600	14,5	100	12,5	100	5,19	150	28,9	200	30,3	600	10,0
100	11,7	800	14,8	200	13,0	200	5,28	200	31,6	300	31,3	700	10,4
200	12,8	Золото		300	13,5	300	5,39	Платина		Серебро		Хром	
300	13,7	0	14,15	400	13,9	400	5,48	0	8,95	-100	18,5	-100	5,1
400	14,5	100	14,32	500	14,4	500	5,59	100	9,1	0	19,5	0	5,88
500	15,2	200	14,51	Магний		600	5,68	200	9,2	100	19,62	100	6,61
600	15,7	400	14,96	-100	24,12	800	5,87	400	9,45	200	19,79	200	7,28
Висмут		600	15,49	0	25,07	Никель		600	9,65	300	20,0	400	8,40
0	15,4	800	16,12	100	26,00	0	13,40	800	9,9	400	20,3	600	9,22
Вольфрам		1000	16,80	200	27,0	100	13,60	1000	10,15	500	20,6	700	9,40
0	4,3	Иридий		400	29,83	200	14,00	1100	10,35	600	21,0	Цинк	
200	4,44	0	6,5	600	31,71	250	14,27	Родий		700	21,4	-200	22
400	4,6	100	6,65	Марганец		300	14,60	0	7,85	800	21,8	-100	28
600	4,72	200	6,80	0	22	350	14,97	200	8,71	900	22,4	0	30
800	4,86	400	7,11	200	22,2	400	14,98	400	9,46	Сурьма		100	32
1000	5,01	600	7,41	400	23,0	600	15,56	600	10,14	0	9,2	200	34
1200	5,15	800	7,72	600	24,0	800	16,13	800	10,71	100	9,4	300	36
1500	5,35			800	26,0							400	38

Основные характеристики материалов для нагревательных элементов сопротивления

Наименование материала или марка, химический состав	Область применения	Плотность ρ , г/см ³	Удельное электрическое сопротивление ρ_s при t ; °С, Ом·мм ² /м	Коэффициент линейного расширения $\beta \cdot 10^6$ при 20 °С, 1/К
Сталь	Нагреватели низкотемпературных печей, термоэлектроды	7,86	0,12...0,15 + 710...10 ⁻³ t	11,7
Сталь X25H20C2 (ЭИ283): 23...27 % Cr; 17...20 % Ni; 2...3 % Si; 50...53 % Fe	Жароупорные детали, нагревательные элементы печей, до 800 °С	7,84	0,92 + 38·10 ⁻⁵ t	16,3
Сталь X23H18 (ЭИ417): 22...25 % Cr; 17...20 % Ni; 53...57 % Fe	Жароупорные детали, нагревательные элементы печей, до 800 °С	7,8	0,9 + 40·10 ⁻⁵ t	17,0
Сталь ЭИ595 (сплав модифицирован.): 21,5...23,5 % Cr; 4,3...4,8 % Al; < 0,5 % C	Нагревательные элементы печей, до 1150 °С	7,27	1,4+5·10 ⁻⁵ t	17,4
Сталь ЭИ595 (сплав модифицирован.)	Нагревательные элементы печей, до 1250 °С	7,19	1,4+5·10 ⁻⁵ t	—
Богатый железом нихром 20/35: 15...20 % Cr; 30...35 % Ni; 45...50 Fe	Жароупорные детали, нагревательные элементы печей, до 900 °С, и бытовых приборов	7,95	1,06+26·10 ⁻⁵ t	16,0
Нихром X15H60 (ЭХН60): 15...18 % Cr; 55...61 % Ni; 22...27 % Fe; < 0,15 C	Нагревательные элементы печей, до 950°С	8,2... 8,35	1,09...1,12+14·10 ⁻⁵ t	13,0
Нихром X20H80 (ЭХН80): 20...23 % Cr; 75...78 % Ni; 1,5 % Fe; < 0,15 % C	Нагревательные элементы печей, до 1100 °С	8,4	1,07...1,12+8,5·10 ⁻⁵ t	14,0
Нихром X20H80T: 10...21 % Cr; 75...78 % Ni; 2...3 % Ti; < 0,08 C	То же	8,4	1,071...1,12 (20 °С)	—
Нихром X20H80 T3: <2,5 % Fe; 0,5 % Mn; 19...23 % Cr; 69...75 Ni; 2...2,9 % Ti; 0,4...1,1% Al	Нагревательные элементы печей, до 1150 °С	8,4	1,27+4·10 ⁻⁵ t	—
Фехраль X13Ю4 (ЭИ60): 12...15 % Cr; 3,5...5,5 % Al; 80...83 % Fe; <0,15 % C	Нагревательные элементы печей, до 700 °С, и бытовых приборов	7,4	1,26+6·10 ⁻⁵ t	—
Сплав для бытовых приборов: 12...15 % Cr; 2,5...3,0 % Al; 0,12 % C; ост. Fe	Нагревательные элементы бытовых приборов	7,5	0,88+10 ⁻⁴ t	13(20...200 °С)
Каптал: 20 % Cr; 3 % Al; Co; ост. Fe	Нагревательные элементы печей, до 1200...1250 °С	7,1...7,25	1,3...1,45 + 69·10 ⁻⁵ t	14...16 (20...200 °С)
Мегапир: 30 % Cr; 5 % Al; <0,1 % C; ост. Fe	То же	7,1	1,4+4·10 ⁻⁵ t	15,5 (20...200 °С)

Наименование материала или марка, химический состав	Область применения	Плотность ρ , г/см ³	Удельное электрическое сопротивление ρ_s при t ; °С, Ом·мм ² /м	Коэффициент линейного расширения $\beta \cdot 10^6$ при 20 °С, 1/К
Платина	Нагревательные элементы лабораторных печей на 1100...1300 °С	21,46	$0,98 + 3,86 \cdot 10^{-3}t - 5,68$ погрешность 0,5 % °С $0 < t \leq 660$ °С	$8,95 + 1,22 \cdot 10^{-3}t$ погрешность 0,5 %; $0 < t < 1100$ °С
Молибден	Нагревательные элементы вакуумных, до 1650 °С, и водородных, до 2000 °С, печей	10,2	$0,515 + 2,85 \cdot 10^{-3}t + 2,06 \cdot 10^{-5}t^2$, погрешность 3%, $0 < t < 2500$ °С	$5,1 + 9,65 \cdot 10^{-4}t$, погрешность 2%; $0 < t < 2100$ °С
Вольфрам	Нагревательные элементы вакуумных и водородных печей, до 3000 °С	19,34	$2,6 \cdot 10^{-3}t + 1,74 \cdot 10^{-5}t^2$, погрешность 3 %, $500 < t < 3200$ °С	$4,3 + 7,1 \cdot 10^{-4}t$, погрешность 3 %; $0 < t < 2100$ °С
Тантал	Нагревательные элементы вакуумных и водородных печей, до 2500 °С	16,6	$0,15 + 4 \cdot 10^{-3}t$	6,5 (0...100 °С)
Глобар (SiC)	Нагревательные элементы печей, на 1350...1400 °С	2,3*	800...1900	—
Силик (SiC)	То же		800...1900	5,6
Графит	Нагревательные элементы печей, на 2000...3000 °С	2,2*	8...13	—
Уголь	То же	1,6*	40...60	—
Криол (С)	Нагревательные элементы лабораторных печей, на 1400...1800 °С	1,0...1,25*	600...2000	—

Таблица III.10

Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м · К), углеродистых сталей различных марок в зависимости от температуры

Температура, °С	Марка стали						
	08кп	08	20	40	У8	У8	У12
0	65,1	59,5	51,9	51,9	49,8	51,1	45,2
50	62,8	58,6	51,5	51,5	49,4	50,2	45,2
100	60,2	57,7	51,1	50,6	48,1	48,9	44,8
150	57,7	55,2	49,9	49,8	46,9	47,7	42,4
200	55,6	53,5	48,5	48,1	45,1	46,1	42,7
250	53,0	51,5	46,5	46,9	43,0	43,9	41,1
300	50,9	49,4	44,4	45,6	41,4	41,9	40,2

Температура, °С	Марка стали						
	350	48,5	47,7	43,6	44,3	40,2	40,2
400	46,5	44,8	42,7	41,9	38,1	37,6	37,2
450	43,5	42,3	41,1	40,0	36,4	36,9	36,1
500	41,1	40,2	39,3	38,1	35,2	35,6	34,7
550	39,4	38,1	37,7	36,1	33,9	34,4	33,5
600	37,4	36,1	35,6	33,6	32,7	33,3	31,9
650	36,1	33,9	33,9	31,9	31,4	31,9	30,0
700	33,9	31,9	31,9	30,0	30,1	30,7	28,3
750	31,9	29,8	28,5	26,9	26,9	27,3	26,9
800	30,1	28,5	25,9	24,8	24,3	24,3	23,7
850	27,7	27,2	25,9	24,8	24,3	24,3	23,7
900	27,2	26,7	26,4	25,7	25,7	25,2	24,8
950	27,2	27,2	27,2	26,1	26,5	26,1	25,7
1000	27,7	27,7	27,7	26,9	26,9	26,9	26,1
1050	28,0	28,0	28,0	27,2	27,7	27,7	26,9
1100	28,5	28,5	28,5	28,0	28,6	28,6	27,2
1150	29,8	29,3	29,3	28,7	29,4	28,7	28,0
1200	29,8	29,8	29,8	29,5	30,2	29,5	28,6

Таблица III.11

**Средняя массовая теплоемкость c_p , кДж/(кг · К),
углеродистых сталей различных марок**

Температура, °С	Углеродистые стали							
	Чистое железо (99,99 %)	08кп	08	20	40	У8	У8'	У12
100	0,469	0,486	0,486	0,486	0,486	0,486	0,502	0,486
150	0,477	0,594	0,494	0,494	0,494	0,502	0,511	0,502
200	0,489	0,502	0,502	0,502	0,498	0,515	0,523	0,815
250	0,498	0,511	0,511	0,511	0,507	0,523	0,523	0,523
300	0,511	0,519	0,519	0,519	0,515	0,532	0,519	0,532
350	0,519	0,528	0,528	0,528	0,523	0,540	0,544	0,540

Температура, °С	Углеродистые стали							
	Чистое железо (99,99 %)	08кп	08	20	40	У8	У8'	У12
400	0,528	0,536	0,540	0,540	0,532	0,548	0,553	0,544
450	0,536	0,548	0,548	0,548	0,544	0,557	0,565	0,557
500	0,553	0,561	0,561	0,561	0,557	0,589	0,574	0,565
550	0,561	0,574	0,578	0,574	0,569	0,582	0,586	0,578
600	0,578	0,590	0,590	0,590	0,582	0,595	0,503	0,586
650	0,595	0,611	0,607	0,607	0,595	0,603	0,615	0,599
700	0,615	0,628	0,628	0,628	0,607	0,619	0,632	0,615
750	0,641	0,645	0,662	0,669	0,678	0,724	0,745	0,720
800	0,657	0,678	0,682	0,703	0,674	0,716	0,737	0,716
850	0,666	0,682	0,695	0,703	0,662	0,712	0,729	0,712
900	0,666	0,695	0,703	0,703	0,657	0,708	0,724	0,708
950	0,682	0,691	0,609	0,699	0,653	0,703	0,716	0,703
1000	0,678	0,691	0,695	0,695	0,653	0,699	0,712	0,699
1050	0,669	0,691	0,695	0,691	0,653	0,695	0,708	0,695
1100	0,666	0,691	0,695	0,691	0,649	0,695	0,703	0,695
1150	0,666	0,687	0,691	0,691	0,649	0,691	0,707	0,691
1200	0,666	0,687	0,691	0,687	0,649	0,691	0,699	0,691
1250	0,662	0,687	0,691	0,687	0,653	0,691	0,699	0,691
1300	0,662	0,699	0,687	0,687	0,653	0,691	0,699	0,687

Таблица III.12

**Средняя массовая теплоемкость c_p , кДж/(кг · К),
углеродистых сталей в интервале от 50 до t °С**

Интервал температур, °С	Углеродистые стали							
	Чистое железо (99,99 %)	08кп	08	20	40	У8	У8'	У12
50 – 100	0,469	0,481	0,481	0,486	0,486	0,489	0,498	0,486
100 – 150	0,489	0,502	0,502	0,507	0,502	0,519	0,523	0,519
150 – 200	0,511	0,519	0,523	0,519	0,515	0,532	0,544	0,540

Интервал температур, °С	Углеродистые стали							
	Чистое железо (99,99 %)	08кп	08	20	40	У8	У8'	У12
200—250	0,528	0,536	0,544	0,532	0,528	0,548	0,548	0,544
250—300	0,544	0,553	0,557	0,557	0,548	0,565	0,565	0,557
300—350	0,565	0,574	0,569	0,574	0,569	0,586	0,552	0,578
350—400	0,586	0,595	0,595	0,599	0,586	0,607	0,603	0,599
400—450	0,611	0,624	0,624	0,624	0,611	0,628	0,632	0,615
450—500	0,649	0,662	0,662	0,662	0,649	0,669	0,666	0,636
500—550	0,691	0,708	0,695	0,703	0,691	0,695	0,708	0,662
550—600	0,733	0,754	0,741	0,749	0,708	0,716	0,749	0,699
600—650	0,775	0,799	0,791	0,787	0,733	0,720	0,779	0,745
650—700	0,829	0,867	0,858	0,846	0,770	0,770	0,833	0,816
700—750	0,971	1,105	1,139	0,432	1,583	2,081	2,186	2,089
750—800	0,913	0,875	0,959	0,950	0,624	0,615	0,632	0,649
800—850	0,754	0,795	0,867	0,737	0,502	0,657	0,619	0,657
850—900	0,716	0,849	0,816	0,649	0,548	0,619	0,619	0,619
900—950	0,946	0,662	0,649	0,649	0,624	0,624	0,619	0,619
950—1000	0,557	0,669	0,657	0,649	0,624	0,632	0,615	0,628
1000—1050	0,582	0,669	0,657	0,649	0,632	0,645	0,628	0,635
1050—1100	0,599	0,669	0,662	0,649	0,632	0,653	0,636	0,641
1100—1150	0,615	0,669	0,662	0,657	0,641	0,662	0,653	0,649
1150—1200	0,632	0,669	0,666	0,666	0,653	0,669	0,669	0,657
1200—1250	0,649	0,669	0,666	0,678	0,669	0,678	0,678	0,666
1250—1300	0,669	0,669	0,666	0,687	0,687	0,678	0,695	0,674

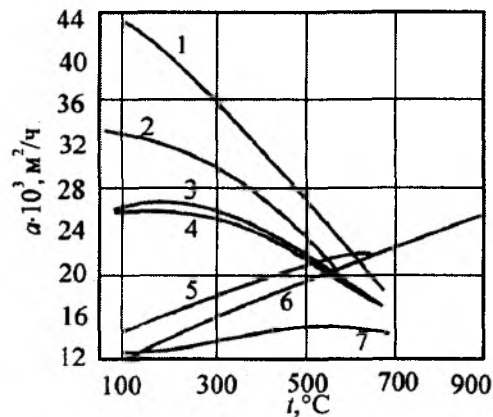
Таблица III.13

Плотность углеродистых сталей ρ , г/см³

Температура, °С	Углеродистые стали					
	08кп	08	20	30	У8	У12
0	7,876	7,861	7,863	7,858	7,855	7,834
15	7,871	7,856	7,859	7,854	7,851	7,830
50	7,861	7,847	7,849	7,845	7,842	7,822

Температура, °С	Углеродистые стали					
	08кп	08	20	30	У8	У12
100	7,846	7,832	7,834	7,832	7,829	7,809
150	7,830	7,846	7,819	7,817	7,815	7,796
200	7,814	7,800	7,803	7,801	7,800	7,781
250	7,798	7,783	7,787	7,784	7,784	7,765
300	7,781	7,765	7,770	7,766	7,767	7,749
350	7,763	7,748	7,753	7,748	7,749	7,731
400	7,745	7,730	7,736	7,730	7,731	7,713
450	7,727	7,711	7,718	7,711	7,713	7,694
500	7,708	7,692	7,699	7,692	7,694	7,675
550	7,688	7,673	7,679	7,672	7,675	7,655
600	7,668	7,653	7,659	7,652	7,655	7,634
650	7,648	7,632	7,635	7,628	7,632	7,613
700	7,628	7,613	7,617	7,613	7,612	7,592
750	7,610	7,594	7,620	7,624	7,604	7,581
800	7,598	7,582	7,624	7,635	7,594	7,565
850	7,601	7,589	7,616	7,617	7,565	7,528
900	7,602	7,594	7,600	7,590	7,533	7,489
950	7,583	7,572	7,574	7,564	7,509	7,463
1000	7,550	7,543	7,548	7,538	7,485	7,438
1050	7,523	7,515	7,522	7,512	7,460	7,413
1100	7,495	7,488	7,496	7,486	7,436	7,388

Зависимость коэффициента температуропроводности a некоторых легированных сталей от температуры



(1 — 30Г2; 2 — 30ХН3; 3 — 50С2Г; 4 — Р18; 5 и 6 — хромоникелевые аустенитные стали; 7 — Г13)

Таблица III.15

Коэффициент температуропроводности углеродистых сталей a , м²/ч

Интервал температур, °С	Углеродистые стали					
	08кп	08	20	40	У8	У12
50 — 100	0,059	0,055	0,049	0,048	0,046	0,043
100 — 150	0,053	0,052	0,046	0,046	0,042	0,040
150 — 200	0,050	0,048	0,044	0,044	0,040	0,038
200 — 250	0,047	0,045	0,041	0,041	0,037	0,036
250 — 300	0,044	0,042	0,038	0,039	0,035	0,034
300 — 350	0,040	0,040	0,036	0,037	0,032	0,032
350 — 400	0,037	0,036	0,033	0,034	0,030	0,029
400 — 450	0,034	0,033	0,031	0,031	0,028	0,028
450 — 500	0,030	0,029	0,028	0,028	0,025	0,026
500 — 550	0,027	0,026	0,026	0,025	0,023	0,024
550 — 600	0,024	0,023	0,023	0,023	0,022	0,022
600 — 650	0,022	0,021	0,021	0,021	0,021	0,020
650 — 700	0,019	0,018	0,018	0,019	0,019	0,017
700 — 750	0,014	0,013	0,010	0,009	0,007	0,006
750 — 800	0,017	0,014	0,014	0,020	0,020	0,019
800 — 850	0,017	0,015	0,017	0,018	0,019	0,019
850 — 900	0,015	0,016	0,019	0,019	0,019	0,019
900 — 950	0,019	0,019	0,019	0,019	0,020	0,019
950 — 1000	0,019	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
1000 — 1050	0,020	0,020	0,021	0,020	0,020	0,020
1050 — 1100	0,020	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021

Средний коэффициент линейного расширения $\beta \cdot 10^6$, углеродистых сталей для интервала температур от 0 до t °С

Интервал температур, °С	Углеродистые стали					
	08кп	08	20	40	У8	У12
50	12,38	11,74	11,92	10,72	10,84	10,30
100	12,62	12,19	12,18	11,21	11,11	10,60
150	12,86	12,63	12,43	11,69	11,39	10,90
200	13,08	12,99	12,66	12,14	11,72	11,25
250	13,27	13,27	12,88	12,60	12,11	11,68
300	13,46	13,51	13,08	13,00	12,49	12,11
350	13,64	13,71	13,27	13,31	12,84	12,51
400	13,83	13,91	13,47	13,58	13,15	12,88
450	14,04	14,11	13,67	13,82	13,41	13,21
500	14,25	14,30	13,92	14,05	13,65	13,53
550	14,45	14,49	14,17	14,63	13,90	13,85
600	14,65	14,68	14,41	14,58	14,16	14,16
650	14,88	14,91	14,85	14,98	14,56	14,50
700	15,00	15,05	14,88	14,85	14,74	14,69
750	15,01	15,10	13,75	13,22	14,19	14,38
800	14,72	14,79	12,64	11,84	13,83	14,33
850	13,68	13,57	12,33	12,04	14,45	15,32
900	12,89	12,60	12,41	12,65	15,19	16,33
450	13,20	12,88	12,91	13,14	15,47	16,60
1000	13,79	13,49	13,37	13,59	15,72	16,84
1050	14,24	13,96	13,78	13,99	15,95	17,06
1100	14,65	14,38	14,16	14,36	16,15	17,26
1150	15,02	14,77	14,50	14,69	16,34	17,44
1200	15,37	15,12	14,81	15,00	16,52	17,60

Удельное электросопротивление углеродистых сталей $\rho \cdot 10^6, \text{ Ом} \cdot \text{см}$

Интервал температур, °С	Углеродистые стали						
	08кп	08	20	40	У8	У8'	У12
0	12,0	13,2	15,9	16,0	17,0	16,5	18,4
20	13,0	14,2	16,9	17,1	18,0	17,6	19,6
50	14,7	15,9	18,7	18,9	19,8	19,4	21,6
100	17,8	19,0	21,9	22,1	23,2	22,8	25,2
150	21,3	22,4	25,4	25,7	26,8	26,3	29,0
200	25,2	26,3	29,2	29,6	30,8	30,3	33,3
250	29,5	30,5	33,4	33,9	35,1	34,6	37,9
300	34,1	35,2	38,1	38,7	39,8	39,2	43,0
350	39,3	40,2	43,2	43,8	45,0	44,3	48,3
400	44,8	45,8	48,7	49,3	50,5	49,8	54,0
450	50,9	51,8	54,6	55,3	56,5	55,7	60,1
500	57,5	58,4	60,1	61,9	62,8	62,2	66,5
550	64,8	65,7	68,2	68,9	69,9	69,2	73,4
600	72,5	73,4	75,8	76,6	77,2	76,7	80,2
650	80,7	81,6	83,7	84,4	85,2	84,3	87,8
700	89,8	90,5	92,5	93,2	93,5	92,7	96,4
750	100,3	101,1	105,0	107,9	110,5	110,7	113,0
800	107,3	108,1	109,4	111,1	112,9	112,9	115,2
850	110,4	111,1	111,8	113,1	114,8	114,9	117,6
900	112,4	113,0	113,6	114,9	116,4	116,6	119,6
950	114,2	114,8	115,2	116,6	117,8	118,2	121,2
1000	116,0	116,5	116,7	117,9	119,1	119,7	122,6
1050	117,5	117,9	118,1	119,3	120,4	120,9	123,8
1100	118,9	119,3	119,4	120,7	121,4	122,2	124,9
1150	120,3	120,7	120,7	122,0	122,3	123,5	126,0
1200	121,7	122,0	121,9	123,0	123,1	124,6	127,1
1250	123,0	123,3	122,9	124,0	123,8	125,9	128,2
1300	124,1	124,4	123,9	—	124,6	126,7	128,7
1350	125,2	125,3	125,1	—	125,0	127,4	129,5

Критические точки фазовых превращений сталей, °С

Номер марки стали	Марка стали	A_{c1}	A_{c2}	A_{r1}	A_{r2}
1	15ХМ	770	850—870	—	—
2	30ХМА	757	807	693	763
4	30Х	763	—	—	—
8	30ХНЗ	725	—	—	—
12	Х6М	850	850	—	—
13	30Г2	730	—	—	—
15	15М	730	930	610	830
16	12МХ	755	860	760	820
3	15ХФ	800	890	775	825
19	10Х2Ф	825	900	790	860
20	10Х2ФТ	852	922	—	—
21	10Х2ФМ	820	900	750	860
22	10Х2ФВ	910	945	—	—
28	12Х5СМА	850	890	—	—
29	50С2Г	779	—	—	—
30	30НЗ	705	760	610	—

Коэффициент теплопроводности низколегированных сталей

Номер марки стали	Марки стали	Температура t , °C											
		20	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
1	15М	—	45,3	43,6	42,4	40,7	37,2	36,1	32,6	31,4	30,2	—	—
2	20М	—	44,8	43,0	41,9	40,1	37,2	36,1	32,6	31,4	29,1	—	—
3	12МХ	44,8	43,8	42,6	41,2	39,3	36,9	—	—	—	—	—	—
3а	12МХ	42,4	42,1	41,8	40,6	38,9	37,1	38,4	33,6	32,2	30,8	—	—
36	12МХ	45,00	44,5	43,1	40,9	38,7	36,9	34,7	—	—	—	—	—
4	15ХМ	—	44,2	41,3	40,7	38,9	36,1	33,7	—	29,1	28,5	—	—
5	20ХМ	—	43,6	41,3	40,7	38,9	36,1	37,2	—	29,1	28,5	—	—
6	30ХМА	—	41,9	40,7	39,5	38,4	—	—	—	—	—	—	—
7	12ХМФ	—	44,2	41,3	40,7	38,9	36,1	33,7	—	29,1	28,5	—	—
8	15ХФ	—	45	44,3	43,5	40,7	37,7	33,7	29,8	—	—	—	—
8а	15ХФ	—	43,1	42,3	42,1	39,7	36,4	33,5	29,8	—	—	—	—
9	30Х	47,7	46,5	44,4	42,3	38,5	35,6	31,9	28,8	26,1	26,7	28,0	28,8
9а	30Х	42,7	42,7	41,9	40,7	38,9	36,5	33,9	31,1	26,4	27,2	28,0	29,3
14	10Х2МФ (ЭИ531)	—	38,4	37,8	37,8	37,2	35,5	32,6	29,1	—	27,3	—	—
15	10Х2МБ (ЭИ454)	—	37,2	36,6	36,1	36,1	34,9	32,6	29,1	—	27,3	—	—
16	25Х2МФ(ЭИ10)	—	41,9	41,4	41,1	39,5	—	—	—	—	—	—	—
17	12Х2Н (Э1)	33,0	33,0	33,4	—	—	35,5	32,6	29,8	28,1	27,3	—	—
18	25Н3	37,2	37,7	38,6	38,1	36,4	34,3	31,9	28,5	25,1	26,4	27,7	28,6
19	12ХН3 (25)	37,8	—	—	—	—	31,4	—	25,6	—	25,6	—	—
20	20ХН3 (Э6)	45,4	43	39,5	—	—	36,5	—	29,1	29,1	—	—	—
21	30ХН3	35,2	36	36,9	36,9	36,5	35,2	33,5	29,3	26,1	26,4	27,7	28,8
21а	30ХН3	33,7	35,6	36,6	36,5	36,5	34,3	31,9	28,5	26,1	26,4	27,7	28,8
216	30ХН3	33,5	33,9	35,1	35,6	35,6	33,5	30,6	28,0	26,7	28,8	28,6	29,3
23	35ХН3	—	36,1	37,2	36,5	36,9	35,1	31,4	28,0	—	27,3	—	—
24	20ХН4Ф (Э14)	37,7	37,7	37,7	36,9	35,4	33,5	31,2	28,8	27,6	27,1	—	—
25	20ХН4В (Э16)	26,2	26,2	26,2	—	—	32,6	—	—	28,5	—	—	—
25а	20ХН4В (Э16)	27,3	28,3	29,3	—	—	32,6	—	27,9	27,3	28,3	—	—
26	40Х3М	—	37,2	37,7	36,8	34,7	33,0	30,9	29,3	—	—	—	—
27	20ХЭФВМ	—	32,2	33,5	33,8	33,5	32,2	30,6	28,8	—	—	—	—
28	12Х5СМА	—	30,2	30,2	31,4	32,6	31,4	29,1	27,9	26,7	27,3	—	—
29	Х6М	—	36,6	—	35,1	34,2	33,5	33,5	—	—	—	—	—
30	30Г2	46,3	34,9	44,8	43,7	40,2	37,2	34,4	31,4	29,8	25,6	27,2	28,6
31	50С2Г	26,7	28,5	30,2	31,1	31,1	31,1	30,2	28,0	25,1	25,6	26,4	27,7
32	30ХГС (ЭИ179)	—	37,2	40,7	38,4	37,2	36,1	34,9	33,7	32,6	—	—	—

**Массовая изобарная теплоемкость
низколегированных сталей c_p , кДж(кг·К)**

Марки стали	Температура t , °C												
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300
30X	0,494	0,507	0,523	0,536	0,565	0,586	0,624	0,703	0,687	0,678	0,674	0,669	0,669
12XН3А	—	—	—	0,528*	0,540*	0,565*	—	—	—	—	—	—	—
30Г2	0,477	0,494	0,511	0,528	0,548	0,582	0,615	0,687	0,669	0,662	0,653	0,662	0,569
50С2Г	0,502	0,511	0,528	0,544	0,565	0,595	0,628	0,695	0,687	0,678	0,678	0,678	0,678
30ХГС	—	—	0,511*	0,532*	0,548*	0,578*	—	—	—	—	—	—	—

* В интервале температур от 20 до t °C.

Таблица III.21

Массовая теплоемкость низколегированных сталей c_p , кДж(кг·К)

Интервал температур, °C	Марка стали				
	30X	30Н3	30ХН3	30Г2	50С2Г
50–100	0,486	0,481	0,494	0,477	0,498
100–150	0,107	0,502	0,507	0,494	0,511
150–200	0,523	0,523	0,523	0,511	0,523
200–250	0,540	0,536	0,540	0,528	0,540
250–300	0,557	0,548	0,561	0,544	0,557
300–350	0,582	0,569	0,582	0,565	0,578
350–400	0,607	0,590	0,599	0,590	0,603
400–450	0,636	0,619	0,632	0,615	0,632
450–500	0,669	0,662	0,674	0,649	0,666
500–550	0,720	0,703	0,720	0,695	0,703
550–600	0,770	0,749	0,775	0,741	0,749
600–650	0,825	0,791	0,812	0,779	0,783
650–700	1,050	1,637	1,306	0,837	0,829
700–750	1,662	0,955	1,176	1,449	0,904
750–800	0,636	0,603	0,976	0,821	1,365
800–850	0,653	0,624	0,569	0,557	0,611
850–900	0,636	0,641	0,582	0,536	0,624
900–950	0,645	0,649	0,628	0,590	0,628
950–1000	0,636	0,649	0,636	0,599	0,636
1000–1050	0,632	0,641	0,636	0,607	0,645
1050–1100	0,632	0,641	0,645	0,615	0,653
1100–1150	0,641	0,645	0,645	0,624	0,662
1150–1200	0,641	0,649	0,653	0,632	0,669
1200–1250	0,649	0,657	0,653	0,636	0,678
1250–1300	0,649	0,662	0,662	0,645	0,687

Плотность низколегированных сталей ρ , т/м³

Марка стали	Температура t , °C											
	0	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
15М	7,85	7,85	7,789	7,758	7,725	7,690	7,654	7,615	—	—	—	—
12МХ	7,819	7,814	7,788	7,756	7,722	7,686	7,650	7,613	7,577	—	—	—
15ХМ	7,85	7,85	7,790	7,758	7,725	7,690	7,656	7,622	—	—	—	—
15ХФ	7,763	7,758	7,790	7,759	7,726	7,693	7,654	7,618	7,580	—	—	—
30Х	7,847	7,842	7,818	7,787	7,753	7,718	7,681	7,643	7,603	7,619	7,579	7,525
30НЗ	7,859	7,855	7,83	7,803	7,772	7,737	7,700	7,663	7,643	7,650	7,598	7,546
30ХНЗ	7,851	7,845	7,824	7,793	7,760	7,727	7,693	7,657	7,625	7,650	7,596	7,522
12Х5СМА	7,71	7,771	7,791	—	—	—	7,679	7,649	7,619	—	—	—
Х6М	7,75	7,75	—	7,736	7,729	7,700	7,667	7,635	7,605	—	—	—
30Г2	7,854	7,849	7,826	7,794	7,760	7,723	7,685	7,646	7,605	7,626	7,590	7,532
50С2Г	7,729	7,725	7,703	7,672	7,639	7,605	7,570	7,533	7,495	7,477	7,442	7,392

Таблица III.23

Температуропроводность низколегированных сталей a , м²/ч

Интервал температур, °C	Марка стали				
	30Х	30НЗ	30ХНЗ	30Г2	50С2Г
50—100	0,0440	0,0366	0,0330	0,0443	0,0259
100—150	0,0425	0,0345	0,0328	0,0429	0,0266
150—200	0,0396	0,0338	0,0324	0,0410	0,0266
200—250	0,0378	0,0334	0,0317	0,0389	0,0266
250—300	0,0360	0,0331	0,0302	0,0371	0,0263
300—350	0,0335	0,0306	0,0295	0,0356	0,0252
350—400	0,0310	0,0292	0,0284	0,0324	0,0245
400—450	0,0284	0,0270	0,0266	0,0295	0,0234
450—500	0,0259	0,0248	0,0241	0,0274	0,0219
500—550	0,0234	0,0223	0,0227	0,0249	0,0209
550—600	0,0209	0,0201	0,0209	0,0223	0,0198
600—650	0,0187	0,0183	0,0190	0,0208	0,0180
650—700	0,0165	0,0080	0,0110	0,0180	0,0165
700—750	0,0090	0,0121	0,0115	0,0097	0,0162
750—800	0,0137	0,0198	0,0220	0,0162	0,0090
800—850	0,0198	0,0181	0,0194	0,0201	0,0191
850—900	0,0200	0,0190	0,0200	0,0212	0,0194
900—950	0,0209	0,0191	0,0205	0,0214	0,0198
950—1000	0,0212	0,0192	0,0205	0,0216	0,0200
1000—1050	0,0216	0,0209	0,0209	0,0219	0,0200
1050—1100	0,0200	0,0212	0,0212	0,0219	0,0205

**Средний коэффициент линейного расширения
низколегированных сталей $\beta \cdot 10^6$, 1/К**

Марка стали	Температура t , °С												
	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
15ХМ	—	11,9	12,6	13,2	13,7	14,0	14,3	—	—	—	—	—	—
30ХМА	—	12,3	12,6	—	14,5	—	14,6	—	—	—	—	—	—
15ХФ	—	11,9	12,4	13,1	13,7	14,2	14,5	14,9	—	—	—	—	—
30Х	11,8	12,2	12,8	13,3	13,7	14,1	14,5	14,8	12,1	12,6	13,7	14,4	15,1
30ХНЗ	10,9	11,4	12,3	12,8	13,2	13,4	13,7	13,7	10,7	12,0	13,1	14,0	14,7
Х6М	11,9	12,6	13,2	13,7	14,0	14,3	—	—	—	—	—	—	—
30Г2	11,5	11,9	12,7	13,4	13,9	14,3	14,7	15,1	12,1	12,5	13,7	14,7	15,5
15М	—	12,0	12,6	13,2	13,7	14,2	14,7	—	—	—	—	—	—
12МХ	—	12,7	13,2	13,6	14,2	14,5	14,9	15,1	—	—	—	—	—
20ХМ	—	11,8	12,5	13,0	13,6	14,0	14,3	—	—	—	—	—	—
12ХМФ	—	13,6	13,7	14,0	14,2	14,5	14,7	14,8	—	—	—	—	—
10Х2Ф	—	12,2	12,7	13,0	13,5	13,8	14,2	14,5	—	—	—	—	—
10Х2ФТ	—	12,1	12,8	13,8	13,6	13,7	14,1	14,3	—	—	—	—	—
10Х2ФМ	—	13,6	13,7	14,0	14,2	14,5	14,7	14,8	—	—	—	—	—
10Х2ФВ	—	10,5	11,3	12,6	12,9	13,4	13,6	13,8	—	—	—	—	—
10Х2МФ (ЭИ531)	—	13,6	13,7	14,0	14,2	14,5	14,7	14,8	—	—	—	—	—
10Х2МБ(ЭИ454)	—	13,6	13,7	14,0	14,2	14,5	14,7	14,8	—	—	—	—	—
25Х2МФ(ЭИ10)	—	11,3	11,7	—	13,9	—	14,4	—	—	—	—	—	—
12Х5СМА	—	11,0	—	—	—	12,0	12,2	12,4	—	—	—	—	—
50С21	10,6	11,2	12,2	12,9	13,4	13,7	14,1	14,4	13,6	13,7	14,5	15,3	15,9

Таблица III.25

**Теплофизические свойства некоторых низколегированных и
легированных сталей**

Марка стали	Коэффициент линейного расширения $\beta \cdot 10^6$, 1/К, в интервале температур, °С				Теплоемкость c_p , кДж/(кг·К)				Теплопроводность λ , Вт/(м·К), при температуре, °С						Критические точки, °С			
	20—100	20—200	20—400	20—600					100	200	300	400	500	600	A_c	A_{c1}	A_r	A_n
40ХФ	11,0	12,0 (25—300)	14,5 (25—600)	16,5 (500—600)	—	—	—	—	352,3	48,7	45,4	41,9	—	—	754	790	702	746
30ХМ	12,3	12,5	13,9	14,4	—	—	—	—	54,1 (50)	—	38,4	—	—	—	757	807	693	763
35ХМ 35Х2М															{745 715			

Приложение IV

Продолжение табл.

Модифицированные функции Бесселя первого и второго рода

Таблица IV.1

Модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого ($I_0(x)$) и первого порядка ($I_1(x)$)

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0	1,00000	0,00000
0,01	1,00025	0,00501
0,02	1,00050	0,00501
0,03	1,00075	0,01503
0,04	1,00100	0,02004
0,05	1,00125	0,02505
0,06	1,00150	0,03006
0,07	1,00175	0,03507
0,08	1,00200	0,04008
0,09	1,00225	0,04509
0,1	1,00250	0,05010
0,11	1,00325	0,05514
0,12	1,00400	0,06018
0,13	1,00475	0,06522
0,14	1,00550	0,07026
0,15	1,00625	0,07530
0,16	1,00700	0,08034
0,17	1,00775	0,08538
0,18	1,00850	0,09042
0,19	1,00925	0,09546
0,2	1,01000	0,10050
0,21	1,01126	0,10562
0,22	1,01252	0,11074
0,23	1,01378	0,11586
0,24	1,01504	0,12098
0,25	1,01630	0,12610

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0,26	1,01756	0,13122
0,27	1,01882	0,13634
0,28	1,02008	0,14146
0,29	1,02134	0,14658
0,3	1,02260	0,15170
0,31	1,02438	0,15693
0,32	1,02616	0,16216
0,33	1,02794	0,16739
0,34	1,02972	0,17262
0,35	1,03150	0,17785
0,36	1,03328	0,18308
0,37	1,03506	0,18831
0,38	1,03684	0,19354
0,39	1,03862	0,19877
0,4	1,04040	0,20400
0,41	1,04271	0,20939
0,42	1,04502	0,21478
0,43	1,04733	0,22017
0,44	1,04964	0,22556
0,45	1,05195	0,23095
0,46	1,05426	0,23634
0,47	1,05657	0,24173
0,48	1,05888	0,24712
0,49	1,06119	0,25251
0,5	1,06350	0,25790
0,51	1,06635	0,26348
0,52	1,06920	0,26906
0,53	1,07205	0,27464
0,54	1,07490	0,28022
0,55	1,07775	0,28580
0,56	1,08060	0,29138
0,57	1,08345	0,29696
0,58	1,08630	0,30254

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0,59	1,08915	0,30812
0,6	1,09200	0,31370
0,61	1,09543	0,31952
0,62	1,09886	0,32534
0,63	1,10229	0,33116
0,64	1,10572	0,33698
0,65	1,10915	0,34280
0,66	1,11258	0,34862
0,67	1,11601	0,35444
0,68	1,11944	0,36026
0,69	1,12287	0,36608
0,7	1,12630	0,37190
0,71	1,13032	0,37800
0,72	1,13434	0,38410
0,73	1,13836	0,39020
0,74	1,14238	0,39630
0,75	1,14640	0,40240
0,76	1,15042	0,40850
0,77	1,15444	0,41460
0,78	1,15846	0,42070
0,79	1,16248	0,42680
0,8	1,16650	0,43290
0,81	1,17115	0,43932
0,82	1,17580	0,44574
0,83	1,18045	0,45216
0,84	1,18510	0,45858
0,85	1,18975	0,46500
0,86	1,19440	0,47142
0,87	1,19905	0,47784
0,88	1,20370	0,48426
0,89	1,20835	0,49068
0,9	1,21300	0,49710
0,91	1,21831	0,50391

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0,92	1,22362	0,51072
0,93	1,22893	0,51753
0,94	1,23424	0,52434
0,95	1,23955	0,53115
0,96	1,24486	0,53796
0,97	1,25017	0,54477
0,98	1,25548	0,55158
0,99	1,26079	0,55839
1	1,26610	0,56520
1,01	1,27165	0,57243
1,02	1,27720	0,57966
1,03	1,28275	0,58689
1,04	1,28830	0,59412
1,05	1,29385	0,60135
1,06	1,29940	0,60858
1,07	1,30495	0,61581
1,08	1,31050	0,62304
1,09	1,31605	0,63027
1,1	1,32160	0,63750
1,11	1,32881	0,64549
1,12	1,33602	0,65348
1,13	1,34323	0,66147
1,4	1,35044	0,66946
1,15	1,35765	0,67745
1,16	1,36486	0,68544
1,17	1,37207	0,69343
1,18	1,37928	0,70142
1,19	1,38649	0,70941
1,2	1,39370	0,71740
1,21	1,40126	0,72539
1,22	1,40882	0,73338
1,23	1,41638	0,74137
1,24	1,42394	0,74936

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
1,25	1,43150	0,75735
1,26	1,43906	0,76534
1,27	1,44662	0,77333
1,28	1,45418	0,78132
1,29	1,46174	0,78931
1,3	1,46930	0,79730
1,31	1,47771	0,80618
1,32	1,48612	0,81506
1,33	1,49453	0,82394
1,34	1,50294	0,83282
1,35	1,51135	0,84170
1,36	1,51976	0,85058
1,37	1,52817	0,85946
1,38	1,53658	0,86834
1,39	1,54499	0,87722
1,4	1,55340	0,88610
1,41	1,56273	0,89566
1,42	1,57206	0,90522
1,43	1,58139	0,91478
1,44	1,59072	0,92434
1,45	1,60005	0,93390
1,46	1,60938	0,93390
1,47	1,61871	0,95302
1,48	1,62804	0,96258
1,49	1,63737	0,97214
1,5	1,64670	0,98170
1,51	1,65703	0,99201
1,52	1,66736	1,00232
1,53	1,67769	1,01263
1,54	1,68802	1,02294
1,55	1,69835	1,03325
1,56	1,70868	1,04356
1,57	1,71901	1,05387

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
1,58	1,72934	1,06418
1,59	1,73967	1,07449
1,6	1,75000	1,08480
1,61	1,76140	1,09595
1,62	1,77280	1,10710
1,63	1,78420	1,11825
1,64	1,79560	1,12940
1,65	1,80700	1,14055
1,66	1,81840	1,15170
1,67	1,82980	1,16285
1,68	1,84120	1,17400
1,69	1,85260	1,18515
1,7	1,86400	1,19630
1,71	1,87656	1,20839
1,72	1,88912	1,22048
1,73	1,90168	1,23257
1,74	1,91424	1,24466
1,75	1,92680	1,25675
1,76	1,93936	1,26884
1,77	1,95192	1,28093
1,78	1,96448	1,29302
1,79	1,97704	1,30511
1,8	1,98960	1,31720
1,81	2,00341	1,33030
1,82	2,01722	1,34340
1,83	2,03103	1,35650
1,84	2,04484	1,36960
1,85	2,05865	1,38270
1,86	2,07246	1,39580
1,87	2,08627	1,40890
1,88	2,10008	1,42200
1,89	2,11389	1,43510
1,9	2,12770	1,44820

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
1,91	2,14293	1,46248
1,92	2,15816	1,47676
1,93	2,17339	1,49104
1,94	2,18862	1,50532
1,95	2,20385	1,51960
1,96	2,21908	1,53388
1,97	2,23431	1,54816
1,98	2,24954	1,56244
1,99	2,26477	1,57672
2	2,28000	1,59100
2,01	2,29666	1,60655
2,02	2,31332	1,62220
2,03	2,32998	1,63775
2,04	2,34664	1,65330
2,05	2,36330	1,66885
2,06	2,37996	1,68440
2,07	2,39662	1,69995
2,08	2,41288	1,71550
2,09	2,42944	1,73055
2,1	2,44600	1,74610
2,11	2,46433	1,76228
2,12	2,48266	1,77796
2,13	2,50099	1,79464
2,14	2,51922	1,81132
2,15	2,53775	1,83000
2,16	2,55558	1,84668
2,17	2,57411	1,86336
2,18	2,59244	1,88004
2,19	2,61077	1,89722
2,2	2,62900	1,91440
2,21	2,64911	1,93244
2,22	2,66922	1,95088
2,23	2,68933	1,96922

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
2,24	2,7094	1,9876
2,25	2,7295	2,0060
2,26	2,7496	2,0244
2,27	2,7697	2,0428
2,28	2,7898	2,0612
2,29	2,8099	2,0796
2,3	2,8300	2,0980
2,31	2,8519	2,1180
2,32	2,8738	2,1380
2,33	2,8957	2,1580
2,34	2,9176	2,1780
2,35	2,9395	2,1980
2,36	2,9614	2,2180
2,37	2,9833	2,2380
2,38	3,0052	2,2580
2,39	3,0271	2,2780
2,4	3,0490	2,2980
2,41	3,0731	2,3199
2,42	3,0972	2,3418
2,43	3,1213	2,3637
2,44	3,1454	2,3856
2,45	3,1695	2,4075
2,46	3,1936	2,4294
2,47	3,2177	2,4513
2,48	3,2418	2,4732
2,49	3,2659	2,4951
2,5	3,2900	2,5170
2,51	3,3163	2,5408
2,52	3,3426	2,5646
2,53	3,3689	2,5884
2,54	3,3952	2,6122
2,55	3,4215	2,6360
2,56	3,4478	2,6598

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
2,57	3,4741	2,6836
2,58	3,5004	2,7074
2,59	3,5267	2,7312
2,6	3,5530	2,7550
2,61	3,5819	2,7811
2,62	3,6108	2,8072
2,63	3,6397	2,8333
2,64	3,6686	2,8594
2,65	3,6975	2,8855
2,66	3,7264	2,9116
2,67	3,7553	2,9377
2,68	3,7842	2,9638
2,69	3,8131	2,9899
2,7	3,8420	3,0160
2,71	3,8735	3,0445
2,72	3,9050	3,0730
2,73	3,9365	3,1015
2,74	3,9680	3,1300
2,75	3,9995	3,1585
2,76	4,0310	3,1870
2,77	4,0625	3,2155
2,78	4,0940	3,2440
2,79	4,1255	3,2725
2,8	4,1570	3,3010
2,81	4,1916	3,3322
2,82	4,2262	3,3634
2,83	4,2608	3,3946
2,84	4,2954	3,4258
2,85	4,3300	3,4570
2,86	4,3646	3,4882
2,87	4,3992	3,5194
2,88	4,4338	3,5506
2,89	4,4684	3,5818

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
2,9	4,5030	3,6130
2,91	4,5408	3,6470
2,92	4,5786	3,6810
2,93	4,6164	3,7150
2,94	4,6542	3,7490
2,95	4,6920	3,7830
2,96	4,7298	3,8170
2,97	4,7676	3,8510
2,98	4,8054	3,8850
2,99	4,8432	3,9190
3	4,8810	3,9530
3,01	4,9223	3,9903
3,02	4,9636	4,0276
3,03	5,0049	4,0649
3,04	5,0462	4,1022
3,05	5,0875	4,1395
3,06	5,1288	4,1768
3,07	5,1701	4,2141
3,08	5,2114	4,2514
3,09	5,2527	4,2887
3,1	5,2940	4,3260
3,11	5,3393	4,3668
3,12	5,3846	4,4076
3,13	5,4299	4,4484
3,14	5,4752	4,4892
3,15	5,5205	4,5300
3,16	5,5658	4,5708
3,17	5,6111	4,6116
3,18	5,6564	4,6524
3,19	5,7017	4,6932
3,2	5,7470	4,7340
3,21	5,7966	4,7787
3,22	5,8462	4,8234

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
3,23	5,8958	4,8681
3,24	5,9454	4,9128
3,25	5,9950	4,9575
3,26	6,0446	5,0022
3,27	6,0942	5,0469
3,28	6,1438	5,0916
3,29	6,1934	5,1363
3,3	6,2430	5,1810
3,31	6,2927	5,2299
3,32	6,3514	5,2788
3,33	6,4056	5,3277
3,34	6,4598	5,3766
3,35	6,5140	5,4255
3,36	6,5682	5,4744
3,37	6,6224	5,5233
3,38	6,6766	5,5722
3,39	6,7308	5,6211
3,4	6,7850	5,6700
3,41	6,8443	5,7236
3,42	6,9036	5,7772
3,43	6,9629	5,8308
3,44	7,0222	5,8844
3,45	7,0815	5,9380
3,46	7,1408	5,9916
3,47	7,2001	6,0452
3,48	7,2594	6,0988
3,49	7,3187	6,1524
3,5	7,3780	6,2060
3,51	7,4430	6,2647
3,52	7,5080	6,3234
3,53	7,5730	6,3821
3,54	7,6380	6,4408
3,55	7,7030	6,4995

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
3,56	7,7680	6,5582
3,57	7,8330	6,6169
3,58	7,8980	6,6756
3,59	7,9630	6,7343
3,6	8,0280	6,7930
3,61	8,0991	6,8573
3,62	8,1702	6,9216
3,63	8,2413	6,9859
3,64	8,3124	7,0502
3,65	8,3835	7,1145
3,66	8,4546	7,1788
3,67	8,5257	7,2431
3,68	8,5968	7,3074
3,69	8,6679	7,3717
3,7	8,7390	7,4360
3,71	8,8168	7,5064
3,72	8,8946	7,5768
3,73	8,9724	7,6472
3,74	9,0502	7,7176
3,75	9,1280	7,7880
3,76	9,2058	7,8584
3,77	9,2836	7,9288
3,78	9,3614	7,9992
3,79	9,4392	8,0696
3,8	9,5170	8,1400
3,81	9,6022	8,2173
3,82	9,6874	8,2946
3,83	9,7726	8,3719
3,84	9,8578	8,4492
3,85	9,9430	8,5265
3,86	10,0282	8,6038
3,87	10,1134	8,6811
3,88	10,1986	8,7584

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
3,89	10,2838	8,8357
3,9	10,3690	8,9130
3,91	10,4621	8,9977
3,92	10,5552	9,0824
3,93	10,6483	9,1671
3,94	10,7414	9,2518
3,95	10,8345	9,3365
3,96	10,9276	9,4212
3,97	11,0207	9,5059
3,98	11,1138	9,5906
3,99	11,2069	9,6753
4	11,300	9,760
4,01	11,402	9,853
4,02	11,504	9,946
4,03	11,606	10,039
4,04	11,708	10,132
4,05	11,810	10,225
4,06	11,912	10,318
4,07	12,014	10,411
4,08	12,116	10,504
4,09	12,218	10,597
4,1	12,320	10,690
4,11	12,432	10,792
4,12	12,544	10,894
4,13	12,656	10,996
4,14	12,768	11,098
4,15	12,880	11,200
4,16	12,992	11,302
4,17	13,104	11,404
4,18	13,216	11,506
4,19	13,328	11,608
4,2	13,440	11,710
4,21	13,563	11,821

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
4,22	13,686	11,932
4,23	13,809	12,043
4,24	13,932	12,154
4,25	14,055	12,265
4,26	14,178	12,376
4,27	14,301	12,487
4,28	14,424	12,598
4,29	14,547	12,709
4,3	14,670	12,820
4,31	14,804	12,943
4,32	14,938	13,066
4,33	15,072	13,189
4,34	15,206	13,312
4,35	15,340	13,435
4,36	15,474	13,558
4,37	15,608	13,681
4,38	15,742	13,804
4,39	15,876	13,927
4,4	16,010	14,050
4,41	16,157	14,184
4,42	16,304	14,318
4,43	16,451	14,452
4,44	16,598	14,586
4,45	16,745	14,720
4,46	16,892	14,854
4,47	17,039	14,988
4,48	17,186	15,122
4,49	17,333	15,256
4,5	17,480	15,390
4,51	17,641	15,537
4,52	17,802	15,684
4,53	17,963	15,831
4,54	18,124	15,978

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
4,55	18,285	16,125
4,56	18,446	16,272
4,57	18,607	16,419
4,58	18,768	16,566
4,59	18,929	16,713
4,6	19,090	16,860
4,61	19,267	17,022
4,62	19,444	17,184
4,63	19,621	17,346
4,64	19,798	17,508
4,65	19,975	17,670
4,66	20,152	17,832
4,67	20,329	17,994
4,68	20,506	18,156
4,69	20,683	18,318
4,7	20,860	18,480
4,71	21,053	18,657
4,72	21,246	18,834
4,73	21,439	19,011
4,74	21,632	19,188
4,75	21,825	19,365
4,76	22,018	19,542
4,77	22,211	19,719
4,78	22,404	19,896
4,79	22,597	20,073
4,8	22,790	20,250
4,81	23,002	20,445
4,82	23,214	20,640
4,83	23,426	20,835
4,84	23,638	21,030
4,85	23,850	21,225
4,86	24,062	21,420
4,87	24,274	21,615
4,88	24,486	21,810

Продолжение табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
4,89	24,698	22,005
4,9	24,910	22,200
4,91	25,143	22,414
4,92	25,376	22,628
4,93	25,609	22,842
4,94	25,842	23,056
4,95	26,075	23,270
4,96	26,308	23,484
4,97	26,541	23,698
4,98	26,774	23,912
4,99	27,007	24,126
5	27,240	24,340
5,01	27,495	24,574
5,02	27,750	24,808
5,03	28,005	25,042
5,04	28,260	25,276
5,05	28,515	25,510
5,06	28,770	25,744
5,07	29,025	25,978
5,08	29,280	26,212
5,09	29,535	26,446
5,1	29,790	26,680
5,11	30,069	26,937
5,12	30,348	27,194
5,13	30,627	27,451
5,14	30,906	27,708
5,15	31,185	27,965
5,16	31,464	28,222
5,17	31,743	28,479
5,18	32,022	28,736
5,19	32,301	28,993
5,2	32,580	29,250
5,21	32,887	29,533
5,22	33,194	29,816

Продолжение табл.

Окончание табл.

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
5,23	33,501	30,099
5,24	33,808	30,382
5,25	34,115	30,665
5,26	34,422	30,948
5,27	34,729	31,231
5,28	35,036	31,514
5,29	35,343	31,797
5,3	35,650	32,080
5,31	35,986	32,390
5,32	36,322	32,700
5,33	36,658	33,010
5,34	36,994	33,320
5,35	37,330	33,630
5,36	37,666	33,940
5,37	38,002	34,250
5,38	38,338	34,560
5,39	38,674	34,870
5,4	39,010	35,180
5,41	39,379	35,521
5,42	39,748	35,862
5,43	40,117	36,203
5,44	40,486	36,544
5,45	40,855	36,885
5,46	41,224	37,226
5,47	41,593	37,567
5,48	41,962	37,908
5,49	42,331	38,249
5,5	42,700	38,590
5,51	43,104	38,964
5,52	43,508	39,338
5,53	43,912	39,712
5,54	44,316	40,086
5,55	44,720	40,460
5,56	45,124	40,834

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
5,57	45,528	41,208
5,58	45,932	41,582
5,59	46,336	41,956
5,6	46,740	42,330
5,61	47,183	42,741
5,62	47,626	43,152
5,63	48,069	43,563
5,64	48,512	43,974
5,65	48,955	44,385
5,66	49,398	44,796
5,67	49,841	45,207
5,68	50,284	45,618
5,69	50,727	46,029
5,7	51,170	46,440
5,71	51,657	46,891
5,72	52,144	47,342
5,73	52,631	47,793
5,74	53,118	48,244
5,75	53,605	48,695
5,76	54,092	49,146
5,77	54,579	49,597
5,78	55,066	50,048
5,79	55,553	50,499
5,8	56,040	50,950
5,81	56,574	51,445
5,82	57,108	51,940
5,83	57,642	52,435
5,84	58,176	52,930
5,85	58,710	53,425
5,86	59,244	53,920
5,87	59,778	54,415
5,88	60,312	54,910
5,89	60,846	55,405
5,9	61,380	55,900

Таблица IV.2

Продолжение табл.

**Модифицированные функции
Бесселя второго рода нулевого
($K_0(x)$) и первого порядка ($K_1(x)$)**

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,0		
0,1	2,447	9,854
0,11	2,3776	9,3462
0,12	2,3082	8,8384
0,13	2,2388	8,3306
0,14	2,1694	7,8228
0,15	2,1000	7,3150
0,16	2,0306	6,8072
0,17	1,9612	6,2994
0,18	1,8918	5,7916
0,19	1,8224	5,2838
0,2	1,753	4,776
0,21	1,7150	4,6040
0,22	1,6770	4,4320
0,23	1,6390	4,2600
0,24	1,6010	4,0880
0,25	1,5630	3,9160
0,26	1,5250	3,7440
0,27	1,4870	3,5720
0,28	1,4490	3,4000
0,29	1,4110	3,2280
0,3	1,373	3,056
0,31	1,3472	2,9688
0,32	1,3214	2,8816
0,33	1,2956	2,7944
0,34	1,2698	2,7072
0,35	1,2440	2,6200
0,36	1,2182	2,5328
0,37	1,1924	2,4456
0,38	1,1666	2,3584
0,39	1,1408	2,2712
0,4	1,115	2,184

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,41	1,0959	2,1312
0,42	1,0768	2,0784
0,43	1,0577	2,0256
0,44	1,0386	1,9728
0,45	1,0195	1,9200
0,46	1,0004	1,8672
0,47	0,9813	1,8144
0,48	0,9622	1,7616
0,49	0,9431	1,7616
0,5	0,924	1,656
0,51	0,9091	1,6207
0,52	0,8942	1,5854
0,53	0,8793	1,5501
0,54	0,8644	1,5148
0,55	0,8495	1,4795
0,56	0,8346	1,4442
0,57	0,8197	1,4089
0,58	0,8048	1,3736
0,59	0,7899	1,3383
0,6	0,775	1,303
0,61	0,7636	1,2777
0,62	0,7522	1,2524
0,63	0,7408	1,2271
0,64	0,7294	1,2018
0,65	0,7180	1,1765
0,66	0,7066	1,1512
0,67	0,6952	1,1259
0,68	0,6838	1,1006
0,69	0,6724	1,0753
0,7	0,661	1,050
0,71	0,6514	1,0312
0,72	0,6418	1,0124
0,73	0,6322	0,9936
0,74	0,6226	0,9748
0,75	0,6130	0,9560

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,76	0,6034	0,9372
0,77	0,5938	0,9184
0,78	0,5842	0,8996
0,79	0,5746	0,8808
0,8	0,565	0,862
0,81	0,5572	0,8475
0,82	0,5494	0,8330
0,83	0,5416	0,8185
0,84	0,5338	0,8040
0,85	0,5260	0,7895
0,86	0,5182	0,7750
0,87	0,5104	0,7605
0,88	0,5026	0,7460
0,89	0,4948	0,7315
0,9	0,487	0,717
0,91	0,4804	0,7055
0,92	0,4738	0,6940
0,93	0,4672	0,6825
0,94	0,4606	0,6710
0,95	0,4540	0,6595
0,96	0,4474	0,6480
0,97	0,4408	0,6365
0,98	0,4342	0,6250
0,99	0,4276	0,6135
1	0,421	0,602
1,01	0,4155	0,5927
1,02	0,4100	0,5834
1,03	0,4045	0,5741
1,04	0,3990	0,5648
1,05	0,3935	0,5555
1,06	0,3880	0,5462
1,07	0,3825	0,5369
1,08	0,3770	0,5276
1,09	0,3715	0,5183
1,1	0,366	0,509

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
1,11	0,3612	0,5016
1,12	0,3564	0,4942
1,13	0,3516	0,4868
1,14	0,3468	0,4794
1,15	0,3420	0,4720
1,16	0,3372	0,4646
1,17	0,3324	0,4572
1,18	0,3276	0,4498
1,19	0,3228	0,4424
1,2	0,318	0,435
1,21	0,3140	0,4287
1,22	0,3100	0,4224
1,23	0,3060	0,4161
1,24	0,3020	0,4098
1,25	0,2980	0,4035
1,26	0,2940	0,3972
1,27	0,2900	0,3909
1,28	0,2860	0,3846
1,29	0,2820	0,3783
1,3	0,278	0,372
1,31	0,2746	0,3668
1,32	0,2712	0,3616
1,33	0,2678	0,3564
1,34	0,2644	0,3512
1,35	0,2610	0,3460
1,36	0,2576	0,3408
1,37	0,2542	0,3356
1,38	0,2508	0,3304
1,39	0,2474	0,3252
1,4	0,244	0,320
1,41	0,2410	0,3167
1,42	0,2380	0,3134
1,43	0,2350	0,3101
1,44	0,2320	0,3068
1,45	0,2290	0,3035

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
1,46	0,2260	0,3002
1,47	0,2230	0,2969
1,48	0,2200	0,2936
1,49	0,2170	0,2903
1,5	0,214	0,287
1,51	0,2114	0,2824
1,52	0,2088	0,2778
1,53	0,2062	0,2732
1,54	0,2036	0,2686
1,55	0,2010	0,2640
1,56	0,1984	0,2594
1,57	0,1958	0,2548
1,58	0,1932	0,2502
1,59	0,1906	0,2456
1,6	0,188	0,241
1,61	0,1857	0,2378
1,62	0,1834	0,2346
1,63	0,1811	0,2314
1,64	0,1788	0,2282
1,65	0,1765	0,2250
1,66	0,1742	0,2218
1,67	0,1719	0,2186
1,68	0,1696	0,2154
1,69	0,1673	0,2122
1,7	0,165	0,209
1,71	0,1631	0,2064
1,72	0,1612	0,2038
1,73	0,1593	0,2012
1,74	0,1574	0,1986
1,75	0,1555	0,1960
1,76	0,1536	0,1934
1,77	0,1517	0,1908
1,78	0,1498	0,1882
1,79	0,1479	0,1856
1,8	0,146	0,183

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
1,81	0,1443	0,1807
1,82	0,1426	0,1784
1,83	0,1409	0,1761
1,84	0,1392	0,1738
1,85	0,1375	0,1715
1,86	0,1358	0,1692
1,87	0,1341	0,1669
1,88	0,1324	0,1646
1,89	0,1307	0,1623
1,9	0,129	0,160
1,91	0,1275	0,1580
1,92	0,1260	0,1560
1,93	0,1245	0,1540
1,94	0,1230	0,1520
1,95	0,1215	0,1500
1,96	0,1200	0,1480
1,97	0,1185	0,1460
1,98	0,1170	0,1440
1,99	0,1155	0,1420
2,0	0,114	0,140
2,01	0,1126	0,1382
2,02	0,1112	0,1364
2,03	0,1098	0,1346
2,04	0,1084	0,1328
2,05	0,1070	0,1310
2,06	0,1056	0,1292
2,07	0,1042	0,1274
2,08	0,1028	0,1256
2,09	0,1014	0,1238
2,1	0,100	0,122
2,11	0,0989	0,1206
2,12	0,0978	0,1192
2,13	0,0967	0,1178
2,14	0,0956	0,1164
2,15	0,0945	0,1150

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
2,16	0,0934	0,1136
2,17	0,0923	0,1122
2,18	0,0912	0,1108
2,19	0,0901	0,1094
2,2	0,089	0,108
2,21	0,0879	0,10662
2,22	0,0868	0,10524
2,23	0,0857	0,10386
2,24	0,0846	0,10248
2,25	0,0835	0,10110
2,26	0,0824	0,09972
2,27	0,0813	0,09834
2,28	0,0802	0,09696
2,29	0,0791	0,09558
2,3	0,078	0,0942
2,31	0,0773	0,0931
2,32	0,0766	0,0920
2,33	0,0759	0,0909
2,34	0,0752	0,0898
2,35	0,0745	0,0887
2,36	0,0738	0,0876
2,37	0,0731	0,0865
2,38	0,0724	0,0854
2,39	0,0717	0,0843
2,4	0,071	0,0832
2,41	0,0701	0,08227
2,42	0,0692	0,08134
2,43	0,0683	0,08041
2,44	0,0674	0,07948
2,45	0,0665	0,07855
2,46	0,0656	0,07762
2,47	0,0647	0,07669
2,48	0,0638	0,07576
2,49	0,0629	0,07483
2,5	0,062	0,0739

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
2,51	0,0613	0,07311
2,52	0,0606	0,07232
2,53	0,0599	0,07153
2,54	0,0592	0,07074
2,55	0,0585	0,06995
2,56	0,0578	0,06916
2,57	0,0571	0,06837
2,58	0,0564	0,06758
2,59	0,0557	0,06679
2,6	0,055	0,0660
2,61	0,0544	0,06521
2,62	0,0538	0,06442
2,63	0,0532	0,06363
2,64	0,0526	0,06284
2,65	0,0520	0,06205
2,66	0,0514	0,06126
2,67	0,0508	0,06047
2,68	0,0502	0,05968
2,69	0,0496	0,05889
2,7	0,049	0,0581
2,71	0,0485	0,05732
2,72	0,0480	0,05654
2,73	0,0475	0,05576
2,74	0,0470	0,05498
2,75	0,0465	0,05420
2,76	0,0460	0,05342
2,77	0,0455	0,05264
2,78	0,0450	0,05186
2,79	0,0445	0,05108
2,8	0,044	0,0503
2,81	0,0435	0,04983
2,82	0,0430	0,04936
2,83	0,0425	0,04889
2,84	0,0420	0,04842
2,85	0,0415	0,04795

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
2,86	0,0410	0,04748
2,87	0,0405	0,04701
2,88	0,0400	0,04654
2,89	0,0395	0,04607
2,9	0,039	0,0456
2,91	0,03857	0,04506
2,92	0,03814	0,04452
2,93	0,03771	0,04398
2,94	0,03728	0,04344
2,95	0,03685	0,04290
2,96	0,03642	0,04236
2,97	0,03599	0,04182
2,98	0,03556	0,04128
2,99	0,03513	0,04074
3,0	0,0347	0,0402
3,01	0,03437	0,03979
3,02	0,03404	0,03938
3,03	0,03404	0,03897
3,04	0,03338	0,03856
3,05	0,03305	0,03815
3,06	0,03272	0,03774
3,07	0,03239	0,03733
3,08	0,03206	0,03692
3,09	0,03173	0,03651
3,1	0,0314	0,0361
3,11	0,03109	0,03563
3,12	0,03078	0,03516
3,13	0,03047	0,03469
3,14	0,03016	0,03422
3,15	0,02985	0,03375
3,16	0,02954	0,03328
3,17	0,02923	0,03281
3,18	0,02892	0,03234
3,19	0,02861	0,03187
3,2	0,0283	0,0314

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
3,21	0,02798	0,03109
3,22	0,02766	0,03078
3,23	0,02734	0,03047
3,24	0,02702	0,03016
3,25	0,02670	0,02985
3,26	0,02638	0,02954
3,27	0,02606	0,02923
3,28	0,02574	0,02892
3,29	0,02542	0,02861
3,3	0,0251	0,0283
3,331	0,02479	0,02798
3,32	0,02448	0,02766
3,33	0,02417	0,02734
3,34	0,02386	0,02702
3,35	0,02355	0,02670
3,36	0,02324	0,02638
3,37	0,02293	0,02606
3,38	0,02262	0,02574
3,39	0,02231	0,02542
3,4	0,0220	0,0251
3,41	0,02176	0,02481
3,42	0,02152	0,02452
3,43	0,02128	0,02423
3,44	0,02104	0,02394
3,45	0,02080	0,02365
3,46	0,02056	0,02336
3,47	0,02032	0,02307
3,48	0,02008	0,02278
3,49	0,01984	0,02249
3,5	0,0196	0,0222
3,51	0,01937	0,02202
3,52	0,01914	0,02184
3,53	0,01891	0,02166
3,54	0,01868	0,02148
3,55	0,01845	0,02130

Продолжение табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
3,56	0,01822	0,02112
3,57	0,01799	0,02094
3,58	0,01776	0,02076
3,59	0,01753	0,02058
3,6	0,0173	0,0204
3,61	0,01714	0,02009
3,62	0,01698	0,01978
3,63	0,01682	0,01947
3,64	0,01666	0,01916
3,65	0,01650	0,01885
3,66	0,01634	0,01854
3,67	0,01618	0,01823
3,68	0,01602	0,01792
3,69	0,01586	0,01761
3,7	0,0157	0,0173
3,71	0,01554	0,01714
3,72	0,01538	0,01698
3,73	0,01522	0,01682
3,74	0,01506	0,01666
3,75	0,01490	0,01650
3,76	0,01474	0,01634
3,77	0,01458	0,01618
3,78	0,01442	0,01602
3,79	0,01426	0,01586
3,8	0,0141	0,0157
3,81	0,01395	0,01554
3,82	0,01380	0,01538
3,83	0,01365	0,01522
3,84	0,01350	0,01506
3,85	0,01335	0,01490
3,86	0,01320	0,01474
3,87	0,01305	0,01458
3,88	0,01290	0,01442
3,89	0,01275	0,01426
3,9	0,0126	0,0141

Окончание табл.

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
3,91	0,01246	0,01394
3,92	0,01232	0,01378
3,93	0,01218	0,01362
3,94	0,01204	0,01346
3,95	0,01190	0,01330
3,96	0,01176	0,01314
3,97	0,01162	0,01298
3,98	0,01148	0,01282
3,99	0,01134	0,01266
4,0	0,0112	0,0125
4,1	0,0105	0,0116
4,2	0,0097	0,0108
4,3	0,0090	0,0099
4,4	0,0082	0,0091
4,5	0,0075	0,0083
4,6	0,0067	0,0074
4,7	0,0060	0,0066
4,8	0,0052	0,0057
4,9	0,0045	0,0049
5,0	0,0037	0,00404

Приложение V

Продолжение табл.

Таблица V.1

Тригонометрические функции¹

x	$\operatorname{sh}x$	$\operatorname{ch}x$	$\operatorname{th}x$
0,000	0,000	1,000	0,000
0,050	0,050	1,001	0,049
0,100	0,100	1,005	0,099
0,150	0,150	1,011	0,148
0,200	0,201	1,020	0,197
0,250	0,252	1,031	0,244
0,300	0,304	1,045	0,291
0,350	0,357	1,061	0,336
0,400	0,410	1,081	0,379
0,450	0,465	1,102	0,421
0,500	0,521	1,127	0,462
0,550	0,578	1,155	0,500
0,600	0,636	1,185	0,537
0,650	0,696	1,218	0,571
0,700	0,758	1,255	0,604
0,750	0,822	1,294	0,635
0,800	0,888	1,337	0,664
0,850	0,956	1,383	0,691
0,900	1,026	1,433	0,716
0,950	1,099	1,486	0,739
1,000	1,175	1,543	0,761
1,050	1,253	1,603	0,781
1,100	1,335	1,668	0,800
1,150	1,420	1,737	0,817
1,200	1,509	1,810	0,833
1,250	1,601	1,888	0,848

x	$\operatorname{sh}x$	$\operatorname{ch}x$	$\operatorname{th}x$
1,300	1,698	1,970	0,861
1,350	1,799	2,058	0,874
1,400	1,904	2,150	0,885
1,450	2,014	2,248	0,895
1,500	2,129	2,352	0,905
1,550	2,249	2,461	0,913
1,600	2,375	2,577	0,921
1,650	2,507	2,699	0,928
1,700	2,645	2,828	0,935
1,750	2,790	2,964	0,941
1,800	2,942	3,107	0,946
1,850	3,101	3,258	0,951
1,900	3,268	3,417	0,956
1,950	3,443	3,585	0,960
2,000	3,626	3,762	0,964
2,050	3,819	3,948	0,967
2,100	4,021	4,143	0,970
2,150	4,234	4,350	0,973
2,200	4,457	4,567	0,975
2,250	4,691	4,796	0,978
2,300	4,937	5,037	0,980
2,350	5,195	5,290	0,981
2,400	5,466	5,556	0,983
2,450	5,751	5,837	0,985
2,500	6,050	6,132	0,986
2,550	6,364	6,442	0,987
2,600	6,694	6,769	0,989
2,650	7,041	7,112	0,990
2,700	7,406	7,473	0,991
2,750	7,789	7,853	0,991
2,800	8,191	8,252	0,992
2,850	8,615	8,627	0,993
2,900	9,059	9,114	0,993

¹ Б.И. Сегал, К.А. Семендяев. Пятизначные математические таблицы. — М.: Физматгиз, 1962.

Продолжение табл.

Окончание табл.

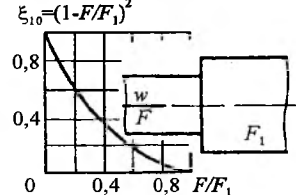
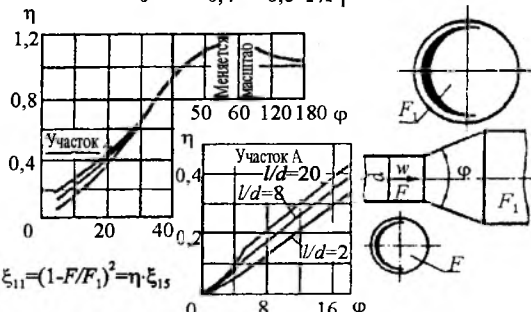
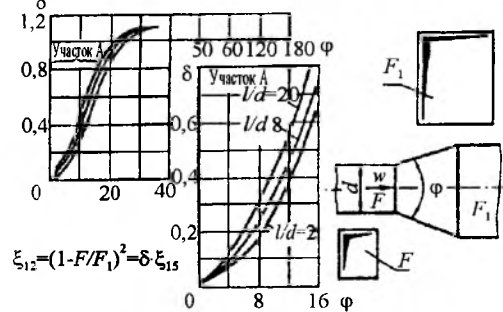
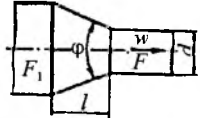
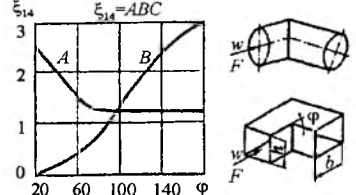
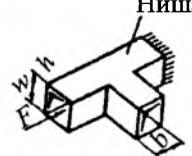
x	shx	chx	thx
2,950	9,526	9,579	0,094
3,000	10,017	10,067	0,995
3,050	10,534	10,581	0,995
3,100	11,076	11,121	0,995
3,150	11,646	11,689	0,996
3,200	12,245	12,286	0,996
3,250	12,875	12,914	0,997
3,300	13,537	13,574	0,997
3,350	14,233	14,268	0,997
3,400	14,965	14,998	0,997
3,450	15,734	15,766	0,997
3,500	16,543	16,573	0,998
3,550	17,392	17,421	0,998
3,600	18,285	18,313	0,998
3,650	19,224	19,25	0,998
3,700	20,211	20,236	0,998
3,750	21,249	21,272	0,998
3,800	22,339	22,362	0,999
3,850	23,486	23,507	0,999
3,900	24,691	24,711	0,999
3,950	25,958	25,977	0,999
4,000	27,290	27,308	0,999
4,050	28,690	28,707	0,999
4,100	30,162	30,178	0,999
4,150	31,709	31,725	0,999
4,200	33,336	33,351	0,999
4,250	35,046	35,060	0,999
4,300	36,843	36,857	0,999
4,350	38,773	38,746	0,999
4,400	40,719	40,732	0,999
4,450	42,808	42,819	0,999
4,500	45,003	45,014	0,999
4,550	47,311	47,321	0,999

x	shx	chx	thx
4,600	49,737	49,747	0,999
4,650	52,288	52,297	0,999
4,700	54,696	54,978	0,999
4,750	57,788	57,796	0,999
4,800	60,751	60,759	0,999
4,850	63,866	63,874	0,999
4,900	67,141	67,149	0,999
4,950	70,584	70,591	0,999
5,000	74,203	74,210	0,999
5,050	78,008	78,014	0,999
5,100	82,008	82,014	0,999
5,150	86,213	86,219	0,999
5,200	90,633	90,639	0,999
5,250	95,281	95,286	0,999
5,300	100,166	100,171	0,999
5,350	105,302	150,307	0,999
5,400	110,701	110,705	0,999
5,450	116,377	116,381	0,999
5,500	122,344	122,348	0,999
5,550	128,617	128,621	0,999
5,600	135,211	135,215	0,999
5,650	142,144	142,147	0,999
5,700	149,432	149,435	0,999
5,750	157,094	157,098	0,999
5,800	165,150	165,15	0,999
5,850	173,620	173,620	0,999
5,900	182,520	182,52	0,999
5,950	191,880	191,88	0,999
6,000	201,710	201,710	0,999

Коэффициенты местных сопротивлений

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
1	Вход в трубу, заделанную в стенку	
2	Вход в трубу (канал), заделанную заподлицо в стенку: ξ_2 (соответствует ξ_1 при $b/d = 0$)	
3	Вход в трубу (канал), заделанную заподлицо под любым углом	
4	Вход в трубу, заделанную заподлицо под любым углом при наличии проходящего потока	
5	Вход в трубу	
6	Вход в трубу с коническим раструбом	

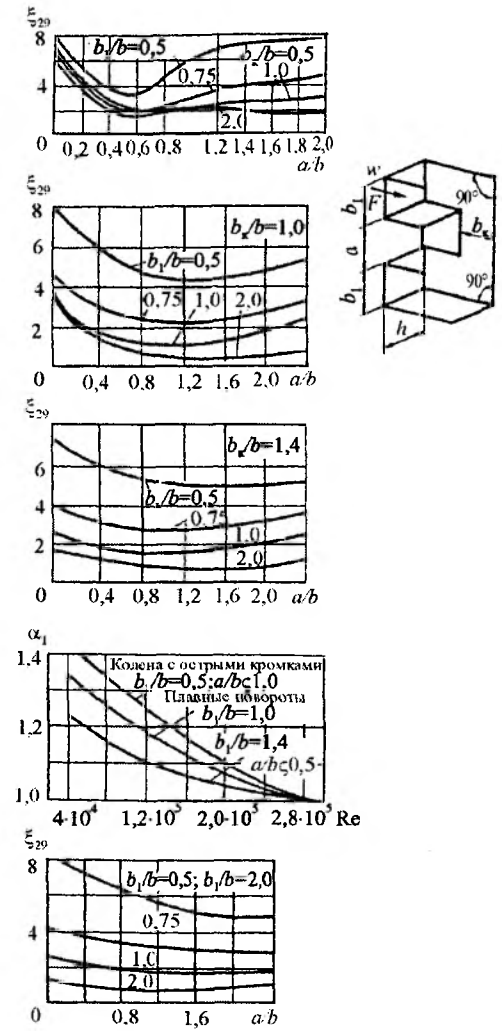
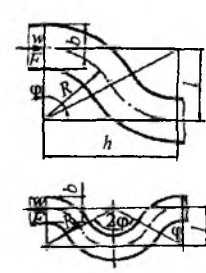
№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
7	Вход в трубу с коническим раструбом и торцевой стенкой	
8	Вход в трубу с экраном	
9	Изменение сечения канала при $Re > 10^4$: $\xi_9 = 0,5 \left(1 - \frac{F}{F_1} \right)$	

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
10	Изменение сечения канала	$\xi_{10} = (1 - F/F_1)^2$ 
11	Конический диффузор (l — длина прямого участка трубы до диффузора)	 $\xi_{11} = (1 - F/F_1)^2 = \eta \cdot \xi_{15}$
12	Квадратный и прямоугольный диффузоры (l — длина прямого участка трубы до диффузора)	 $\xi_{12} = (1 - F/F_1)^2 = \delta \cdot \xi_{15}$
13	Конфузор: $\xi_{13} = \xi_7 \left(1 - \frac{F}{F_1}\right)$	
14	Колена с острыми кромками на повороте: $Re > 4 \cdot 10^4$; для круглого и квадратного каналов $C = 1,0$; стенки гладкие; φ — угол поворота канала	 $\xi_{14} = ABC$
15	Колено с нишей: $\xi_{15} = 1,2 \xi_{14}$	<p>Ниша</p> 

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
16	Колена 90° прямоугольного сечения с расширенным или суженным выходным сечением: $Re \geq 0,2 \cdot 10^6$; стенки гладкие; $\varepsilon = 0$	
17	Колесо с закругленными кромками на повороте при $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$: $Re > 2 \cdot 10^5$; стенки гладкие; $\varepsilon = 0$	
18	Колесо с закругленными кромками на повороте и расширенным или суженным выходным сечением: $Re \geq 0,2 \cdot 10^5$; стенки гладкие; $\varepsilon = 0$; A и C определяют по графику ξ_{17}	
19	Колесо 90° квадратного сечения с закругленными кромками на повороте: $Re \geq 0,2 \cdot 10^4$; $\varepsilon \approx 0,0003$; при $h \neq b$ $\xi_{24} = \xi_{17}C$; $C = f(h/b)$; C определяют по графику ξ_{17}	
20	Отводы изогнутые: $Re \geq 0,2 \cdot 10^5$; A и C определяют по графику ξ_{17}	

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскизы								
21	Отводы плавные: $Re \geq 0,2 \cdot 10^5$; стенки гладкие; $R/d > 1,5$; $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$; A определяют по графику ξ_{17} ; при круглом или квадратном сечении $C_1 = 1,0$	<p>$\xi_{21} = AB, C_1$</p> <p>C_1</p>								
22	Колена круглого или квадратного сечения с острыми кромками на повороте: при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{22} = \xi_{17}C$; $C = f(h/b)$; определяют по графику ξ_{17} ; стенки гладкие, $\varepsilon \approx 0$; шероховатые, $\varepsilon \approx 0,006$	<table border="1" data-bbox="1009 637 1127 811"> <thead> <tr> <th colspan="2">Стенки</th> </tr> <tr> <th>φ</th> <th>Стенки</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>45°</td> <td>шероховатые: 0,41; гладкие: 0,34</td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td>шероховатые: 1,30; гладкие: 1,15</td> </tr> </tbody> </table>	Стенки		φ	Стенки	45°	шероховатые: 0,41; гладкие: 0,34	90°	шероховатые: 1,30; гладкие: 1,15
Стенки										
φ	Стенки									
45°	шероховатые: 0,41; гладкие: 0,34									
90°	шероховатые: 1,30; гладкие: 1,15									
23	Составное колено 90° круглого или квадратного сечения, образованное из четырех звеньев по 22,5°: $Re > 0,2 \cdot 10^6$; стенки гладкие, $\varepsilon \approx 0$; шероховатые, $\varepsilon \approx 0,006$; при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{23} = \xi_{17}C$; $C = f(h/b)$ C определяют по графику ξ_{17}									
24	Составное колено 90° круглого или квадратного сечения, образованное из трех звеньев по 30°: $Re > 0,2 \cdot 10^6$; стенки гладкие, $\varepsilon \approx 0$; шероховатые, $\varepsilon \approx 0,006$; при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{24} = \xi_{17}C$; $C = f(h/b)$; C определяют по графику ξ_{17}									
25	Составное колено 90° круглого или квадратного сечения, образованное из трех звеньев по 45°: $Re > 0,2 \cdot 10^6$; стенки гладкие, $\varepsilon \approx 0$; шероховатые, $\varepsilon \approx 0,006$; при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{25} = \xi_{17}C$; $C = f(h/b)$; C определяют по графику ξ_{17}									

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
26	Z-образное колено квадратного сечения: при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{26} = \xi_{17}C$; C определяют по графику ξ_{17} ; стенки гладкие; $\varepsilon \approx 0$	
27	Составное колено квадратного сечения, образованное из двух колен по 90° , лежащих в разных плоскостях: при прямоугольном сечении ($h = b$) $\xi_{27} = \xi_{17}C$; C определяют по графику ξ_{17} ; стенки гладкие; $\varepsilon \approx 0$	
28	Плавное колено квадратного сечения с поворотом на 180° : графики составлены для колен квадратного сечения ($h = b$); при ($h \neq b$) $\xi_{28} = \xi_{17}C$; C определяют по графику ξ_{17} ; стенки гладкие; $\varepsilon \approx 0$; справедливо при всех Re . Для случая $b_1/b = 1,4$ при $a/b \geq 0,5$ и $b_1/b = 1,0$ полученное по графикам значение надо умножить на поправочный коэффициент $\alpha_1 = f(Re)$ (см. п. 29)	

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскизы
29	<p>П-образное колено прямоугольного сечения: графики составлены для колен квадратного сечения ($h = b$); при ($h \neq b$) $\xi_{29} = \xi_{17} C_1$; $C_1 = f(h/b)$; C_1 определяют по графику ξ_{17}; стенки гладкие, $\varepsilon \approx 0$; справедливо при всех Re. Для случая $b_1/b = 0,5$ при $a/b \geq 1,0$ полученное по графикам значение надо умножить на коэффициент $\alpha_1 = f(Re)$</p>	 <p>The figure contains six graphs and a 3D sketch. The 3D sketch shows a 90-degree elbow with dimensions b_1, b_2, b, h, and α. The graphs are:</p> <ul style="list-style-type: none"> Graph 1: ξ_{29} vs a/b for $b_1/b = 0,5$ and $b_2/b = 0,5$. Curves for a/b values 0,75, 1,0, 2,0. Graph 2: ξ_{29} vs a/b for $b_1/b = 0,5$ and $b_2/b = 1,0$. Curves for a/b values 0,75, 1,0, 2,0. Graph 3: ξ_{29} vs a/b for $b_1/b = 0,5$ and $b_2/b = 1,4$. Curves for a/b values 0,75, 1,0, 2,0. Graph 4: α_1 vs Re for $b_1/b = 0,5$ and $b_2/b = 1,4$. Legend: "Колена с острыми кромками $b_1/b = 0,5; a/b \leq 1,0$" and "Гладкие извороты $b_1/b = 1,0$". Graph 5: ξ_{29} vs a/b for $b_1/b = 0,5$ and $b_2/b = 2,0$. Curves for a/b values 0,75, 1,0, 2,0.
30	<p>Утка: $\xi_{30} = 2\xi_{20}$; $\frac{h}{l} = tg\varphi$; $R = \frac{1}{2\sin\varphi} = \frac{1}{2\cos\varphi}$</p>	 <p>The figure shows two diagrams of a 'утка' (wing) structure. The top diagram shows a cross-section with dimensions h, b, and φ. The bottom diagram shows a side view with dimensions h, b, and φ.</p>

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскизы
31	Пространственный (кольцевой) поворот на 180° (при всасывании): $Re \geq 4 \cdot 10^4$; кромки поворота без скругления; $\frac{r}{d_0} = 0$; $m = \frac{F_1}{F_0}$; $\frac{R}{d_1} = 0,2..0,5$	<p>Graph 1: $\delta/d_0 = 0,75$, $m = 0,75$</p> <p>Graph 2: $\delta/d_0 = 0,2$, $m = 0,76$, $m = 2,07$</p> <p>Graph 3: $\delta/d_0 = 0,4$, $m = 0,8$, $m = 1,07$, $m = 2,1$</p>
32	$Re \geq 4 \cdot 10^4$; кромки поворота без скругления; $\frac{r}{d_0} = 0$; $m = \frac{F_1}{F_0}$; $\frac{R}{d_1} = 0,2..0,5$	<p>Graph: ξ_{32} vs δ/d_0 for $m = 0,75, 2,05, 1,08, 0,75, 1,06, 2,07, 0,7, 0,8, 2,1$</p>
33	Слияние потоков под углом 30°	<p>Graph 1: ξ_{33a} vs $w_0 F_0 / (w_c F_c)$ for $F_0/F_c = 0,1, 0,2, 0,3$</p> <p>Graph 2: ξ_{33b} vs $w_0 F_0 / (w_c F_c)$ for $F_0/F_c = 0,1, 0,2, 0,3, 0,4$</p>

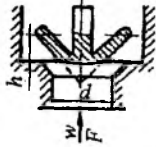
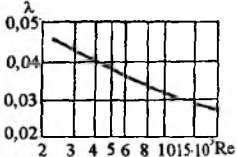
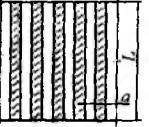
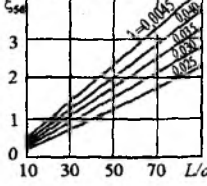
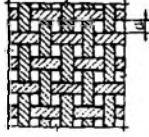
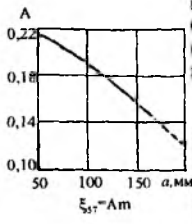

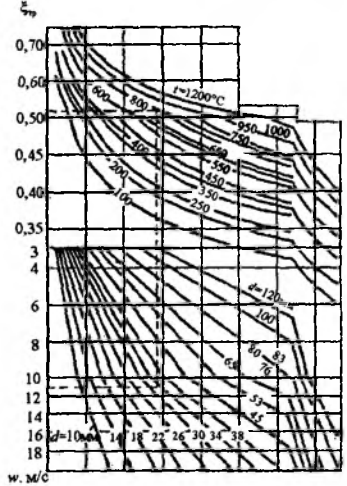
№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскизы
34	Слияние потоков под углом 45°	
35	Слияние потоков под углом 60°	
36	Слияние потоков под углом 90°	
37	Разделение потоков под углом $15 \dots 90^\circ$, боковое ответвление: коэффициент ξ_{37} бокового ответвления отнесен к скоростному давлению в подводящем канале; справедливо при $F_n = F_c$; h_0 — высота сечения бокового ответвления; h_c — высота сечения сборного канала	

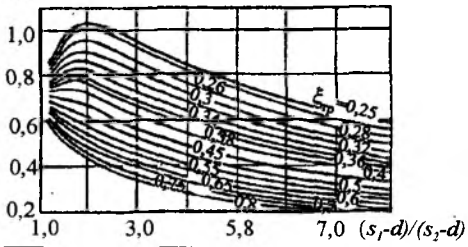
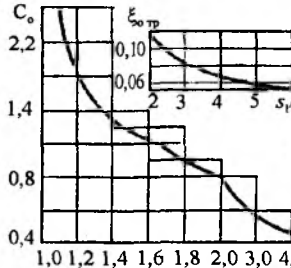
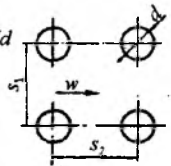
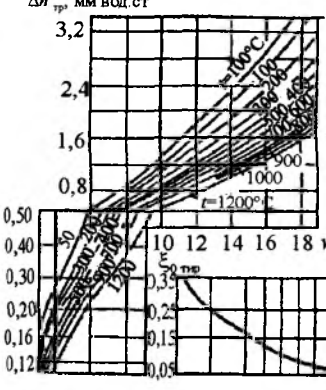
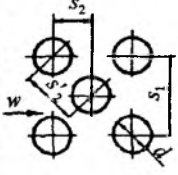
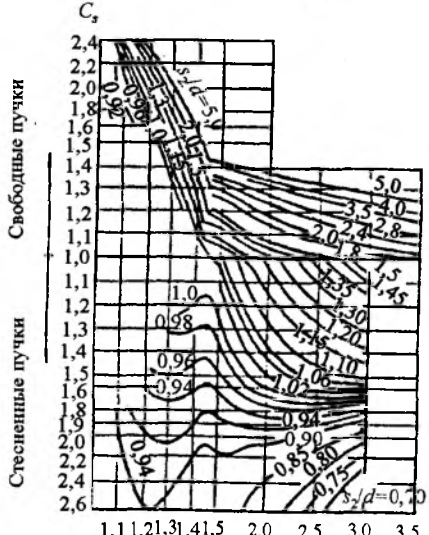
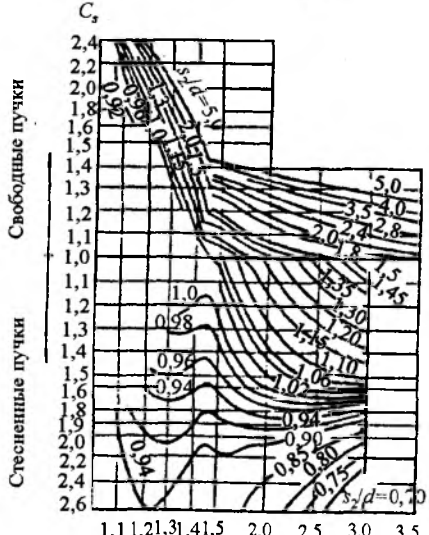
№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
38	Разделение потоков под углом 15...90°, проход: коэффициент ξ_{38} отнесен к скоростному давлению в подводящем канале; справедливо при $F_k + F_n \geq F_c$	<p>Graph showing the resistance coefficient ξ_{38} on the y-axis (0 to 0.4) versus the velocity ratio w_g/w_c on the x-axis (0 to 1.0). The curve starts at (0, 0.4) and decreases. A schematic diagram shows a flow F_c entering from the left and splitting into two flows F_n and F_k at an angle φ. Velocities w_c, w_n, and w_k are indicated.</p>
39	Слияние и разделение потоков в симметричном равнобедренном тройнике, $\varphi = 90^\circ$: коэффициент ξ_{39} отнесен к скоростному давлению в сборном канале; 1 — для стандартных тройников из ковкого чугуна на резьбе; 2 — для сварных тройников	<p>ξ_{39a} Слияние потоков</p> <p>Graph showing the resistance coefficient ξ_{39a} on the y-axis (0 to 16) versus the velocity ratio $w_g F_g / (w_c F_c)$ on the x-axis (0 to 1.0). Curves are shown for $F_g/F_c = 0.25, 0.5, 1.0$. A schematic diagram shows two flows F_g merging into a flow F_c in a 90-degree tee. Velocities w_g and w_c are indicated.</p>
		<p>ξ_{39b} Разделение потоков</p> <p>Graph showing the resistance coefficient ξ_{39b} on the y-axis (0 to 12) versus the velocity ratio w_g/w_c on the x-axis (0 to 2). Two curves, labeled 1 and 2, show the resistance increasing with the velocity ratio.</p>
40	Собирающий короб: 1 — раздающий (собирающий) короб при боковом подводе (отводе); 2 — раздающий короб при торцевом подводе; 3 — собирающий короб при торцевом отводе. Коэффициент ξ_{40} отнесен к скоростному давлению в подводящем канале; равномерная раздача потока будет обеспечена при $F_k \geq 3F_{отв}$, где F_k — площадь поперечного сечения короба	<p>ξ_{40-44}</p> <p>Graph showing the resistance coefficient ξ_{40-44} on the y-axis (0 to 6) versus the flow ratio $F_{под}/F_{отв}$ on the x-axis (0 to 2.0). Three curves (1, 2, 3) are shown. Schematic diagrams (a) and (b) show box configurations with side and end inlets/outlets, with flow rates $F_{под}$ and $F_{отв}$ indicated.</p>
41	Разделяющий короб	<p>Schematic diagrams (a) and (b) showing a distributor box configuration with side and end inlets, with flow rates $F_{под}$ and $F_{отв}$ indicated.</p>

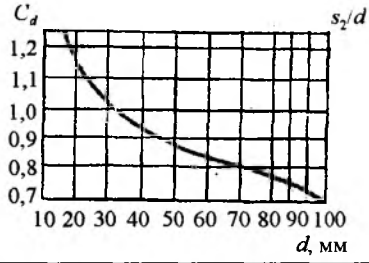
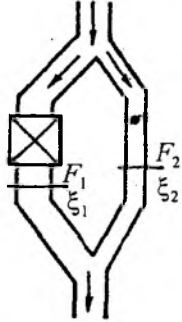
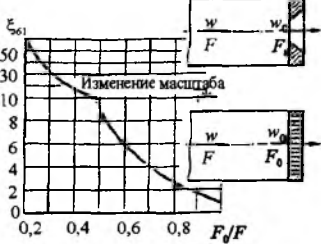
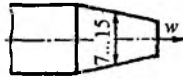
№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
42	Задвижка в прямоугольном канале	
43	Задвижка в круглом канале	
44	Дроссельный клапан в прямоугольном канале	
45	Дроссельный клапан в круглом канале	
46	<p>Диафрагма с острыми краями: коэффициент сопротивления отнесен к скоростному давлению в трубе; $Re = \frac{w_0 d_0}{\nu} \geq 25 \cdot 10^5$; F_0 — площадь отверстий решетки (диафрагмы); при приближенных расчетах потери давления на диафрагме — 50 % от перепада давления, измеряемого диафрагмой</p>	
47	<p>Диафрагма с утолщенными краями в прямой трубе: $Re > 10^3$; для нецилиндрических отверстий $d_0 > \frac{4f_{отв}}{u}$</p>	

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскизы
48	Диафрагма с закругленными по потоку краями в прямой трубе: $Re > 10^4$; для нецилиндрических отверстий $d_0 > \frac{4f_{отв}}{u}$	
49	Вентиль с делительными стенками под углом 90°	
50	Задвижка клиновая	
51	Вентиль с делительными стенками под углом 45°	
52	Вентиль прямооточный	

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
53	Вентиль прямооточный с суженным на 30 % сечением седла	
54	Пробковый кран: 1 — цилиндрическая труба; 2 — прямоугольная труба	
55	Клапаны	<p>а) тарельчатый без нижней направляющей б) тарельчатый с нижней направляющей</p> <p>в) конический г) конический с плоским дном</p>

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
56	Регенеративная насадка типа Каупера; коэффициент сопротивления отнесен к скоростному давлению в насадке	<p>г) конический со сферическим дном</p>     
57	Регенеративная насадка типа Сименса; коэффициент сопротивления отнесен к скоростному давлению в насадке; т — число рядов насадки	 
		

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
58	<p>Коридорные гладкотрубные пучки при поперечном омывании:</p> <ul style="list-style-type: none"> - при $\frac{s_1}{d} \leq \frac{s_2}{d}$ $\xi = C_0 \xi_{гр} z$; - при $\frac{s_1}{d} > \frac{s_2}{d}$ и $1 < \frac{s_1 - d}{s_2 - d} \leq 8$ <p>$\xi = C_0 C_{Re} \xi_{55гр} z$;</p> <ul style="list-style-type: none"> - при $\frac{s_1}{d} > \frac{s_2}{d}$ и $8 < \frac{s_1 - d}{s_2 - d} \leq 15$; <p>$z$ — количество рядов труб по глубине пучка; w — действительная скорость потока</p>	<p>C</p>   
59	<p>Шахматные гладкотрубные пучки при поперечном омывании:</p> <ul style="list-style-type: none"> - при $0,1 < \frac{s_1 - d}{s_2 - d} \leq 17$, а также при $\frac{s_1}{d} \leq 3,0$ и $1,7 \leq \frac{s_1 - d}{s_2 - d} \leq 6,5$, $\Delta h = C_s C_d \Delta h (z + 1)$; - при $\frac{s_1 - d}{s_2 - d} > 1,7$ и $3,0 < \frac{s_1}{d} \leq 10$; <p>$\Delta h = \xi_{59} \frac{w^2 p}{2} (z + 1)$; $s'_1 = \sqrt{\frac{1}{4} (s_1^2 + s_2^2)}$;</p> <p>$z$ — число рядов труб по глубине пучка; w — действительная скорость потока;</p> <p>стесненные пучки: $1,7 \leq \frac{s_1 - d}{s_2 - d} \leq 6,5$</p> <p>свободные пучки $0,1 < \frac{s_1 - d}{s_2 - d} < 1,7$;</p>	<p>$\Delta h_{тр}$, мм вод.ст</p>   <p>Свободные пучки</p>  <p>Стесненные пучки</p> 

№ п/п	Наименование сопротивления	Коэффициент сопротивления и эскиз
		
60	<p>Параллельные каналы:</p> $\xi_{60} = \left(\frac{F_1 + F_2 + \dots + F_n}{\frac{F_1}{\sqrt{\xi_{s1}}} + \frac{F_2}{\sqrt{\xi_{s2}}} + \dots + \frac{F_n}{\sqrt{\xi_{sn}}}} \right)^2;$ <p>$\xi_{s1}, \xi_{s2}, \dots, \xi_{sn}$ — суммарные коэффициенты местных сопротивлений соответствующего канала; F_1, F_2, \dots, F_n — проходные сечения каналов, к скорости которых отнесены соответственно $\xi_{s1}, \xi_{s2}, \dots, \xi_{sn}$; коэффициент ξ_{60} отнесен к скоростному давлению при $w = \frac{V_{общ}}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$</p>	
61	<p>Выход из прямой трубы через шайбу или плоскую решетку; коэффициент сопротивления относится к скоростному давлению в трубе; F_0 — сечение шайбы или решетки; $Re = \frac{w_1 d_1}{\nu} \geq 0,25$;</p> <p>$d_1$ — эквивалентный диаметр отверстия шайбы или решетки</p>	
62	<p>Сопло: при расчете горелок принимать $\xi_{62} = 1,2$. Коэффициент сопротивления относится к скоростному давлению в устье сопла</p>	

К выбору электрического привода к вентиляторам ВР-12-26 и В-Ц6-28

Обозначения	Вентилятор			Двигатель			Масса вентилятора (с двигателем), кг	
	Номер	Диаметр колеса, $D_{ном}$	Частота вращения n_v , мин ⁻¹	Тип	Мощность, кВт	Частота вращения $n_{дв}$, мин ⁻¹		
Вентиляторы ВР-12-26 (исполнение 1)								
М2,5-1а	2,5	—	2810	4А71А2	0,75	2810	55,7	
М2,5-1б			2810	4А71В2	1,1	2810	55,7	
М2,5-1в			2810	4А80А2	1,5	2810	58,3	
М3,15-1а	3,15	—	2840	4А80В2	2,2	2840	74,3	
М3,16-1б			2840	4А90Л2	3	2840	83	
М3,15-1в			2840	4А100S2	4	2840	90	
М4-1а	4	—	2905	4А112М2	7,5	2905	156	
М4-1б			2905	4А132М2	11	2905	195	
М5-1а	5	—	2940	4А90Л2	22	2940	340	
М5-1б			2940	4А90Л2	30	2940	360	
М5-1в			2940	4А90Л2	37	2940	430	
Вентиляторы В-Ц6-25 (исполнение 1)								
Л5.090-1а	5	90	2850	АИР90Л2	3	2850	103	
Л5.090-1б			2850	АИР100S2	4	2850	109	
Л5.090-1в			2850	АИР100Л2	5,5	2850	115	
Л5.090-1г			2895	АИР112М2	7,5	2895	131	
Л5.095-1а		95	—	2850	АИР100S2	4	2850	109
Л5.095-1б				2850	АИР100Л2	5,5	2850	115
Л5.095-1в				2895	АИР112М2	7,5	2895	131
Л5.100-1а		100	—	2850	АИР100Л2	5,5	2850	115
Л5.100-1б				2895	АИР112М2	7,5	2895	131
Л5.100-1в				2910	АИР132М2	11	2910	157
Л5.105-1а		105	—	2895	АИР112М2	7,5	2895	131
Л5.105-1б				2910	АИР132М2	11	2910	157
Л6,3.090-1а	6,3	90	2910	АИР132М2	11	2910	226	
Л6,3.090-1б			2910	АИР160S2	15	2910	272	
Л6,3.090-1в			2910	АИР160М2	18,5	2910	287	
Л6,3.090-1г			2925	АИР180S2	22	2925	305	

Обозначения	Вентилятор			Двигатель			Масса вентилятора (с двигателем), кг
	Номер	Диаметр колеса, $D_{ном}$	Частота вращения n_v , мин ⁻¹	Тип	Мощность, кВт	Частота вращения $n_{дв}$, мин ⁻¹	
Л6,3.095-1а	6,3	95	2910	АИР132М2	11	2910	226
Л6,3.095-1б			2910	АИР160S2	15	2910	272
Л6,3.095-1в			2910	АИР160М2	18,5	2910	287
Л6,3.095-1г			2925	АИР180S2	22	2925	305
Л6,3.100-1а		100	2910	АИР160S2	15	2910	272
Л6,3.100-1б			2910	АИР160М2	18,5	2910	287
Л6,3.100-1в			2925	АИР180S2	22	2925	305
Л6,3.100-1г			2925	АИР180М2	30	2925	325
Л8-а	8	—	1460	4А132М4	11	1460	375
Л8-б			1465	4А160S4	15	1465	417
Л10-а	10	—	1470	4А180М4	30	1470	685
Л10-б			1475	4А200М4	37	1475	760
Вентиляторы В-Ц6-28 (исполнение б)							
Л8-1а	8	—	1430	4А132М4	11	1460	635
Л8-1б			1430	4А160S4	15	1465	677
Л8-2а			1600	4А160S4	15	1465	685
Л8-2б			1600	4А160М4	18,5	1465	720
Л8-3а			1750	4А160М4	18,5	1470	740
Л8-3б			1750	4А180S4	22	1470	760
Л8-4а			1900	4А180S4	22	1470	740
Л8-4б			1900	4А180М4	30	1470	760
Л8-5а			2200	4А180М4	37	1475	855
Л8-5б			2200	4А200L4	45	1475	895
Л8-6а			2400	4А200L4	45	1475	895
Л8-6б			2400	4А225М4	55	1480	940
Л10-1а	10	—	1440	4А180М4	30	1470	915
Л10-1б			1440	4А200L4	37	1475	990
Л10-2а			1600	4А200L4	37	1475	1000
Л10-2б			1600	4А200L4	45	1475	1040
Л10-2в			1600	4А225М4	55	1475	1085
Л10-3а			1800	4А225М4	55	1475	1095
Л10-3б			1800	4А250S4	75	1480	1230
Л10-4а			1875	4А225М4	55	1475	1095
Л10-4б			1875	4А250S4	75	1480	1230

Алфавитный указатель

А

Автомодельность 28, 116, 228
 Абсолютная шероховатость 450
 Абсолютно черное тело 301
 Активатор 45
 Анализ размерностей 117
 Аналогия, физическая 27
 Ангстрем 294
 Атмосферный воздух (свойства) 495

Б

Безразмерность 108
 Безразмерные комплексы 108
 Бесселя функции 550
 Био Ж. 88
 Больцман Л. 130
 Буквенные обозначения 58
 Буссинеска допущения 222

В

Валы двухмерные 232
 Вдув в пограничный слой 209
 Вейник А. 79
 Вектор излучения 54
 Вектор плотности потока излучения 54
 Вектор плотности потока массы 47
 Величина однородная 107
 Величина, актуальная 36
 Величина, безразмерная 27
 Величина, вторичная 26
 Величина, коэффициента теплоотдачи в соответствии с характеристикой движения 263
 Величина, осредненная 36
 Величина, первичная 26
 Величина, размерная 27
 Величина, характерная 28
 Вентиляторы (выбор типоразмера) 583
 Виды теплообмена 68
 Вин В. 294
 Вихревая дорожка 204
 Вихреобразование 203
 Водовоздушный теплообменник 398, 401
 Воздушный тракт теплообменного аппарата 448

Волны, температурные 30
 Вторая теорема подобия 114
 Выбор энергоносителя 6
 ВЭР тепловые 15
 Вязкость виртуальная 36

Г

Газ 24
 Газопоршневой двигатель (ГПД) 353
 Газосодержание, истинное объемное 45
 Газосодержание, расходное массовое 45
 Газосодержание, расходное объемное 45
 Газотурбинный двигатель (ГТД) 353
 Газы одно- и двухатомные (излучение) 311
 Галилей Г. 64
 Гидродинамическая стабилизация 267
 Гидродинамическое подобие 120
 Гидромеханический расчет теплообменника 447
 Гидрофобизатор 45
 Гравитационное свободное движение 219
 Градиент температуры 25, 73
 Градирня 413
 — гиперболическая 415
 Граничное условие:
 — 1-го рода 159
 — 2-го рода 159
 — 3-го рода 159
 Граничные условия 86
 График температурный (нагрев) 82, 90
 Графический способ определения температуры (плоская стенка) 143
 Группа явлений 106

Д

Давление насыщенного водяного пара 510
 Двигатель газопоршневой (ГПД) 353
 — газотурбинный (ГТД) 353
 Двигатель Стирлинга 75
 Движение, вынужденное 31
 Движение, вязкостно-гравитационное 31
 Движение, вязкостно-инерционно-гравитационное 31
 Движение, гравитационное свободное 31
 Движение, ламинарное 31
 Движение, ползучее 252
 Движение, свободное 31, 219
 Движение, турбулентное 31, 188, 272

Движения след 215
Десублимация 45
Диаграмма влажного воздуха 510
Диаграмма для воды и водяного пара 515
Диаметр изоляции критический 370
— трубопровода (определение) 489
Диаметр пузыря, отрывной 43
Диаметр трубы, эквивалентный 35, 217
Диафрагмирования коэффициент 328
Дискретность 201, 215
Диссипация энергии 38
Диссоциация термическая 137
Дифференциальное уравнение: 93
— движения 97
— сплошности 99
— теплообмена 93
— теплопроводности 95
Диффузия 46
Диффузия, концентрационная 46
Диффузия, молекулярная 46
Длина луча, эффективная 57
Добыча топлива 8
Допущения Буссинеска 222
Дорожка Кармана 204
Дрейфующая масса 264
Дымовая труба 156

Е

Единица измерения 27
Единица измерения, основная 27
Единица измерения, производная 27

Ж

Жидкость 24, 186
Жидкость, капельная 24, 215
Жидкость, несжимаемая 24, 215
Жидкость, сжимаемая 24, 215
— рабочая 445

З

Закон Видемана — Франца 138
Закон Фурье 67
Зародыш новой фазы 43
Зародыш новой фазы, жизнеспособны 43
Зародыш новой фазы, критический 43
Значение коэффициента теплопроводности:
— капельных и газообразных жидкостей 139

— металлов 137
— огнеупорных материалов 137

Значение физической величины, актуальное 36
Значение физической величины, осредненное 36
Значения скоростей теплоносителей 468
Значения степени черноты 306
Зона вихревая 361

И

Идеальная жидкость 186
Излучение 50, 295
Излучение, анизотропное 51
Излучение, идеально диффузное 51
Излучение, изотропное 51
Излучение, интегральное 51
Излучение, монохроматическое 51
Излучение, неравновесное тепловое 51
Излучение, несерое 52
Излучение, объемное 51
Излучение, отраженное 50
Излучение, падающее 50
Излучение, поглощенное 50
Излучение, полусферическое 51
Излучение, пропускаемое 50
Излучение, равновесное 51
Излучение, равновесное тепловое 51
Излучение, результирующее 50
Излучение, селективное 51
Излучение, серое 51
Излучение, собственное 50
Излучение, тепловое 51
Излучение, черное 51
Излучение, электромагнитное (спектр) 295
Излучение, эффективное 50
Изоляция тепловая 365
— (числовое значение) 368
— эффективность 370
Изотаха 275
Изотерма 78
Инвариант подобия 28
Индикатриса объемного испускания 56
Индикатриса отражения 56
Индикатриса полусферического испускания 56
Индикатриса рассеяния 57
Инструментальный эксперимент 64, 106

Интегральное уравнение теплового пограничного слоя 194
 Интенсивность излучения 54
 Интенсивность излучения, спектральная 54
 Интенсивность отраженного излучения 54
 Интенсивность падающего излучения 54
 Интенсивность собственного излучения 54
 Интенсивность эффективного излучения 54
 Испарение 42
 Испаритель 416
 Испарительное охлаждение 210
 Испускание 50

К

Канторович Л. 132
 Капица П. 134
 Кармана дорожка 205
 Карно Н. 8
 Касательные напряжения 195
 Кипение 42
 Кипение в большом объеме 43
 Кипение насыщенной жидкости 42
 Кипение с недогревом 42
 Кипение, объемное пузырьковое 42
 Кипение, пленочное 42
 Кипение, поверхностное 42
 Кипение, поверхностное пузырьковое 42
 Кипение, пузырьковое 42
 Кирпичев М. 116
 Кирхгоф Г. 96, 299
 Класс явлений 106
 Классификация теплообменной системы 78
 Классическая (произвольная) форма тел 79
 Когенерация 11, 67
 Кожухотрубный теплообменник 418
 Колодец нагревательный 136
 Компактность поверхности теплообмена 372
 Комплексы безразмерные 108
 Конвекция, вынужденная 31
 Конвекция, свободная 31
 Конденсатор 416
 Конденсация 45
 Конденсация смешением 45
 Конденсация, капельная 45
 Конденсация, контактная 45
 Конденсация, пленочная 45
 Конденсация, смешанная 45
 Конденсация, смешивающая 45
 Конечная температура теплоносителя 445
 Константа излучения:
 — вторая константа 302
 — первая константа 302
 Контурные кольцевые 254
 Коэффициент аккомодации 38
 Коэффициент аккомодации энергии 38
 Коэффициент восстановления температуры 39
 Коэффициент восстановления энтальпии 39
 Коэффициент давления 285
 Коэффициент диафрагмирования (излучение) 328
 Коэффициент диффузии 47
 Коэффициент диффузии бинарной смеси 47
 Коэффициент диффузии многокомпонентной смеси 47
 Коэффициент излучения, локальный обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, локальный разрешающий угловой 55
 Коэффициент излучения, локальный угловой 55
 Коэффициент излучения, обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, разрешающий обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, разрешающий угловой 55
 Коэффициент излучения, средний обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, средний разрешающий обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, средний разрешающий угловой 55
 Коэффициент излучения, средний угловой 55
 Коэффициент излучения, элементарный обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, элементарный разрешающий обобщенный угловой 56
 Коэффициент излучения, элементарный разрешающий угловой 55
 Коэффициент излучения, элементарный угловой 55
 Коэффициент конденсации 46
 Коэффициент массоотдачи 48
 Коэффициент массоотдачи, местный 48
 Коэффициент массоотдачи, средний 48
 Коэффициент массопередачи 48

Коэффициент массопередачи, местный 48
Коэффициент массопередачи, средний 48
Коэффициент многократных отражений пары тел 56
Коэффициент ослабления 55
Коэффициент поглощения 55
Коэффициент рассеяния 55
Коэффициент самодиффузии 47
Коэффициент скорости 41
Коэффициент сопротивления 39
Коэффициент сопротивления трения 39
Коэффициент сопротивления трения, мгновенный местный 39
Коэффициент сопротивления трения, средний во времени и по поверхности 39
Коэффициент сопротивления трения, средний во времени местный 39
Коэффициент сопротивления трения, средний по поверхности мгновенный 39
Коэффициент температуропроводности 29
Коэффициент теплоотдачи 33
Коэффициент теплоотдачи, местный 33
Коэффициент теплоотдачи, средний 33
Коэффициент теплопередачи 33, 74
Коэффициент теплопередачи, местный 33
Коэффициент теплопередачи, средний 33
Коэффициент теплопроводности 29
Коэффициент теплоусвоения 29
Коэффициент термодиффузии 47
Коэффициент турбулентного переноса вещества 48
Коэффициент турбулентного переноса количества движения 36
Коэффициент турбулентного переноса количества движения, кинематический 37
Коэффициент турбулентного переноса теплоты 37
Коэффициент турбулентного переноса теплоты, кинематический 37
Коэффициент турбулентной вязкости, кинематический 37
Коэффициент турбулентной температуропроводности 37
Коэффициент турбулентной теплопроводности 37
Коэффициент угловой (излучение) 313
Коэффициент формы тела (нагрев) 80
Коэффициент экстинкции среды 55
Коэффициент, локальный угловой 55

Коэффициент, средний угловой 55
Коэффициент, элементарный угловой 55
Коэффициенты (переводные) в законах излучения 295
Коэффициенты местных сопротивлений 567
КПД цикла Карно 9
Кризис теплоотдачи при кипении 43
Критерий подобия 28, 113
Критерий, определяющий 28, 115
Критический диаметр изоляции 370

Л

Ландау Л. 131
Лейбензон Л. 135
Линии тока 187
Ломоносов М. 65
Лыков А. 150

М

Масса дрейфующая 264
Массивное тело 90, 164
Массообмен 46
Массообмен, конвективный 46
Массоотдача 47
Массопередача 47
Метод аналогии 28
Метод подобия 27
Метод размерностей 26
Метод:

- конечных разностей 151
- разделения переменных 148
- элементарных источников 148, 151

Методика расчета гидромеханического 447
Методическая печь 81
Методическая печь 464
Методы интенсификации теплообмена:

- активные 361
- пассивные 361
- сложные 361

Методы познания (экспериментальный и физико-математический) 64, 66
Микрокипение 43
Микрометр 294
Множители переводные 297
Множители подобного преобразования 112
Моделирование 28
Моделирование, прямое 28

Мощность внутренних источников теплоты 26

Н

Нагревание массивного тела 164
 Нагревательный колодец 136
 Нагрузка, тепловая 26
 Напор, местный температурный 32
 Напор, средний температурный 32
 Напор, температурный 32
 Напор, температурный, полный 145
 Напряжения касательные 195
 Начальное условие 87
 Неоднородное нестационарное температурное поле 77
 Неоднородное стационарное температурное поле 77
 Нестационарная теплопроводность:
 – пластина 158
 – цилиндр 160
 – шар 161
 Нестационарное температурное поле 77
 Нестационарный режим теплопроводности 158
 Новье Л. 190
 Новье – Стокса уравнение 190
 Номограммы расчетные (теплопроводность) 164, 167
 Нуссельт В. 115
 Ньютон И. 97

О

Область, переходная 34, 261
 Образование вихрей 203
 Образование пограничного слоя 193
 Обратное течение 202
 Обтекание пучка труб 283
 Объем ограниченный 241, 248
 Одно- и многомерное температурное поле 77, 155
 Однозначности условия решения 100
 Однородная величина 107
 Определяемые критерии (числа) 115
 Определяющая температура 216
 Определяющие критерии (числа) 115
 Определяющий размер 216
 Оребрение поверхности 363, 372, 373
 – степень оребрения 373
 Относительная температура 467
 Относительный шаг (турбный пучок) 281

Отношение, термодиффузное 47
 Отражаемость 53
 Отражение 50
 Отражение, диффузное 50
 Отражение, зеркальное 50
 Отрыв пограничного слоя 202, 203
 Охлаждение испарительное 210

П

Парообразование 42
 Паросодержание, истинное объемное 45
 Паросодержание, расходное массовое 45
 Паросодержание, расходное объемное 45
 Первая теорема подобия 114
 Переводные множители 298
 Перенос излучения 51
 Перенос, конвективный 25
 Перенос, молекулярный 24
 Перенос, молярный 25
 Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный 200
 Печь методическая 464
 Печь методическая нагревательная 81
 Пи (π) – теорема 117
 Планк М. 300
 Пластина (нагрев) 79
 Пластинчатый теплообменник 411
 Плотность излучения, угловая 54
 Плотность объемного излучения 54
 Плотность падающего излучения, пространственная 54
 Плотность поглощенного объемного излучения 54
 Плотность потока излучения 54
 Плотность потока излучения, поверхностная 54
 Плотность потока массы 47
 Плотность потока объемного излучения 54
 Плотность потока отраженного излучения, поверхностная 54
 Плотность потока падающего излучения, поверхностная 54
 Плотность потока поглощенного излучения, поверхностная 54
 Плотность потока результирующего излучения, поверхностная 54
 Плотность потока собственного излучения, поверхностная 54

- Плотность потока эффективного излучения, поверхностная 54
- Плотность рассеянного объемного излучения 54
- Плотность результирующего объемного излучения 54
- Плотность собственного объемного излучения 54
- Плотность собственного объемного излучения, угловая 54
- Плотность теплового потока 26
- Плотность теплового потока, вторая критическая 43
- Плотность теплового потока, первая критическая 43
- Плотность энергии излучения, объемная 54
- Плотность эффективного объемного излучения 54
- Поверхность пары тел, взаимная 56
- Поверхность пары тел, разрешающая взаимная 57
- Поверхность пары элементарных площадок, взаимная 56
- Поверхность пары элементарных площадок, разрешающая взаимная 57
- Поверхность раздела (типы) 419
- Поверхность теплообмена оребренная 372, 373
- Поверхность теплообмена расчетная (излучение) 318
- Поверхность элементарной площадки и конечной поверхности, взаимная 56
- Поверхность элементарной площадки и конечной поверхности, разрешающая взаимная 57
- Поверхность, идеально каталитическая 49
- Поверхность, изотермическая 25
- Поверхность, каталитическая 49
- Поверхность, некаталитическая 49
- Поглощаемость 53
- Поглощение 50
- Поглощение, несерое 52
- Поглощение, селективное 52
- Пограничный слой: 187, 188
 - динамический 187
 - образование слоя 193
 - отрыв 202
 - термический 192
- Подобие, физическое 27
- Подобие:
 - гидродинамическое 120
 - тепловое 121
- Подобия теорема 104
- Подобного преобразования множители 112
- Подобное явление 106
- Подъемная сила 220
- Поле температурное 83
- Поле физической величины. нестационарное 25
- Поле физической величины. стационарное 25
- Ползущее движение 252
- Полости (конвекция) 248
- Поправка на излучение смеси CO_2 и H_2O 312
- Поток излучения 52
- Поток излучения, интегральный 52
- Поток излучения, монохроматический 52
- Поток массы 47
- Поток массы, диффузный 47
- Поток массы, Стефанов 47
- Поток отраженного излучения 53
- Поток падающего излучения 53
- Поток поглощенного излучения 53
- Поток результирующего излучения 53
- Поток собственного излучения 52
- Поток эффективного излучения 53
- Поток ячеистый 252
- Поток, внешний 34
- Поток, двухфазный 43
- Поток, замороженный 49
- Поток, невозмущенный 34
- Поток, Стефанов 47
- Поток, тепловой 26
- Поток, термически неравновесный двухфазный 44
- Поток, термически равновесный двухфазный 44
- Поток, удельный тепловой 26
- Поток, химически равновесный 49
- Прандтль Л. 113
- Предызолированная труба 360
- Преобразование подобия 28
- Привод электрический 583
- Признак формы тела (нагрев) 80
- Принципиальная схема ТЭЦ 9
- Природа конвекции 220
- Продуктов сгорания степень черноты 311
- Производительность внутренних источников теплоты 26
- Пропускаемость 54

- Пропускание 51
- Просмотр 45
- Пространство ограниченное (конвекция) 250
- Противоток 34
- Процесс переноса теплоты 24
- Прямоток 34
- Пульсация физической величины 36
- Пучки труб (конвекция) 281
- Пучки труб (конвекция):
 - коридорный 281
 - шахматный 281

Р

- Рабочая жидкость (теплообмен) 445
- Равновесие, локальное лучистое 56
- Равновесие, монохроматическое лучистое 56
- Радиация 50
- Развитие кладки (излучение) 334
- Развитие пограничного слоя 241
- Размер определяющий 216
- Размерность 27
- Рамзин Л. 261
- Распределение температуры и скорости в пограничном слое 198
- Распределение температуры по высоте ребра 377
- Рассеяние 50
- Рассеяние, анизотропное 50
- Рассеяние, изотропное 50
- Расход жидкости 31
- Расход жидкости, массовый 31
- Расход жидкости, объемный 31
- Расход жидкости, средний 31
- Расчет угловых коэффициентов 315
- Расчетная площадь поверхности теплообмена 70
- Расчетная поверхность теплообмена (излучение) 318
- Расчетные номограммы (теплопроводность) 164, 167
- Расширение жидкости (тепловое) 220
- Рибристая поверхность теплообмена 372, 373
- Ребро (эффективность) 375
- Ребро:
 - предельное 381
 - радиальное 381
 - с минимальной массой 383

- Регенеративный теплообменник 410
- Режим движения газовой фазы, дисперсно-кольцевой 44
- Режим движения газовой фазы, дисперсный 44
- Режим движения газовой фазы, кольцевой 44
- Режим движения жидкой фазы, дисперсно-кольцевой 44
- Режим движения жидкой фазы, дисперсный 44
- Режим движения жидкой фазы, кольцевой 44
- Режим движения, переходный 31
- Режим движения, пузырьковый 44
- Режим движения, расслоенный 44
- Режим движения, эмульсионный 44
- Режим теплопроводности, нестационарный 158
- Режим теплопроводности, регулярный 30
- Режим, регулярный 30
- Рейнольдс О. 111
- Рекуперативный теплообменник 410

С

- Самодиффузия 46
- Самокомпенсирующаяся труба 352
- Свойства жидкости 215
- Свойства материалов для нагревательных элементов 536
- Свойства низколегированных сталей:
 - коэффициент линейного расширения 549
 - массовая теплоемкость 547
 - плотность 548
 - температуропроводность 548
 - теплопроводность 546
- Свойства теплофизические газов:
 - в зависимости от температуры (одноатомные газы) 496
 - вязкость 509
 - двухатомные фазы 497
 - дымовых газов 505
 - коэффициент объемного расширения 511
 - коэффициент теплопроводности 512
 - массовая теплоемкость 507
 - многоатомных газов 502
 - объемная теплоемкость 508
 - теплофизические атмосферного воздуха 495
 - трехатомные фазы 499
 - углеводородов метанового ряда 500
 - физические 492

- Свойства теплофизические жидкостей: 516
 - жидких металлов 520
 - коэффициент теплопроводности 517
 - массовая теплоемкость 518
- Свойства теплофизические твердых веществ 525
 - коэффициент линейного расширения 535
 - коэффициент температуропроводности металлов 533
 - массовая теплоемкость 531
 - металлов и сплавов 527
 - металлов и сплавов коэффициент теплопроводности 528, 530, 539
- Свойства углеродистых сталей:
 - коэффициент линейного расширения 543
 - коэффициент теплопроводности 537
 - критические точки фазовых превращений 545
 - массовая теплоемкость 538, 539
 - плотность 540
 - температуропроводность 542
 - удельное электросопротивление 544
- Сетка (теплопроводность) 154
- Сила подъемная 98, 220
- Сила трения 98
- Сила тяжести 97
- Система 66
- Система (классификация) 70
- Система единиц 27
- Скачок на границе раздела фаз, температурный 38
- Скачок скорости 38, 206
- Скачок, температурный 38, 202
- Скорость в турбулентном пограничном слое 199
- Скорость света в вакууме 300
- Скорость смеси 44
- Скорость смеси, приведенная 44
- Скорость теплоносителей (значения) 468
- Скорость фазы, истинная 44
- Скорость фазы, относительная 44
- Скорость фазы, приведенная 44
- Скорость циркуляции 44
- Скорость, динамическая 36
- Скорость, критическая 32
- Скорость, массовая 32
- След движения 215
- Сложный теплообмен 354
- Слой, динамический пограничный 34
- Слой, диффузный пограничный 46
- Слой, замороженный пограничный 49
- Слой, ламинарный (динамический) пограничный 34
- Слой, пограничный 34
- Слой, равновесный пограничный 49
- Слой, смешанный (динамический) пограничный 34
- Слой, тепловой пограничный 34
- Слой, турбулентный (динамический) пограничный 34
- Смесительный теплообменник 410
- Снимок шпирный 228
- Сопротивление на границе раздела фаз, термическое 38
- Сопротивление термическое 141
- Сопротивление, внешнее термическое 33
- Сопротивление, внутреннее термическое 30
- Сопротивление, межфазное термическое 38
- Сопротивление, общее термическое 33
- Состояние, сфероидальное 43
- Спектр электромагнитного излучения 295
- Способ определения температуры (плоская стенка) 143
- Способность пары тел, взаимная поглотительная 56
- Способность, интегральная отражательная 53
- Способность, интегральная поглотительная 53
- Способность, интегральная пропускательная 54
- Способность, отражательная 53
- Способность, поглотительная 53
- Способность, пропускательная 54
- Способность, спектральная отражательная 53
- Способность, спектральная поглотительная 53
- Среда, анизотропная сплошная 24
- Среда, диатермическая 52
- Среда, изотропная сплошная 24
- Среда, многофазная 24
- Среда, неоднородная сплошная 24
- Среда, однородная сплошная 24
- Среда, однофазная 24
- Среда, ослабляющая 52
- Среда, поглощающая 52
- Среда, прозрачная 52
- Среда, рассеивающая 52

Среда, серая 52
 Среда, сплошная 24
 Среднеарифметический температурный напор 423
 Среднелогарифмический температурный напор 423
 Стабилизация гидродинамическая 267
 Стабильность 116
 Стационарное температурное поле 77
 Степень оребрения 373
 Степень пересыщения пара 45
 Степень пересыщения пара, критическая 45
 Степень развития кладки 333
 Степень турбулентности 36, 273
 Степень черноты 53, 306, 311
 Степень черноты, интегральная 53
 Степень черноты, спектральная 53
 Стефан Й. 304
 Стирлинга двигатель 75
 Стокс Д. 191
 Стретт Д. 300
 Струхала число 204
 Сушило («Аэрофол») 71, 72
 Сушильная установка 417
 Сушильный агент 71, 72
 Схема ТЭЦ 9

Т

Тело массивное 90
 Тело термически тонкое 90
 Тело, абсолютно черное 52
 Тело, серое 52, 301
 Тело, черное 52, 301
 Темп регулярного режима 30
 Температура адиабатического испарения 48
 Температура адиабатического насыщения 49
 Температура влажного термометра 48
 Температура греющей жидкости 70
 Температура заторможенного потока 37
 Температура и скорость в пограничном слое 198
 Температура относительная 467
 Температура поверхности, участвующей в теплообмене 70
 Температура потока, среднemasсовая 32
 Температура стенки, адиабатная 38
 Температура стенки, равновесная 38

Температура стенки, собственная 38
 Температура тела классической (произвольной) формы 79
 Температура торможения 37
 Температура, определяющая 42, 216
 Температура, радиационная 57
 Температура, цветовая 57
 Температура, яркостная 57
 Температурное поле (нагрев) 83, 89
 Температурный график (нагрев) 82, 83
 Температурный напор полный 145, 155
 Температуропроводность 29
 Тензор излучения 55
 Тензор напряжений излучения 55
 Теорема 117
 Теоремы подобия:
 – вторая теорема подобия 114
 – первая теорема подобия 114
 – третья теорема подобия 114
 Теория подобия 104
 Тепловая изоляция 365
 – (числовые значения) 368
 – эффективность 370
 Тепловое подобие 120
 Тепловое расширение жидкости 220
 Тепловые ВЭР 15
 Теплоноситель 24
 Теплообмен 24
 Теплообмен излучением 25
 Теплообмен простой 69
 Теплообмен сложный 69, 354
 Теплообмен, конвективный 25
 Теплообмен, радиационно-конвективный 25
 Теплообмен, радиационно-кондуктивный 25
 Теплообмен, радиационный 25
 Теплообмен, стабилизированный 35
 Теплообменник 26
 – кожухотрубный 418
 – на тепловых трубах 412
 – пластинчатый 411
 – регенеративный 410, 412
 – рекуперативный 410
 – смешительный 410
 Теплообменник водовоздушный 353
 Теплоотдача 33, 69

Теплопередача 33, 69
 Теплопередача:
 — через плоскую стенку 355
 — через цилиндрическую стенку 356
 — через шаровую стенку 358
 — управление 359
 Теплопроводность 25, 137
 Теплопроводность
 — пластины многослойной 141
 — пластины однослойной 140
 — цилиндра многослойного 145
 — цилиндра однослойного 143
 — шара 145
 Теплоэлектроцентраль 9
 Терминология 24
 Термическая диссоциация 137
 Термический пограничный слой 192
 Термическое сопротивление теплопроводности 141
 Термодиффузия 46
 Терморadiационный экран 326
 Течение пленки жидкости (конденсата), волновое 45
 Течение разреженного газа 200
 Течение со скольжением 38
 Течение, обратное 202
 Течение, свободное молекулярное 38, 200
 Течение, стабилизированное 35
 Ток, поперечный 34
 Толщина вытеснения 35
 Толщина пограничного слоя 34, 188, 192
 Толщина потери импульса 35
 Толщина потери энthalпии 35
 Толщина термического пограничного слоя 192
 Томсон В. 105
 Точка, направляющая 30
 Трасктории частиц 243
 Трение в ламинарном пограничном слое 196
 Трение в турбулентном пограничном слое 199
 Трения сила 98
 Тригонометрические функции 565
 Труба дымовая 156
 Труба предизолированная самокомпенсирующаяся 352, 360
 Трубные пучки (конвекция) 281
 Тяжести сила 97

У

Уатт Д. 121
 Угловой коэффициент (излучение) 313
 Угловой коэффициент (расчет) 315
 Управление теплопередачей 359
 Уравнение интегральное теплового пограничного слоя 194
 Уравнение Новье—Стокса 190
 Уравнение подобия 28
 Уравнение температуры 218
 Уравнение теплового пограничного слоя 194
 Уравнение Шмидта Э. 153
 Уравнение, критериальное 28
 Уравнения дифференциальные 93
 Условие I рода, граничное 29, 86, 459
 Условие II рода, граничное 29, 86, 159
 Условие III рода, граничное 29, 86, 159
 Условие начальное 87
 Условия III рода, линейные граничные 29, 86
 Условия III рода, нелинейные граничные 29
 Условия однозначности решения 100
 Условия сопряжения 29, 86
 Установка опетехническая 451
 Установка сушильная 417
 Участок, гидродинамический начальный 35
 Участок, диффузный начальный 35
 Участок, начальный 35
 Участок, тепловой начальный 35, 268

Ф

Фактор, температурный 41
 Физические свойства воздуха атмосферного 466
 Физические свойства жидкости 215
 Физические свойства продуктов сгорания 465
 Формула размерности 27
 Формы коэффициент 80
 Фотография интерференционная 227, 255
 Функции Бесселя 550
 Функции тригонометрические 565
 Фурье Ж. 73
 Фурье закон 67

Ц

Цельсий А. 105
 Цилиндр (нагрет) 79

Ч

Частица (траектория) 243
 Число Архимеда 40
 Число Био 30
 Число Био, радиационное 30
 Число Больцмана 57
 Число Бургера 57
 Число Вебера 46
 Число Галилея 40
 Число Гартмана 41
 Число Грасгофа 40
 Число Жуковского 41
 Число Кирпичева 57
 Число Кнудсена 41
 Число Льюиса – Семенова 49
 Число Льюиса – Семенова, турбулентное 49
 Число Маха 41
 Число Маха 201
 Число Нуссельта 39
 Число Нуссельта, диффузное 49
 Число Остроградского 30
 Число Пекле 40
 Число Пекле, диффузное 50
 Число подобия 28
 Число подобия, определяемое 28
 Число подобия, определяющее 28
 Число Прадтля 40
 Число Прадтля, диффузное 49
 Число Прадтля, магнитное 41
 Число Прадтля, смешанное 40
 Число Прадтля, турбулентное 40
 Число Рейнольдса 40
 Число Рейнольдса, критическое 40
 Число Рейнольдса, магнитное 41
 Число Релся 41
 Число Стантона 39
 Число Струхала 204, 276
 Число Стюарта 41
 Число фазового перехода 46
 Число Фруда 46
 Число Фурье 30
 Число Фурье, диффузное 50
 Число Эйлера 39
 Число, определяемое 28
 Число, определяющее 28

Ш

Шаг относительный (трудный пучок) 281
 Шар (нагрев) 79
 Шероховатость 35
 Шероховатость, абсолютная 450
 Шероховатость, относительная 36
 Шипы (оребрение поверхности) 374, 388
 Шипы эффективность 390
 Шлирный снимок 228
 Шмидта Э. уравнение 153

Э

Эйлер Л. 112
 Эйштейн А. 131
 Эквивалентный диаметр 217
 Эквивалентный коэффициент теплопроводности 143
 Экран терморadiационный 326
 Эксперимент (инструментальный) 64, 106
 Электрический привод 583
 Электромагнитное излучение (спектр) 295
 Энергия излучения 50
 Энтальпия заторможенного потока 37
 Энтальпия на стенке, адиабатная 38
 Энтальпия торможения 37
 Энтальпия, полная 37
 Эффективность ребра 375, 387, 390
 Эффективность тепловой изоляции 370

Я

Явление:

- группа 106
- класс 106
- подобное 106

Яркость излучения 54

Яркость излучения, спектральная 54

Ячейка конвективная 252

Ячейка конвективная:

- 1-го типа 232
- 2-го типа 232

СОДЕРЖАНИЕ

Учебники и учебные пособия, рекомендуемые при изучении курса «тепло-и массообмен»	4
Предисловие	6
Введение	8
Алфавитный указатель русских терминов	17
Терминология	24
Буквенные обозначения (в алфавитном порядке)	58
Раздел I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	61
Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	64
1.1. Метод изучения процессов тепло-и массообмена стационарных и промышленных теплотехнологий	64
1.2. Система. Виды теплообмена в процессах стационарных и промышленных теплотехнологий	66
1.2.1. Система	66
1.2.2. Виды теплообмена и способы передачи теплоты	67
1. Понятие потока теплоты	67
2. Виды теплообмена	68
3. Теплоотдача и теплопередача	69
Литература к главе 1	74
Примеры решения задач к главе 1	74
Глава 2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ	77
2.1. Одно- и многомерное температурное поле	77
2.2. Классификация системы (совокупности тел), в которой происходит теплообмен	78
2.2.1. Тела классической и произвольной формы	79
Литература к главе 2	83
Примеры решения задач к главе 2	83
Глава 3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА (КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ)	86
3.1. Понятие граничных условий	86
3.1.1. Граничное условие 1-го рода	86
3.1.2. Граничное условие 2-го рода	87
3.1.3. Граничное условие 3-го рода	87
3.2. Термически массивные и тонкие тела	90
Литература к главе 3	91
Примеры решения задач к главе 3	91
Глава 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛООБМЕНА	93
4.1. Уравнение теплообмена	93
4.2. Уравнение теплопроводности	95
4.3. Уравнение движения	97
4.4. Уравнение сплошности	99
Литература к главе 4	102
Примеры решения задач к главе 4	102
Глава 5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ	104
5.1. Сущность теории подобия	106
5.1.1. Класс, группа и единичное явление	106
5.1.2. К выводу математического аппарата теории подобия	106

5.2. Теоремы подобия	114	Глава 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ	158
5.2.1. Первая теорема подобия	114	2.1. Нестационарная теплопроводность в телах классической формы с постоянными теплофизическими характеристиками. Нагрев (охлаждение) тел классической формы	158
5.2.2. Вторая теорема подобия	114	2.1.1. Нестационарная теплопроводность в пластине	158
5.2.3. Третья теорема подобия	114	1. Граничное условие 1-го рода	159
5.3. Методы обобщения данных опыта	115	2. Граничное условие 2-го рода	159
5.4. Метод анализа размерностей	117	3. Граничное условие 3-го рода	159
5.5. Гидродинамическое подобие физических процессов	120	2.1.2. Нестационарная теплопроводность в цилиндре	160
5.6. Тепловое подобие физических процессов	121	1. Граничное условие 1-го рода	160
Литература к главе 5	128	2. Граничное условие 2-го рода	160
Примеры решения задач к главе 5	128	3. Граничное условие 3-го рода	161
Раздел II. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ, КОНВЕКЦИЯ, ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ТЕПЛОБМЕННЫЕ АППАРАТЫ	132	2.1.3. Нестационарная теплопроводность в шаре	161
Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ	134	1. Граничное условие 1-го рода	161
1.1. Коэффициент теплопроводности твердых тел и однородных жидкостей (капельных и газообразных)	135	2. Граничное условие 2-го рода	162
1.1.1. Коэффициент теплопроводности огнеупорных и теплоизоляционных материалов	137	3. Граничное условие 3-го рода	162
1.1.2. Коэффициент теплопроводности металлов	137	2.1.4. Решение задач о нагреве (охлаждении) тел классической формы с использованием расчетных номограмм	164
1.1.3. Коэффициент теплопроводности капельных и газообразных жидкостей	139	1. Нагревание массивного тела классической формы при постоянных теплофизических характеристиках	164
1.2. Теплопроводность пластины (плоская стенка)	139	Литература к главе 2	171
1.2.1. Теплопроводность однослойной плоской стенки	140	Примеры решения задач к главе 2	171
1.2.2. Теплопроводность многослойной плоской стенки	141	Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ	186
1.3. Теплопроводность цилиндра (цилиндрическая стенка)	143	3.1. Общие сведения	186
1.3.1. Теплопроводность однослойной цилиндрической стенки	143	3.2. Динамический пограничный слой	187
1.3.2. Теплопроводность многослойной цилиндрической стенки	145	3.2.1. Общие характеристики пограничного слоя	187
1.4. Теплопроводность шаровой стенки	145	3.2.2. Толщина динамического слоя	188
1.4.1. Теплопроводность однослойной шаровой стенки	145	3.2.3. Уравнение динамического пограничного слоя	190
1.5. Классические методы реализации физико-математической модели нестационарной одномерной теплопроводности с постоянными теплофизическими характеристиками	148	3.3. Тепловой (термический) пограничный слой	192
1.5.1. Метод разделения переменных	148	3.3.1. Общие сведения	192
1.5.2. Метод элементарных источников (Метод МЭИ)	151	3.3.2. Уравнение теплового пограничного слоя	194
1.5.3. Метод конечных разностей	151	3.4. Интегральное уравнение теплового пограничного слоя	194
Литература к главе 1	156	3.5. Решение задач трения в пограничном слое	195
Примеры решения задач к главе 1	156	3.5.1. Касательные напряжения	195
		3.5.2. Расчет трения в ламинарном пограничном слое на пластине	196
		1. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине (несжимаемая жидкость)	196

3.5.3. Расчет трения в турбулентном пограничном слое	199	4.3.1. Теплообмен при естественной конвекции в вертикальном ограниченном пространстве (объеме), образованном плоскими поверхностями	241
3.6. Пограничный слой при течении разреженного газа	200	1. Характер течений при естественной конвекции в ограниченном пространстве	241
3.7. Отрыв пограничного слоя от обтекаемой поверхности	202	2. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена у вертикальной плоской стенки (естественная конвекция в вертикальной щели с отношением сторон h / δ)	245
3.7.1. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей	203	3. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена в вертикальных прямоугольных полостях и прослойках	246
3.7.2. Ламинарный пограничный слой при сжимаемом течении	206	4. Вертикальные полости с большим отношением сторон ($\frac{h}{\delta} > 1$)	247
3.8. Управление пограничным слоем	207	5. Полости с отношением сторон ($\frac{h}{\delta} \cong 1$)	248
3.8.1. Отсасывание пограничного слоя	207	6. Полости с малым отношением сторон ($\frac{h}{\delta} < 1$)	248
3.8.2. Вдув в пограничный слой вещества	209	4.3.2. Теплообмен в ограниченном объеме, образованном вертикальной цилиндрической поверхностью	248
3.8.3. Перемещение (вращательное) обтекаемой стенки	209	1. Конвекция между вертикальными цилиндрами с постоянной температурой $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ при условии, что зазор достаточно велик по сравнению с толщинами пограничных слоев (коаксиальные цилиндры)	248
3.8.4. Испарительное охлаждение	210	2. Конвекция в узком кольцевом зазоре при $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ и изоляции торцевых поверхностей (коаксиальные цилиндры)	249
Литература к главе 3	211	3. Для цилиндров (при $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$), расположенных от отношению друг к другу эксцентрично	249
Примеры решения задач к главе 3	211	4.3.3. Замкнутые сферические контуры	249
Глава 4. ЕСТЕСТВЕННАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ	213	4.3.4. Теплообмен при естественной конвекции в горизонтальном ограниченном пространстве (объеме)	250
4.1. Общие сведения	213	1. Полости, образованные горизонтальными плоскими стенками (горизонтальная щель)	250
4.1.1. Конвективный теплообмен и гидродинамическое сопротивление	213	2. Полости, образованные горизонтальными стенками и теплоизолированными торцевыми пластинами (слои ограниченной протяженности)	254
4.1.2. Капельные и газообразные жидкости	215	3. Прослойки, образованные сферами	254
4.1.3. Физические свойства жидкости	215	4. Кольцевые замкнутые контуры (горизонтальные)	254
4.1.4. Определяющие размер и температура системы, в которой совершается теплообмен ...	216	Литература к главе 4	258
1. Усреднение температуры жидкости (t_{∞}) ..	218	Примеры решения задач к главе 4	258
4.1.5. Общие сведения о естественной (свободной) конвекции	219		
1. Природа естественной конвекции	220		
2. Допущения Буссинеска	221		
4.2. Теплообмен при естественной конвекции в неограниченном пространстве	223		
4.2.1. Вертикальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)	224		
1. Пластина	224		
2. Цилиндр	229		
3. Сфера	231		
4.2.2. Горизонтальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)	231		
1. Общие сведения	231		
2. Пластина	233		
3. Горизонтально расположенный цилиндр ..	237		
4.3. Теплообмен при естественной конвекции в ограниченном объеме	241		

Глава 5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ.....	261	6.1.2. Законы излучения абсолютно черного тела.....	302
5.1. Общие сведения.....	262	1. Закон Макса Планка (закон Планка).....	302
5.2 Теплообмен при движении жидкости вдоль пластины.....	263	2. Закон Вили Вина (закон Вина).....	303
5.2.1. Гидродинамика потока при обтекании пластины.....	263	3. Закон Йозефа Стефана-Людвига Больцмана (закон Стефана-Больцмана).....	304
5.2.2. Теплообмен при обтекании пластины.....	265	4. Закон Густава Роберта Кирхгофа (закон Кирхгофа).....	308
5.3. Теплообмен при движении жидкости в каналах.....	266	5. Закон Ламберта.....	312
5.3.1. Ламинарное движение жидкости.....	266	6.1.3. Понятие углового коэффициента.....	313
5.3.2. Профили скоростей жидкости по сечению цилиндра.....	266	6.2. Излучение в системе твердых тел, разделенных газовой прослойкой.....	324
5.3.3. Участок гидродинамической стабилизации потока жидкости.....	267	6.2.1. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепрозрачной прослойкой (ϵ_r).....	325
5.3.4. Участок тепловой стабилизации.....	268	1. Теплообмен излучением между двумя плоскими параллельными поверхностями.....	325
5.3.5. Расчет теплопереноса при ламинарном режиме.....	268	2. Теплообмен излучением между тремя плоскопараллельными поверхностями (терморadiационный экран).....	326
5.3.6. Турбулентное движение жидкости.....	272	3. Теплообмен излучением между двумя произвольными твердыми поверхностями в замкнутом пространстве при условии, что одна поверхность охватывает другую.....	327
1. Профиль скоростей при турбулентном течении.....	272	4. Тепловое излучение через отверстия в стенках огнетехнических установок и парогенераторов.....	328
5.3.7. Теплоотдача при турбулентном режиме движения жидкости в трубах.....	272	6.2.2. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепоглощающей газовой прослойкой ($1 > \epsilon_r > 0$).....	328
5.3.8. Теплообмен при переходном режиме движения жидкости в цилиндрах.....	273	1. Случай лучистого теплообмена ($\varphi_{F_2, F_3} \neq 0$; $\varphi_{F_1, F_1} \neq 0$), представленный рис. 6.27.....	328
1. Характерный (определяющий) размер.....	274	2. Случай лучистого теплообмена ($1 > \epsilon_r > 0$), рис. 6.28.....	329
2. Теплообмен в изогнутых цилиндрах.....	275	3. Случай лучистого теплообмена, представленный на рис. 6.29.....	330
5.4. Теплообмен при поперечном обтекании цилиндра (трубы).....	276	4. Тепловое излучение в рабочем пространстве нагревательных и термических печей.....	330
5.4.1. Гидродинамические особенности поперечного обтекания цилиндра.....	276	Литература к главе 6.....	334
5.4.2. Распределение касательных напряжений и давления у поверхности горизонтального цилиндра.....	278	Примеры решения задач к главе 6.....	334
5.4.3. Расчет теплообмена при вынужденном движении жидкости.....	279	Глава 7. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА.....	352
5.5. Теплообмен при обтекании пучков труб (цилиндров).....	281	7.1. Поток теплоты путем теплопередачи при сложном теплообмене.....	354
5.5.1. Характер движения жидкости в пучке.....	282	7.1.1. Теплопередача через плоскую стенку.....	355
5.5.2. Теплопередача в поперечно обтекаемых пучках цилиндров.....	284	7.1.2. Теплопередача через цилиндрическую стенку.....	356
5.5.3. Теплообмен при продольном обтекании трубных пучков.....	287	7.1.3. Теплопередача через шаровую стенку.....	358
Литература к главе 5.....	291	7.2. Управление теплопередачей через твердую поверхность.....	359
Примеры решения задач к главе 5.....	291	7.2.1. Общие сведения.....	363
Глава 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.....	294		
6.1. Основные понятия и определения.....	300		
6.1.1. Природа теплового излучения.....	300		

7.2.2. Тепловая изоляция теплоотдающей поверхности	365	8.1.4. Тепловой конструкторский и поверочный расчет теплообменников	420
7.2.3. Тепловая изоляция	368	8.1.5. Движение рабочих жидкостей (теплоносителей) в теплообменнике	420
7.2.4. Теплопередача через ребристую стенку ..	371	1. Схемы движения первичного и вторичного теплоносителей, понятие прямо- и противотока	420
1. Общие сведения	372	8.2. Тепловой расчет кожухотрубных теплообменников	421
2. Эффективность ребра	375	8.2.1. Понятие водяных эквивалентов первичного и вторичного теплоносителей	421
7.2.5. Определение коэффициента теплопередачи через ребристую стенку	375	8.2.2. Средний температурный напор между первичным и вторичным теплоносителями	421
1. Коэффициент теплопередачи через ребристую плоскую стенку	376	8.3. Расчет конечной температуры рабочих жидкостей	445
7.2.6. Распределения температуры по высоте ребра h	377	8.3.1. Случай прямоточного движения теплоносителей	445
1. Тонкий стержень (бесконечный стержень) ..	377	8.3.2. Случай противоточного движения теплоносителей	446
2. Стержень конечной длины	379	8.4. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов	446
7.2.7. Продольные ребра с плоским основанием (несущая поверхность представлена пластиной) ..	380	8.4.1. Общие сведения	446
1. Продольное ребро прямоугольного профиля	381	8.4.2. Методика гидромеханического расчета теплообменника	447
2. Оптимальные формы продольных ребер ..	382	8.5. Методики и инженерные расчеты рекуператоров огнетехнических установок	451
3. Анализ характеристик продольных ребер ..	383	8.5.1. Рекуперативные воздухонагреватели	451
4. Продольное ребро с минимальной массой ..	383	1. Металлические рекуператоры (воздухонагреватели)	451
7.2.8. Радиальные ребра с цилиндрическим основанием (несущая поверхность представлена цилиндром)	384	2. Керамические рекуператоры	457
1. Радиальное ребро прямоугольного профиля	385	8.5.2. Методика теплового конструкторского расчета металлического рекуператора	465
2. Радиальное ребро гиперболического профиля	386	8.5.3. Методика теплового конструкторского расчета керамического рекуператора	471
3. Радиальное ребро с минимальной массой ..	387	Литература к главе 8	473
7.2.9. Шипы	388	Примеры решения задач к главе 8	473
1. Шипы произвольного профиля (рис. 7.35)	388	ПРИЛОЖЕНИЯ	491
2. Цилиндрический шип (рис. 7.36)	389	Приложение I. Теплофизические свойства газов	492
3. Конический шип (рис. 7.37)	389	Приложение II. Теплофизические свойства жидкостей	516
Литература к главе 7	394	Приложение III. Свойства твердых веществ	525
Примеры решения задач к главе 7	394	Приложение IV. Модифицированные функции Бесселя первого и второго рода	550
Глава 8. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ	407	Приложение V. Тригонометрические функции	565
8.1. Общие сведения	407	Приложение VI. Коэффициенты местных сопротивлений	567
8.1.1. Классификация теплообменных аппаратов	408	Приложение VII. К выбору электрического привода к вентиляторам ВР-12-26 и В-Ц6-28 ...	583
1. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по принципу действия	410	Алфавитный указатель	585
2. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по конструктивным признакам	416		
8.1.2. Разновидности кожухотрубных теплообменных аппаратов	417		
8.1.3. Типы поверхности раздела теплоносителей ..	419		

CONTENTS

Textbooks and manuals recommended for studying course «Heat- and Mass Transfer»	4
Letter Symbols (in alphabetic order)	
Terminology	
FOREWORD	
INTRODUCTION.....	
Part I. FUNDAMENTAL PRINCIPLES AND DEFINITIONS	61
Chapter 1. GENERAL PRINCIPLES	64
1.1. Methods for studying heat- and mass transfer processes of station and industrial heat technologies	64
1.2. System. Types of heat transfer in the processes of station and industrial heat technologies	66
1.2.1. System	66
1.2.2. Types of heat transfer and methods for heat transfer	67
1. Concept about heat flow	67
2. Types of heat transfer	68
3. Heat exchange and heat transfer	69
Literature to Chapter 1.....	74
Examples of problems' solutions to Chapter 1	74
Chapter 2. TEMPERATURE FIELD.....	77
2.1. Uni- and multi-dimensional fields	77
2.2. Classification of system (aggregation of bodies) where heat transfer takes place.....	78
2.2.1. Bodies of classical and unspecified shape	79
Literature to Chapter 2.....	83
Examples of problems' solutions to Chapter 2	83
Chapter 3. CONDITIONS FOR DEFINITIVE SOLUTION OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER (BOUNDARY CONDITIONS).....	86
3.1. Concept about boundary conditions.....	86
3.1.1. Boundary conditions of the first kind.....	86
3.1.2. Boundary conditions of the second kind	87
3.1.1. Boundary conditions of the third kind	87
3.2. Thermally massive and thin bodies.	90
Literature to Chapter 3.....	91
Examples of problems' solutions to Chapter 3	91
Chapter 4. DIFFERENTIAL EQUATIONS OF HEAT TRANSFER.....	93
4.1. Equation of heat transfer	93
4.2. Equation of heat conduction	95
4.3. Equation of motion	97
4.4. Equation of continuity	99
Literature to Chapter 4.....	102
Examples of problems' solutions to Chapter 4	102
Chapter 5. MAIN SIMILARITY THEORIES.....	104

5.1. Essence of similarity theory.....	106	Chapter 2. HEAT CONDUCTION UNDER UNSTEADY CONDITION.....	158
5.1.1. Class, group and unique phenomenon	106	2.1. Unsteady heat conduction in the bodies of classical shape with constant thermal and physical characteristics. Heating (cooling) of bodies having classical shape	158
5.1.2. To derivation of mathematical apparatus of similarity theory	106	2.1.1. Unsteady heat conduction in a plate	158
5.2. Similarity theory	114	1. Boundary conditions of the first kind	159
5.2.1. 1-st similarity theory	114	2. Boundary conditions of the second kind	159
5.2.2. 2-nd similarity theory	114	3. Boundary conditions of the third kind	159
5.2.3. 3-rd similarity theory	114	2.1.2. Unsteady heat conduction in a cylinder	160
5.3. Methods for generalization of experiment data...	115	1. Boundary conditions of the first kind	160
5.4. Method for dimensionality analysis	117	2. Boundary conditions of the second kind	160
5.5. Hydrodynamic similarity.....	120	3. Boundary conditions of the third kind	161
Literature to Chapter 5	128	2.1.3. Unsteady heat conduction in a sphere	161
Examples of problems' solutions to Chapter 5	128	1. Boundary conditions of the first kind	161
Part II. HEAT CONDUCTION, CONVECTION, THERMAL RADIATION, HEAT TRANSFER AND HEAT-EXCHANGE APPARATUS.....	129	2. Boundary conditions of the second kind	162
Chapter 1. GENERAL PRINCIPLES.....	134	3. Boundary conditions of the third kind	162
1.1. Thermal conductivity of solids and homogeneous liquids (dropping and gaseous liquids)	135	2.1.4. Solution of problems on heating (cooling) bodies of classical shape while using calculating nomograms.....	164
1.1.1. Thermal conductivity of refractory and heat-insulating materials.....	137	1. Heating of a massive body of classical shape with constant thermal and physical characteristics.....	164
1.1.2. Thermal conductivity of metals	137	Literature to Chapter 2	171
1.1.3. Thermal conductivity of dropping and gaseous liquids.....	139	Examples of problems' solutions to Chapter 2.....	171
1.2. Heat conduction of plate (flat wall)	139	Chapter 3. ELEMENTS OF BOUNDARY LAYER THEORY	186
1.2.1. Heat conduction of one-layer flat wall	140	3.1. General information	186
1.2.2. Heat conduction of multi-layer flat wall...	141	3.2. Dynamic boundary layer	187
1. Graphical calculation of heat conduction in multi-layer flat wall		3.2.1. General characteristics of a boundary layer.	187
1.3. Heat conduction of cylinder	143	3.2.2. Thickness of a dynamic layer	188
1.3.1. Heat conduction of one-layer cylindrical wall	143	3.2.3. Equation of a dynamic boundary layer	190
1.3.2. Heat conduction of multi-layer cylindrical wall	145	3.3. Thermal boundary layer	192
1.4. Heat conduction of spherical wall	145	3.3.1. General information	192
1.4.1. Heat conduction of one-layer spherical wall	145	3.3.2. Equation of thermal boundary layer	194
1.5. Classical methods for realization of physical and mathematical model of stationary uni-dimensional heat conduction with constant thermal and physical characteristics.....	148	3.4. Integral equation of thermal boundary layer	194
1.5.1. Method of separation of variables.....	148	3.5. Solution of problems on friction in a boundary layer	195
1.5.2. Method of elementary sources	151	3.5.1. Stress tangent	195
1.5.3. Finite difference method	151	3.5.2. Calculation of friction in a laminar boundary layer on a plate.....	196
Literature to Chapter 1	156	1. Calculation of a laminar boundary layer on a plate (incompressible liquid).....	196
Examples of problems' solutions to Chapter 1	156	3.5.3. Calculation of friction in a turbulent boundary layer.....	199
		3.6. Boundary layer with rarefied gas flowing.....	200

3.7. Separation of a boundary layer from a stream-lined surface	202	wall (a natural convection in a vertical slot with a side ratio h / δ)	245
3.7.1. Separation of a boundary layer and formation of a vortex	203	3. Correlation dependences for calculation of a convective heat transfer in vertical rectangular cavities and inter-layers	246
3.7.2. Laminar boundary layer with a compressible flow	206	4. Vertical planes with a large side ratio ($\frac{h}{\delta} > 1$)	247
3.8. Control over a boundary layer	207	5. Cavities with a side ratio ($\frac{h}{\delta} \cong 1$)	248
3.8.1. Draw-off of a boundary layer	207	6. Cavities with a small side ratio ($\frac{h}{\delta} < 1$)	248
3.8.2. Blow-in of a substance in a boundary layer	209	4.3.2. Heat transfer in limited space formed by a vertical cylindrical surface	248
3.8.3. Movement (rotary) of a stream-lined wall	209	1. Convection between vertical cylinders with a constant temperature $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ on condition that clearance is rather large in comparison with thicknesses of boundary layers (coaxial cylinders)	248
3.8.4. Transpiration cooling	210	2. Convection in a narrow ring clearance with $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ and insulation of end faces (coaxial cylinders)	249
Literature to Chapter 3	211	3. For cylinders (with $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$), arranged eccentrically with respect to each other	249
Examples of problems' solutions to Chapter 3	211	4.3.3. Closed spherical contour	249
Chapter 4. NATURAL THERMAL CONVECTION	213	4.3.4. Heat transfer with a natural convection in horizontal limited space	250
4.1. General information	213	1. Cavities formed by horizontal flat walls (a horizontal slot)	250
4.1.1. Convective heat transfer and hydrodynamic resistance	213	2. Cavities formed by horizontal walls and heat-insulating end plates (layers with limited extent)	254
4.1.2. Dropping and gaseous liquids	215	3. Inter-layers formed by spheres	254
4.1.3. Physical properties of a liquid	215	4. Closed ring contours (horizontal)	254
4.1.4. Determination of a size and a temperature of a system where heat transfer takes place	216	Literature to Chapter 4	258
1. Averaging of a liquid temperature (t_{∞})	218	Examples of problems' solutions to Chapter 4	258
4.1.5. General information on a natural (free) convection	219	Chapter 5. HEAT TRANSFER WITH FORCED CONVECTION	261
1. Character of a natural convection	220	5.1. General information	262
2. Assumptions of Boussineska	221	5.2. Heat transfer with liquid flow along a plate	263
4.2. Heat transfer with a natural convection in unlimited space	223	5.2.1. Hydrodynamics at flow along the plate	263
4.2.1. Vertical surface (correlation dependences for calculation of convective heat transfer)	224	5.2.2. Heat transfer at flow along the plate	265
1. Plate	224	5.3. Heat transfer with liquid flow in channels	266
2. Cylinder	229	5.3.1. Laminar liquid flow	266
3. Sphere	231	5.3.2. Velocity profile of liquid according to a cylinder cross-section	266
4.2.2. Horizontal surface (correlation dependences for calculation of a convective heat transfer)	231	5.3.3. Area of hydrodynamic stabilization of liquid flow	267
1. General information	231	5.3.4. Area of thermal stabilization	268
2. Plate	233		
3. Horizontally located cylinder	237		
4.3. Heat transfer with a natural convection in limited space	241		
4.3.1. Heat transfer with a natural convection in vertical limited space formed by flat surfaces	241		
1. Character of flows with a natural convection in limited space	241		
2. Correlation dependences for calculation of a convective heat transfer near a vertical flat			

5.3.5. Calculation of heat transfer at laminar mode	268
5.3.6. Turbulent liquid flow	272
1. Velocity profile at turbulent flow	272
5.3.7. Convective heat transfer at turbulent liquid flow mode in tubes	273
5.3.8. Heat transfer at transient mode of liquid flow in cylinders	273
1. Characteristic (determining) size	274
2. Heat transfer in curved cylinders	275
5.4. Heat transfer with cross flow along a cylinder (a tube)	276
5.4.1. Hydrodynamic peculiar features of cross flow along a cylinder	276
5.4.2. Distribution of stress tangents and pressure near surface of a horizontal cylinder	278
5.4.3. Calculation of heat transfer with forced liquid flow	279
5.5. Heat transfer with flow along tube (cylinder) bundles	281
5.5.1. Character of liquid flow in a bundle	282
5.5.2. Heat transfer with cross flow along cylinder bundles	284
5.5.3. Heat exchange with longitudinal flow along tube bundles	287
Literature to Chapter 5	291
Examples of problems' solutions to Chapter 5	291
Chapter 6. THERMAL RADIATION	294
6.1. Main concepts and definitions	300
6.1.1. Nature of thermal radiation	300
6.1.2. Radiation laws of absolutely black body ...	302
1. Law of Max Planck (Planck's Law)	302
2. Law of Willi Wien (Wien's Law)	302
3. Law of Josef Stefan-Ludwig Boltzmann (Stefan-Boltzmann's Law)	304
4. Law of Gustav Robert Kirchhoff (Kirchhoff's Law)	308
5. Law of Lambert (Lambert's Law)	312
6.1.3. Concept about slope	313
6.2. Radiation in the system of solid bodies separated by gas interlayer	324
6.2.1. Heat exchange in the system of solid bodies separated by beam-transparent interlayer (ϵ_r)	325
1. Heat exchange with radiation between two flat parallel surfaces	325
2. Heat exchange with radiation between three flat parallel surfaces (thermal radiation screen)	326
3. Heat exchange with radiation between two unspecified solid surfaces in closed space on condition that one surface embraces the other one	327
4. Heat radiation through the holes in the walls of fire-engineering plants and steam generators	328
6.2.2. Heat exchange in the system of solid bodies separated by beam-absorbing gas interlayer ($1 > \epsilon_r > 0$)	328
1. Case of radiant heat transfer ($\varphi_{F_2, F_1} \neq 0$; $\varphi_{F_1, F_2} \neq 0$), shown in Fig. 6.27	328
2. Case of radiant heat transfer ($1 > \epsilon_r > 0$), shown in Fig. 6.28	329
3. Case of radiant heat transfer, shown in Fig. 6.29	330
4. Thermal radiation in the operational space of heating and heat-treating furnaces	330
Literature to Chapter 6	334
Examples of problems' solutions to Chapter 6	334
Chapter 7. HEAT TRANSFER	352
7.1. Heat flow by heat transfer with complicated heat exchange	354
7.1.1. Heat transfer through a flat wall	355
7.1.2. Heat transfer through a cylindrical wall ...	356
7.1.3. Heat transfer through a spherical wall	358
7.2. Control over heat transfer through a solid surface	359
7.2.1. General information	363
7.2.2. Thermal insulation of heat-release surface	365
7.2.3. Thermal insulation	368
7.2.4. Heat transfer through a ribbed wall	371
1. General information	372
2. Operational efficiency of rib	375
7.2.5. Determination of heat conductivity through a ribbed wall	375
1. Heat conductivity through a ribbed flat wall	376
7.2.6. Distribution of temperature according to rib height h	377
1. Thin rod (endless rod)	377
2. Rod with finite length	379
7.2.7. Longitudinal ribs with a flat base (bearing surface is presented by a plate)	380
1. Longitudinal rib of a rectangular profile ...	381
2. Optimum shapes of longitudinal ribs	382
3. Longitudinal rib of triangular profile	383
4. Analysis of longitudinal rib characteristics	383

5. Longitudinal rib of minimum mass.....	384	8.5.2. Methodology for design thermal calculation of a metal recuperator	465
7.2.8. Radial ribs with cylindrical base (a bearing surface is presented by a cylinder)	384	8.5.3. Methodology for design thermal calculation of a ceramic recuperator	471
1. Radial rib of a rectangular profile	385	Literature to Chapter 8	473
2. Radial rib of a hyperbolic profile	386	Examples of problems' solutions to Chapter 8.....	473
Literature to Chapter 7	394	Appendices	491
Examples of problems' solutions to Chapter 7.....	394	Alphabetic Reference	585
Chapter 8. HEAT-EXCHANGE APPARATUS.....	407		
8.1. General information	407		
8.1.1. Classification of heat exchange apparatuses.....	408		
1. Classification of heat exchange apparatuses (heat exchangers) according to principal of operation	410		
2. Classification of heat exchange apparatuses (heat exchangers) according to design	416		
8.1.2. Variety of shell-and-tube heat-exchange apparatuses.....	417		
8.1.3. Types of surface for heat-transfer medium separation	419		
8.1.4. Design and test thermal calculation of heat exchangers	420		
8.1.5. Flow of working liquid (heat-transfer media) in a heat exchanger.....	420		
1. Flow diagrams of initial and secondary heat-transfer medium, concept about parallel-current and countercurrent flows	420		
8.2. Thermal calculation of shell-and-tube heat exchangers	421		
8.2.1. Concept about water equivalents of initial and secondary heat-transfer media	421		
8.2.2. Average temperature difference between initial and secondary heat-transfer media	421		
8.3. Calculation of a final temperature of working liquids.....	445		
8.3.1. Case of parallel-current flow of heat-transfer media	445		
8.3.2. Case of countercurrent flow of heat-transfer media.....	446		
8.4. Hydro-mechanical calculation of heat-exchange apparatuses.....	446		
8.4.1. General information.....	446		
8.4.2. Methodology for hydro-mechanical calculation of a heat-exchanger.....	447		
8.5. Methodologies and engineer's calculation of recuperators of fire-engineering plants	451		
8.5.1. Recuperative air heaters.....	451		
1. Metal recuperators (air heaters).....	451		
2. Ceramic recuperators	457		

Учебное издание

Хрусталеv Борис Михайлович
Несенчук Анатолий Петрович
Тимошпольский Владимир Исаакович
Акельев Валерий Дмитриевич
Седнин Владимир Александрович
Копко Виктор Михайлович
Нерезько Андрей Викторович

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

Учебное пособие

В двух частях

Часть 1

Редактор *Н.П. Трушко*
Дизайн обложки *Ю.О. Матук*
Компьютерная верстка *В.Ф. Аникеенко*

Подписано в печать 14.03.2007.
Формат 84×108 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура Kudriashov.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 63,63. Уч.-изд. л. 68,18.
Тираж 2500 экз. Заказ 178.

Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0131627 от 01.04.2004.
220013, г. Минск, проспект Независимости, д. 65.

Отпечатано с оригинал-макета заказчика
в типографии УП «Промбытсервис».
ЛП № 02330/0148738 от 30.04.2004.
220114, г. Минск, ул. Ф. Скорины, д. 14, к. 203.