
МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 528.25.550.312

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЗА СЧЕТ СМЕЩЕНИЯ НУЛЯ И НЕЛИНЕЙНОСТИ В СТАТИЧЕСКИХ МАЯТНИКОВЫХ ГРАВИМЕТРАХ

Блажнов Б. А.¹, Джилавдари И. З.²

¹ ОАО «Концерн «ЦНИИ “Электроприбор”», Санкт-Петербург, Российская Федерация

² Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

Проводится оценка погрешностей, вносимых в выходной сигнал гравиметра смещением нуля и изменением наклона нелинейной функции преобразования при неизменной функции обратного преобразования. Анализируются возможные механизмы, приводящие к этим искажениям, и способы устранения указанных погрешностей.

Введение

Хорошо известно, что в измерительных приборах с линейной функцией преобразования инструментальные погрешности связаны со смещением нуля и изменением наклона функции преобразования. Эти погрешности независимы между собой и сводятся, соответственно, к аддитивной и мультипликативной погрешности прибора [1]. Если функция преобразования достаточно стабильна во времени, то указанные погрешности легко обнаруживаются и устраняются при регулярной поверке прибора метрологическими службами.

Однако, если функция преобразования является нелинейной и заметно меняется во времени, общая методика расчета погрешностей измерений и методы их уменьшения до сих пор не разработаны [2,3]. В лучшем случае, эти вопросы рассматриваются на частных примерах [1].

Специфической проблемой здесь является то, что смещение нуля функции преобразования приводит не только к аддитивным погрешностям, но и к мультипликативным погрешностям результатов измерений. Решение проблем повышения точности измерений в этих условиях требуют тщательного анализа.

В первую очередь это касается измерения ускорения свободного падения на подвижных основаниях, где широко используются статические маятниковые гравиметры. В качестве гравиметрического датчика в них используется двойная упругая кварцевая система, представляющая собой два идентичных горизонтальных маятника, подвешенных на тонких кварцевых нитях.

При изготовлении прибора для выставки маятников в горизонтальное положение кварцевые нити закручиваются на угол около 200 градусов. В приборе не используются обратные связи для возвращения маятников в нулевое положение при воздействии переменных ускорений.

Кварцевая система расположена в вязкой жидкости, обеспечивающей возможность работы в небольшом (несколько градусов) диапазоне отклонения маятника при изменении постоянного сигнала в пределах 10 Гал и при наличии высокочастотных возмущений объекта до 100 Гал (1 Гал=1 см/с²). Гравиметрические датчики такого типа обладают малым уровнем собственных шумов и высокой степенью стабильности функции прямого преобразования входного сигнала.

Процесс преобразования сигнала в маятниковом гравиметре схематично показан на рисунке 1.

Измеряемая величина W поступает на вход преобразователя $F(W)$, на выходе которого эта величина выражается в отсчетных единицах m . Далее путем численных преобразований эту величину выражают в единицах измеряемого сигнала, т.е. приводят к входу.

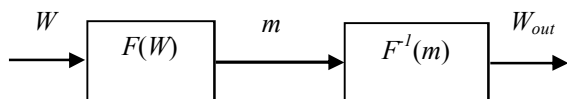


Рисунок 1

Здесь $F(W)$ – функция прямого преобразования (ФПП), т.е. преобразование от W к m . $F^{-1}(W)$ – функция обратного преобразования (ФОП), т.е. преобразования от m к W . Функции прямого и обратного преобразований связаны между собой очевидным условием:

$$W_{out} = F^{-1}(m) = F^{-1}[F(W)] = W, \quad (1)$$

где $m = F(W)$.

В этих приборах функция преобразования $F(W)$ является нелинейной.

Однако, при выполнении тождества (1) применение ФОП, линеаризует процесс преобразования полезного сигнала в гравиметре. ФОП обычно определяется в процессе эталонирования прибора. Эталонирование проводится, как правило, на заводе изготовителе и имеет своей целью определение в отсчетном устройстве начального отсчета M_0 , который в дальнейшем принимают за нулевой, и соответствующих этому отсчету коэффициентов нелинейной ФОП.

Как показывает практика, ФОП имеет вид:

$$W = F^{-1}(m) = bm + am^2, \quad (2)$$

где коэффициенты a и b определяют эмпирическим путем.

Из соотношения (2) может быть получено точное выражение для ФПП $F(W)$:

$$m = F(W) = \frac{1}{2a} \left(\sqrt{b^2 + 4aW} - b \right). \quad (3)$$

При проведении расчетов этой функцией пользоваться сложно. Если пренебречь малыми членами, то с погрешностью $2(\alpha W)^2$, где $\alpha = \frac{a}{b^2}$, ее можно представить в виде:

$$F(W) = \frac{1}{b}W - \frac{a}{b^3}W^2 = \frac{1}{b}W(1 - \alpha W). \quad (4)$$

Тогда, в силу приближенности (4), вместо тождества (1) имеет место равенство

$$W_{out} = F^{-1}[F(W)] = W(1 + \Delta k), \quad (5)$$

где $\Delta k = -2\alpha^2 W^2 + \alpha^3 W^3$ – относительная погрешность выполнения тождества (1).

Для одного из гравиметров, с которым проводилась съемка с самолета, параметр $a \approx 3 \cdot 10^{-5}$ мГал/(о.е.)², параметр $b \approx 3$ мГал/(о.е.) и $W = 10^3$ мГал. В этом случае значение $\alpha W \approx 3 \cdot 10^{-3}$ и $\Delta k \approx 2 \cdot 10^{-4}$.

Это означает, что погрешность выполнения равенства (5) соизмерима с погрешностью эталонирования. С этой точки зрения применение формулы (4) в преобразовании (5) превращает это преобразование в тождество. Поэтому погрешностью Δk , а также и другими погрешностями, полученными ниже и пропорциональными α^2 , при проведении оценок можно пренебречь.

Цель данной работы состоит в том, чтобы рассмотреть характерные виды смещений нуля в отсчетном устройстве гравиметра, в том числе связанные с изменением ФПП, исследовать их влияние на погрешности гравиметра и предложить методики уменьшения этих погрешностей.

Теоретические исследования и численные оценки

Характерной особенностью маятниковых гравиметров с упругим подвесом является наличие непрерывного смещения нуля в отсчетном устройстве, порождаемое эффектами ползучести в упругой системе, причем скорость смещения нуля может меняться во времени [4, 5]. Этот дрейф не связан с искажением ФПП, и вследствие этого он эквивалентен появлению

на входе отсчетного устройства ложного сигнала ΔW на входе прибора.

Как показывает практика, если не отключать питание прибора, на ограниченном интервале времени имеется возможность достаточно точно прогнозировать смещения нуля прибора с течением времени t по простой формуле $\delta W = c \cdot t$, (здесь c – крутизна изменения смещения нуля во времени, определяемая обычно в процессе опорных измерений).

Вследствие нелинейности ФПП при измерении различных по величине полезных сигналов $W1$ и $W2$, поступающих на вход гравиметра, аддитивная погрешность ΔW , возникающая в приборе, приводит к различным значениям $\Delta M1$ и $\Delta M2$ смещений отсчетов гравиметра, что наглядно иллюстрирует рисунок 2.

Однако, при стабильной ФПП после применения полученной при эталонировании ФОП, смещение показаний прибора на выходе становится одинаковым для обоих измерений.

Следовательно, при отсутствии искажений ФПП, разностный сигнал $W2_{out} - W1_{out} = W2 - W1$, т.е. погрешность, обусловленная смещением нуля ΔW , исключается полностью. Однако в гравиметре возможны смещения нуля,

имеющие другую природу и связанные уже с искажением ФПП прибора.

Рассмотрим для примера искажение ФПП (рисунок 3), проявляющее себя в виде параллельного смещения всей ФПП (кривая 2) относительно исходной эталонной ФПП (кривая 1) на величину ΔM . Это смещение может быть обусловлено, например, температурными поводками конструкции или погрешностями отсчетного устройства. Такое смещение ФПП может произойти, например, в случае смещения ПЗС линейки отсчетного устройства вдоль ее рабочей поверхности.

Как видно из рисунка 3, где $W2_{out} - W1_{out} \neq W2 - W1$, применение эталонной ФОП при наличии смещения ФПП приводит к тому, что изменение сигнала на входе гравиметра не совпадает с изменением сигнала на выходе гравиметра, т.е. обуславливает искажение выходного сигнала, которое зависит от величины входного сигнала.

Это искажение вызывает появление не только аддитивной (одинаковой для обоих сигналов), но и мультипликативной (зависящей от разности входных сигналов) погрешности гравиметра.

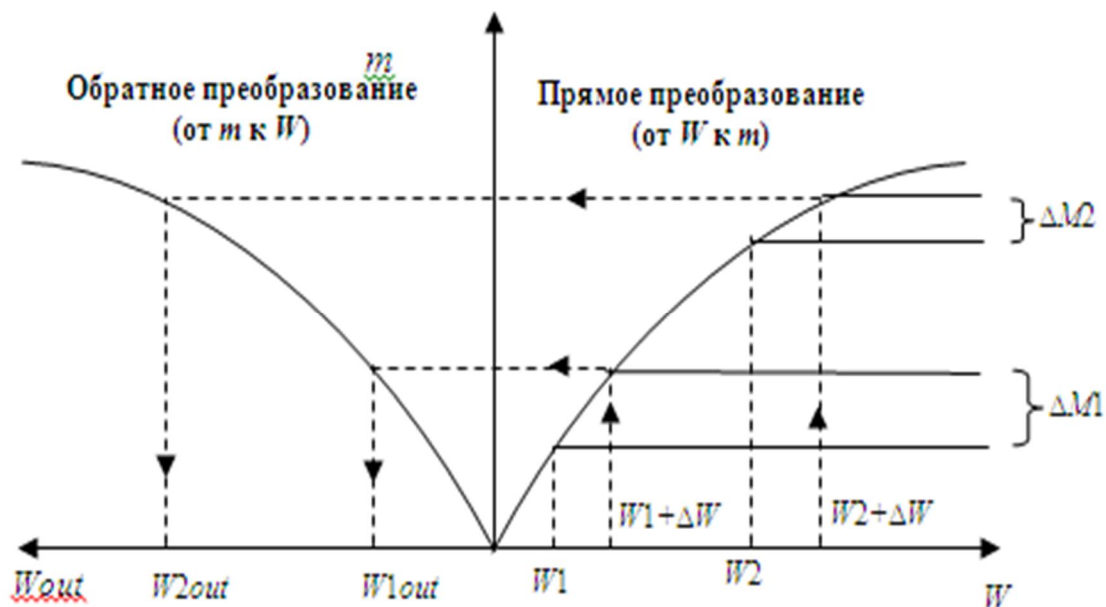


Рисунок 2

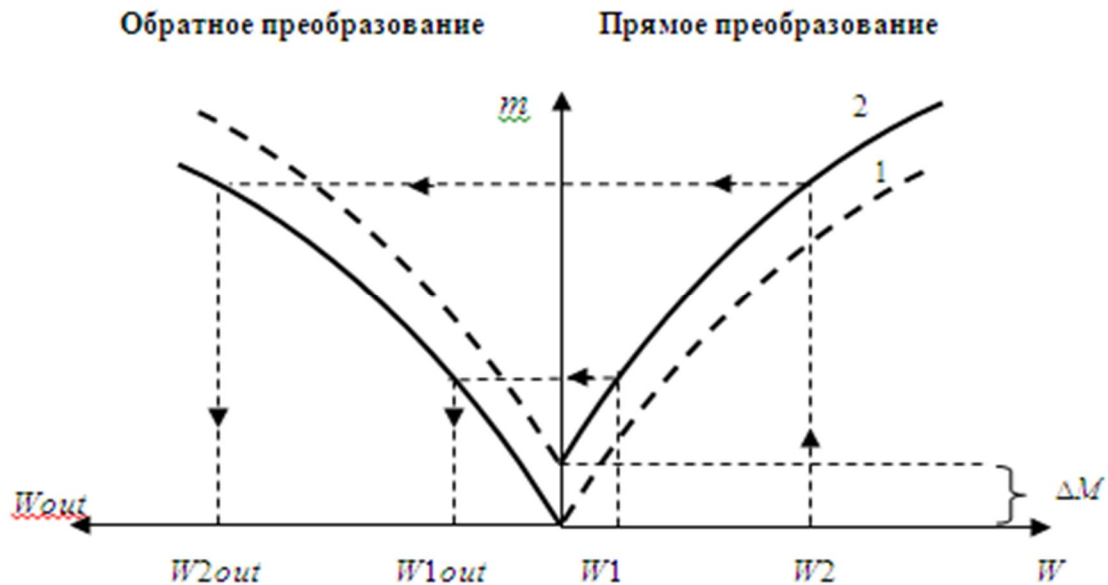


Рисунок 3: 1 – эталонная ФПП, 2 – смещенная ФПП

Схема измерения входного сигнала W при наличии смещения ФПП относительно эталонной ФПП представлена на рисунке 4.

Пунктиром на рисунке 4 выделены процессы, происходящие в гравиметре и приводящие к появлению в отсчетном устройстве прибора некоторого нового результирующего отсчета:

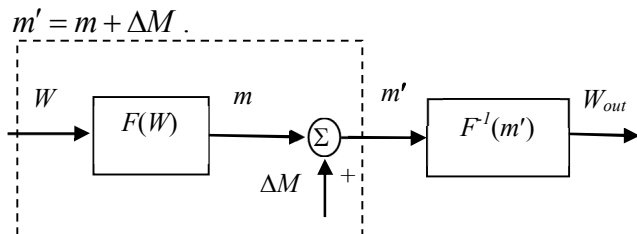


Рисунок 4

Получим оценку погрешности, возникающей на выходе гравиметра при наличии смещения аддитивной погрешности ΔW и смещения ΔM . Исходя из формул (2) и (3), найдем выражение для сигнала на выходе гравиметра:

$$W_{out} = W + b\Delta M + \alpha \left[2b\Delta M W + (b\Delta M)^2 \right] - 2\alpha^2 W^2 (W + b\Delta M) + \alpha^3 W^4. \quad (6)$$

Исключая из этого выражения члены, пропорциональные α^3 и α^2 , получим, что выходной сигнал имеет вид:

$$W_{out} \approx W(1 + 2\alpha b\Delta M) + b\Delta M + a(\Delta M)^2. \quad (7)$$

Из этого выражения следует, что в выходном сигнале гравиметра присутствуют как аддитивная погрешность $\Delta W_{\text{адд}} = b\Delta M + a(\Delta M)^2$, так и мультипликативная погрешность $W_{\text{мульт}} = 2\alpha b\Delta M W$. В свою очередь, из рисунка 4 и формулы (7) можно видеть, что для полного устранения обеих составляющих погрешности достаточно перед применением ФПП вычесть из выходного отсчета значение смещения ΔM .

При проведении гравиметрической съемки с самолета, как правило, поддерживаются стабильные условия полета: температура в салоне, высота, а также курс и скорость полета на галсах. Поэтому можно считать, что в процессе каждой съемки условия работы гравиметра не меняются.

Однако эти условия могут существенно отличаться от условий опорных измерений, в частности, из-за наличия вибраций и изменения давления. Это может привести не только к смещению ФПП на величину ΔM , но и к изменению ее наклона по отношению к эталонной ФПП, т.е. к изменению коэффициента b в ФПП (рисунок 5).

Рассмотрим процедуру формирования выходного сигнала в гравиметре при проведении измерений на объекте.

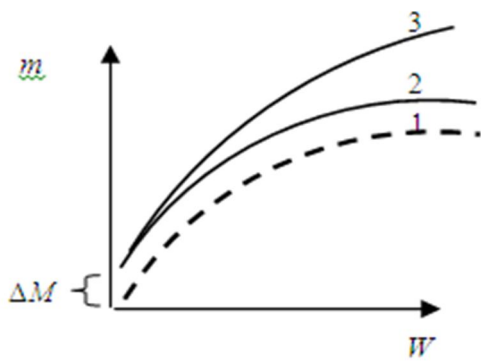


Рисунок 5 – Искажения ФПП: 1 – эталонная ФПП (кривая 1); 2 – ФПП, смещенная на ΔM ; 3 – ФПП, смещенная на ΔM и с измененным коэффициентом b

Поскольку рассматриваемый прибор имеет ограниченный диапазон измерения силы тяжести, то, как отмечалось выше, все измерения производятся относительно некоторого отсчета M_e , назначаемого при проведении эталонирования и принимаемого за нулевой. Разность между рабочим M_r и нулевым M_e отсчетами обозначим m . Этой разности отсчетов соответствует измеряемый прибором входной сигнал W , представляющий собой разность значений рабочего W_r и эталонного ускорений W_e , соответственно, т.е. $W = W_r - W_e$.

В соответствии с устоявшейся методикой проведения гравиметрической съемки, при об-

работке ее результатов в выходных показаниях гравиметра вычитаются и результаты измерения, проведенного на предыдущем опорном гравиметрическом пункте (ОГП), для которого обычно известно абсолютное значение силы тяжести W_o . С учетом наличия аддитивной погрешности ΔW , входным сигналом гравиметра на ОГП является величина $W_{out} = W_o + \Delta W - W_e$. Поэтому при проведении рабочих измерений входной сигнал гравиметра можно представить в виде $W_{out} = W_r + \Delta W + \delta W - W_e$.

Реализованная в программном обеспечении прибора схема вычисления выходного сигнала гравиметра, получаемого в ходе проведения съемки, представлена на рисунке 6. Для простоты будем полагать, что изменение дополнительного прогнозируемого смещения нуля δW и искажение ФПП в процессе самой съемки (изменившиеся после измерений на ОГП) пренебрежимо малы.

В этой схеме новое обозначение ФПП – $F2$ означает, что в силу изменившихся условий эксплуатации ФПП изменила свой наклон по отношению к эталонной ФПП, так что коэффициент b получил приращение Δb , и, кроме того, вся ФПП получила смещение на величину ΔM .

Найдем величину выходного сигнала в схеме на рисунке 6.

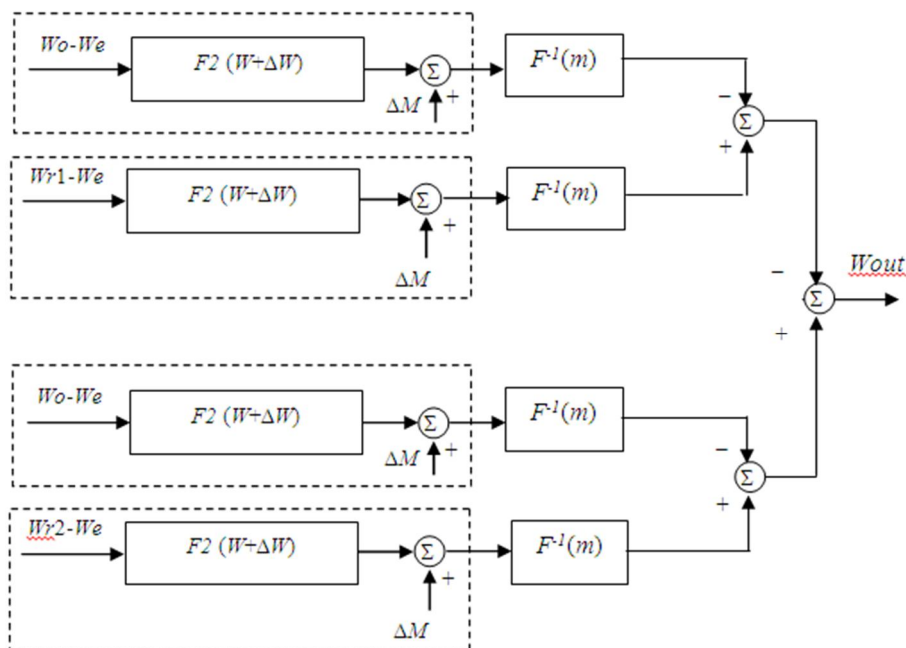


Рисунок 6 – Схема вычисления выходного сигнала гравиметра относительно ОГП

Обозначим коэффициент b в ФПП $F2$ через $b1$. Тогда сигналы на выходах первых сумматоров, для соответствующих ветвей преобразований будут иметь вид

$$M2 = \frac{1}{b1}(Wr2 - We + \Delta W) - \frac{a}{b1^3} \times$$

$$\times (Wr2 - We + \Delta W)^2 + \Delta M, \quad (7)$$

$$M1 = \frac{1}{b1}(Wr1 - We + \Delta W) - \frac{a}{b1^3} \times$$

$$\times (Wr1 - We + \Delta W)^2 + \Delta M, \quad (8)$$

$$M0 = \frac{1}{b1}(Wo - We + \Delta W) - \frac{a}{b1^3} \times$$

$$\times (Wo1 - We + \Delta W)^2 + \Delta M. \quad (9)$$

На выходах вторых сумматоров имеем:

$$W2 = bM2 + aM2^2. \quad (10)$$

$$W1 = bM1 + aM1^2. \quad (11)$$

На выходе последнего сумматора в нижней ветви имеем сигнал $W2 - Wo$, а на выходе последнего сумматора в верхней ветви сигнал имеет вид $W1 - Wo$. На выходе всей схемы получим:

$$Wout = W2 - W1 = (bM2 + aM2^2) - (bM1 + aM1^2). \quad (12)$$

Подставим в эту формулу формулы (7) – (9) и отбросим члены, пропорциональные α^3 и α^2 . Далее будем считать, что $b1 = b + \Delta b$, причем $\Delta b \ll b$. Подставляя это выражение в полученную выше формулу для $Wout$, разлагая ее в ряд по Δb и оставляя члены, содержащие Δb в нулевой и первой степени, найдем, что:

$$Wout = (Wr2 - Wr1) \left[1 - \frac{\Delta b}{b} + 2\alpha b \Delta M + \frac{\Delta b}{b} \alpha (Wr1 + Wr2 - We + 2\Delta W - 2b\Delta M) \right]. \quad (13)$$

На опыте $\Delta M \approx 300$ о.е., $\Delta W \approx 1000$ мГал, $\frac{\Delta b}{b} \approx 0,5$ %. Значения параметров a и b были приведены выше. Оценки значений членов, входящих в формулу (13) позволяют отбросить еще несколько заведомо малых слагаемых, что существенно упрощает ее вид. В результате для выходного сигнала имеем:

$$Wout = (Wr - Wo) \left[1 + 2 \frac{a}{b} (\Delta M) - \frac{\Delta b}{b} \right] \quad (14)$$

Из (14) видно, что с приемлемой для проведения съемки точностью при данной методике измерений влиянием смещения ΔW можно пренебречь. Изменение коэффициента b для данной конкретной съемки можно вычислить по одной или нескольким контрольным точкам съемки, в которых самолет проходит одну и ту же точку в пространстве в восточном и западном направлении по формуле:

$$\left[2 \frac{a}{b} (\Delta M) - \frac{\Delta b}{b} \right] = \frac{Wout_{test}}{(Weast - Wwest)} - 1, \quad (15)$$

где $Weast$ и $Wwest$ – поправки Этвеша, обусловленные скоростью движения самолета, соответственно, в восточном и западном направлениях, $Wout_{test}$ – значение разностного сигнала на выходе гравиметра для этих контрольных измерений.

Современная приемная аппаратура спутниковой навигационной системы позволяет обеспечить возможность прохождения одной и той же точки, а также вычислить значения разности поправки Этвеша $Weast - Wwest$ в этой точке для встречных галсах с точностью, позволяющей вычислить поправку к масштабному коэффициенту с погрешностью не более 0,03 %

Использование новой ФОП с измененным в соответствии с (15) коэффициентом b позволит уменьшить погрешность съемки до той же величины 0,03 %.

Выводы

Показано, что существуют два механизма влияния смещения нуля и искажения параметров нелинейной функции прямого преобразования (ФПП) на выходной сигнал статического маятникового гравиметра: один – ΔW – не связан со смещением ФПП и другой – ΔM – связан с этим смещением. Показано, что при существующей схеме обработки выходных отсчетов гравиметра погрешностью смещения нуля ΔW можно пренебречь.

Получены выражения для оценки погрешности прибора при наличии искажения ФПП прибора за счет ее смещения и изменения наклона. Показано, что в обоих случаях в

выходном сигнале появляется мультипликативная погрешность. Эта погрешность наиболее существенна при проведении аэрогравиметрической съемки.

Установлено, что при использовании современной приемной аппаратуры спутниковой

навигационной системы, можно провести оценку возникшей мультипликативной погрешности и использовать ее для коррекции функции обратного преобразования при обработке результатов измерений.

Blazhnov B. A., Gilavdary I. Z.

About errors which are forming in static pendulum gravimeters because of zero-point drift and non-linear behavior

We report here on an error analysis which has been done in relation to zero-point drift problem in gravimeters and the problem of non-linear behavior of the transfer function, while the inverse transfer function does not change. Possible effects leading to these problems and some methods of canceling the corresponding errors are considered.

Поступила в редакцию 21.10.2010.