

9. Гук, Ю. Б. Теория надежности в электроэнергетике: учеб. пособие / Ю. Б. Гук. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 208 с.

10. Гук, Ю. Б. Расчет надежности схем электроснабжения / Ю. Б. Гук, М. М. Синенко, В. А. Тремясов. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 216 с.

#### REFERENCES

1. G u k, Yu. B., Kobzhuv, V. M., & Chernovets, A. K. (1991) *Design, Projection, and Operation of Electric Power Supply Schemes of the APP Auxiliaries*. Moscow, Energoatomizdat. 296 p. (in Russian).

2. U s o v, S. V., Mikhalev, B. N., Chernovets, A. K., Kizevetter, E. N., & Kantan, V. V. (1987) *Electrical Annex of the Electric Power Plants*. 2<sup>nd</sup> ed. Leningrad, Energoatomizdat, Leningrad Department. 616 p. (in Russian).

3. C h e r n o v e t s, A. K. (1992) *CAD-Elements of the APP-Electrical Annex on the Personal Computers*. St. Petersburg: St. Petersburg State University. 89 p. (in Russian).

4. F e l'd m a n, M. L., & Chernovets, A. K. (1983) *Electrical Annex Distinctions of the Nuclear Power Plants*. Leningrad, Energoatomizdat. 172 p. (in Russian).

5. G e r a s i m o v, V. G., D'iakov, A. F., Il'inski, N. F., Labuntsov, V. A., Morozkin, V. P., Orlov, I. N., & Stroev, V. A. (2003) *Electrotechnical Book of Reference. Vol. 3: Generation, Transition, and Distribution of Electric Energy*. 9<sup>th</sup> ed. Moscow: MPEI [Moscow Power Engineering Institute]. 964 p. (in Russian).

6. K o r o t k e v i c h, M. A. (2014) Analysis of Structural Reliability of the Schemes of Power Output from Nuclear Power Stations. *Methodical Issues of Reliability Research of Large Systems of Energetics. Pub. 64: The Reliability of Energy Systems: Achievements, Problems and Prospects*. Irkutsk: ISEM SB RAS [Melentiev Energy Systems Institute Siberian branch of the Russian Academy of Sciences], 67–71 (in Russian).

7. V a s i l y e v, A. P., Guk, Yu. B., & Karpov, V. V. (2000) *Reliability of the Electric Installations and Systems: Theory and Practice*. St. Petersburg: State Institution Lengosenergonadzor. 413 p. (in Russian).

8. G u k, Yu. B., Karpov, V. V., & Lapidus, A. A. (2009) *Reliability Theory*. St. Petersburg: Polytechnic University Press. 171 p. (in Russian).

9. G u k, Yu. B. (1990) *Reliability Theory in Electrical Energy Industry*. Leningrad, Energoatomizdat, Leningrad department. 208 p. (in Russian).

10. G u k, Yu. B., Sinenko, M. M., & Tремясов, V. A. (1990) *Reliability Calculation of the Power-Supply Circuitry*. Leningrad, Energoatomizdat, Leningrad Department. 216 p. (in Russian).

Представлена кафедрой  
электрических систем

Поступила 04.03.2015

УДК 621.311.1

## О КОМПЛЕКСНОЙ ЗАПИСИ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ\*

Инж. БАРО БАНДИА

Белорусский национальный технический университет

E-mail: elsyst@tyt.by

Предложены математически корректные обозначения координатных осей на комплексной плоскости для теоретических основ электротехники. Подобное предложение было сделано и относительно обозначений комплексов различных электрических величин (ЭДС, напряжений, токов, мощностей, сопротивлений и проводимостей). Показана важность соблюдения преемственности и единообразия в обозначениях. Исследуются различные формы записи комплексной мощности. Из известных форм записи обосо-

\* Печатается в порядке обсуждения.

ванно выбрана адекватная физическим процессам и математически правильная. Известно, что расчет электрических цепей синусоидального тока можно выполнить, преобразуя уравнения синусоид (тригонометрический метод). Это трудоемко. Можно перестроить временные диаграммы нужных синусоидальных функций (метод временных диаграмм), что наглядно, но неточно. Можно воспользоваться методом векторных диаграмм – это удобно, более наглядно, но, как любой графический метод, сравнительно неточно, громоздко, особенно для разветвленных цепей. Наконец, можно использовать символический метод, сохраняющий наглядность графического решения, так как по символической записи электрических величин легко построить векторную диаграмму. Данный метод дает возможность аналитически решать вопросы с любой степенью точности. Помимо этого, символический метод обладает непротиворечивостью получаемых результатов, что вытекает из неразрывной связи между различными методами представления синусоидальных функций. Между этими методами не должно существовать никаких противоречий. Это и есть главное достоинство предложенной формы записи полной мощности при расчете электрических систем, что позволяет избежать досадных ошибок.

**Ключевые слова:** реактивное сопротивление цепи, падение напряжения на реактивном сопротивлении, угол сдвига фаз между напряжением и током, реактивная мощность, полная мощность, комплекс.

Ил. 8. Библиогр.: 19 назв.

## ON THE COMPLEX FORMULA OF THE APPARENT POWER IN CALCULATIONS OF THE ELECTRICAL SYSTEMS

BARO BANDIA

The paper offers the mathematically correct notation of the coordinate axes on the plain of complex numbers for Theoretical Science of Electrical Engineering. The complexes of various electrical quantities (electromotances, voltages, currents, capacities, resistances, and conductivities) are proposed to notate similarly showing the significance of observing continuity and uniformity in notation. The author studies various forms of complex power notation. Of all forms of notation currently in use, he reasonably chooses the one mathematically proper and solely adequate to the physical processes. It is known that the calculation of the sine-wave current electrical circuits can be performed by way of transposing the sinusoidal equation (the trigonometrical method) which is cumbersome. Recomposing time diagrams (the time-diagram method) of the required sinusoidal functions is demonstrative, however unveracious. The phasor-diagram method is convenient, more pictorial but, like any other graphical approach, moderately inaccurate, cumbersome especially for branched circuits. And finally symbolic (or complex) method which retains visual expressiveness of graphical solution since it is easy to build a phasor diagram by the symbolic notation of electrical quantities. The given method allows analytical solving issues with any degree of precision. Beyond that, the symbolic method holds consistency of the obtained results which follows from the inextricable link between different presentation-methods of the sine functions. There should be no contradictions between these methods which is the principle merit of the proposed notation form. And that will allow avoiding embarrassing mistakes.

**Keywords:** reactive impedance of the electric circuit, voltage drop across the inductive reactance, phase shift between the current and the voltage, reactive power, apparent power, complex.

Fig. 8. Ref.: 19.

**Постановка вопроса.** В настоящее время существуют несколько способов записи полной мощности в комплексной форме. В [1–7] комплексная мощность определяется по формулам:

$$\dot{S} = P - jQ, \quad (1)$$

или

$$\underline{S} = P - jQ. \quad (2)$$

В [3, 4, 6–14] комплексную мощность находят также по выражениям:

$$\dot{S} = P + jQ, \quad (3)$$

или

$$\underline{S} = P + jQ. \quad (4)$$

Общим для формул комплексной мощности [3, 4, 6, 7, 15] является признание следующей записи:

$$\dot{S} = P \pm jQ. \quad (5)$$

Каждый из авторов пытается обосновать свой способ написания данной формулы. Так, в [3], изданной в 1960 г., говорится, что совпадение знаков у комплексных реактивного индуктивного (отстающего от напряжения) тока

$$\dot{I} = I_a - I_r$$

и реактивной мощности указывает на то, что выражение (1) соответствует потреблению приемником реактивной индуктивной мощности, а (3) – потреблению реактивной емкостной мощности. Автор указывает также, что в линиях электропередачи обычно имеет место одинаковое направление активной и реактивной индуктивной мощностей – от источника энергии к потребителю. Однако в некоторых случаях, считает автор [3], в зависимости от соотношения активных и реактивных мощностей генерирующей и приемной частей схемы (например, при наличии мощных синхронных компенсаторов в приемной части) или на каком-либо участке замкнутой сети при некотором распределении в ней сосредоточенных нагрузок с различными коэффициентами мощности может иметь место встречное направление активной и реактивной мощностей. Эти два случая согласного и встречного направлений активной и реактивной индуктивной мощностей необходимо различать при электрических расчетах сети, придавая соответствующие обозначения в выражениях полной мощности. Именно поэтому надо использовать (1) при согласном направлении активной и индуктивной мощностей (при отстающем токе линии) и, аналогично, выражение (3) – при встречном направлении реактивной мощности (при опережающем токе линии). При определении в схеме направления мощностей направление активной мощности принимается за положительное.

Налицо полное противоречие относительно (1). Тем не менее ученики автора [3] вплоть до 1968 г. [4] придерживались такого же мнения, но в 1977 г. изменили его [16]. Они решили, что изображение полной мощности в виде (1) означает, что знак плюс у мнимой части выражения характеризует потребление реактивной индуктивной мощности электроприемником (отстающая реактивная мощность нагрузки). Положительный знак у активной и реактивной составляющих полной мощности символизирует их одинаковое направление от генератора к потребителю, тогда как знак «минус» в (3) означает направление реактивной мощности, обратное по отношению к направлению активной мощности, что соответствует потреблению электроприемником емкостной реактивной мощности (опережающая реактивная мощность нагрузки) или, что тоже верно, выдаче им реак-

тивной индуктивной мощности в сеть. Такого же подхода придерживаются авторы [17].

В [5, 7] тоже ссылаются на совпадение знаков у реактивного тока и реактивной мощности в (1), правда, в [7] выбор сделан в пользу (3). При этом особо отмечается, что такой форме записи соответствует большая часть программ на ЭВМ.

Не только отдельные авторы, но и многие институты имеют также свои особые правила знакообразования, которые к тому же осложняются неопределенностью в обозначениях потокораспределения мощностей [18], как, например, на рис. 1, где показан поток линейной мощности, подводимой от узла 1 к узлу 2. Если в тексте не разъяснено, какое именно правило знакообразования использовалось, то направление потока реактивной мощности – от точки 1 к точке 2, или наоборот, – установить невозможно.

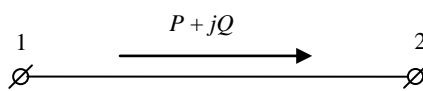


Рис. 1. Поток линейной мощности

В Московском, Ивановском энергетических, Одесском, Рижском политехнических университетах принято писать  $\dot{S} = P + jQ$ , что означает передачу реактивной индуктивной мощности от узла 1 к узлу 2.

В Львовском и Белорусском технических университетах принято писать  $\dot{S} = P - jQ$ , полагая, что поток реактивной индуктивной мощности идет из узла 2 в узел 1.

В Санкт-Петербургском и Киевском технических университетах пишут  $\dot{S} = P + jQ$ , подразумевая, что поток реактивной мощности направлен от узла 2 к узлу 1.

Из всего сказанного вытекает полная неясность в использовании выражений (1)–(3). Автор данной статьи своими исследованиями восполняет этот пробел.

**Предполагаемое решение. Предварительные замечания.** Часто в литературе по теоретическим основам электротехники и электрическим сетям и системам обозначают на комплексной плоскости действительную ось «+1» и мнимую «+j», как это показано на рис. 2.

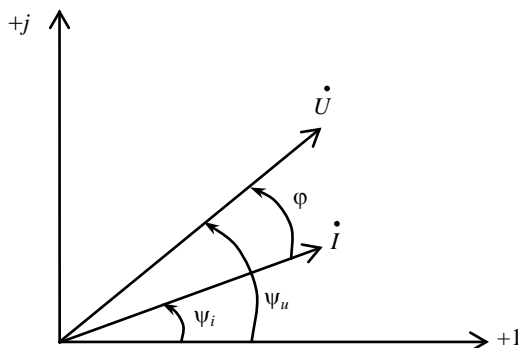


Рис. 2. Обозначение координатных осей на комплексной плоскости

Это не соответствует действительности, так как на комплексной гауссовской плоскости «1» и «j» есть орты координатных осей  $Re$  и  $Im$ , как показано на рис. 3.

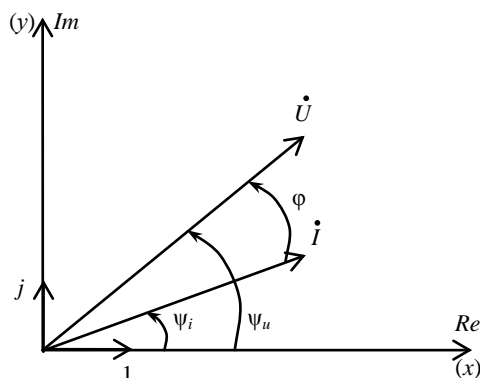


Рис. 3. Правильное обозначение координатных осей на комплексной плоскости

Обозначения  $(x)$  и  $(y)$  напоминают, что  $Re$  исполняет роль оси  $Ox$  на обычной декартовой плоскости действительных чисел (на ней размещается действительная часть комплексного числа), а  $Im$  – роль оси  $Oy$  (на ней размещается мнимая часть комплексного числа). Что касается обозначений  $Re$  и  $Im$ , то они восходят к французским словам réel (действительный) и imaginaire (мнимый) соответственно.

Орты «1» и «j» не нуждаются в каких-либо знаках. Это единичные векторы. Их направление совпадает с положительным направлением соответствующей оси. Они самодостаточны. При построении векторных диаграмм можно опускать не только орты «1» и «j», но и координатные оси  $Re$  и  $Im$ . Иначе вместо рис. 4а, б можно привести рис. 5, что делается ради упрощения, но при этом надо всегда учитывать рис. 3.

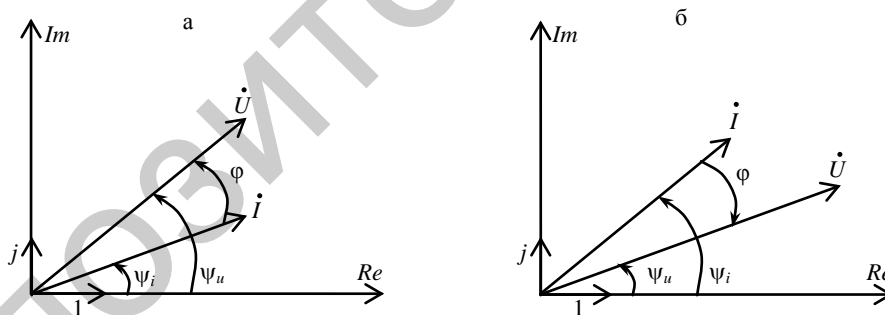


Рис. 4. Векторные диаграммы тока и напряжения электрической цепи с преобладанием нагрузок: а – индуктивной; б – емкостной

В [19] и ряде других работ отмечается, что точку над обозначением полного сопротивления  $Z$  не ставят, так как ее принято ставить только над комплексными величинами, которые представляют собой синусоидальные функции времени. Такой подход не продуктивен, поскольку комплексные числа были введены в электротехнику для упрощения расчетов. В самом деле, ток

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

может быть представлен комплексной функцией

$$\dot{i}(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)},$$

в которой можно выделить постоянную часть и часть, зависящую от времени:

$$\dot{i}(t) = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t}.$$

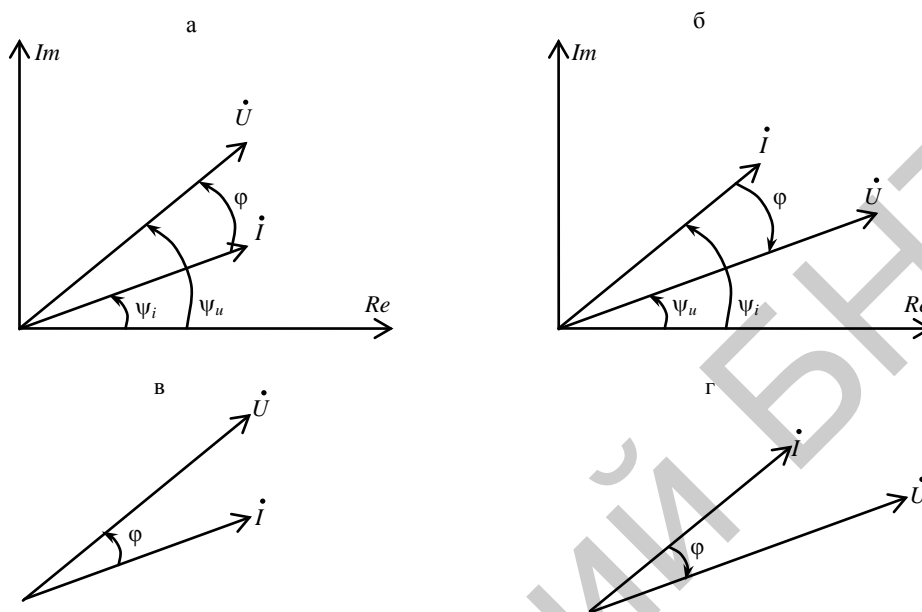


Рис. 5. Векторные диаграммы тока и напряжения электрической цепи

Как раз комплексное число  $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ , модуль которого равен амплитуде  $I_m$  синусоидального тока, а аргумент  $\psi_i$  – его начальной фазе, есть, как известно, комплексная амплитуда синусоидального тока, а комплексную величину  $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$ , где  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  называют комплексным действующим током или просто комплексным током. Но  $\dot{I}_m$  и  $\dot{I}$  – величины постоянные, не зависящие от времени. Поэтому можно и нужно ставить, как для других подобных величин, точку над обозначением полного комплексного сопротивления, т. е. писать  $\dot{Z}$ . Правильно же писать

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I} = \dot{U} \left( \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} \right)^* = \frac{U^2}{Z^*}.$$

Все сказанное относится и к обратной к  $\dot{Z}$  величине, т. е. к полной проводимости  $\dot{Y}$ . В противоположность этому некоторые авторы ставят значок «~» (тильда) над обозначением полной мощности и пишут  $\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^*$  [19], подразумевая, что речь идет о комплексе (а не о сопряженном комплексе) полной мощности, составленном при участии сопряженного комплекса тока  $\dot{I}^*$ , а другие подчеркивают этот символ [17]:

$$\underline{S} = P + jQ \text{ или } \underline{S} = P \pm jQ.$$

То есть согласно требованиям ГОСТ 1494–77 синусоидальные величины, представляемые на комплексной плоскости бесконечно большим числом образов, следует обозначать точкой сверху ( $\dot{U}, \dot{I}$ ), а комплексные числа, число образов которых конечно, надо подчеркивать ( $\underline{Z}, \underline{Y}, \underline{S}$ ). Неудобство таких обозначений появляется сразу, если, например, из (3) найти прямой комплекс тока  $\dot{I}$ .

Можно избегать таких осложнений, если вспомнить, что на схемах цепей переменного тока над обозначениями действующих значений ЭДС, токов, напряжений, мощностей, сопротивлений и проводимостей всегда ставят стрелку (вектор) или точку (комплекс). Именно поэтому, например, законы Кирхгофа для переменного тока должны быть записаны так:

1) для мгновенных значений:

$$\sum i = 0;$$

$$\sum e = \sum u;$$

2) для векторов действующих значений:

$$\sum \vec{I} = 0;$$

$$\sum \vec{E} = \sum \vec{U};$$

3) для комплексов действующих значений:

$$\sum \dot{I} = 0;$$

$$\sum \dot{E} = \sum \dot{U}.$$

**Однозначная запись полной мощности в комплексной форме.** Переходим к комплексной записи полной мощности. Для этого рассмотрим простейшие цепи однофазного переменного тока, так как переход к трехфазной довольно простой.

Например, если для однофазной цепи:

$$P = UI \cos \varphi; \quad (6)$$

$$Q = UI \sin \varphi; \quad (7)$$

$$S = UI; \quad (8)$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i \text{ по определению,} \quad (9)$$

то для трехфазной вводится просто множитель  $\sqrt{3}$  для  $P$ ,  $Q$  и  $S$ . Здесь  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  – соответственно активная, реактивная и полная мощности;  $\varphi$  – угол

сдвига фаз между напряжением и током, а  $\psi_u, \psi_i$  – начальные фазы напряжения и тока.

В указанных электрических цепях активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$  могут быть включены последовательно, параллельно или смешанно. Наиболее общим видом соединения этих элементов является последовательное, так как любое параллельное соединение можно привести к эквивалентному последовательному при условии, что при одинаковом напряжении ток в неразветвленной части обеих схем одинаков по величине и фазе. При смешанном же соединении расчет электрической цепи приводится к расчету последовательных и параллельных соединений, а сама цепь – к эквивалентной последовательной. Поэтому в данной статье будем ограничиваться последовательным соединением элементов электрической цепи однофазного переменного тока. Тогда пусть задана цепь, показанная на рис. 6.

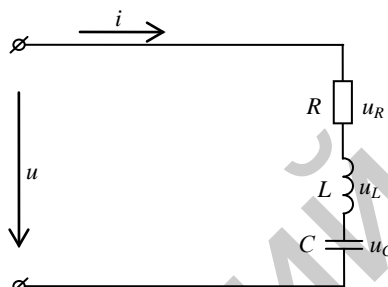


Рис. 6. Последовательная RLC-цепь

При прохождении тока  $i$  через эту цепь на ее зажимах создается падение напряжения, равное по второму закону Кирхгофа сумме падений напряжений на отдельных элементах:

$$u = u_R + u_L + u_C, \quad (10)$$

или в дифференциально-интегральной форме

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (11)$$

Положим:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad (12)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (13)$$

В символических обозначениях (12) будет изображаться комплексным числом

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}.$$

Уравнение (13) можно записать

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i}.$$



Падение напряжения на активном элементе  $u_R = RI_m \sin(\omega t + \psi_i)$  будет выражено комплексным числом

$$\dot{U}_R = RI e^{j\psi_i} \dot{I}. \quad (14)$$

Падение напряжения запишем комплексным числом:

- на индуктивном элементе  $u_L = L \frac{di}{dt} = L\omega \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\dot{U}_L = L\omega I e^{j\left(\psi_i + \frac{\pi}{2}\right)} = jL\omega \dot{I};$$

- на емкостном элементе  $u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\dot{U}_C = \frac{I}{C\omega} e^{j\left(\psi_i - \frac{\pi}{2}\right)} = -j \frac{\dot{I}}{C\omega}.$$

Теперь перепишем уравнение (10) в символической форме

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (15)$$

Положим:

$$\dot{U}_X = \dot{U}_L + \dot{U}_C; \quad (16)$$

$$X_L = L\omega; \quad X_C = \frac{1}{C\omega}; \quad X = X_L - X_C.$$

Тогда (11) можно записать:

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} = -j \frac{\dot{I}}{C\omega},$$

или

$$\dot{U} = [R + j(X_L - X_C)]\dot{I},$$

т. е.

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX\dot{I},$$

или

$$\dot{U} = (R + jX)\dot{I}. \quad (17)$$

Откуда

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = Z e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi} = \dot{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \operatorname{arctg} \frac{X}{R}}.$$

Это означает:

$$\dot{Z} = R + jX; \quad (18)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}. \quad (19)$$

Теперь из (17) получим

$$U e^{j\psi_u} = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j\varphi} I e^{j\psi_i} = Z I e^{j(\psi_i + \varphi)}.$$

Это означает:

$$U = ZI;$$

$$\psi_u = \psi_i + \varphi;$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Из (16) получим:

$$\dot{U}_X = j(X_L - X_C) \dot{I},$$

или

$$\dot{U}_X = jX \dot{I}. \quad (20)$$

Из этого следует, что вектор  $\dot{U}_X$  перпендикулярен вектору  $\dot{U}_R$ . Здесь  $X_L$ ,  $X_C$ ,  $X$  – индуктивное, емкостное и реактивное сопротивления цепи соответственно;  $\dot{U}_X$  – падение напряжения на реактивном сопротивлении.

Окончательно (15) можно записать

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_X. \quad (21)$$

Из (20) получим

$$\dot{U}_X = XI e^{j(\psi_i + \frac{\pi}{2})},$$

т. е.

$$U_X = XI = U_L - U_C.$$

Из (14) выразим

$$\dot{U}_R = RI e^{j0},$$

т. е.

$$U_R = RI.$$

Следовательно, получим выражение

$$\frac{U_X}{U_R} = \frac{XI}{RI} = \frac{X}{R} = \operatorname{tg} \varphi. \quad (22)$$

Теперь выведем однозначную комплексную запись полной мощности. Для этого необходимо найти такое подходящее комплексное число, действительная и мнимая части которого, а также его модуль и аргумент, строго удовлетворили бы четырем последним уравнениям. Было бы просто написать:  $\dot{S} = \dot{U} \dot{I}$ , но тогда

$$\dot{S} = Ue^{j\psi_u} Ie^{j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u + \psi_i)} = UI \cos(\psi_u + \psi_i) + jUI \sin(\psi_u + \psi_i).$$

Такое возможно только тогда, когда  $\psi_i = 0$ , а это нарушает обобщающий характер определения (9), поскольку  $\varphi$  – знакпеременная величина, тогда как  $\psi_u$  и  $\psi_i$  – знакпостоянны.

А может  $\dot{S} = U \dot{I}^*$ ? Тогда

$$\dot{S} = Ue^{-j\psi_u} Ie^{j\psi_i} = UIe^{j(\psi_i - \psi_u)} = UIe^{-j\varphi} = UI \cos \varphi - jUI \sin \varphi.$$

Это возможно только в трех случаях: при нагрузке емкостного характера, когда  $X_L < X_C$ , или при нагрузке активного характера, когда  $X_L = X_C$ , или же, наконец, при чисто активной нагрузке, когда  $X_L = X_C = 0$ . Во всех трех случаях имеем дело с знакпостоянством угла сдвига фаз  $\varphi$ , что чуждо определению (9), так как  $\varphi$  – величина алгебраическая.

Наконец, рассмотрим такую запись:  $\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^*$ . Тогда

$$\dot{S} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{-j\varphi},$$

или

$$\dot{S} = Se^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ.$$

Откуда

$$\frac{Q}{P} = \operatorname{tg} \varphi. \quad (23)$$

Как видим, модуль, действительная и мнимая части, а также аргумент последнего комплекса строго и однозначно соответствуют уравнениям (6)–(9). Поэтому уравнение (3) есть однозначная и единственно адекватная комплексная запись полной мощности.

Строить векторные диаграммы и треугольники при комплексном методе расчета электрических цепей необязательно, но необходимо для проверки соответствия комплексных уравнений физической картине происходящих в цепи процессов. Если нет соответствия, значит, в формулу вкралась ошибка. Тогда по выражениям (15), (25), (18) и (3) построим векторные диаграммы тока и напряжения, а также треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей в зависимости от знака  $X$  (рис. 7, 8).

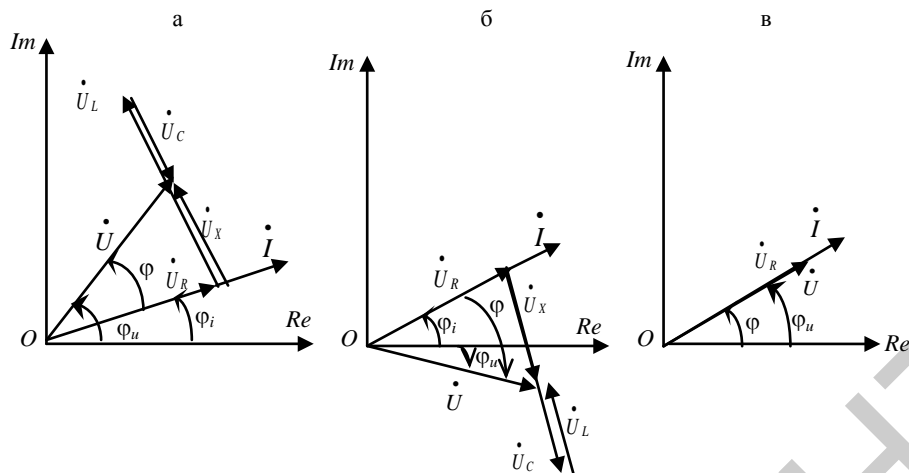


Рис. 7. Векторные диаграммы тока и напряжения в зависимости от знака  $X$  для последовательной  $RLC$ -цепи: а –  $X > 0$ ,  $U_X > 0$ ,  $\varphi > 0$ ;  
 б –  $X < 0$ ,  $U_X < 0$ ,  $\varphi < 0$ ; в –  $X = 0$ ,  $U_X = 0$ ,  $\varphi = 0$

Из (19), (22) и (23) получим также важную взаимосвязь

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R} = \frac{U_X}{U_R} = \frac{Q}{P}. \quad (24)$$

Эти соотношения подтверждают полное соответствие указанных уравнений физике явлений. Действительно, на рис. 7 первая векторная диаграмма относится к случаю, когда реактивное сопротивление  $X > 0$ , т. е. в цепи преобладает индуктивная нагрузка, ток  $\dot{I}$  отстает от напряжения  $\dot{U}$  и сдвиг фаз  $\varphi$  положительный, вторая – к случаю, когда реактивное сопротивление  $X < 0$ , т. е. в цепи преобладает емкостная нагрузка, ток  $\dot{I}$  опережает напряжение  $\dot{U}$  и сдвиг фаз  $\varphi$  отрицательный, а третья – к случаю, когда сопротивления  $X_L$  и  $X_C$  компенсируют друг друга или вообще отсутствуют, т. е. в цепи только активная нагрузка, ток  $\dot{I}$  совпадает по фазе с напряжением  $\dot{U}$ , а сдвиг фаз  $\varphi$  равен нулю. Все сказанное в точности относится к треугольникам рис. 8.

Если же изобразить на комплексной плоскости комплексную мощность  $\dot{S}$  по выражению (1), то соотношения (24) сразу нарушатся. Точнее, получится, что при преобладании индуктивной нагрузки  $\varphi$  и  $Q$  отрицательны, а при преобладании емкостной – положительны, что является неслыханным нарушением физики процессов.

Что касается алгебраической стороны вопроса, то мы пишем  $\dot{Z} = R + jX$ , хотя знаем, что  $\dot{Z} = R + jX_L$  – при преобладании индуктивной нагрузки и  $\dot{Z} = R - jX_C$  – при преобладании емкостной нагрузки, так как  $X = X_L - X_C$ . Пишем  $\dot{Y} = G - jB$ , хотя знаем, что  $\dot{Y} = G - jB_L$  – при преобладании индуктивной нагрузки и  $\dot{Y} = G + jB_C$  – при преобладании емкостной нагрузки, так как  $B = B_L - B_C$ .

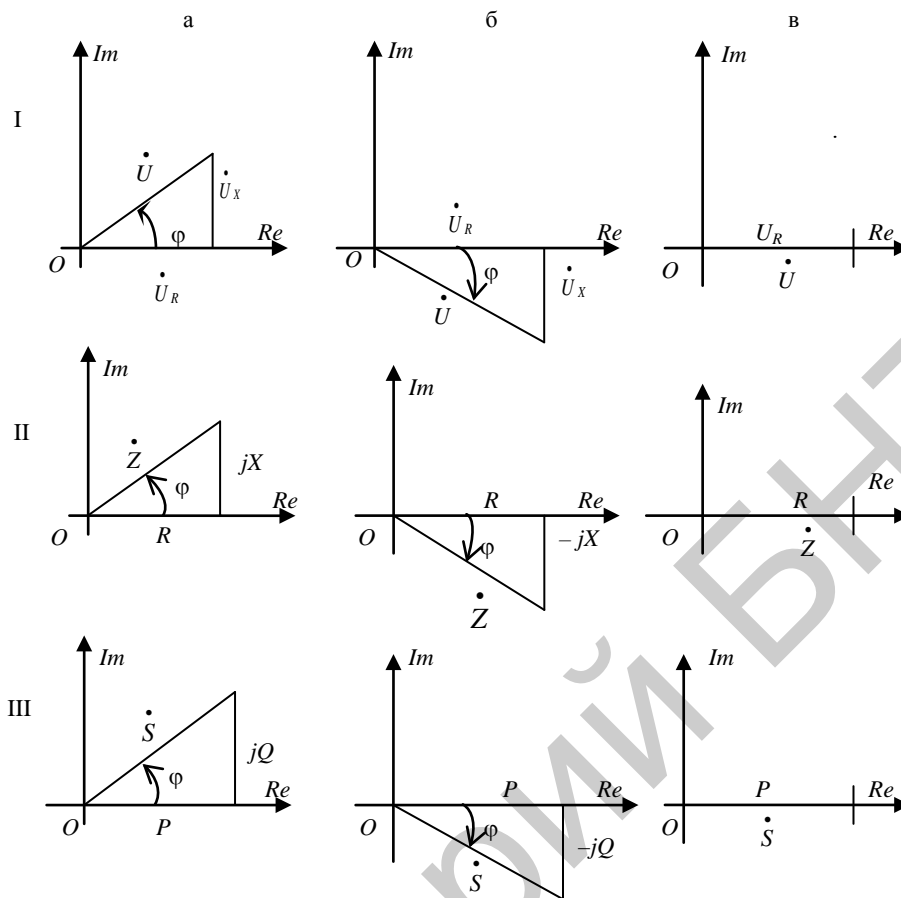


Рис. 8. Треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей:

I:	$a - X > 0;$	$б - X < 0;$	$в - X = 0;$
	$\dot{U}_X > 0;$	$\dot{U}_X < 0;$	$\dot{U}_X = 0;$
	$\varphi > 0;$	$\varphi < 0;$	$\varphi = 0;$
II:	$a - X > 0;$	$б - X < 0;$	$в - X = 0;$
	$\varphi > 0;$	$\varphi < 0;$	$\varphi = 0;$
III:	$a - X > 0;$	$б - X < 0;$	$в - X = 0;$
	$Q > 0;$	$Q < 0;$	$Q = 0;$
	$\varphi > 0;$	$\varphi < 0;$	$\varphi = 0;$

Тут нет никаких дискуссий. Автор тоже положил конец дискуссиям и сомнениям при комплексной записи полной мощности. Надо писать

$$\dot{S} = P + jQ,$$

так как известно, что  $\dot{S} = P + jQ_L$  – при преобладании индуктивной нагрузки и  $\dot{S} = P - jQ_C$  – при преобладании емкостной нагрузки, поскольку  $Q = Q_L - Q_C$ .

## ВЫВОДЫ

1. Произвольность в обозначениях координатных осей на комплексной плоскости недопустима, так как нарушается преемственность в науке. Это относится в должной мере и к обозначениям комплексных тока, напряжения, сопротивления, проводимости и мощности.

2. Поскольку  $\varphi$  и  $Q$  – алгебраические (знакопеременные) величины в отличие от  $\varphi_L$ ,  $\varphi_C$ ,  $Q_L$  и  $Q_C$ , которые являются знакопостоянными, нет никакой надобности в (1), тем более в (2), (4) и (5).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Глазунов, А. А. Электрические сети и системы / А. А. Глазунов. – 4-е изд. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960. – 368 с.
2. Поспелов, Г. Е. Электрические системы и сети. Проектирование: учеб. пособие для вузов / Г. Е. Поспелов, В. Т. Федин. – 2-е изд. – Минск: Выш. шк., 1988. – 308 с.
3. Рябков, А. Я. Электрические сети и системы / А. Я. Рябков. – 4-е изд. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960. – 511 с.
4. Боровиков, В. А. Электрические сети и системы: учеб. для техникумов / В. А. Боровиков, В. К. Косарев, Г. А. Ходот. – 2-е изд. – Л.: Энергия, 1968. – 431 с.
5. Караев, Р. И. Электрические сети и энергосистемы / Р. И. Караев, С. Д. Волобринский. – М.: Транспорт, 1969. – 328 с.
6. Лыкин, А. В. Электрические системы и сети: учеб. пособие / А. В. Лыкин. – М.: Университетская книга; Логос, 2006. – 254 с.
7. Поспелов, Г. Е. Электрические системы и сети: учеб. / Г. Е. Поспелов, В. Т. Федин, П. В. Лычев. – Минск: Технопринт, 2004. – 720 с.
8. Идельчик, В. И. Электрические системы и сети: учеб. для вузов / В. И. Идельчик. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 592 с.
9. Герасименко, А. А. Передача и распределение электрической энергии: учеб. пособие / А. А. Герасименко, В. Т. Федин. – Ростов-на-Дону: Феникс; Красноярск: Издательские проекты, 2006. – 720 с.
10. Солдаткина, Л. А. Электрические сети и системы / Л. А. Солдаткина. – М.: Энергия, 1972. – 272 с.
11. Мельников, Н. А. Электрические сети и системы / Н. А. Мельников. – М.: Энергия, 1969. – 456 с.
12. Электрические системы: учеб. пособие для электроэнергетич. специальностей вузов: в 7 т. / В. А. Веников [и др.]. – М.: Высш. шк., 1970. – Т. 2: Электрические сети. – 1971. – 440 с.
13. Электрические системы и сети в примерах и иллюстрациях: учеб. пособие для электроэнергетических спец. / В. В. Ежков [и др.]; под ред. В. А. Строева. – М.: Высш. шк., 1999. – 352 с.
14. Блок, В. М. Электрические сети и системы: учеб. пособие для электроэнергетических спец. вузов / В. М. Блок. – М.: Высш. шк., 1986. – 430 с.
15. Шиманская-Семёнова, Т. А. Применение матричных моделей для расчета и анализа режимов электрических сетей: методич. пособие по изучению дисциплины «Математические модели в энергетике» для студ. спец. «Электроэнергетические системы и сети» / Т. А. Шиманская-Семёнова. – Минск: БНТУ, 2010. – 158 с.
16. Боровиков, В. А. Электрические сети энергетических систем: учеб. для энергетических и энергостроительных техникумов / В. А. Боровиков, В. К. Косарев, Г. А. Ходот. – 3-е изд. – Л.: Энергия, 1977. – 392 с.
17. Электрические системы. Электрические сети: учеб. для электроэнергетических спец. вузов / В. А. Веников [и др.]; под ред. В. А. Веникова, В. А. Строева. – 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1998. – 511 с.
18. Колесниченко, Б. В. Расчеты электрических сетей на программируемых калькуляторах / Б. В. Колесниченко, Л. И. Петренко. – Киев: Выш. шк., 1988. – 207 с.
19. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: в 3 ч. / Л. А. Бессонов. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 1967. – 776 с.

## REFERENCES

1. Glazunov, A. A. (1960) *Electric Power Grids and Systems*. 4<sup>th</sup> ed. Moscow-Leningrad, Gosenergoizdat. 368 p. (in Russian)
2. Pospelov, G. E., & Fedin, V. T. (1988) *Electric Power Systems and Grids. Projecting*. 2<sup>nd</sup> ed. Minsk, High School. 308 p. (in Russian).
3. Ryabkov, A. Ya. (1960) *Electric Power Grids and Systems*. 4<sup>th</sup> ed. Moscow-Leningrad, Gosenergoizdat, 511 p. (in Russian).
4. Borovikov, V. A., Kosarev, V. K., & Khodot, G. A. (1968) *Electric Power Grids and Systems*. 2<sup>nd</sup> ed. Leningrad, Energia. 431 p. (in Russian).
5. Karaev, R. I., & Volobrinskiy, S. D. (1969) *Electric Power Grids and Power Systems*. Moscow, Transport. 328 p. (in Russian).
6. Lykin, A. V. (2006) *Electric Power Systems and Grids*. Moscow, University Book; Logos. 254 p. (in Russian).
7. Pospelov, G. E., Fedin, V. T., & Lychev, P. V. (2004) *Electric Power Systems and Grids*. Minsk, Technoprint. 720 p. (in Russian).
8. Idelchik, V. I. (1989) *Electric Power Systems and Grids*. Moscow, Energoatomizdat. 592 p. (in Russian).
9. Gerasimenko, A. A., & Fedin, V. T. (2006) *Electric Power Transmission and Distribution*. Rostov-on-Don, Phoenix; Krasnoyarsk, Publishing Projects. 720 p. (in Russian).
10. Soldatkina, L. A. (1972) *Electric Power Grids and Systems*. Moscow, Energia. 272 p. (in Russian).
11. Melnikov, N. A. (1969) *Electric Power Grids and Systems*. Moscow, Energia. 456 p. (in Russian).
12. Venikov, V. A., Glazunov, A. A., Zhukov, L. A., & Soldatkina, L. A. (1971) *Electric Power Systems. Vol. 2. Electric Power Grids*. Moscow, High School. 440 p. (in Russian).
13. Yezhkov, V. V., Zarudskii, G. K., Zuev, E. N., Nadezhdin, S. V., Rokotian, I. S., Ryzhov, Iu. P., Stroev, V. A., Fedchenko, V. G., Fokin, Iu. A., & Shelukhina, T. I. (1999) *Electric Power Systems and Grids in Exempla and Illustrations*. Moscow, High School. 352 p. (in Russian).
14. Block, V. M. (1986) *Electric Power Systems and Grids*. Moscow, High School. 430 p. (in Russian).
15. Shimanskaya-Semyonova, T. A. (2010) *Matrix Models Application for Computation and Analysis of the Power Grid Regimes*. Minsk: BNTU. 158 p. (in Russian).
16. Borovikov, V. A., Kosarev, V. K., & Khodot, G. A. (1977) *Electric-Power Grids of the Electric-Power Systems*. 3<sup>rd</sup> ed. Leningrad, Energia. 392 p. (in Russian).
17. Venikov, V. A., Glazunov, A. A., Zhukov, L. A., Zuev, E. N., Liseev, M. S., Nadezhdin, S. V., Soldatkina, L. A., & Stroev, V. A. (1998) *Electric-Power Systems. Electric-Power Grids*. 2<sup>nd</sup> ed. Minsk, High School. 511 p. (in Russian).
18. Kolesnichenko, B. V., & Petrenko, L. I. (1988) *Computations of the Electric-Power Grids on the Programmable Calculators*. Kiev, High School. 207 p. (in Russian).
19. Bessonov, L. A. (1967) *Theoretical Science of Electrical Engineering*. 3 part. 5<sup>th</sup> ed. Minsk, High School. 776 p. (in Russian).

Представлена кафедрой  
электрических систем

Поступила 19.08.2014