

УДК 621.316.99

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УЕДИНЕННЫХ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ ЗАЕМЛИТЕЛЕЙ ПРИ СТЕКАНИИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ*

Канд. техн. наук ГЕРАСИМОВИЧ Д. А., магистр ДЕРЮГИНА Е. А.

*ООО «Электротехническая компания “ЭКНИС”»,
Белорусский национальный технический университет*

В [1] рассмотрен метод расчета распределения плотности тока уединенного бесконечно длинного стержневого заземлителя при стекании переменного тока промышленной частоты. Для определения основных интегральных характеристик электромагнитного поля (активных и индуктивных сопротивлений, напряжения шага, прикосновения и пр.) необходимо также знать распределение напряженности магнитного поля. Вектор напряженности магнитного поля для рассматриваемой задачи содержит только угловую составляющую $\dot{H}_{im\phi}(r, z)$ (рис. 1), которая находится на основании результатов [1] по радиальной или вертикальной составляющей плотности тока:

$$\dot{H}_{im\phi}(r, z) = \dot{H}_{im\phi}(r, 0) - \int_0^z \dot{\sigma}_{imr}(r, z') dz' \quad (1)$$

или

$$\dot{H}_{im\phi}(r, z) = \dot{H}_{im\phi}(R_1, z) + \frac{1}{r} \int_{R_1}^r r' \dot{\sigma}_{imz}(r', z) dr', \quad (2)$$

$$\text{где } \dot{H}_{im\phi}(r, 0) = \begin{cases} \frac{\dot{I}_m}{2\pi R_2} \frac{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi) - J_1(\chi) H_1^{(2)}(\chi_1)}{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi_2) - J_1(\chi_2) H_1^{(2)}(\chi_1)}, & i = 1, r \in [R_1, R_2]; \\ \frac{\dot{I}_m}{2\pi r}, & i = 2, r \in [R_2, \infty) \end{cases} \quad - \text{ уг-}$$

ловая составляющая вектора напряженности магнитного поля на поверхности земли; $\dot{H}_{im\phi}(R_1, z) = 0$ – то же на внутренней поверхности заземлителя;

* Изложенные в статье результаты получены при поддержке гранта Министерства образования Республики Беларусь (номер госрегистрации 20100489 от 05.04.2010).

$J_1(\chi)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка; $H_1^{(2)}(\chi)$ – функция Бесселя третьего рода (вторая функция Ганкеля) первого порядка; $\chi = j\alpha_1 r$; $\chi_1 = j\alpha_1 R_1$; $\chi_2 = j\alpha_1 R_2$; $\alpha_1 = \sqrt{j\omega\gamma_1\mu_1}$; I_m – комплексная амплитуда тока, стекающего в заземлитель; $\dot{\sigma}_{imr}(r, z')$, $\dot{\sigma}_{imz}(r', z)$ – известные радиальная и вертикальная составляющие вектора плотности тока, рассчитываемые методом конечных разностей [1]; μ_i , γ_i – магнитная проницаемость и электрическая проводимость i -го слоя соответственно; ω – угловая частота переменного тока.

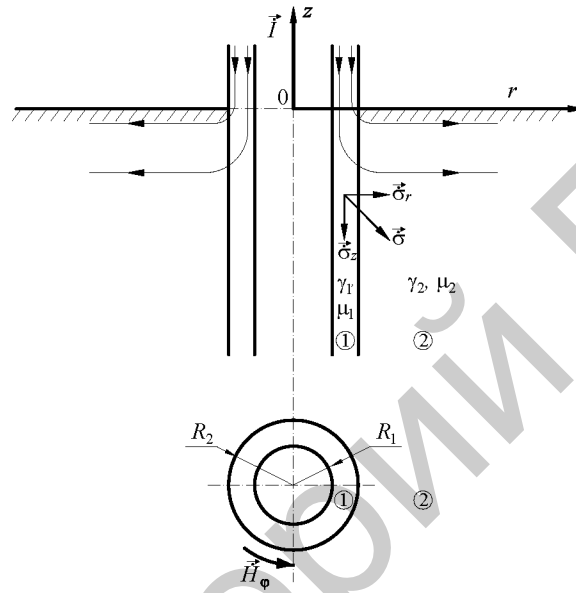


Рис. 1. Геометрическая модель уединенного бесконечно длинного стержневого заземлителя

Дальнейший расчет сопротивления заземлителя можно выполнить на основании мощности электромагнитного поля в точке или теоремы Пойтинга. Действующее значение мощности электрического поля (джоулевых потерь) в точке

$$p_i(r, z) = \frac{1}{2\gamma_i} \left(|\dot{\sigma}_{imr}(r, z)|^2 + |\dot{\sigma}_{imz}(r, z)|^2 \right), \quad (3)$$

мощности магнитного поля

$$q_i(r, z) = \frac{\mu_i \omega}{2} |\dot{H}_{im\phi}(r, z)|^2. \quad (4)$$

В заземлителе мощность электрического поля обусловлена как вертикальной, так и радиальной составляющими плотности тока. Последующее численное моделирование показало, что величины мощности от вертикальной составляющей в 10^3 и более раз больше радиальной, и в практических расчетах последней в заземлителе можно пренебречь. Для земли, наоборот, равна нулю вертикальная составляющая плотности тока. С учетом отмеченного действующие значения мощности электрического и магнитного полей в стержне заземлителя и земле будут:

$$P_1 = \frac{\pi}{\gamma_1} \int_{R_1}^{R_2} \int_{-\infty}^0 r |\dot{\sigma}_{1mz}(r, z)|^2 dz dr; \quad (5)$$

$$Q_1 = \mu_1 \omega \pi \int_{R_1}^{R_2} \int_{-\infty}^0 r |\dot{H}_{1m\varphi}(r, z)|^2 dz dr; \quad (6)$$

$$P_2(R) = \frac{\pi}{\gamma_2} \int_{R_2}^R \int_{-\infty}^0 r |\dot{\sigma}_{2mr}(r, z)|^2 dz dr; \quad (7)$$

$$Q_2(R) = \mu_2 \omega \pi \int_{R_2}^R \int_{-\infty}^0 r |\dot{H}_{2m\varphi}(r, z)|^2 dz dr. \quad (8)$$

Для уединенного бесконечно длинного заземлителя при стекании переменного тока векторы напряженности электрического и магнитного полей убывают на бесконечности пропорционально $1/R$. Тогда мощности электрического и магнитного полей в земле (а, значит, и сопротивление растеканию тока) в (7), (8) при $R \rightarrow \infty$ становятся бесконечно большими величинами и возрастают пропорционально $\ln R$ [2]. В дальнейшем R рассматривается как расстояние до стержня заземлителя с обратным током $-\dot{I}_m$. Можно показать, что при $R \gg R_2$ сопротивление растеканию тока в земле для системы «прямой – обратный заземлитель» конечная величина, а мощности электрического и магнитного полей в земле для такой системы в зависимости от R определяются выражениями (7) и (8) соответственно.

При использовании вектора Пойтинга достаточно знать тангенциальные составляющие напряженности электрического и магнитного полей на боковой поверхности заземлителя и поверхности земли. В этом случае выражения для расчета мощности электромагнитного поля заземлителя и земли принимают вид:

$$\dot{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \frac{\pi R_2}{\gamma_1} \int_{-\infty}^0 \dot{\sigma}_{1mz}(R_2, z) \dot{H}_{1m\varphi}^*(R_2, z) dz; \quad (9)$$

$$\dot{S}_2(R) = P_2(R) + jQ_2(R) = \frac{\pi}{\gamma_2} \int_{R_2}^R r \dot{\sigma}_{2mr}(r, 0) \dot{H}_{2m\varphi}^*(r, 0) dr, \quad (10)$$

где $\dot{H}_{1m\varphi}^*(R_2, z)$, $\dot{H}_{2m\varphi}^*(r, 0)$ – комплексно сопряженные амплитуды напряженности магнитного поля на боковой поверхности заземлителя и поверхности земли соответственно.

Зная мощность электромагнитного поля, можно рассчитать сопротивление стержня заземлителя и сопротивление растеканию тока в земле:

$$\underline{Z}_c = R_c + jX_c = \frac{2\dot{S}_1}{|\dot{I}_m|^2} = \frac{2P_1}{|\dot{I}_m|^2} + j \frac{2Q_1}{|\dot{I}_m|^2}; \quad (11)$$

$$\underline{Z}_3(R) = R_3(R) + jX_3(R) = \frac{2\dot{S}_2(R)}{|\dot{I}_m|^2} = \frac{2P_2(R)}{|\dot{I}_m|^2} + j \frac{2Q_2(R)}{|\dot{I}_m|^2}, \quad (12)$$

где R_c , X_c – активное и индуктивное сопротивления стержня заземлителя; $R_3(R)$, $X_3(R)$ – то же растеканию переменного тока в земле.

Полученные выражения показывают, что полное сопротивление заземлителя складывается из сопротивления собственно заземляющего стержня \underline{Z}_c и сопротивления растеканию тока в земле $\underline{Z}_3(R)$

$$\underline{Z}(R) = R_a(R) + jX(R) = \underline{Z}_c + \underline{Z}_3(R), \quad (13)$$

где $R_a(R)$, $X(R)$ – активное и индуктивное сопротивления заземлителя.

Для оценки действующего значения напряжения на заземлителе необходимо знать распределение напряженности электрического поля на поверхности земли в зависимости от удаленности R до обратного заземлителя. Напряжение на заземлителе определяется по формуле

$$\dot{U}(R) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{R_2}^R \dot{E}_{2mr}(r,0) dr = \frac{1}{\sqrt{2}\gamma_2} \int_{R_2}^R \dot{\sigma}_{2mr}(r,0) dr, \quad (14)$$

где $\dot{E}_{2mr}(r,0)$ – комплексная амплитуда радиальной составляющей напряженности электрического поля на поверхности земли.

На основе предложенного в [1] метода и рассмотренных выражений разработана программа расчета электромагнитных характеристик уединенных бесконечно длинных стержневых заземлителей в среде программирования для решения технических задач MatLab. С ее использованием проведено математическое моделирование характеристик электромагнитного поля для стальных и медных заземлителей различных радиусов и толщины стенок $d = R_2 - R_1 = 2; 3; 5; 5$ мм. Магнитные свойства стали при этом рассматривались в линейном приближении. В расчетах приняты: для стали – $\gamma_1 = 6,8 \cdot 10^6$ См/м; $\mu_1 = 700 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; для меди – $\gamma_1 = 5,6 \cdot 10^7$ См/м; $\mu_1 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Для земли: $\gamma_2 = 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001$ См/м; $\mu_2 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Численные исследования показали, что для принятого в [1] нулевого (первоначального) приближения на основе плоской электромагнитной волны итерационный процесс расчета распределения плотности тока сходится достаточно быстро. Для достижения величины отличий в плотностях тока на смежных итерациях до 1 % требуется не более трех итераций. Если в качестве нулевого приближения принять, например, равномерное распределение плотности тока, то требуемое количество итераций существенно возрастает.

Полученные результаты указывают, что для приближенного расчета электромагнитных характеристик можно использовать формулы, основанные на принятом в [1] нулевом приближении распределения плотности тока в стержне заземлителя и земле. В этом случае итоговая формула для расчета сопротивления стержня заземлителя примет вид

$$\underline{Z}_c = \frac{j}{2\pi R_2} \sqrt{\frac{j\mu_1}{2\gamma_1\gamma_2\mu_2}} \frac{J_1(\chi_1)H_0^{(2)}(\chi_2) - J_0(\chi_2)H_1^{(2)}(\chi_1)}{J_1(\chi_1)H_1^{(2)}(\chi_2) - J_1(\chi_2)H_1^{(2)}(\chi_1)}, \quad (15)$$

где $J_0(\chi)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $H_0^{(2)}(\chi)$ – функция Бесселя третьего рода (вторая функция Ганкеля) нулевого порядка.

Сопротивление растеканию тока в земле

$$\underline{Z}_3(R) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\gamma_2}} \ln \frac{R}{R_2}. \quad (16)$$

Напряжение на заземлителе

$$\dot{U}(R) = \frac{\dot{I}_m}{2\pi} \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{2\gamma_2}} \ln \frac{R}{R_2}. \quad (17)$$

Сопоставление численных результатов, полученных по (5)–(14) и (15)–(17), показало пригодность приближенных формул для практических расчетов. Отличия в результатах при этом составляют не более 2 %.

Результаты численного моделирования также показывают, что сопротивление стержня заземлителя, сопротивление растеканию тока в земле и напряжение на заземлителе значительно зависят от проводимости земли. Причем сопротивления и напряжение в соответствии с (15)–(17) пропорциональны $1/\sqrt{\gamma_2}$, а не $1/\gamma_2$. Данный характер зависимостей обусловлен затуханием электромагнитного поля в земле на переменном токе (поверхностным эффектом в земле). С учетом отмеченного при оценке характера распределения электромагнитного поля целесообразно использовать глубину проникновения плоской волны в земле $\lambda_2 = \sqrt{2/\omega\gamma_2\mu_2}$. Наибольший интерес при этом представляет распределение радиальной составляющей плотности тока на боковой поверхности заземлителя и вертикального тока в нем по глубине стержня. Для рассмотренных расчетных случаев данное распределение практически подчиняется закону затухания плоской электромагнитной волны (рис. 2).

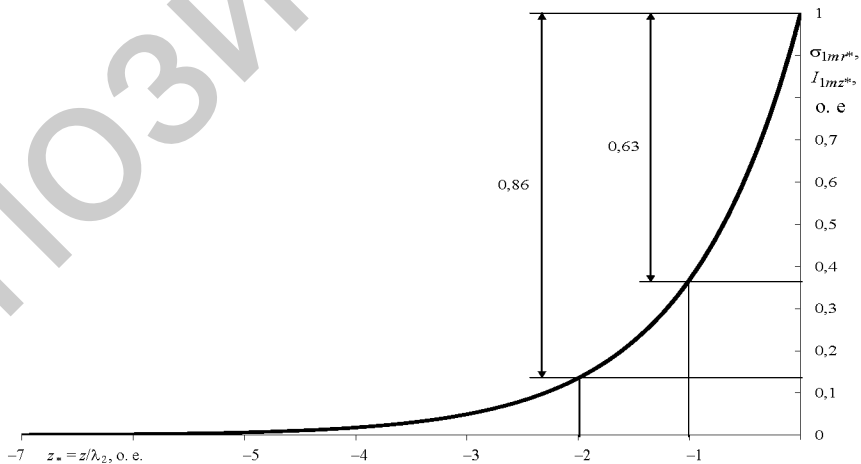


Рис. 2. Распределение радиальной составляющей плотности тока на боковой поверхности заземлителя $\sigma_{1mr^*} = \sigma_{2mr^*} = |\dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z)| / |\dot{\sigma}_{1mr}(R_2, 0)|$ и вертикального тока в заземлителе

$$I_{1mz^*} = |\dot{I}_{1mz}(z)| / |\dot{I}_{1mz}(0)| \text{ по глубине стержня}$$

Приведенные зависимости показывают, что наиболее эффективное стекание тока с боковой поверхности заземлителя происходит на расстояниях до одной-двух глубин проникновения плоской электромагнитной волны в землю. В этом случае обеспечивается стекание соответственно 63–86 % тока в землю (рис. 2). При принятых проводимостях земли глубина проникновения составляет от 200 до 7000 м. Даже для скважинных заземлителей характерны глубины заложения порядка 100–800 м [3–6]. Таким образом, достигнуть оптимального стекания тока с боковой поверхности заземлителя (а значит, и наименьшего сопротивления) на практике удастся лишь для отдельных случаев.

Результаты исследования сопротивлений заземлителей приведены на рис. 3–5, а напряжения – на рис. 6.

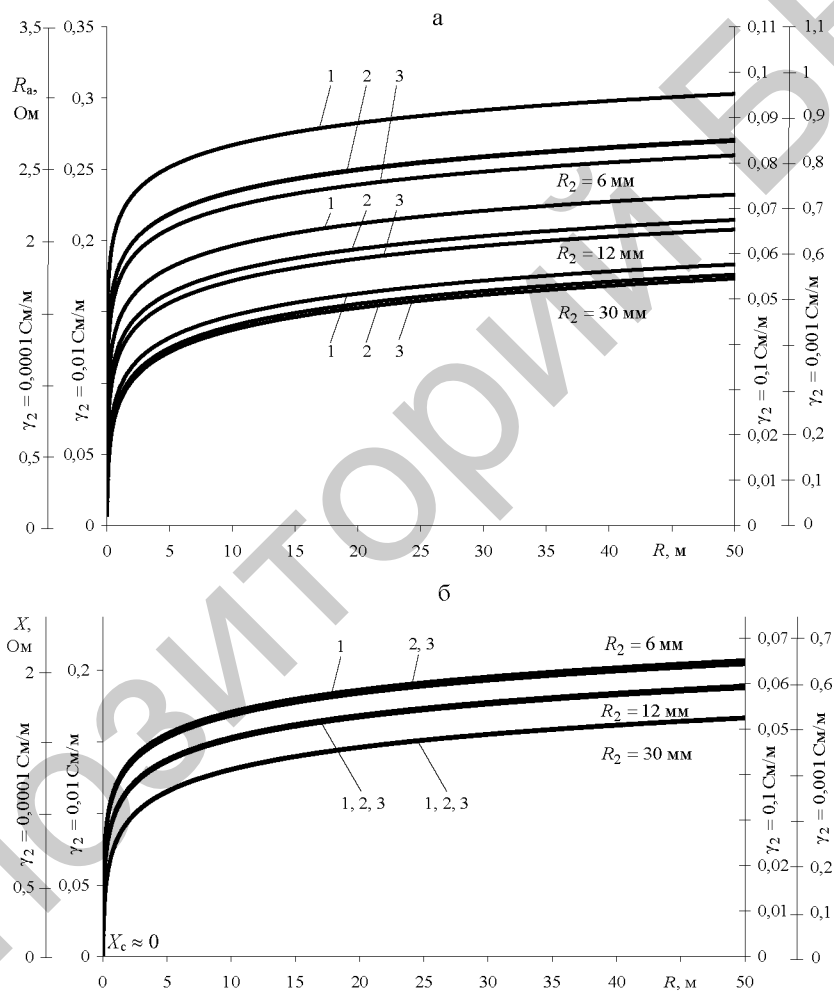


Рис. 3. Зависимость активного R_a (а) и индуктивного X (б) сопротивлений медных заземлителей от расстояния R : 1 – $d = 2$ мм; 2 – 3,5 мм; 3 – 5 мм

Сопротивление стержня заземлителя обусловлено проводимостью земли и собственными электромагнитными свойствами и размерами. Так, для рассмотренных медных заземлителей поверхностный эффект в их сечении

практически не выражен. Соответственно индуктивная составляющая сопротивления стержня практически равна нулю и с увеличением толщины стенки существенно снижается активное сопротивление (рис. 3). Для стальных заземлителей при принятых свойствах и размерах поверхностный эффект, наоборот, ярко выражен, активное и индуктивное сопротивления стержня практически одинаковы, а увеличение толщины не позволяет снизить сопротивление стержня заземлителя (рис. 4).

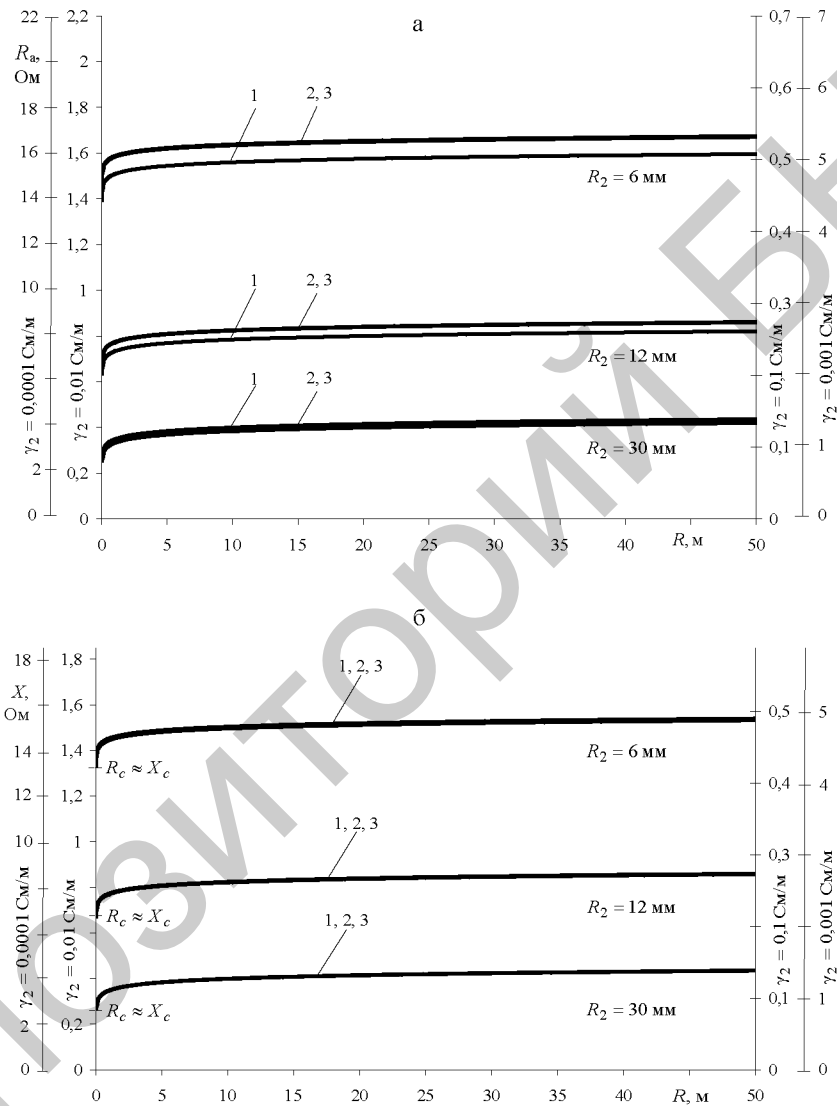


Рис. 4. Зависимость активного R_a (а) и индуктивного X (б) сопротивлений стальных заземлителей от расстояния R : 1 – $d = 2$ мм; 2 – 3,5 мм; 3 – 5 мм

С увеличением внешнего радиуса заземлителя R_2 существенно уменьшаются сопротивление стержня, сопротивление растеканию тока в земле и напряжение на заземлителе, при этом толщина стенки заземлителя незначительно влияет на полное сопротивление (рис. 5, 6).

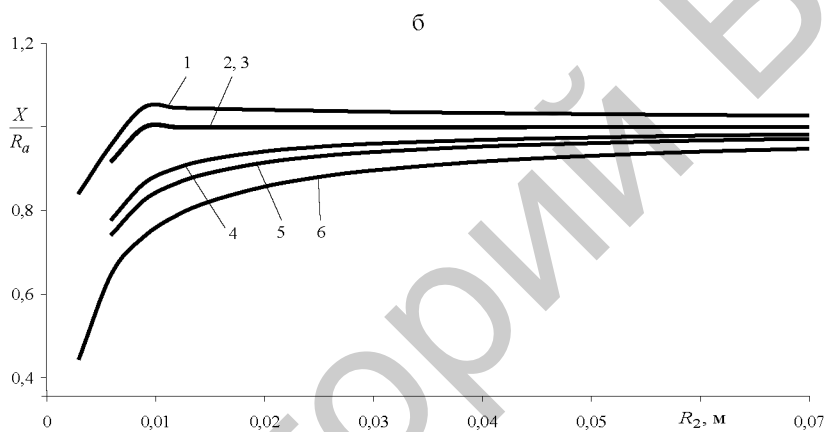
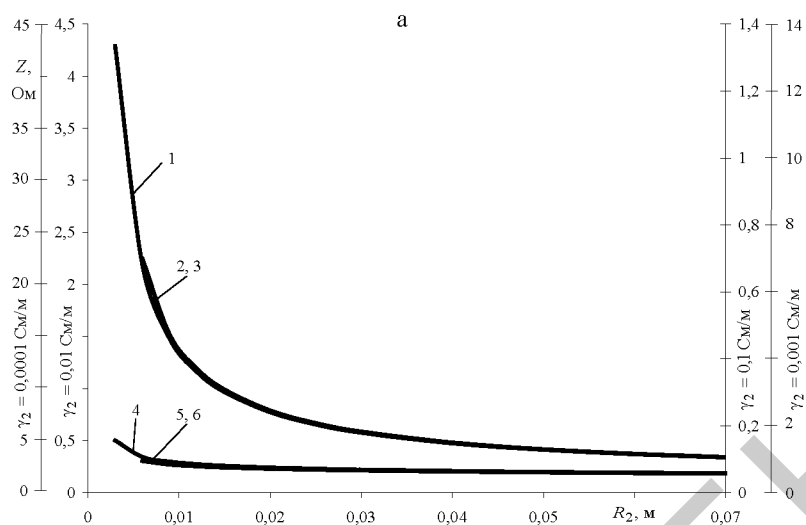


Рис. 5. Зависимость полного сопротивления Z (а) и X/R_a (б) от внешнего радиуса стержня заземлителя R_2 при $R = 20$ м: стальные заземлители: 1 – $d = 2$ мм, 2 – 3,5 мм, 3 – 5 мм; медные заземлители: 4 – $d = 2$ мм, 5 – 3,5 мм, 6 – 5 мм

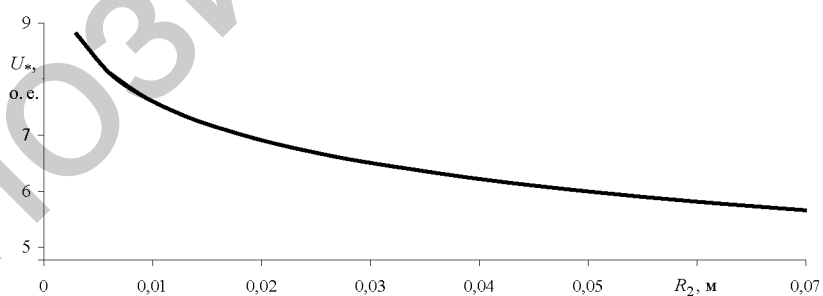


Рис. 6. Зависимость напряжения на заземлителе $U_* = 2\pi\sqrt{2\gamma_2}|\dot{U}(R)|/\sqrt{j\omega\mu_2 I_m}$ от внешнего радиуса стержня заземлителя R_2 при $R = 20$ м

Также необходимо отметить, что активное и индуктивное сопротивление растеканию тока в земле практически одинаковы (рис. 3, 4), что соответствует затуханию электромагнитного поля в массивном (полубесконеч-

ном) проводящем пространстве, а с ростом R_2 их отношение в целом для заземлителя стремится к 1 (рис. 5). Наличие существенных индуктивных сопротивлений для протяженных заземлителей согласуется с результатами [3–5], полученными для скважинных заземлителей с большой глубиной заложения.

ВЫВОДЫ

1. Исследованиями установлено, что стекание переменного тока в землю бесконечно длинного вертикального заземлителя определяется глубиной проникновения плоской электромагнитной волны в землю. Для обеспечения наиболее эффективного стекания тока с поверхности заземлителя целесообразно применение скважинных (глубинных заземлителей) с заложением на одну-две глубины проникновения плоской электромагнитной волны.

2. При стекании переменного тока заземлитель характеризуется комплексным сопротивлением. При этом для медных заземлителей сопротивление стержня заземлителя носит активный характер, а для стальных активное и индуктивное сопротивления близки между собой. Активное и индуктивное сопротивления растеканию переменного тока в земле практически равны.

3. Предложены приближенные аналитические формулы для расчета сопротивления стержня заземлителя, сопротивления растеканию переменного тока в земле и напряжения на заземлителе, дающие погрешность не более 2 % в сравнении с предложенным в [1] решением уравнений Максвелла методом конечных разностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимович, Д. А. Метод расчета электромагнитных характеристик уединенного стержневого заземлителя при стекании переменного тока промышленной частоты / Д. А. Герасимович, Е. А. Дерюгина // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2009. – № 5. – С. 21–32.
2. Нетушил, А. В. О неадекватных математических моделях заземлителей / А. В. Нетушил // Электричество. – 1996. – № 7. – С. 74–75.
3. Максименко, Н. Н. Расчет скважинных заземлителей / Н. Н. Максименко, Г. Г. Асеев // Электричество. – 1970. – № 9. – С. 44–47.
4. Карякин, Р. Н. Входное сопротивление протяженного вертикального заземлителя в многослойной земле / Р. Н. Карякин, В. К. Добрынин // Электричество. – 1975. – № 8. – С. 18–21.
5. Карякин, Р. Н. Электромагнитные процессы в протяженных заземлителях в неоднородных структурах / Р. Н. Карякин // Электричество. – 1996. – № 7. – С. 43–51.
6. Полевая и цепная модели волновых процессов в протяженном заземлителе / В. К. Слышалов [и др.] // Вестник ИГЭУ. – 2006. – Вып. 2. – С. 50–58.

Представлена кафедрой
электрических станций

Поступила 12.03.2010