

<u>AKTLE & METRAASPETAR</u> /115

The method of calculation of the main technological parameters of the remelt: current intensity and diameter of consumable electrode is developed on the basis of mathematical modeling.

В. И. ПОТАПОВ, Е. В. ТОРОПОВ, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

УДК 621.365.2; 669.18; 621.036Т

## ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВТОРИЧНОМ ПЕРЕПЛАВЕ

Особое место в производстве высококачественных сталей и сплавов, применяемых в перспективных металлургических и машиностроительных технологиях, занимают вторичные переплавы (ВП): вакуумно-дуговой (ВДП), электрошлаковый (ЭШП), плазменно-дуговой (ПДП), электронно-лучевой (ЭЛП) и др. Эти процессы являются конечными в технологической цепи производства стали. Именно в этих переплавных процессах создаются определенные теплофизические условия для формирования необходимой микроструктуры металла, очистки от газов, примесей, что обеспечивает требуемые потребительские свойства. Установки для вторичного переплава при соосном расположении расходуемого электрода образуют целый класс объектов, которые имеют характерные особенности: движущийся с определенной скоростью по аппарату источник энергии (дуга, шлаковая ванна); геометрия аппарата имеет коаксиальную послойную структуру по радиусу и длине; слои представляют собой определенные среды, которые движутся с определенной скоростью или неподвижны. Между источником энергии и средами происходит теплообмен всех видов (контактный, конвективный, излучением), фазовые переходы и другие процессы. Мощность установок ВП составляет 200–500 кВт, диапазон температур в них 20–1800 °С (рис. 1).

Такие особенности печей ВДП, ЭШП обусловливают трудоемкость исследования их тепловой работы. Недостаточная изученность теплофизики процессов в переплавных печах не позволяет рассчитать распределение энергии, генерируемой источником, в электроде, жидкой ванне, слитке, кристаллизаторе, охлаждающей воде, что определяет в совокупности качество металла, производительность переплава и расход энергии. Интенсивно начатое исследование этих процессов [1] в 70–80-х годах прошлого века было практически прекращено в последние пятнадцать лет. Причины этого спада общеизвестны – разобщенность научных школ, спад спроса на качественный металл и др.

Однако наметившиеся положительные сдвиги в экономике, промышленности России диктуют необходимость продолжения исследования процессов вторичного переплава. Создаются новые установки вторичного переплава, реконструируются действующие для получения качественных сталей и сплавов, без которых дальнейшее развитие нефтегазовой, космической, оборонной отраслей оказалось под вопросом.

Эффективное решение задач, направленных на совершенствование тепловой работы печей ВП, возможно на основе фундаментальных исследований методами математического моделирования теплофизических процессов в переплавных печах с применением современных компьютерных техно-



Рис. 1. Схема аппаратов ВП: 1 – водоохлаждаемый кристаллизатор; 2 – источник энергии (дуга, шлаковая ванна, электронный луч, плазма); 3 – расходуемый электрод

## 116/ ACTOR IS ANGTRAAYOFICE



Рис. 2. Схема ВП с осевым расходуемым электродом и подвижным источником энергии: *а* – ЭШП; *б* – ВДП: *1* – расходуемый электрод; *2* – водоохлаждаемый кристаллизатор; *3* – жидкометаллическая ванна; *4* – шлаковая ванна, дуга; *5* – слиток

логий при надежной адаптации полученных решений к экспериментальным и производственным данным [2–4].

На основе фундаментальных законов сохранения энергии, массы, импульса в данной работе получено математическое описание теплофизических процессов ВП с осевым расположением движущихся электродов, подвижным источником энергии (дугой, шлаковой ванной), наплавляемым слитком, движущимися средами – охлаждающей водой, жидкометаллической, шлаковой ванной. Схема этих ВП показана на рис. 2.

Печи ЭШП и ВДП по длине можно разделить на четыре области  $D_i$  (рис. 2):  $D_1$  – область слитка (0 < x < z);  $D_2$  – жидкой ванны ( $z \le x < c$ );  $D_3$  – шлаковой ванны или дуги ( $c \le x \le d$ );  $D_4$  – расходуемого электрода ( $d \le x \le l$ ). Границы этих областей в общем случае являются криволинейными и зависят от времени.

При адаптации уравнений к условиям ВП приняты допущения: теплофизические параметры воды, стенки кристаллизатора, электрода, слитка не зависят от температуры, отсутствует диссипация энергии; теплообмен аппарата ВП с внешней средой не учитывается; ввиду цилиндрической формы печей рассматривается осесимметрическая задача.

С учетом принятых допущений запишем уравнение энергии для области  $D_1 = \{x, r, \tau: 0 < x \le z, 0 < r < R, 0 < \tau \le \tau_k\}$ :

$$\begin{cases}
\frac{\partial \theta_{B}}{\partial \tau} + w_{B} \frac{\partial \theta_{B}}{\partial x} = K_{B,c} \left( \theta_{c} - \theta_{B} \right) + a_{B} \frac{\partial^{2} \theta_{B}}{\partial x^{2}}, \\
\frac{\partial \theta_{c}}{\partial \tau} = K_{c,B} \left( \theta_{c} - \theta_{B} \right) + K_{c,cT} \left( \theta_{cT} - \theta_{c} \right) + a_{c} \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}}, \\
\frac{\partial \theta_{cT}}{\partial \tau} + w_{cT} \frac{\partial \theta_{cT}}{\partial x} = K_{cT,c} \left( \theta_{c} - \theta_{cT} \right) + a_{cT} \frac{\partial^{2} \theta_{cT}}{\partial x^{2}} + a_{cT} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{cT}}{\partial r} + \frac{\partial^{2} \theta_{cT}}{\partial r^{2}} \right);
\end{cases}$$
(1)

 $D_2 = \{x, r, \tau: z \le x < c, 0 < r < R, \tau > 0\}:$ 

$$\frac{\partial \theta_{B}}{\partial \tau} + w_{B} \frac{\partial \theta_{B}}{\partial x} = K_{B,C} \left( \theta_{C} - \theta_{B} \right) + a_{B} \frac{\partial^{2} \theta_{B}}{\partial x^{2}},$$

$$\frac{\partial \theta_{C}}{\partial \tau} = K_{C,B} \left( \theta_{B} - \theta_{C} \right) + K_{C,CK} \left( \theta_{CK} - \theta_{C} \right) + a_{C} \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}},$$

$$\frac{\partial \theta_{CK}}{\partial \tau} + w_{CK} \frac{\partial \theta_{CK}}{\partial x} = K_{CK,C} \left( \theta_{C} - \theta_{CK} \right) + a_{CK} \frac{\partial^{2} \theta_{CK}}{\partial x^{2}} + a_{CK} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{CK}}{\partial r} + \frac{\partial^{2} \theta_{CK}}{\partial r^{2}} \right);$$
(2)

 $D_3 = \{x, r, \tau: c < x < d, 0 < r < R, \tau > 0\}:$ 

$$\left| \frac{\partial \theta_{B}}{\partial \tau} + w_{B} \frac{\partial \theta_{B}}{\partial x} = K_{B,C} \left( \theta_{C} - \theta_{B} \right) + a_{B} \frac{\partial^{2} \theta_{B}}{\partial x^{2}}, \\
\frac{\partial \theta_{C}}{\partial \tau} = K_{C,B} \left( \theta_{B} - \theta_{C} \right) + K_{C,M} \left( \theta_{M} - \theta_{C} \right) + a_{C} \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}}, \\
\frac{\partial \theta_{M}}{\partial \tau} + w_{M} \frac{\partial \theta_{M}}{\partial x} = K_{C,M} \left( \theta_{M} - \theta_{C} \right) + a_{M} \frac{\partial^{2} \theta_{M}}{\partial x^{2}} + a_{M} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{M}}{\partial r} + \frac{\partial^{2} \theta_{M}}{\partial r^{2}} \right);$$
(3)

 $D_4 = \{x, r, \tau: d < x < l, 0 < r < R, \tau > 0\}:$ 

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{B}}{\partial \tau} + w_{B} \frac{\partial \theta_{B}}{\partial x} = K_{B,c} \left( \theta_{c} - \theta_{B} \right) + a_{B} \frac{\partial^{2} \theta_{B}}{\partial x^{2}}, \\ \frac{\partial \theta_{c}}{\partial \tau} = K_{c,B} \left( \theta_{B} - \theta_{c} \right) + K_{c,3} \left( \theta_{3} - \theta_{c} \right) + a_{c} \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}}, \\ \frac{\partial \theta_{3}}{\partial \tau} - w_{3} \frac{\partial \theta_{3}}{\partial x} = K_{3,c} \left( \theta_{c} - \theta_{3} \right) + a_{3} \frac{\partial^{2} \theta_{3}}{\partial x^{2}} + a_{3} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_{3}}{\partial r} + \frac{\partial^{2} \theta_{3}}{\partial r^{2}} \right). \end{cases}$$
(4)

Системы уравнений (1)–(4) в векторном виде соответственно для каждой области имеют вид: для области  $D_1$ :

$$L(\theta') = \theta'_{\tau} + K_{1}\theta' + V_{1}\theta'_{x} + A_{1}\theta'_{xx} + B_{1}(\theta'_{r}/r + \theta'_{rr}), \qquad (5)$$

$$\theta^{i} = \begin{bmatrix} \theta_{B} \\ \theta_{K} \\ \theta_{i} \end{bmatrix}, \quad K_{1} = \begin{pmatrix} k_{B,c} & -k_{B,c} & 0 \\ -k_{c,B} & k_{c,B} + k_{c,CT} & -k_{c,CT} \\ 0 & -k_{cT,c} & k_{cT,c} \end{pmatrix}, \quad V_{1} = \begin{pmatrix} w_{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{cT} \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

$$A_{1} = \begin{pmatrix} -a_{B} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{c} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{cT} \end{pmatrix}, \quad B_{1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{cT} \end{pmatrix};$$

для области  $D_2$ :

$$L(\theta'') = \theta_{\tau}'' + K_2 \theta'' + V_2 \theta_x'' + A_2 \theta_{xx}'' + B_2 (\theta_r''/r + \theta_{rr}''),$$
(6)  

$$K_2 = \begin{pmatrix} k_{B,c} & -k_{B,c} & 0 \\ -k_{c,B} & k_{c,B} + k_{c,CK} & -k_{c,CK} \\ 0 & -k_{cK,c} & k_{CK,c} \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} w_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{cK} \end{pmatrix},$$
(6)  

$$A_2 = \begin{pmatrix} -a_B & 0 & 0 \\ 0 & -a_c & 0 \\ 0 & 0 & -a_{CK} \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{CK} \end{pmatrix};$$

для области  $D_3$ :

$$L(\theta'') = \theta_{\tau}''' + K_{3}\theta''' + V_{3}\theta_{x}''' + A_{3}\theta_{xx}'' + B_{3}(\theta_{r}''/r + \theta_{rr}''), \qquad (7)$$

$$K_{3} = \begin{pmatrix} k_{B,c} & -k_{B,c} & 0 \\ -k_{c,B} & k_{c,B} + k_{c,III} & -k_{c,III} \\ 0 & -k_{c,III} & k_{c,III} \end{pmatrix}, \quad V_{3} = \begin{pmatrix} w_{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{III} \end{pmatrix}, \quad A_{3} = \begin{pmatrix} -a_{B} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{c} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{III} \end{pmatrix}, \quad B_{3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{III} \end{pmatrix};$$

для области  $D_4$ :

$$L(\theta''') = \theta'_{\tau}''' + K_4 \theta'''' + V_4 \theta'''' + A_4 \theta''''_{xx} + B_4(\theta'''_r/r + \theta'''_{rr}),$$

$$K_{4} = \begin{pmatrix} k_{B,c} & -k_{B,c} & 0 \\ -k_{c,B} & k_{c,B} + k_{c,2} & -k_{c,2} \\ 0 & -k_{2,c} & k_{2,c} \end{pmatrix}, \qquad V_{4} = \begin{pmatrix} w_{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -w_{3} \end{pmatrix},$$

(8)

118/ AMTES 10 AGTAAASOFMA

$$A_{4} = \begin{pmatrix} -a_{B} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{c} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{3} \end{pmatrix}, \quad B_{4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{3} \end{pmatrix};$$

Система уравнений (6)-(8) дополнена начальными условиями:

$$\theta^{i}(x,r,0) = \varphi^{i}(x,r), \varphi^{i} = \left[\varphi_{B}\varphi_{c}\varphi_{j}\right]^{T}, i = 1, 2, 3, 4,$$

$$z(0,r) = z_{0}, z_{0} = \left[0, 0, Z(r)\right]^{T}; \quad \Delta(0,r) = \Delta_{0}, \quad \Delta_{0} = \left[0, 0, \Delta(r)\right]^{T},$$
(9)

условиями на подвижной границе фазового перехода «слиток твердый – слиток жидкий»

$$\rho_{\rm cr} q z_{\tau} = \lambda_{\rm cr} \left[ \theta_{\rm cr}(z-0,\tau) \right]_{x} - \lambda_{\rm cw} \left[ \theta_{\rm cw}(z+0,\tau) \right]_{x}, \tag{10}$$

на подвижной границе "шлак – электрод"

$$\rho_{\rm III} q \Delta_{\tau} = \lambda_{\rm III} \left[ \theta_{\rm III} (c + \Delta - 0, \tau) \right]_{x} - \lambda_{\rm III} \left[ \theta_{\rm III} (c + \Delta + 0, \tau) \right]_{x}, \tag{11}$$

условиями на границах областей D<sub>i</sub>:

$$0'(0,r,\tau) = \psi'(r,\tau), \quad \psi' = \begin{bmatrix} \psi_{B} & \psi_{C} & \psi_{CT} \end{bmatrix}^{T}, \quad \theta_{x}^{IV}(l,r,\tau) = 0,$$

$$\lambda_{cT} \begin{bmatrix} \theta_{cT}(0,r,\tau) \end{bmatrix}_{x} = \alpha_{cT,c} \begin{bmatrix} \theta_{cT}(0,r,\tau) - \theta_{c} \end{bmatrix},$$

$$\theta_{cT}(z-0,r,\tau) = \theta_{cK}(z+0,r,\tau) = T_{\Pi\Pi}, \quad \theta_{cK}(c,r,\tau) = T_{\Pi\Pi},$$

$$\theta_{r}^{"}(x,0,\tau) = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}^{T}, \quad \theta^{"} = \begin{bmatrix} \theta_{cT} & \theta_{cK} & \theta_{II} & \theta_{3} \end{bmatrix}^{T}; \quad \Lambda \begin{bmatrix} \theta'^{"'}(x,R,\tau) \end{bmatrix}_{r} = \alpha \begin{bmatrix} \theta'^{"'}(x,R,\tau) - \theta_{c} \end{bmatrix},$$
(12)

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{cT} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{cK} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{m} \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{cT,c} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{cK,c} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{m,c} \end{bmatrix},$$
(13)

$$\theta''(d,r,\tau) = T_{\rm m}, \ \theta_{\rm m}(c+\Delta-0,r,\tau) = \theta_{\rm p}(c-\Delta+0,r,\tau) = T_{\rm m}, \ Q_{\rm mm} = I^2 R_{\rm mm}$$

$$k_{2,4} = \frac{\sigma p_4}{\rho_4 c_4 S_{45}} \frac{(\theta_5 + 273)^4 - (\theta_c + 273)^4}{c}, \quad k_{ij} = \frac{\alpha_{ij} p_i}{\rho_i c_i S_i}.$$

В уравнениях (1)–(13) приняты обозначения: индексы в, с, ст, сж, ш, э соответствующих параметров относятся к воде, стенке, слитку твердой фазы, слитку жидкой фазы, шлаковой ванне, электроду; при  $i = 1, j = \text{ст}; i = 2, j = \text{сж}; i = 3, j = \text{ш}; i = 4, j = 9; ; \theta_{\text{в}}, \theta_{\text{с}}, \theta_{\text{ст}}, \theta_{\text{сж}}, \theta_{\text{ш}}, \theta_{3}$  – соответствующие температуры сред, °C;  $\rho_i, c_i, \lambda_i, a_i$  – соответственно плотность, кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость, Дж/(кг · град), коэффициенты теплопроводности, Вт/(м · град), температуропроводности *i*-й среды, м<sup>2</sup>/с;  $\alpha_{ij}, p_i, S_i$  – соответственно коэффициент теплоотдачи между *i*-й и *j*-й средами, Вт/(м<sup>2</sup> · град), периметр раздела, м; площадь поперечного сечения *i*-й среды, м<sup>2</sup>;  $w_i$  – скорость движения *i*-й среды, м/с;  $x, r, \tau, z, \Delta, c$  – соответственно текущие координаты по длине, м, радиусу аппарата, м, время, с, координата подвижной границы в слитке, м; координата подвижной границы в электроде и граница между электродом и жидкой ванной, м;  $T_{nn}, T_{nn}$  – соответственно температуры плавления металла и шлаковой ванны, °C; q – теплота кристаллизации, Дж/кг;  $\phi_i, \psi_i, \xi_i$  – известные распределения температур по соответствующим координата там; m – номер коаксиального слоя для слитка;  $\sigma$  – коэффициент лучеиспускания;  $D_{\kappa}$  – диаметр кристаллизатора;  $D_{\gamma}$  – диаметр электрода.

Численное решение с использованием разностных схем допускает сквозной расчет гладких решений и разрывов по одному алгоритму. Для достижения этой цели в уравнения введены старшие производные с малым параметром – искусственной «турбулентной теплопроводностью» в среде для воды. Такой прием, который моделирует реальный физический процесс, аналогичен введению «искусственной вязкости».

Решение дифференциальных уравнений в областях  $D_i$  заменяется их решением в точках разностной сетки D. В качестве сетки D рассмотрена совокупность точек пересечения прямых x = mh,  $r = u\Delta r$ ,  $\tau = n\Delta \tau$  в области  $D_i$ , где m = 0, 1, ..., F, u = 1, 2, ..., k, n = 0, 1, ..., h > 0,  $\Delta r > 0$ ,  $\Delta \tau > 0$ .

<u>AMTES M MOTAAA PETUA / 119</u> 3 (47), 2008

Используя разностные аналоги производных, аппроксимируем дифференциальные уравнения (1)–(8) явной разностной схемой вида

$$(\Delta\tau)^{-1} [\theta(mh, u\Delta r, (n+1)\Delta\tau) - \theta(mh, u\Delta r, n\Delta\tau)] = \pm w(2h)^{-1} [\theta((m+1)h, u\Delta r, n\Delta\tau) - \theta((m-1)h, u\Delta r, n\Delta\tau)] + ah^{-2} [\theta((m+1)h, u\Delta r, n\Delta\tau) - 2\theta(mh, u\Delta r, n\Delta\tau) + \theta((m-1)h, u\Delta r, n\Delta\tau)] + a(2u\Delta r^2)^{-1} [\theta(mh, (u+1)\Delta r, n\Delta\tau) - \theta(mh, (u-1)\Delta r, n\Delta\tau)] + a(\Delta r)^{-2} [\theta(mh, (u+1)\Delta r, n\Delta\tau) - 2\theta(mh, u\Delta r, n\Delta\tau) + \theta(mh, (u-1)\Delta r, n\Delta\tau)].$$

$$(14)$$

Дискретизация граничных и начальных условий (9)–(13) проведена аналогично. Систему (14) запишем в виде

$$\theta_{m,u}^{n+1} = \theta_{mu}^{n} + \Delta \tau \{\pm w_{u} (2h)^{-1} (\theta_{m+1,u}^{n} - \theta_{m-1,u}^{n}) + ah^{-2} (\theta_{m+1,u}^{n} - 2\theta_{m,u}^{n} + \theta_{m-1,u}^{n}) + k_{u,u-1} (\theta_{m,u-1}^{n} - \theta_{mu}^{n}) + k_{u,u+1} (\theta_{m,u+1}^{n} - \theta_{mu}^{n}) \}.$$
(15)

Решение системы (15) проведено путем расщепления ее на систему k уравнений:

$$\theta_{m,1}^{n+1} = \theta_{m,1}^{n} + \Delta \tau [\pm w_{1} (2h)^{-1} (\theta_{m+1,1}^{n} - \theta_{m-1,1}^{n}) + ah^{-2} (\theta_{m+1,1}^{n} - 2\theta_{m,1}^{n} + \theta_{m-1,1}^{n}) + k_{1,0} (\theta_{m,0}^{n} - \theta_{m,1}^{n}) + k_{1,2} (\theta_{m,2}^{n} - \theta_{m,1}^{n})],$$

$$\theta_{m,u}^{n+1} = \theta_{m,u}^{n} + \Delta \tau [\pm w_{u} (2h)^{-1} (\theta_{m+1,u}^{n} - \theta_{m-1,u}^{n}) + ah^{-2} (\theta_{m+1,u}^{n} - 2\theta_{m,u}^{n} + \theta_{m-1,u}^{n}) + k_{u,u-1} (\theta_{m,u-1}^{n} - \theta_{m,u}^{n}) + k_{u,u+1} (\theta_{m,u+1}^{n} - \theta_{m,u}^{n})],$$

$$\theta_{m,k}^{n+1} = \theta_{m,k}^{n} + \Delta \tau [\pm w_{u} (2h)^{-1} (\theta_{m+1,k}^{n} - \theta_{m-1,k}^{n}) + ah^{-2} (\theta_{m+1,k}^{n} - 2\theta_{m,k}^{n} + \theta_{m-1,k}^{n}) + k_{k,k-1} (\theta_{m,k-1}^{n} - \theta_{m,k}^{n}) + k_{k,k+1} (\theta_{m,k+1}^{n} - \theta_{m,k}^{n})],$$

$$(16)$$

где *u* = 1, 2, ..., *k*.

Выбор числа коаксиальных слоев проводили с учетом конструктивных особенностей аппарата. При u = 1  $\theta_{m,1}^n$  соответствует  $\theta_{\rm B}$  в уравнениях (2)–(5), при u = 2  $\theta_{m,2}^n - \theta_{\rm K}$ . При u = 3, 4, ..., 11, m = 0, 1, ..., f  $\theta_{mu}^n$  соответствует температурам коаксиальных слоев слитка, а при u = 4, 5, ..., 11, m = f + 1, ..., F – электрода.

Теплопередача между коаксиальными слоями в слитке и электроде характеризуется коэффициентами k<sub>ii</sub>. Параметры, определяющие теплопередачу на границе «вода – стенка», имеют вид

$$k_{1,0} = \frac{\alpha_1 P_1}{\rho_1 c_1 S_1};$$

для всех трех зон аппарата теплопередача на границе «стенка - слиток»

$$k_{1,2} = \frac{\alpha(mh) P_2}{\rho_2 \, c_2 \, S_2},$$

где α(mh) – коэффициент теплоотдачи, зависящий от координаты x, вследствие зазора между слитком и стенкой кристаллизатора. Теплопередача в электродной зоне на границе «стенка кристаллизатора – электрод» определяется законом Стефана – Больцмана

$$k_{1,4} = \frac{\sigma P_4}{\rho_4 c_4 S_4} \frac{(\theta_{m,4}^n + 273)^4 - (\theta_{m,2}^n + 273)^4}{\theta_{m,4}^n - \theta_{m,2}^n} \quad (m = f + 1, \dots, F, \quad n = 1, 2, \dots).$$

Разработан алгоритм численного решения исходных уравнений (1)–(12) с использованием схемы расщепления, доказана устойчивость разностной схемы, при этом получено соотношение между пространственными шагами разностной сетки  $\Delta r$  и *h*:

$$\Delta r = \frac{h}{p}, \quad \Delta \tau \leq \frac{h^2}{2a(p^2+1)}, \quad \Delta \tau \leq \frac{h}{w(p^2+1)}.$$

120/ AMTEC M ACTAAASPETCA



300 250 200 150 100 50 0 1 2 3 4 5 6 Bpens, 9

*Н*, мм

450

400

350

Рис. 3. Зависимость глубины ванны H от времени наплавления и диаметра электрода:  $1, 5 - D_3 = 0,44$  м; 2, 4 - 0,40 м; 3 - 0,30 м; I-3 для полной глубины ванны; 4, 5 -для конической части,  $D_k = 0,52$  м

Рис. 4. Зависимость глубины ванны H от времени наплавления и тока: 1, 3 – I = 12 кА; 2, 4 – 11 кА; 5 – 10 кА; l, 2 – для полной глубины ванны; 3–5 – для конической части;  $D_{\kappa} = 0,52$  м,  $D_{\gamma} = 0,4$  м

Вычислительный эксперимент показал обоснованность полученных соотношений.

При использовании компьютерного моделирования разработана методика расчета рационального сочетания основных параметров ВДП. На рис. 3, 4 показано изменение глубины ванны со временем наплавления для трех значений силы тока и диаметра электродов при диаметре кристаллизатора 0,52 м. Глубина конической части ванны уменьшается со снижением силы тока, влияние диаметра электрода противоположно по знаку. Это создает предпосылки для улучшения качества слитка. Однако скорость кристаллизации (средняя) несколько уменьшается с увеличением диаметра электрода.

На рис. 4 приведено изменение глубины конической части жидкой ванны в зависимости от силы тока и диаметра электрода. Как показано ранее, с увеличением диаметра электрода глубина конической ванны уменьшается и поэтому увеличение ее с увеличением силы тока можно компенсировать увеличением диаметра электрода. На рис. 5 показано пунктирной линией, как увеличить силу тока и диаметр электрода, сохранив глубину конической части ванны, например 350 мм. Из рисунка видно, что диаметр электрода можно увеличить до  $D_3 = 400$  мм, силу тока до I = 12,8 кА.

В последующем выполнен анализ влияния скорости движения охлаждающей воды на теплофизику процесса переплава. Изменение скорости воды при постоянстве других параметров для некоторого существующего ВП в диапазоне 1,5–3,0 раз приводит к допустимым технологическим режимам. Однако изменение скорости воды в большем диапазоне практически сразу приводит к неустойчивым тепловым



Рис. 5. Зависимость глубины конической части ванны от силы тока и диаметра электрода:  $I - D_3 = 0,30$  м; 2 - 0,35; 3 - 0,40; 4 - 0,44 м

режимам, которые существенно влияют на процесс кристаллизации металла и могут даже привести к взрывоопасному состоянию переплавной установки. Поэтому как с теоретической, так и с практической точки зрения параметр скорости воды является одним из важнейших, определяющих устойчивость теплофизических процессов ВП. Выбор его значения следует осуществлять в совокупности с другими теплофизическими, геометрическими параметрами всего процесса в целом. Решение такой задачи возможно только с помощью компьютерного моделирования, проведенного в данной работе.

Численное моделирование динамики формирования геометрии жидкометаллической ванны в двумерном пространстве и времени впервые позволило подтвердить коле-

<u>AUTES IN AGTRAAUSPEUR</u> /12

бательный характер процесса теплообмена и кристаллизации в поверхностных слоях слитка, затухающего к центру слитка.

Для увеличения выхода годного, обусловленного обрезью головной части слитка, проведено моделирование режимов вывода усадочной раковины.

Экспериментальные исследования показывают, что снижение нормы обрези в головной части слитка диаметром 380 мм возможно со 120 до 50 мм в результате выбора рационального режима вывода усадочной раковины. Это позволяет увеличить на 9,2% выход годного металла.

Задача определения рациональных режимов вывода усадочной раковины становится еще более актуальной при ведении основного периода плавки на повышенной силе тока, так как при этом увеличивается глубина жидкой ванны и, следовательно, величина усадочных дефектов.

Поиск оптимальных режимов вывода усадочной раковины, безусловно, возможен только на основе адаптированной математической модели процесса. Дополнив математическую модель ВП дифференциальным уравнением движения фазовой границы  $Z_2(r, \tau)$  в направлении от верха слитка, а также соответствующими граничными условиями, получим математическую модель выведения усадочной раковины. В качестве начальных условий модели (дифференциальных уравнений) приняты условия окончания основного периода плавки.

В результате решения сформулированной задачи установлено, что наилучшим режимом изменения силы тока I при выведении усадочной раковины в течение 1 ч является следующее: резкое снижение силы тока с рабочих значений I = 11 кА до  $I_0 = 2,5$  кА, при котором отсутствует наплавление слитка; далее выдержка при силе тока  $I_0 = 2,5$  кА в течение 53 мин с последующим снижением силы тока до нуля. Осуществление такого управления позволяет вывести усадочную раковину до расстояния 50 мм от верха слитка в условиях, когда при обычном режиме это расстояние составляет 150 мм.

Теоретические исследования данной работы по выведению усадочной раковины и экспериментальные исследования, проведенные на металлургическом заводе, позволили снизить нормы головной технологической обрези слитков и увеличить выход годного на 5%.

## Выводы

1. На основе математического моделирования разработана методика расчета основных технологических параметров переплава: силы тока и диаметра расходуемого электрода. В результате расчетов на компьютере было установлено следующее: чтобы увеличить или по крайней мере не снизить производительность переплавного агрегата, необходимо вести плавку на повышенных значениях силы тока или плотности тока. Расчеты показали, что увеличение диаметра электрода на 0,1 м требует опережающего увеличения силы тока не менее чем на 1,2 кА. Разработана инженерная методика расчета оптимального сочетания трех параметров переплава: силы тока, диаметра электрода, глубины конической части жидкометаллической ванны. Использование методики показывает в конкретном случае повышение производительности процесса на 7% при обеспечении требуемого качества металла в центральной части слитка.

2. Выявлены дополнительные возможности увеличения выхода годного дорогостоящего металла путем сокращения потерь в виде обрези головной части слитка.

## Литература

1. Медовар Б. И., Шевцов В. Л., Маринский Г. С. и др. Тепловые процессы при электрошлаковом переплаве. Киев: Наукова думка, 1978.

2. Потапов В. И. Математические модели теплофизических процессов при вакуумном дуговом переплаве. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003.

3. Потапов В.И. Математические модели теплофизических процессов в объектах многослойной структуры. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004.

4. Теплофизические процессы при электрошлаковом переплаве / В.И. Потапов, Е.В. Торопов, А.Н. Суров, Р.А. Андрианова // Материалы Всерос. науч.-техн. конф. «Теплофизика технологических процессов». Рыбинск: Изд-во РГАТА, 2005. С. 91–93.

5. Демиденко Н. Д. Моделирование и оптимизация систем с распределенными параметрами / В.И. Потапов, Ю.И. Шокин. Новосибирск: Наука, 2006.