

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

к.ф.-м.н. Докукова Н.А., Кафтайкина Е.Н., студ. Конон Н.П.

УО «Белорусский государственный университет», Минск

Введение. Целью настоящей работы является определение закономерностей построения эмпирических амплитудно-частотных характеристик звеньев многоэлементной динамической системы по известным экспериментальным графикам, расшифровка взаимовлияния осциллирующих звеньев на общий динамический процесс, моделирование передаточных функций для решения многокритериальной задачи оптимизации физических параметров структурных элементов.

Динамика вынужденных колебаний сложного механизма на рисунке 1 состоит из множества движений простейших компонентов, входящих в общую систему. Теоретическое исследование агрегата, полученного в процессе конструирования, – затруднительно. Для этих целей используют методы диагностики экспериментального и лабораторного анализа. Определяют кинематические и динамические параметры путем измерения и записи информации с помощью оборудования неразрушающего контроля. Результатом этих мероприятий являются, как кинематические величины: перемещения, скорости и ускорения элементов, так и обобщенная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ). Последняя дает общее представление о наличии и величинах собственных частот, присутствующих в общей колебательной системе. Подобный анализ устанавливает факт неблагоприятных воздействий, диагностирует, но не позволяет в полной мере проанализировать, как на него повлиять. Эта задача так же сложна, как и исследование общей задачи динамики всей механической конструкции машины, поэтому разработка методик, алгоритмов и комплекса прикладных программ для диагностики и анализа устройств виброизоляции машиностроительных конструкций являются актуальными.

Постановка задачи. Для исследования АЧХ многоэлементных динамических систем с произвольным числом степеней свободы используем развитую авторами методику [1-2]. Рассмотрим систему с N -степенями свободы рисунок 1.

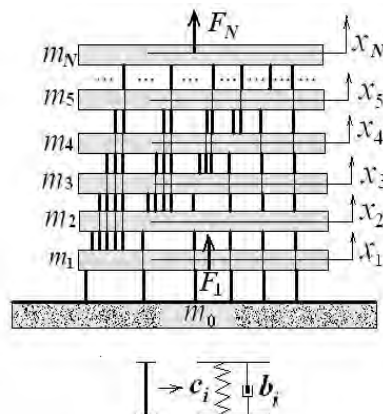


Рисунок 1 – Общая динамическая схема вынужденных колебаний механической системы с N -степенями свободы

Колебания механической системы с числом степеней свободы равным N представима в матричном – каноническом виде N - линейных дифференциальных уравнений второго порядка [1-2]:

$$\begin{pmatrix} L_1 & d_{12} & \dots & d_{1N} \\ d_{21} & L_2 & \dots & d_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{N1} & d_{N2} & \dots & L_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \dots \\ F_N(t) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь введены обозначения, аналогичные представленным в работах [1-2] $d_{ij} = -b_{ij}d_t - c_{ij}$, $L_i = d_{ii} + b_{ii}d_t + c_{ii} = d_{ii} - d_{ii}$ – дифференциальные операторы по параметру времени t ; c_{ij} – коэффициенты упругих элементов c_j , отнесенных к соответствующим массам m_i $\forall i, j = \overline{1, N}$, $c_{ii} = \frac{c_i}{m_i} = \omega_i^2$ $\forall i = \overline{1, N}$; $b_{ii} = \frac{b_i}{m_i}$ $\forall i = \overline{1, N}$, b_i – коэффициент вязкого сопротивления колебаниям тел; $\vec{X} = (x(t), x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$ – вектор искомых перемещений масс; $\vec{F} = (F_1(t), F_2(t), F_3(t), \dots, F_n(t))$ – вектор внешних гармонических сил.

Систему (1) с помощью определенных невырожденных линейных преобразований можно привести к системе независимых линейных обыкновенных дифференциальных уравнений порядка $2N$ несвязных между собой [1-2]:

$$x_i^{(2N)} + \Delta_{2N-1}x_i^{(2N-1)} + \dots + \Delta_1x_i^{(1)} + \Delta_0x_i = \tilde{F}_i(t), \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Коэффициенты Δ_i , $i = 1, \dots, N$ вычисляются по разработанным программам [3], правая часть (2) состоит из комбинации функций $F_i(t)$ и их производных. В левой части каждого нового дифференциального уравнения – линейный дифференциальный оператор вида: $P(D) = D^{2N} + \Delta_{2N-1}D^{2N-1} + \dots + \Delta_1D + \Delta_0$, который вместе с правыми частями $F_i(t)$ уравнений (2) находятся из определителей матриц

$$P(D) = \begin{vmatrix} L_1 & d_{12} & \dots & d_{1N} \\ d_{21} & L_2 & \dots & d_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{N1} & d_{N2} & \dots & L_N \end{vmatrix}, \quad \tilde{F}_i(t) = \begin{vmatrix} L_1 & d_{12} & \dots & d_{i-1} & F_1(t) & d_{i+1} & \dots & d_{1N} \\ d_{21} & L_2 & \dots & d_{2i-1} & F_2(t) & d_{2i+1} & \dots & d_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{N1} & d_{N2} & \dots & d_{Ni-1} & F_N(t) & d_{Ni+1} & \dots & L_N \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Для неизвестных переменных x_j получаются неоднородные линейные дифференциальные уравнения порядка $2N$, независящие от других искомых переменных x_i ($i \neq j$),

$$P(D(x_j)) = \tilde{F}_j(t) \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Поскольку частотные характеристики описывают реакцию динамического звена на изменение входной величины по закону гармонических незатухающих колебаний, то в качестве таковой выберем $F_1(t) = F_0 \sin(\omega t)$, все остальные $F_i(t) = 0$, $\forall i = \overline{2, N}$. Будем изучать, например, влияние вибраций двигателя на АЧХ многомассовой системы. Выходная величина динамических звеньев определятся по закону синуса, с той же частотой, но с другой амплитудой и фазой.

Применим интегральное преобразование Лапласа к системе уравнений (4) учитывая, для простоты, что в начальный момент времени вся исследуемая механическая система находилась в состоянии покоя: $\vec{X}(0) = 0$, $\dot{\vec{X}}(0) = 0$,

$(x_i(t)=0, \dot{x}_i(t)=0, \forall i=\overline{1,N})$. Тогда операторы dij, Li перейдут к новым $d_{ij} \rightarrow Q_{ij}, L_i \rightarrow R_i$, где $Q_{ij} = -b_{ij}p - c_{ij}, R_i = p^2 + b_{ii}p + c_{ii} = p^2 - Q_{ii}$, вектор искомым перемещений будет заменен $X(t) \rightarrow X(p)$, входная функция $F_1(t)$ преобразуется к $\Phi(p, \omega)$. Задача об определении АЧХ всех звеньев сложной механической системы сведена к задаче об определении модуля вектора решений $\bar{X}(p) = (X_1(p), X_2(p), X_3(p), \dots, X_N(p))$ системы алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} R_1 & Q_{12} & \dots & Q_{1N} \\ Q_{21} & R_2 & \dots & Q_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{N1} & Q_{N2} & \dots & R_N \end{pmatrix} X_i(p) = \begin{pmatrix} R_1 & Q_{12} & \dots & \Phi(p, \omega) & \dots & Q_{1N} \\ Q_{21} & R_2 & \dots & 0 & \dots & Q_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{N1} & Q_{N2} & \dots & 0 & \dots & R_N \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Определитель матрицы, являющийся множителем решения $X_i(p)$, – полиномом порядка $2N$

$$S_{2N}(p) = p^{2N} + a_{2N-1}p^{2N-1} + a_{2N-2}p^{2N-2} + \dots + a_1p + a_0 = \Delta. \quad (6)$$

Найдем алгебраические дополнения $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_N$ для элементов вектора-образа перемещений $X_i(p)$ ($i = \overline{1, N}$) в операторном виде

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} R_2 & Q_{23} & \dots & Q_{2N} \\ Q_{32} & R_3 & \dots & Q_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{N2} & Q_{N3} & \dots & R_N \end{pmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{pmatrix} Q_{21} & Q_{23} & \dots & Q_{2N} \\ Q_{31} & R_3 & \dots & Q_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{N1} & Q_{N3} & \dots & R_N \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \Delta_N = \begin{pmatrix} Q_{21} & R_2 & \dots & Q_{2(N-1)} \\ Q_{31} & Q_{32} & \dots & Q_{3(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{(N-1)1} & Q_{(N-1)2} & \dots & R_{(N-1)} \\ Q_{N1} & Q_{N2} & \dots & Q_{N(N-1)} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Искомые решения системы алгебраических уравнений (5) по методу Крамера являются следующие соотношения для передаточных функций каждого из динамических звеньев: $X_1(p) = \Phi \frac{\Delta_1}{\Delta}, X_2(p) = -\Phi \frac{\Delta_2}{\Delta}, X_3(p) = -\Phi \frac{\Delta_3}{\Delta}, \dots, X_N(p) = -\Phi \frac{\Delta_N}{\Delta}$. Заменим параметр p на $i\omega$ в равенствах (6), (7) Выделим из них полиномы с четными и нечетными степенями параметра ω

$$S_{2N}(\omega) = (-1)^N a_{2N} S_{2N}^{\text{Re}}(\omega) + (-1)^{N-1} i\omega a_{2N-1} S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega), \quad a_{2N} \equiv 1, \quad (8)$$

$$S_{2N}^{\text{Re}}(\omega) = \omega^{2N} - \frac{a_{2(N-1)}}{a_{2N}} \omega^{2(N-1)} + \frac{a_{2(N-2)}}{a_{2N}} \omega^{2(N-2)} + \dots + (-1)^{N-1} \frac{a_2}{a_{2N}} \omega^2 + (-1)^N \frac{a_0}{a_{2N}}, \quad (9)$$

$$S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega) = \omega^{2(N-1)} - \frac{a_{2N-3}}{a_{2N-1}} \omega^{2(N-2)} + \frac{a_{2(N-5)}}{a_{2N-1}} \omega^{2(N-3)} + \dots + (-1)^{N-2} \frac{a_3}{a_{2N-1}} \omega^2 + (-1)^{N-1} \frac{a_1}{a_{2N-1}}. \quad (10)$$

Здесь первые коэффициенты $a_{2N} = 1, a_{2N-1} = b_{11}$ для полинома (6). Положим, что полиномы $S_{2N}^{\text{Re}}(\omega), S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega)$ допускают определение корней в области действительных и комплексных чисел. Тогда могут появляться множители вида

$$S_{2N}^{\text{Re}}(\omega) = (\omega^2 + \alpha_i^2) \cdot \dots \cdot (\omega^2 - \beta_j^2) \cdot \dots \cdot (\omega^4 + 2a_k \omega^2 + a_k^2 + b_k^2), \quad (11)$$

$$S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega) = (\omega^2 + \chi_m^2) \cdot \dots \cdot (\omega^2 - \gamma_l^2) \cdot \dots \cdot (\omega^4 + 2c_r \omega^2 + c_r^2 + q_r^2), \quad (12)$$

где все $\alpha_i, \beta_j, a_k, b_k, \chi_m, \gamma_l, c_r, q_r$ – действительные числа, причем $\max_i(i) + \max_j(j) + 2 \max_k(k) = N$ и $\max_m(m) + \max_l(l) + 2 \max_r(r) = N - 1$.

По виду алгебраических дополнений (7) можно судить о максимальных степенях полиномов относительно переменных p или ω . Максимальную степень будет иметь алгебраическое дополнение Δ_1 у перемещения $X_1(p)$ элемента, к которому прикладывается физическая нагрузка или у первого ведомого звена конструкции. Поэтому полином первого алгебраического дополнения имеет степень $2(N-1)$. Аналогично предыдущему обозначим его $G_{2(N-1)}(\omega)$

$$G_{2(N-1)}(\omega) = (-1)^{N-1} g_{2(N-1)} G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega) + (-1)^{N-2} i \omega g_{2N-3} G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega), \quad g_{2(N-1)} \equiv 1, \quad (13)$$

$$G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega) = \omega^{2(N-1)} - \frac{g_{2(N-1)}}{g_{2(N-1)}} \omega^{2(N-2)} + \frac{g_{2(N-2)}}{g_{2(N-1)}} \omega^{2(N-3)} + \dots + (-1)^{N-2} \frac{g_2}{g_{2(N-1)}} \omega^2 + (-1)^{N-1} \frac{g_0}{g_{2(N-1)}}, \quad (14)$$

$$G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega) = \omega^{2(N-2)} - \frac{g_{2N-5}}{g_{2N-3}} \omega^{2(N-3)} + \frac{g_{2N-7}}{g_{2N-3}} \omega^{2(N-4)} + \dots + (-1)^{N-3} \frac{g_3}{g_{2N-3}} \omega^2 + (-1)^{N-2} \frac{g_1}{g_{2N-3}}. \quad (15)$$

Первые коэффициенты $g_{2(N-2)} = 1$, $g_{2N-3} = b_{22}$ для алгебраического дополнения Δ_1 . Аналогично представим полиномы $G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega)$, $G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega)$ в виде ряда сомножителей:

$$G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega) = (\omega^2 + \eta_i^2) \dots (\omega^2 - \mu_j^2) \dots (\omega^4 + 2u_k \omega^2 + u_k^2 + s_k^2), \quad (16)$$

$$G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega) = (\omega^2 + \kappa_m^2) \dots (\omega^2 - \phi_l^2) \dots (\omega^4 + 2h_r \omega^2 + h_r^2 + z_r^2), \quad (17)$$

где все η_i , μ_j , u_k , s_k , κ_m , ϕ_l , h_r , z_r – действительные числа, причем $\max_i(i) + \max_j(j) + 2 \max_k(k) = N-1$ и $\max_m(m) + \max_l(l) + 2 \max_r(r) = N-2$.

Алгебраические дополнения Δ_i , $i = \overline{2, N}$, для перемещений $X_i(p) \forall i > 2$ обладают рядом общих сходств, приводятся к полиномам $W_{i[2N-3]}(\omega)$ одинаковой степени $2N-3$:

$$W_{i[2N-3]}(\omega) = (-1)^{N-2} (w_{i[2(N-2)]} W_{i[2(N-2)]}^{\text{Re}}(\omega) + i \omega w_{i[2N-3]} W_{i[2(N-2)]}^{\text{Im}}(\omega)), \quad w_{i[2(N-3)]} \equiv b_{i1}, \quad \forall i = \overline{2, N}, \quad (18)$$

$$W_{i[2(N-2)]}^{\text{Re}}(\omega) = \omega^{2(N-2)} - \frac{w_{i[2(N-3)]}}{w_{i[2(N-2)]}} \omega^{2(N-3)} + \frac{w_{i[2(N-4)]}}{w_{i[2(N-2)]}} \omega^{2(N-4)} + \dots + (-1)^{N-3} \frac{w_{i[2]}}{w_{i[2(N-2)]}} \omega^2 + (-1)^{N-2} \frac{w_{i[0]}}{w_{i[2(N-2)]}}, \quad (19)$$

$$W_{i[2(N-2)]}^{\text{Im}}(\omega) = \omega^{2(N-2)} - \frac{w_{i[2N-5]}}{w_{i[2N-3]}} \omega^{2(N-3)} + \frac{w_{i[2N-7]}}{w_{i[2N-3]}} \omega^{2(N-4)} + \dots + (-1)^{N-3} \frac{w_{i[3]}}{w_{i[2N-3]}} \omega^2 + (-1)^{N-2} \frac{w_{i[1]}}{w_{i[2N-3]}}. \quad (20)$$

Первыми коэффициентами являются $w_{i[2(N-2)]} = c_{21}$, $w_{i[2N-3]} = b_{21}$, и $W_{2(N-2)}^{\text{Re}}(\omega)$, $W_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega)$ представимы:

$$W_{2(N-2)}^{\text{Re}}(\omega) = (\omega^2 + \theta_i^2) \dots (\omega^2 - \sigma_j^2) \dots (\omega^4 + 2v_k \omega^2 + v_k^2 + \tau_k^2), \quad (21)$$

$$W_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega) = (\omega^2 + \rho_m^2) \dots (\omega^2 - \psi_l^2) \dots (\omega^4 + 2e_r \omega^2 + e_r^2 + v_r^2), \quad (22)$$

где все θ_i , σ_j , v_k , τ_k , ρ_m , ψ_l , e_r , v_r – действительные числа, причем $\max_i(i) + \max_j(j) + 2 \max_k(k) = N-2$ и $\max_m(m) + \max_l(l) + 2 \max_r(r) = N-2$.

Учитывая зависимости передаточных функций каждого из динамических звеньев, и выбрав в качестве $\Phi = 1 \text{ м/с}^2$, получим: $\check{X}_1(p) = \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)}$, $\check{X}_2(p) = -\frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)}$, $\check{X}_3(p) = -\frac{\Delta_3(p)}{\Delta(p)}$, \dots ,

$$\check{X}_N(p) = -\frac{\Delta_N(p)}{\Delta(p)}.$$

Амплитудно-частотные характеристики $A_i(\omega) = |\check{X}_i(i\omega)|$, ($\forall i = \overline{1, N}$) каждого из входящих в механическую систему элементов

$$A_1(\omega) = |\check{X}_1(i\omega)| = \left| \frac{\Delta_1(i\omega)}{\Delta(i\omega)} \right| = \left| \frac{G_{2(N-1)}(\omega)}{S_{2N}(\omega)} \right| = \left| \frac{-g_{2(N-1)} G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega) + i\omega g_{2N-3} G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega)}{a_{2N} S_{2N}^{\text{Re}}(\omega) - i\omega a_{2N-1} S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega)} \right|, \quad (23)$$

$$A_i(\omega) = |\check{X}_i(i\omega)| = \left| \frac{\Delta_i(i\omega)}{\Delta(i\omega)} \right| = \left| \frac{W_{i[2N-3]}(\omega)}{S_{2N}(\omega)} \right| = \left| \frac{w_{i[2(N-2)]} W_{i[2(N-2)]}^{\text{Re}}(\omega) + i\omega w_{i[2N-3]} W_{i[2(N-2)]}^{\text{Im}}(\omega)}{a_{2N} S_{2N}^{\text{Re}}(\omega) - i\omega a_{2N-1} S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega)} \right|, \forall i = \overline{2, N}. \quad (24)$$

Подставим значения коэффициентов $a_{2N} = 1$, $g_{2(N-1)} = 1$, $w_{i[2N-3]} = b_{21}$ в формулы (23) и (24)

$$|A_1(\omega)| = \sqrt{\frac{[G_{2(N-1)}^{\text{Re}}(\omega)]^2 + g_{2N-3}^2 \omega^2 [G_{2(N-2)}^{\text{Im}}(\omega)]^2}{[S_{2N}^{\text{Re}}(\omega)]^2 + a_{2N-1}^2 \omega^2 [S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega)]^2}}, |A_i(\omega)| = \sqrt{\frac{w_{i[2(N-2)]}^2 [W_{i[2(N-2)]}^{\text{Re}}(\omega)]^2 + b_{21}^2 \omega^2 [W_{i[2(N-2)]}^{\text{Im}}(\omega)]^2}{[S_{2N}^{\text{Re}}(\omega)]^2 + a_{2N-1}^2 \omega^2 [S_{2(N-1)}^{\text{Im}}(\omega)]^2}}, \quad \forall i = \overline{2, N} \quad (25)$$

Математические зависимости (25) являются амплитудно-частотными характеристиками в общем виде для динамического процесса, происходящего в многоэлементной механической конструкции.

Использование общих закономерностей аналитических АЧХ для исследования экспериментальных. Прокомментируем данные, полученные путем записи спектрограммы ускорений кабины трактора «Беларус – 925 М» на рисунке 2.



Рисунок 2 – Амплитудно-частотные характеристики ускорений остова под кабиной с пружинной подвеской

Методика для расчета общей зависимости АЧХ (25) состоит в следующем:

- 1) На графике рисунка 2 находятся резонирующие частоты, на которых кривая имеет выпуклости и частоты, обеспечивающие стремление АЧХ к нулю – впадины.
- 2) Полученные две числовые последовательности частот упорядочиваются по возрастанию. Формируется таблица 1, в которой каждая из последовательностей разбивается на две подпоследовательности путем чередования записи значений.
- 3) Используем формулу (25) для канонического представления общей аналитической зависимости амплитудно-частотной характеристики ускорений на остова с пружинной подвеской, в которой частота ω будет задаваться в Гц. Например,

$$|A_1^*(\omega)| = \frac{1}{4(2\pi)^2} \sqrt{\frac{[A]_{2(N-1)}^2 + (b_{22}/2\pi)^2 \omega^2 [B]_{2(N-2)}^2}{[C]_{2N}^2 + (b_{11}/2\pi)^2 \omega^2 [G]_{2(N-1)}^2}}, \quad (26)$$

здесь

$$A = (0.2^2 + \omega^2)(0.5^2 + \omega^2)(0.8^2 - \omega^2)(1.1^2 + \omega^2)(1.4^2 - \omega^2)(1.7^2 + \omega^2)(2.0^2 + \omega^2)(2.3^2 - \omega^2)(2.6^2 + \omega^2)(2.9^2 - \omega^2)(3.2^2 + \omega^2),$$

$$B = \omega(0.35^2 + \omega^2)(0.65^2 + \omega^2)(0.95^2 - \omega^2)(1.25^2 + \omega^2)(1.55^2 + \omega^2)(1.8^2 - \omega^2)(2.15^2 + \omega^2)(2.45^2 - \omega^2)(2.75^2 + \omega^2)(3.05^2 + \omega^2),$$

$$C = (0.15^2 - \omega^2)(0.45^2 + \omega^2)(0.75^2 - \omega^2)(1.05^2 - \omega^2)(1.35^2 - \omega^2)(1.65^2 - \omega^2)(1.9^2 - \omega^2)(2.25^2 - \omega^2)(2.55^2 - \omega^2)(2.85^2 + \omega^2) \cdot$$

$$\cdot (3.15^2 - \omega^2)(3.45^2 + \omega^2),$$

$$G = \omega(0.3^2 - \omega^2)(0.6^2 - \omega^2)(0.9^2 - \omega^2)(1.2^2 + \omega^2)(1.5^2 - \omega^2)(1.8^2 + \omega^2)(2.1^2 - \omega^2)(2.4^2 - \omega^2)(2.7^2 + \omega^2)(3.0^2 - \omega^2)(3.3^2 + \omega^2).$$

Таблица 1. – Числовые подпоследовательности частот для 12-элементной динамической модели, упорядоченные по возрастанию

Число звеньев в динамической модели, N	Частоты ограниченного резонанса на АЧХ, Гц		Ограниченные нулевые частоты на АЧХ, Гц	
	C	G	A	B
N=12				
1	0,15	0,3	0,2	0,35
2	0,45	0,6	0,5	0,65
3	0,75	0,9	0,8	0,95
4	1,05	1,2	1,1	1,25
5	1,35	1,5	1,4	1,55
6	1,65	1,8	1,7	1,85
7	1,95	2,1	2	2,15
8	2,25	2,4	2,3	2,45
9	2,55	2,7	2,6	2,75
10	2,85	3	2,9	3,05
11	3,15	3,3	3,2	
12	3,45			

Поскольку на «резонансной» частоте $\omega = 1,9$ Гц максимальная амплитуда, то в таблице 1 изменены значения – ноль и резонирующая частоты АЧХ сдвинуты влево, первая с 1,85 Гц до 1,8 Гц, вторая с 1,95 Гц до 1,9 Гц, в соответствии исследованными свойствами формулы (25). Приближенная зависимость на остоле с пружинной подвеской, полученная аналитически на основании теоретических результатов, представлена на рисунках 3 а и б. На рисунке 3 б дополнительно наложен высокочастотный шум с малой амплитудой $0.025(1 - \cos(20.2\pi\omega))$ от движения по грунтовой дороге со скоростью 8,5 км/ч.

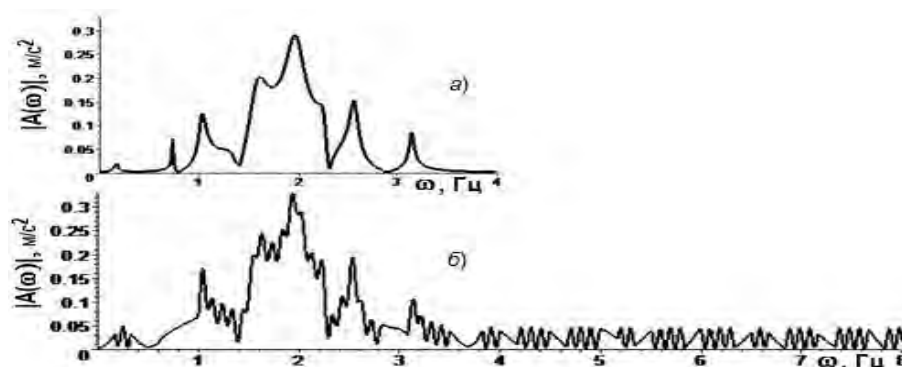


Рисунок 3 – Приближенные АЧХ ускорений на остоле под кабиной с пружинной подвеской, найденные по аналитическим формулам

Представленный расчет является условным, более детальное соответствие графиков на рисунках 2 и 3 следует разрабатывать нанесением координатной сетки на экспериментальные кривые и заполнением таблицы 1, содержащей значительно больший объем данных.

Выводы. В результате выполненной работы развита методика теоретического анализа диагностики технических устройств, улучшающих качество виброзащиты. По известному портрету амплитудно-частотных характеристик многоэлементных динамических систем разработана методика расшифровки взаимовлияния осциллирующих звеньев на общий динамический процесс. Разработан комплекс прикладных программ для диагностики устройств виброизоляции машиностроительных конструкций. Установлена закономерность влияния большого числа линейных осцилляторов и конфигураций их связей на вид амплитудно-частотной характеристики.

РЕЗЮМЕ

Получены аналитические зависимости общих амплитудно-частотных характеристик многоэлементной динамической системы с произвольным числом степеней свободы. По известным экспериментальным графикам амплитудно-частотных характеристик многоэлементных динамических систем представлена методика расшифровки взаимовлияния осциллирующих звеньев на общий динамический процесс. Установлена закономерность влияния большого числа линейных осцилляторов и конфигураций их связей на вид амплитудно-частотной характеристики. Развита методика теоретического анализа диагностики технических устройств, улучшающих качество виброзащиты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dokukova N.A. and P.N. Konon. General laws governing in mechanical vibratory systems// Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 2006, Volume 79, Number 4, Pages 824-831, Publisher Springer New York, ISSN: 1062-0125.
2. Dokukova N.A., P.N. Konon and E.N. Kaftaikina. Nonnatural vibrations of hydraulic shock-absorbers// Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 2008, Volume 81, Number 6, Pages 1191-1196, Publisher Springer New York, ISSN: 1062-0125.
3. Кафтайкина Е.Н., Докукова Н.А., Окрут Д.И. Программа расчета коэффициентов характеристического уравнения системы уравнений динамики механических объектов. Реестр зарегистрированных компьютерных программ в Национальном центре интеллектуальной собственности Республики Беларусь. – 16.04.2012.

SUMMARY

Analytical dependences of the general amplitude-frequency characteristics of multibody dynamic systems with an arbitrary number of degrees of freedom. According to the known experimental plots of amplitude-frequency characteristics of multibody dynamic systems presents a method of decoding the mutual oscillating units on the overall dynamic process. The regularities of the influence of a large number of configurations of linear oscillators and their connections to the kind of amplitude-frequency characteristics. The technique of theoretical analysis diagnostics of technical devices that improve the quality of the vibration protection.

E-mail: dokukova@mail.ru

Поступила в редакцию 03.11.2014