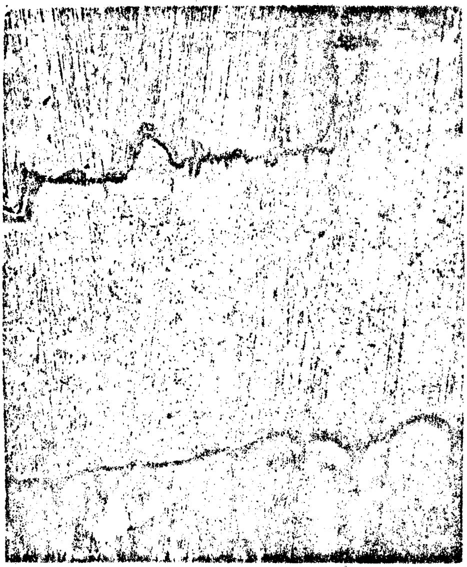

Рис. 2

Л и т е р а т у р а

1. К о р о л ь к о в А.М. Усадочные явления в сплавах и образование трещин при затвердевании. М., АН СССР, 1957.

Р.И. Е с ь м а н

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

В работе предлагается аналитическое решение дифференциального уравнения теплопроводности, описывающего процесс распространения тепла в стенке металлической формы (кокиля, пресс-формы для литья под давлением, кристаллизатора и т.п.) при несимметричных условиях охлаждения ее внешней поверхности.

В предположении, что температурное поле является одномерным, дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (0 \leqslant x \leqslant l). \qquad (1)$$

Граничные условия запишутся:

$$\lambda \, \partial T / \, x = -q(x,t); \qquad (2)$$

при $x = l$ $\qquad \lambda \, \partial T / \, x = -\alpha(T - T_c)$, $\qquad$ (3)

где α – коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности кокиля, определяемый из соответствующих уравнений подобия.

Принимаются начальные условия: при $t = 0$ $T = T_o$. (4)

Уравнение (1) в безразмерном виде можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial v(x, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 v(x, Fo)}{\partial x^2}, \tag{5}$$

где $Fo = at/l^2$; $v = T - T_o/T_o$; $\bar{x} = x/l$ соответственно безразмерные величины времени (число Фурье), температуры и координаты.

Безразмерные граничные условия имеют вид:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{ql}{\lambda T_o}; \quad \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} = -Bi(v - v_c). \tag{6}$$

Решение дифференциального уравнения (5) нахдим как произведение двух функций

$$v(x, Fo) = X(x) \cdot \Theta(Fo). \tag{7}$$

Подставляя функцию $v(x, Fo)$ в уравнение (5), получим

$$-\frac{1}{\Theta} \cdot \frac{d\Theta}{dFo} + \frac{1}{X} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = 0. \tag{8}$$

Запишем уравнение, определяющее функцию координаты $X(x)$:

$$\frac{d^2 X}{d\bar{x}^2} + \mu X = 0. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) при однородных граничных условиях

$$\left.\frac{\partial X}{\partial \bar{x}}\right|_{\bar{x}=0} = 0; \qquad \left.\frac{\partial X}{\partial \bar{x}}\right|_{\bar{x}=1} = -BiX \tag{10}$$

имеет вид

$$X(\bar{x}) = A \sin\mu\bar{x} + B \cos\mu\bar{x}. \tag{11}$$

Подчиняя частное решение (11) граничным условиям (10), находим

$$\partial X/\partial \bar{x}\Big|_{\bar{x}=0} = A\mu\cos\mu\bar{x} - B\mu\sin\mu\bar{x} = 0$$

$$A = 0; \quad \mu\sin\mu l = Bi\cos\mu l .$$

После простейших преобразований получим характеристическое уравнение

$$\operatorname{ctg}\mu l = \frac{1}{Bi}\mu , \qquad (12)$$

где μ - корни характеристического уравнения, определяемые из табл. 6.1'/1/.

Для общего решения уравнения (5) с учетом несимметричности граничных условий применяем интегральное преобразование Грина /2/ :

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 v}{\partial \bar{x}^2}\cos\mu\bar{x}\,d\bar{x} = \cos\mu\bar{x}\,\frac{\partial v}{\partial \bar{x}}\Big|_0^1 + \mu\int_0^1 \frac{\partial v}{\partial x}\sin\mu\bar{x}\,d\bar{x} =$$

$$= \cos\mu\bar{x}\,\frac{\partial v}{\partial \bar{x}}\Big|_0^1 + \mu v\sin\mu\bar{x}\Big|_0^1 - \mu^2\int_0^1 v\cos\mu\bar{x}\,d\bar{x} =$$

$$= \left(\cos\mu\bar{x}\,\frac{\partial v}{\partial \bar{x}} + \mu v\sin\mu\bar{x}\right)\Big|_{\bar{x}=1} - \frac{\partial v}{\partial \bar{x}}\Big|_{x=0} - \mu^2\bar{v} =$$

$$= \mu\sin\mu l\, v_c + \frac{ql}{\lambda T_o} - \mu^2 v . \qquad (13)$$

$$\frac{d\bar{v}}{d\,Fo} = \mu\sin\mu l\, v_c + \frac{ql}{\lambda T_o} - \mu^2\bar{v} . \qquad (14)$$

Интегральная температура равна

$$\bar{v}_\mu = \left(\mu\sin\mu l\, v_c + \frac{ql}{\lambda T_o}\right)\left(1 - e^{-\mu^2 Fo}\right). \qquad (15)$$

Общее решение дифференциального уравнения (5) можно представить суммой бесконечного ряда

$$v(Fo, \bar{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} (\mu \sin \mu l v_c + \frac{ql}{\lambda T_o})(1 - e^{-\mu^2 Fo}) \cos \mu \bar{x}. \tag{16}$$

Уравнение (16) позволяет определить значение температуры в любой точке стенки металлической формы для любого момента времени.

Литература

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М., "Высшая школа", 1967. 2. Трантер К.Д. Интегральные преобразования в математической физике. М., Гостехиздат, 1956.

В.П. Северденко, А.С. Матусевич,
И.П. Прокопов, Г.Н. Волошин,
А.Д. Тищенко

К ПРОЦЕССУ НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ КОМПОЗИЦИЙ АЛЮМИНИЙ-БОР

В работе рассматривается влияние некоторых параметров непрерывного литья на качество и стабильность процесса получения композиций алюминий - волокна бора.

Получение композиционных отливок производилось на специальной установке, принципиальная схема которой приведена в работе /1/. В качестве материала матрицы использовался технически чистый алюминий, в качестве упрочняющих элементов - высокомодульные волокна бора диаметром 0,091 - 0,099 мм. Формирование композиции происходило в многослойном водоохлаждаемом кристаллизаторе, рабочая часть которого была выполнена из графита.

Одним из основных технологических параметров непрерывного литья является скорость вытяжки отливки, которая определяет производительность процесса. При формировании непрерывной композиции скорость вытяжки оказывает существенное влияние на качество изделия, так как она обусловливает время контакта упрочняющих волокон с расплавом матрицы, а также на стабильность процесса вследствие влияния на силу сцепления отливки и кристаллизатора.

Исследования, проведенные на цилиндрических композициях