

To create a "white" source, it is necessary to obtain a spectrum with uniform intensity. Considering all peculiarities of construction and addition of spectra, modelling of a white source was performed in the seen from the calculation, due to the addition of intensity spectra of different sources it is possible to obtain a spectrum with a "shelf", where the intensity is quasi-linear.

References

1. Kolchevskaya, I.N. Modelling of X-ray optical systems / I.N. Kolchevskaya, P.V. Petrov, N.N. Kolchevsky // Computer Technologies and Data Analysis (CTDA'2022): proceedings of the III International Scientific and Practical Conference, Minsk, 21–22 April. 2022. – BSU; V. Skakun (editor-in-chief) [and others]. – Minsk : BSU. – 2022. – С. 217–219.

УДК 535.3

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЫ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ НАГРЕВЕ

Бобученко Д.С.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Получено аналитическое решение уравнения теплопроводности для многослойной среды при периодическом нагреве.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, коэффициент теплопроводности, коэффициент температуропроводности, коэффициент теплопередачи, многослойная среда.

ANALYTICAL SOLUTION OF THE HEAT CONDUCTIVITY EQUATION FOR A MULTILAYER MEDIUM WITH PERIODIC HEATING

Babuchenka D.S.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. An analytical solution to the heat conduction equation for a multilayer medium with periodic heating is obtained.

Key words: heat equation, thermal conductivity coefficient, thermal diffusivity, heat transfer coefficient, multilayer environment.

Адрес для переписки: Бобученко Д.С., пр. Независимости, 65, г. Минск, 220113, Республика Беларусь
e-mail: dbobuchenko@gmail.com

Многослойные среды, состоящие из совокупности слоев различных материалов, имеют огромное практическое применение. К ним относятся различные оптические покрытия, защитные покрытия, тонкопленочные фотоэлектрические элементы, тонкопленочные аккумуляторы, слоистая среда, созданная с целью охлаждения и многие другие. Расчет и анализ температурных полей в таких структурах является актуальной задачей. А также существует большое число обратных задач [1; 3], когда по значениям температур, необходимо определить теплофизических свойства материалов и их толщины, и различные тепловые потоки. Для решения этих задач может быть использован метод периодического нагрева (методов регулярного режима третьего рода, метод температурных волн) и для обратных задач полезно иметь аналитические формулы описывающие температурные поля в многослойных структурах при периодическом нагреве. Метод температурных волн обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами, в частности для измерения этим методом необходимо малое количество материала из-за резкого затухания температурной волны.

В данной работе получено аналитическое решение уравнения теплопроводности для многослойной среды при периодическом нагреве.

Рассмотрим ограниченное пространство из многослойного материала. Распределение температуры Ω_i в i -том слое, определяется уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial \Omega_i}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 \leq x < l, \quad (1)$$

с начальным условием: $\Omega_i(t = 0, x) = \Omega_0$, на границе ($x = 0$) температура меняется по гармоническому закону: $\Omega_i(t, 0) = \Omega_0 + T_{\max} \sin(\omega t)$, где a_i – коэффициент температуропроводности i -того слоя, Ω_0 – начальная температура среды, Ω_{\max} – амплитуда колебаний температуры, $\omega = 2\pi/\tau_0$ – круговая частота, τ_0 – период колебаний. При идеальном тепловом контакте между слоями:

$\Omega_i(d_i) = \Omega_{i+1}(d_i)$ $\lambda_i \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} |_{x=d_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial \Omega_{i+1}}{\partial x} |_{x=d_i}$
и условиями 3-рода на границе среды:

$$-\lambda_n \frac{\partial \Omega_n}{\partial x} |_{x=l} = -\alpha(\Omega_s - \Omega_0),$$

где λ_i – коэффициенты теплопроводности материала i -го слоя, α – коэффициент теплопередачи на правой границе среды, l – длина образца, d_i – граница раздела между i и $i+1$ слоями. После замены переменной $T_i(x,t) = \Omega_i(x,t) - \Omega_0$ в уравнении (1) и начальных, граничных условиях, получим следующее уравнение с соответствующими условиями:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 \leq x < l, \quad (2)$$

$$T_i(t = 0, x) = 0, \quad (2.1)$$

$$T_1(t, 0) = T_{\max} \sin(\omega t) \quad (2.2)$$

$$T_i(d_i) = T_{i+1}(d_i), \quad \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \Big|_{x=d_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \Big|_{x=d_i} \quad (2.3)$$

$$-\lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial x} \Big|_{x=l} = -\alpha T_s \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2) можно представить в виде произведения двух функций: $(T(x, t) = \chi(x)\eta(t))$, тогда при подстановке в уравнение (2) получится система из двух дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \beta^2 \chi = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + \beta^2 a \eta = 0. \quad (3)$$

Введя мнимую величину: $i\omega = -\beta^2 a$, и $\varepsilon^2 = -\beta^2$ следует: $\varepsilon = \sqrt{\frac{i\omega}{a}} = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$.

Решениями уравнений (3) являются следующие функции [1]:

$$\chi(x) = B \sin h(\varepsilon x) + C \cosh(\varepsilon x),$$

$$\eta(t) = e^{i\omega t}.$$

B, C – постоянные. Тогда, перейдя к действительным величинам, решение уравнения (2) можно записать:

$$T_i(x, t) = A_i e^{-b_i x} \sin(\omega t - b_i x + \varphi_i), \quad (4)$$

$b_i = \sqrt{\frac{\omega}{2a_i}}$. A_i, φ_i – величины, определяемые из начальных, граничных условий, и условий на границах сред. Из начального условия ясно, что $A_1 = T_{\max}$ и $\varphi_1 = 0$. Использование условия идеальности теплового контакта (2.2) и общего решения (4) приводит к следующей системе уравнений:

$$A_i e^{-b_i d_i} \sin(\omega t - b_i d_i + \varphi_i) = A_{i+1} \times$$

$$\times e^{-b_{i+1} d_i} \sin(\omega t - b_{i+1} d_i + \varphi_{i+1}),$$

$$A_i \lambda_i b_i e^{-b_i d_i} \sin\left(\omega t - b_i d_i + \varphi_i + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= A_{i+1} \lambda_{i+1} b_{i+1} e^{-b_{i+1} d_i} \sin\left(\omega t - b_{i+1} d_i + \varphi_{i+1} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Если из второе уравнение разделить на первое получим:

$$\lambda_i b_i \frac{\sin(\omega t - b_i d_i + \varphi_i + \frac{\pi}{4})}{\sin(\omega t - b_i d_i + \varphi_i)} =$$

$$= \lambda_{i+1} b_{i+1} \frac{\sin(\omega t - b_{i+1} d_{i+1} + \varphi_{i+1} + \frac{\pi}{4})}{\sin(\omega t - b_{i+1} d_{i+1} + \varphi_{i+1})}.$$

Из этой системы уравнений и так как $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin(x) + \cos(x))$, получаются следующие рекурсивные выражения для вычисления коэффициентов φ_{i+1}, A_{i+1} на границах сред:

$$\varphi_{i+1} = -\omega t + b_{i+1} d_i + \arctg \left[\frac{1}{\frac{\lambda_i b_i}{\lambda_{i+1} b_{i+1}} \left\{ 1 + \frac{1}{\operatorname{tg}(\omega t - b_i d_i + \varphi_i)} \right\} - 1} \right],$$

$$A_{i+1} = A_i e^{-(b_i - b_{i+1}) d_i} \frac{\sin(\omega t - b_i d_i + \varphi_i)}{\sin(\omega t - b_{i+1} d_i + \varphi_{i+1})}.$$

На правой границе среды температура среды вблизи поверхности:

$$T_s = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} A_n \lambda_n b_n e^{-b_n l} \sin\left(\omega t - b_n l + \varphi_n + \frac{\pi}{4}\right).$$

На рисунках 1, 2 представлены распределение температуры от длины для различной моментов времени пятислойной среды со следующими параметрами: коэффициенты температуропроводности; $9 \cdot 10^{-5}; 7 \cdot 10^{-5}; 5 \cdot 10^{-5}; 9 \cdot 10^{-5}; 1,5 \cdot 10^{-4}$ ($\text{м}^2/\text{с}$), коэффициенты теплопроводности 150; 120; 80; 150; 200 ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$); границы раздела сред: 2,5; 5; 10; 15; 20 (мм) для различных моментов времени.

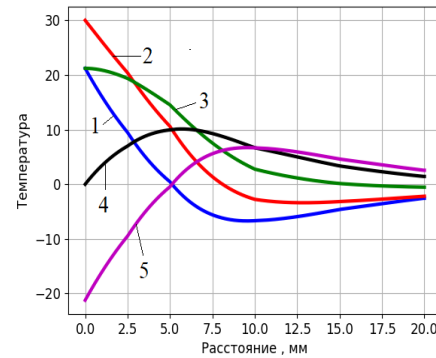


Рисунок 1 – Зависимость распределения температуры от длины при частоте 0.5 Гц для моментов времени $t = 0,25$ с (1); 0,5 с (2); 0,75 с (3); 1,0 с (4); 1,25 с (5)

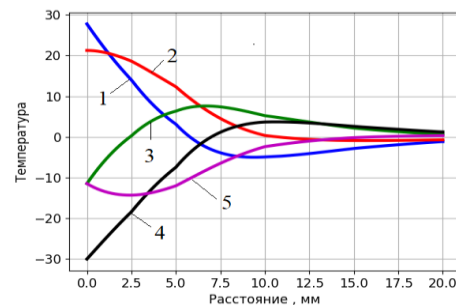


Рисунок 2 – Зависимость распределения температуры от длины при частоте 0.75 Гц для моментов времени $t = 0,25$ с (1); 0,5 с (2); 0,75 с (3); 1,0 с (4); 1,25 с (5)

Распределение температуры, как видно из рисунков существенно зависит от частоты, что может быть основой для определения теплофизических параметров многослойных материалов через решения обратной задачи [2; 3].

Литература

1. Шорин, С.Н. Теплопередача / С.Н. Шорин. – М. : Высшая школа, 1964. – 492 с.
2. Бэк, Дж. Некорректные обратные задачи теплопроводности / Дж. Бэк, Б. Блакуэлл, Ч. Сент-Клэр. – М. : Мир, 1989. – 312 с.
3. Восстановление граничных условий теплообмена неоднородных тел путем решения обратных задач теплопроводности / Н.В. Пилипенко [и др.]. – СПб. : Университет ИТМО, 2021. – 69 с.

УДК 537.874

ТРЕХСЛОЙНЫЕ СИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛАСТИЧНЫЕ И ВОЗДУХОПРОНИЦАЕМЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭКРАНЫ НА ОСНОВЕ ФОЛЬГИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Бойправ О.В., Богущ Н.В.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь*

Аннотация. В работе представлена методика изготовления трехслойных электромагнитных экранов на основе фольгированных материалов. Эти экраны являются симметричными относительно фронта распространения электромагнитного излучения, т. к. структура и состав их первого и третьего слоев являются идентичными друг другу. Эти экраны характеризуются эластичностью и воздухопроницаемостью за счет того, что соответствующими свойствами характеризуются материалы, на основе которых они изготовлены. Экспериментальным путем установлено, что значения коэффициента передачи электромагнитного излучения в диапазоне частот 0,7–17,0 ГГц экранов, изготовленных в соответствии с представленной методикой, изменяются в пределах от –10,0 до –35,0 дБ. Такие экраны целесообразно использовать для защиты радиоизмерительных приборов от воздействия СВЧ-помех.

Ключевые слова: алюминий, коэффициент отражения, коэффициент передачи, медь, фольгированный материал, электромагнитный экран.

THREE-LAYER SYMMETRICAL ELASTIC AND AIR-PERMEABLE ELECTROMAGNETIC SHIELDS BASED ON FOIL MATERIALS

Boiprav O., Bogush N.

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
Minsk, Republic of Belarus*

Abstract. The paper presents the method for manufacturing three-layer electromagnetic shields based on foil materials. These shields are symmetrical with respect to the electromagnetic radiation propagation front, since the structure and composition of their first and third layers are identical to each other. These shields are characterized by elasticity and air-permeable due to the fact that the materials on which they are made are characterized by the corresponding properties. It has been established experimentally that electromagnetic radiation transmission coefficient values in the frequency range 0,7–17,0 GHz of the shields manufactured in accordance with the presented method vary from –10,0 to –35,0 dB. It is advisable to use such shields to protect radio measuring equipment from the effects of microwave interference.

Key words: aluminum, reflection coefficient, transmission coefficient, copper, foil material, electromagnetic shield.

*Адрес для переписки: Бойправ О.В., ул. П. Бровки, 6, г. Минск, 220113, Республика Беларусь
e-mail: smi@bsuir.by*

В работе [1] представлена методика изготовления эластичных и воздухопроницаемых электромагнитных экранов, которая состоит в фиксации с одинаковым шагом на одной из поверхностей нетканого синтетического полотна прямоугольных фрагментов фольгированных материалов, характеризующихся одинаковым размером. Такие экраны являются несимметричными относительно фронта распространения электромагнитного излучения (ЭМИ), т. к. состав и структура их слоев не являются идентичными друг другу. Авторами была выдвинута гипотеза, в соот-

ветствии с которой можно увеличить значения коэффициента передачи ЭМИ электромагнитных экранов, изготовленных в соответствии с методикой, представленной в работе [1], путем придания таким экранам симметричной структуры относительно фронта распространения ЭМИ. В связи с этим цель исследования, результаты которого приведены в докладе, состояла в установлении закономерностей изменения значений коэффициентов отражения и передачи ЭМИ в СВЧ-диапазоне симметричных эластичных и воздухопроницаемых электромагнитных экранов, изготовленных в