УДК 539.3

Операторный метод решения первой основной задачи теории упругости в полиномах

Акимов В.А., Гончарова С.В.
Белорусский национальный технический университет

Запишем бигармоническую функцию напряжений в декартовой системе координат в операторно-символическом виде:

$$\varphi = \left[(A+By)\sin(y\partial x)+(C+Dy)\cos(y\partial x)\right]f(x) \qquad (1)$$

Здесь $\partial x = \partial / \partial x$, а произвольную от x функцию представим в виде полинома конечной степени N с произвольными вещественными или комплексными коэффициентами.

Так как бигармоническое уравнение имеет четвертый порядок, то полиномы степени ниже четвертой тождественно удовлетворяют бигармоническому уравнению

$$(\partial x^4 + 2\partial x^2 \partial y^2 + \partial y^4)\varphi = 0 \text{, где } \partial y = \partial / \partial y \qquad (2)$$

Так, например, для полинома четвертой степени, запишем:

$$\varphi_4 = \left[(A+By)(y\partial x - \frac{y^3 \partial x^3}{6}) + (C+Dy)(1-\frac{y^2\partial x^2}{2}+\frac{y^4 \partial x^4}{24})\right](a_3x^3+a_4x^4) \qquad (3)$$

Проделав указанные в (3) операции, запишем:

$$\varphi = (A+By)[y(3a_3x^2+4a_4x^3)-y^3(a_3+4a_4x)]+(C+Dy)[a_3x^3+a_4x^4-$$
$$-3y^2(a_3x+2a_4x^2)+a_4y^4]$$

Выписывая однородный полином четвертой степени, и обозначая $Ca_4 = a_4/12$, $4Aa_4 = b_4/3$, $Da_3 = c_4/3$, $Ba_3 = d_4/6$, окончательно получим:

$$\varphi = \frac{a_4}{12}(x^3y-xy^3)+\frac{b_4}{3}(x^3y-xy^3)+\frac{c_4}{3}(x^3y-3xy^3)+\frac{d_4}{6}(3x^2y^2-y^4) \qquad (4)$$

Выражение (4) можно преобразовать к виду, который имеется в [2], стр. 354, что еще раз доказывает правильность формулы (1) и основанной на ней методике.

Литература:

1. Акимов В.А. Операторный метод решения задач теории упругости. Минск:УП «Технопринт», 2003. – 101 с.

2. Учебник под ред. Варданяна Г.С. Сопротивление материалов с основами теории упругости. М., изд. АСВ, 1995. – 568 с.