

О влиянии граничных условий на решение задачи о равновесии нагруженного криволинейного стержня

Куриленко А.В.

Белорусский национальный технический университет

В более ранней работе автора, опубликованной международном научно-техническом сборнике «Теоретическая и прикладная механика» №27 (Минск, БНТУ, 2012), был произведен анализ влияния первоначальной кривизны кости на ее напряженно-деформированное состояние. В качестве модели этой задачи брался криволинейный шарнирно-опертый стержень, нагруженный сосредоточенной силой (вес человека) на подвижном шарнире. Сам стержень аппроксимировался дугой окружности малой кривизны с предельными значениями угла $\pm\gamma$ относительно оси симметрии. Исходная задача свелась к решению системы дифференциальных уравнений шестого порядка. При интегрировании этой системы было необходимо найти шесть произвольных постоянных их граничных условий на концах стержня. Они были записаны в виде:

$$u|_{\varphi=-\gamma} = v|_{\varphi=-\gamma} = 0, \quad (v'' + u')|_{\varphi=\pm\gamma} = 0,$$

$$(u' - v)|_{\varphi=\gamma} = -\frac{GR \cos \gamma}{EA}, \quad (u \sin \varphi - v \cos \varphi)|_{\varphi=\gamma} = 0$$

Здесь G – вес человека, R – радиус кривизны стержня, E – модуль продольной упругости, A – поперечное сечение, γ – упомянутый выше угол, v – перемещение стержня вдоль радиуса кривизны, по направлению к центру кривизны, u – перемещение по касательной в направлении положительного отсчета дуги (по ходу часовой стрелке). Произведенный расчет показал не полную удовлетворительность результатов из-за их неустойчивости. В этой связи вносится предложение изменить граничные условия, отдав приоритет на подвижном шарнире силе, а не моменту. Тогда они приобретут следующий, теперь уже симметричный вид:

$$u|_{\varphi=-\gamma} = v|_{\varphi=-\gamma} = 0, \quad (v'' + u')|_{\varphi=-\gamma} = 0,$$

$$(u' - v)|_{\varphi=\gamma} = -\frac{GR \cos \gamma}{EA}, \quad (v''' + u'')|_{\varphi=\gamma} = -\frac{GR^3 \sin \gamma}{EJ},$$

$$(u \sin \varphi - v \cos \varphi)|_{\varphi=\gamma} = 0,$$

где J – момент инерции стержня.