

Распространение волн в кубически анизотропных кристаллах

Акимов В.А.

Белорусский национальный технический университет

В общем случае существуют три плоские волны, распространяющиеся в одном направлении \mathbf{n} с разными скоростями и ортогональными поляризациями. Вводя тензор второго ранга $\Gamma_{ie} = C_{ijke}n_jn_k$, для кристаллов кубической системы будем иметь:

$$\begin{aligned}\Gamma_{11} &= C_{11}n_1^2 + C_{44}(n_2^2 + n_3^2) & \Gamma_{21} &= \Gamma_{12} = (C_{12} + C_{44})n_1n_2 \\ \Gamma_{31} &= \Gamma_{13} = (C_{12} + C_{44})n_1n_3 & \Gamma_{22} &= C_{11}n_2^2 + C_{44}(n_1^2 + n_3^2) \\ \Gamma_{32} &= \Gamma_{23} = (C_{12} + C_{44})n_2n_3 & \Gamma_{33} &= C_{11}n_3^2 + C_{44}(n_1^2 + n_2^2)\end{aligned}$$

Кроме того, если волна распространяется в плоскости грани куба, например (001), то $n_1 = \cos \varphi$, $n_2 = \sin \varphi$, $n_3 = 0$, следовательно, $\Gamma_{31} = \Gamma_{13} = 0$ и тензор Γ_{ie} имеет вид:

$$\Gamma_{ie} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix},$$

где $\Gamma_{ie} = C_{11} \cos^2 \varphi + C_{44} \sin^2 \varphi$, $\Gamma_{12} = (C_{12} + C_{44}) \cos \varphi \sin \varphi$,

$\Gamma_{22} = C_{11} \sin^2 \varphi + C_{44} \cos^2 \varphi$, $\Gamma_{33} = C_{44}$.

Для любого направления распространения в плоскости (001) всегда существует поперечная волна, поляризованная вдоль оси x_3 , скорость $v_3 = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$ которой не зависит от угла φ .

Первые две скорости зависят от угла φ и вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}2\rho v_1^2 &= C_{11} + C_{44} + \sqrt{(C_{11} - C_{44})^2 \cos^2 2\varphi + (C_{12} + C_{44})^2 \sin^2 2\varphi} \\ 2\rho v_2^2 &= C_{11} + C_{44} - \sqrt{(C_{11} - C_{44})^2 \cos^2 2\varphi + (C_{12} + C_{44})^2 \sin^2 2\varphi}.\end{aligned}$$

В общем случае поляризация этих волн не является ни чисто продольной, ни чисто поперечной. При $\varphi = 0$ или $\frac{\pi}{2}$ одна скорость $v_1 = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$ соответствует продольной волне, а другая $v_2 = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$ – поперечной волне.