

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПАДА КООРДИНИРОВАННОЙ ПАЧКИ АВТОМОБИЛЕЙ ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ПЕРЕГОНУ МАГИСТРАЛЬНОЙ УЛИЦЫ

*Докт. техн. наук, проф. КУХАРЕНКО Г. М., канд. техн. наук, доц. КАПСКИЙ Д. В.,  
асп. НАВОЙ Д. В., канд. техн. наук, доц. РОЖАНСКИЙ Д. В.*

*Белорусский национальный технический университет*

В моделировании дорожного движения сложились два основных подхода – детерминистический и вероятностный (стохастический). В основе детерминированных моделей лежит функциональная зависимость между отдельными показателями, например скоростью и дистанцией между автомобилями в потоке. В стохастических моделях транспортный поток рассматривается как вероятностный процесс.

Все модели транспортных потоков можно разбить на три класса [1, 2]: модели-аналоги, модели следования за лидером и вероятностные модели. В моделях-аналогах движение транспортного средства уподобляется какому-либо физическому потоку (гидро- и газодинамические модели). Этот класс моделей принято называть макроскопическим. В моделях следования за лидером существенно предположение о наличии связи между перемещением ведомого и головного автомобиля. По мере развития теории в моделях этой группы учитывалось время реакции водителей, исследовалось движение на многополосных дорогах, изучалась устойчивость движения. Этот класс моделей называют микроскопическими. В вероятностных моделях транспортный поток рассматривается как результат взаимодействия транспортных средств на элементах транспортной сети. В связи с жестким характером ограничений сети и массовым характером движения в транспортном потоке складываются отчетливые закономерности формирования очередей, интервалов, загрузок по полосам дороги и т. п. Эти закономерности носят существенно стохастический характер.

В последнее время в исследованиях транспортных потоков начали применять междисциплинарные математические идеи, методы и алгоритмы нелинейной динамики. Их целесообразность обоснована наличием в транспортном потоке устойчивых и неустойчивых режимов движения, потерь устойчивости при изменении условий движения, нелинейных обратных связей, необходимости в большом числе переменных для адекватного описания системы.

Характер пропуска автомобилей через перекресток приводит к образованию их групп. По мере удаления от пересечения группы распадаются из-за различия в скорости движения автомобилей. Учет этого фактора необходим для моделирования свойств транспортного потока на перегоне.

Рассмотрим следующую макроскопическую модель [3]. Задается длительность цикла, а время проезда  $\tau$  любого автомобиля между двумя соседними регулируемыми перекрестками (исключая задержку у перекрестка) принимается имеющим нормальное распределение с плотностью

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

где  $\mu$  и  $\sigma$  – среднее значение и дисперсия времени проезда автомобилем заданного участка дороги. Величины  $\mu$  и  $\sigma$  случайным образом зависят от длины участка дороги, ограничения скорости движения, длительности цикла и т. д.

Если  $\rho_d(t)$  – интенсивность отправок на входном пересечении, а  $\rho_a(t)$  – интенсивность

потока прибытий на выходном пересечении, то с учетом (1) получаем

$$\begin{aligned} \rho_a(t) &= \int_0^{\infty} \rho_d(t-\tau) f(\tau) d\tau = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^{\infty} \rho_d(t-\tau) e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

Кривую интенсивностей отправок  $\rho_d(t)$  разбиваем на интервалы времени  $\Delta t$ , получаем ступенчатую функцию (рис. 1).

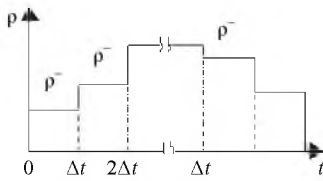


Рис. 1. Аппроксимация транспортного потока

Если  $\rho_i$  – величина  $\rho_d(t)$  за время  $i\Delta t \leq t < (i+1)\Delta t$ , то, сместив время на  $\mu$ , уравнение (2) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_a(t+\mu) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} \rho_i e^{-\frac{(z-t)^2}{2\sigma^2}} dz = \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \rho_i \left[ P\left(\frac{(i+1)\Delta t - t}{\sigma}\right) - P\left(\frac{i\Delta t - t}{\sigma}\right) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $P(t)$  – вероятность, определяемая следующим образом:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\left(\frac{z}{2}\right)^2} dz. \quad (4)$$

Сравнение рассмотренной выше модели дисперсии с результатами экспериментальных данных представлено на рис. 2 [3]. Сплошной линией изображены фактические графики интенсивности, полученные по результатам измерений в точке убытия с перекрестка и на 400 м ниже по ходу движения, а пунктиром – значения, полученные из уравнения (3) при  $\mu = 0,49$  и  $\sigma = 0,12$ .

В [4, 5] предполагается, что на вход перегона транспортный поток поступает с кусочно-постоянной функцией интенсивности  $J(t)$  (рис. 3).

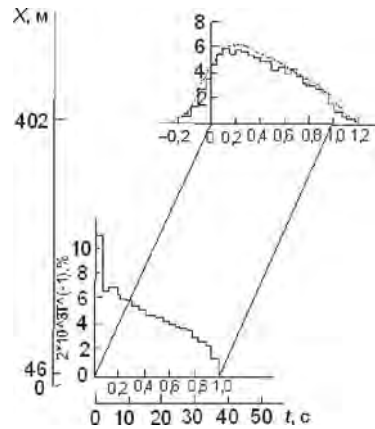


Рис. 2. Сравнение модели дисперсии и экспериментальных данных

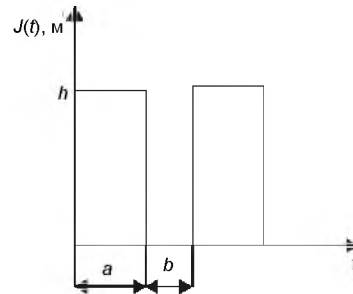


Рис. 3. Временная зависимость интенсивности транспортного потока

С использованием разложения в ряд Фурье интенсивность потока в конце перегона представим таким образом

$$\begin{aligned} J_1(t) &= A + \frac{(h-A)a}{a+b} + \frac{2(h-A)}{\pi} \times \\ &\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} \exp\left[\frac{-2j^2\pi\sigma}{(a+b)^2}\right] \sin\frac{j\pi a}{a+b} \cos\frac{j\pi(a+2\tau-2t)}{a+b}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь учтено, что в течение интервала времени  $(a, a+b)$  интенсивность потока ( $A$ ) отлична от нуля. Выражение (5) определяет оператор, описывающий преобразование потока на перегоне.

В [6] предлагается формула для определения движения единичного транспортного средства по перегону

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau^2\sigma\sqrt{2p}} e^{-\frac{\left(\frac{D}{\tau} - \frac{D}{\bar{\tau}}\right)^2}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

где  $D$  – расстояние от стоп-линии до точки наблюдения за транспортным потоком на пере-

гоне;  $\tau$  – время движения единичного транспортного средства на дистанции  $D$ ;  $\bar{\tau}$  – среднее время движения автомобилем на дистанции  $D$ ;  $\sigma$  – дисперсия времени проезда единичным автомобилем расстояния  $D$ .

Профиль транспортного потока за время движения от стоп-линии до точки наблюдения

$$\rho_2(t_2)dt_2 = \int_{t_1} \rho_1(t_1)f(t_2 - t_1)dt_1 dt_2,$$

где  $\rho_2(t_2)dt_2$  – количество транспортных средств, проходящих наблюдаемое сечение дороги в интервале  $(t, t + dt)$ ;  $\rho_1(t_1)dt_1$  – то же, проходящих стоп-линию в том же интервале;  $f(t_2 - t_1)$  – вероятность распределения времени движения по перегону.

Существующий метод предсказания «среднего» распада группы автомобилей при условии, что известна структура стартующего с предыдущего перекрестка потока, представляется следующим рекуррентным выражением [7]:

$$\rho_a(i+t) = (1-F)\rho_a(i+t-1) + F\rho(i), \quad (7)$$

где  $t$  – величина, кратная среднему времени движения по перегону;  $\rho_a(i)$  – прибывающий к перекрестку поток в  $i$ -м интервале;  $\rho(i)$  – интенсивность потока, покидающего предыдущий перекресток в интервале времени  $i$ ;  $F$  – сглаживающий фактор, который выбирается из условия минимума квадрата величин отклонений точек теоретической и экспериментальных кривых. Экспериментально установлено, что  $t = 1,8t_{\text{ср}}$ ,  $t_{\text{ср}}$  – среднее время движения по перегону;

$$F = \frac{1}{1+0,5t}. \quad (8)$$

Формула (6) успешно используется в модели TRANSYT, что значительно упрощает порядок расчетов управляющих воздействий на магистрали, однако не в полной мере учитывается нелинейность процессов прохождения транспортным потоком заданного участка дороги.

В [8–10] рассматривается нестационарный дискретный стохастический процесс

$$X(t) = P(t) + V(t), \quad (9)$$

где  $P(t)$  – случайное блуждание;

$$P(t) = P(t-1) + \varepsilon(t) = \sum_{i=0}^n \varepsilon(t-i) + P(t-m-1), \quad (10)$$

где  $\varepsilon(t)$ ,  $V(t)$  – белый шум, причем  $\varepsilon(t)$  и  $V(t)$  взаимно коррелированы ( $V(t)$  – постоянный шум,  $\varepsilon(t)$  – непостоянный) и их математические ожидания равны нулю. Предполагается также стохастичность процессов  $\varepsilon(t)$  и  $V(t)$ . Экстраполяция процесса для различных моментов  $(t+m)$  может быть связана рекуррентной формулой, в состав которой входят конечные числа значений  $X(t)$ , его экстраполяций  $F(t)$  и параметры  $\sigma_m, F, F_1$ :

$$\begin{aligned} \bar{X}(t+m-1) &= \bar{X}(t+m) + \\ &+ F[X(t+1) - X(t+m)] + \\ &+ \sigma_m + 1 - F - [X(t+1) - X(t)]. \end{aligned}$$

С учетом (8) и, ограничиваясь приемлемой двухшаговой экстраполяцией, запишем

$$\begin{aligned} I_1(t) &= (1-F)I_1(t-1) + \\ &+ (F_1 + F)I(t) - F_1I(t-1). \end{aligned} \quad (11)$$

Следует отметить, что формула (10) является более общей по сравнению с формулой Робертсона (7).  $F_1$  и  $F$  определяются методом наименьших квадратов из условия минимальности отклонения прогнозируемых и фактических гистограмм. Наиболее приемлемый вариант представления:  $F = 1(1 + \alpha tn/T)$  и  $F_1 = 1(1 + \beta tn/T)$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – постоянные;  $T$  – длительность цикла;  $t$  – время движения по перегону;  $T/n$  – шаг прогноза ( $n$  – целое число). Получены:  $\alpha = 0,4$ ;  $\beta = 2,0$ .

В [10] предложена модель поведения транспортного потока на перегоне. Поток можно характеризовать двумя величинами – временной длиной  $P$  группы автомобилей и средней интенсивностью потока  $J$ .

На выходе перекрестка поток характеризуется величиной  $P'$ , равной длительности эффективной зеленой фазы, и средней интенсивностью  $J'$  в течение этого же временного интервала. Если предположить, что в течение красной фазы на перегон прибывает поток со средней интенсивностью  $J$ , то в соответствии с предло-

женной моделью временную длину  $P$  группы автомобилей, убывающей от перекрестка в течение цикла регулирования  $T$ , можно представить в виде двух слагаемых:

$$P = P' + P'',$$

где величина  $P'$  уже определена выше, а  $P'' = J/J'$ .

Согласно [10, 11], а также экспериментальным исследованиям, проведенным ВНИИБД МВД СССР, величина  $P$  является функцией времени движения по перегону

$$P(t) = P(0)K(t). \quad (12)$$

В результате анализа зависимостей задержки транспортных средств на перекрестке от сдвига цикла регулирования, получающихся при использовании выражений (6) и (11), установлено

$$K(t) = \exp(0,008t). \quad (13)$$

Таким образом, группа автомобилей на выходе перегона характеризуется временной длиной  $P(t)$ , определяемой (11) и (12), и интенсивностью

$$J(t) = \frac{J(0)P(0)}{P(t)}, \quad (14)$$

где  $J(0) = J$ .

Участок стабильного движения транспортного потока по перегону характеризуется описанными выше моделями. Движение переднего и заднего фронтов размытой волны транспортного потока рассматривается как линейный процесс. Если нет для этого специальных условий, то координированная пачка имеет тенденцию к распаду (диффузии) (рис. 4).

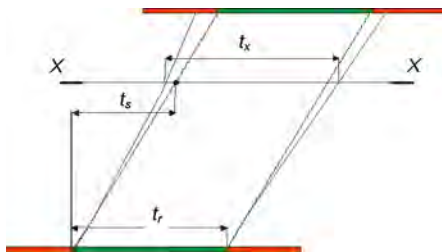


Рис. 4. Распад координированной пачки

Данное явление объясняется несколькими причинами, важнейшими из которых являются стремление водителей к лидерству, различия в габаритах и динамике транспортных средств,

а также в условиях движения за данным транспортным средством. В [4] предложена рекомендация по определению времени распада координированной пачки

$$t_x = t_r e^{0,008t_s}, \quad (15)$$

где  $t_x$  – суммарный временной интервал (временная длина), занимаемый пачкой в данный момент, с;  $t_r$  – то же, занимаемый пачкой в момент образования непосредственно за генерирующим светофорным объектом;  $t_s$  – время движения переднего фронта пачки от генерирующего светофорного объекта до искомого сечения, с.

В некоторых источниках [12–14] для моделирования процесса распада скоординированной пачки вдоль координируемой улицы предлагается пользоваться широко известной аналогией между распространением газа по трубопроводу. В Научно-исследовательском центре дорожного движения (БНТУ, НИЧ) были проведены соответствующие экспериментальные исследования параметров транспортного потока. Результаты экспериментальных замеров (без учета сглаживания) количества транспортных средств, проходящих в заданный момент времени через заданное сечение магистрали на пр. Пушкина, представлены на рис. 6 (в примере использованы замеры для третьей полосы движения).

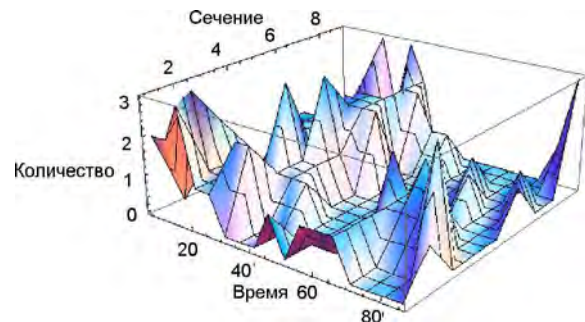


Рис. 5. Распад координируемой пачки при проезде магистрали (пр. Пушкина, третья полоса движения)

Видно, что данная модель недостаточно четко описывает физику процесса распада пачки из-за наличия специфических особенностей в поведении транспортного потока.

В течение светофорного цикла количество транспортных средств, проходящих через сечение дороги, изменяется, что связано с раз-

личными скоростями отдельных транспортных средств. Таким образом, объектом исследования являются функции, описывающие зависимость количества транспортных средств, проходящих через сечение перегона, от времени. Согласно модели TRANSYT [7] функция, описывающая модель приезда транспортных средств к стоп-линии, вычисляется по функции, описывающей отъезд транспортных средств от стоп-линии, определяющей начало рассматриваемого перегона.

Согласно модели TRANSYT светофорный цикл делится на последовательные интервалы времени  $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_{n-1}, t_n], t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , называемые шагами. Моменты  $t_1, t_2, \dots, t_n$  будем называть контрольными моментами времени, экспериментальные замеры осуществляются в эти моменты времени.

Введем следующие обозначения:  $T$  – продолжительность светофорного цикла;  $X$  – длина перегона;  $f_{in}(t), t \in [0, T]$  – функция, определяющая зависимость от времени количества транспортных средств, отправляющихся от стоп-линии, определяющей начало перегона;  $f_{out}(t), t \in [0, T]$  – то же, определяющей конец перегона;  $\Delta = t_{i+1} - t_i, i = 1, \dots, n - 1$  – длина шага. В данной модели будем полагать, что длины всех шагов равны.

В соответствии с [12] формулу Робертсона для расчета функции  $f_{out}(t)$  на основании  $f_{in}(t)$  запишем в следующем виде:

$$f_{out}(t_{i+1}) = Ff_{in}(t_i) + (1-F)f_{in}(t_{i+k-1}), \quad (16)$$

где  $F$  – определяемый на основе опытных данных сглаживающий фактор;  $k = 0,8$  – кратное время проезда рассматриваемого пути.

Для экспериментальных данных замеров интенсивности движения на улицах г. Минска формула (16) недостаточно точна. Поэтому мы предлагаем формулу, адаптированную к условиям движения транспорта по магистралям и разработанную по результатам экспериментальных замеров:

$$f_{out}(t + 3\Delta) = Ff_{in}(t - \Delta) + (1-F)f_{in}(t + \Delta), \quad (17)$$

где сглаживающий фактор  $F$  вычисляется по формуле

$$F = \frac{1}{1 + \frac{1}{3\Delta T} X}. \quad (18)$$

Для сравнения приведем графики функции  $f_{out}(t)$  (рис. 6 и 7), полученные в результате измерений и рассчитанные по формулам (16), (17).

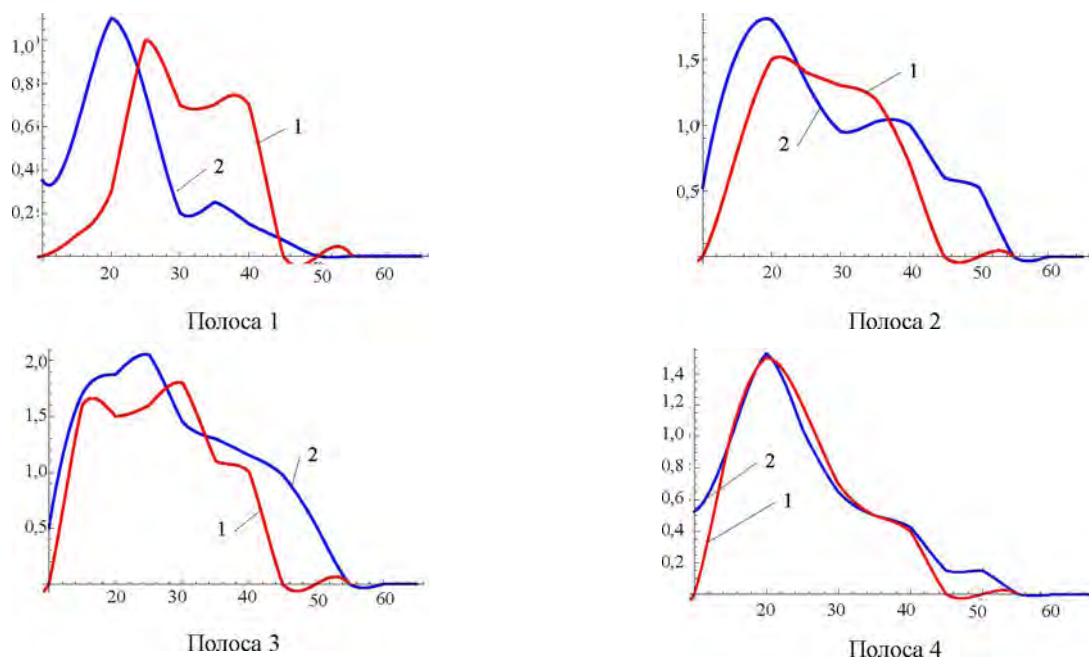


Рис. 6. Модель движения на перегоне пр. Пушкина (от ул. Матусевича до ул. Притыцкого): 1 – измеренный; 2 – расчетный графики

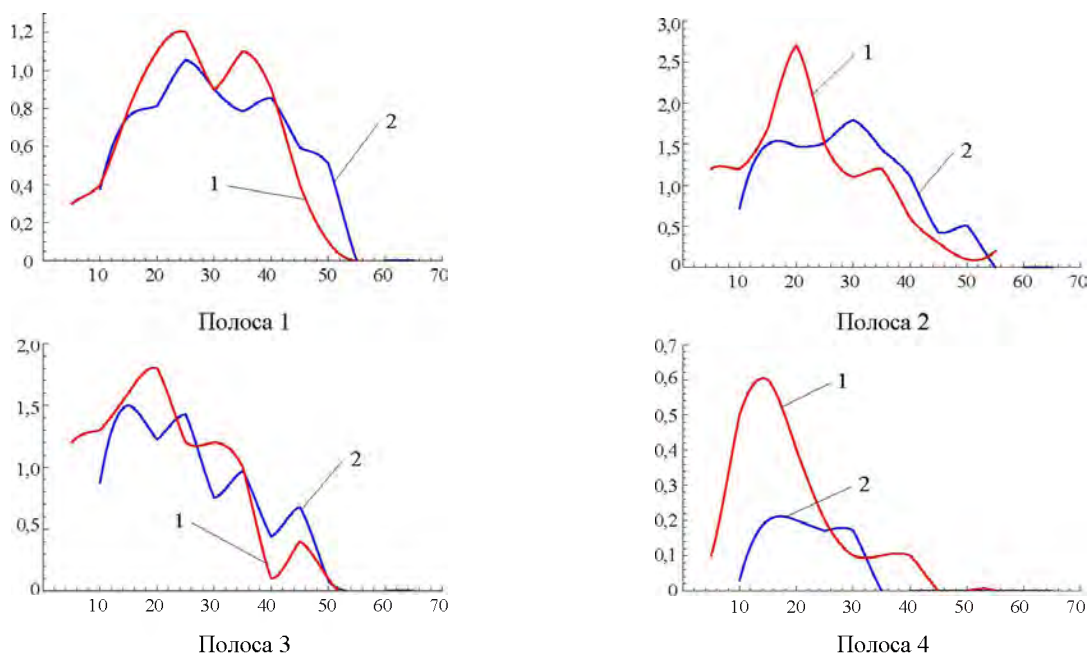


Рис. 7. Модель движения транспортных потоков на перегоне пр. Пушкина (от ул. Матусевича в сторону ул. Ольшевского): 1 – измеренный; 2 – расчетный графики

Видно, что большую сходимость с теоретическими предпосылками имеют экспериментальные данные исследований транспортных потоков при движении по четвертой и третьей (крайним) полосам движения.

Это объясняется тем, что, например, наиболее «тяжелый» поток движется по первым двум полосам (рис. 8). Такой поток менее динамичен, обладает разнородными тяговыми характеристиками. Также это связано с загрузкой полос (рис. 9). Видно, что из-за наличия движения на первой полосе маршрутных транспортных средств, грузовых автомобилей данная полоса используется остальными участниками движения меньше. Из рис. 8 также следует, что легковые транспортные средства в большей степени располагаются на крайних (3-й и 4-й) полосах движения, что обуславливает более низкое (рис. 9) распределение интенсивности

движения на этих полосах. Вместе с тем более загружена вторая полоса, поскольку по ней удобно двигаться, перестраиваться в другие полосы.

Из рис. 10 следует, что наиболее равномерная скорость движения автомобилей наблюдается на крайней четвертой полосе. Это обусловлено тем, что по данной полосе осуществляют движение только легковые автомобили, имеющие практически одинаковую разгонную и тормозную динамики. Движение идет по ровному прямому горизонтальному участку магистральной улицы без примыканий «слева» и с хорошими условиями видимости, поэтому скорости движения достаточно высокие (средние скорости около 60 км/ч). В связи с этим в предложенной модели необходим учет дополнительных данных, характеризующих состав транспортного потока, число перестроений или равномерность движения и т. д.

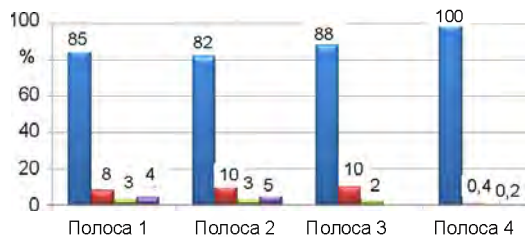


Рис. 8. Диаграмма состава транспортного потока по полосам

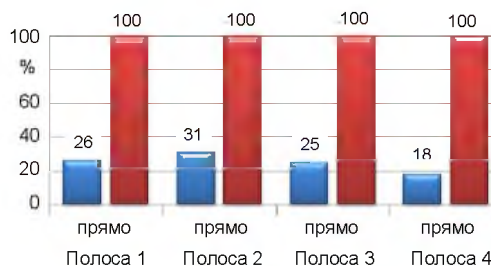


Рис. 9. Распределение интенсивности движения по полосам

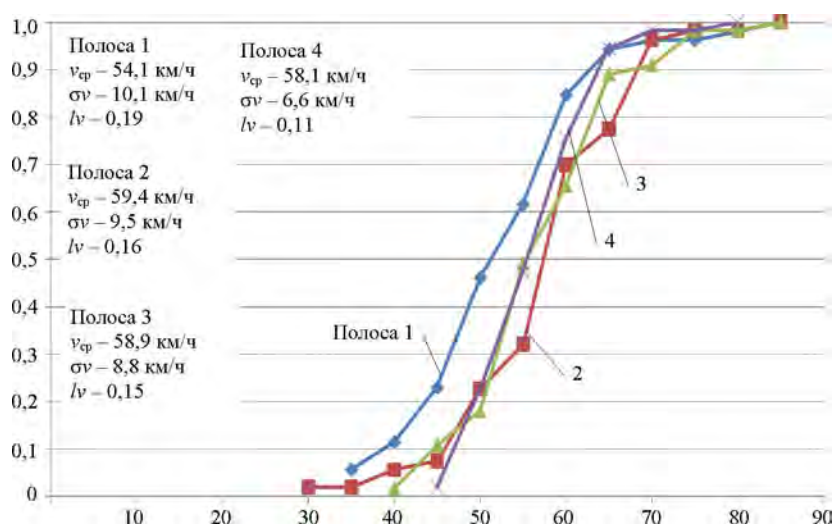


Рис. 10. Кумулятивные кривые распределения скоростей движения

## ВЫВОДЫ

Разработана усовершенствованная модель распада координированной пачки при движении по магистральной улице, отражающая физический смысл распада пачки и учитывающая изменение состава транспортного потока, количество перестроений, осуществляемых автомобилями при движении в потоке, изменение скоростей движения и равномерность движения автомобилей. Результаты теоретических и экспериментальных данных имеют достаточную сходимость.

Разработанная модель распада координируемой пачки при движении вдоль магистральной улицы может использоваться в САПР автоматизированной системы управления дорожным движением для разработки алгоритмов, учитывающих сдвиги времени включения разрешающих сигналов на светофорных объектах при координируемом регулировании без установки дополнительных детекторов транспорта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Врубель, Ю. А. Организация дорожного движения: в 2 ч. / Ю. А. Врубель. – Минск: Белорусский фонд безопасности дорожного движения, 1996. – 634 с.
2. Дрю, Д. Теория транспортных потоков и управление ими / пер. с англ. Д. Дрю. – М.: Транспорт, 1972. – 424 с.
3. Иносэ, Х. Управление дорожным движением: пер. с англ. / Х. Иносэ, Т. Хамада. – М.: Транспорт, 1983. – 248 с.
4. Капитанов, В. Т. Управление транспортными потоками в городах / В. Т. Капитанов, Е. Б. Хиллажев. – М.: Транспорт, 1985. – 144 с.
5. Кременец, Ю. А. Технические средства регулирования дорожного движения / Ю. А. Кременец, М. П. Печерский. – М.: Транспорт, 1981. – 252 с.
6. Pacey, G. M. The Progress of a Bunch of Vehicles Released from a Traffic Signal. Research Note № Rn/2665/GMP. Road Research Laboratory, London (mimeo). – 1956. – P. 15–17.
7. Robertson, D. I. Transyt: a traffic network study tool / D. I. Robertson // RRL Report LR 253, 1969. – P. 64–63.
8. Volz, M. A. Kansas Speedway Event Management Using ITS / M. A. Volz, B. J. Nicholson. – Research Council, 2003. – 143 p.
9. Schuman, R. Inside ITS. / R. Schuman, E. Sherer // 511 Deployment Conference, Scottsdale Arizona, Marc 2002. – Vol. 13, No. 7 April, 2003. – P. 3.
10. Gartner, N. Optimization of traffic signal settings in networks by mixed-integer linear programming / N. Gartner, T. D. C. Little, H. Gabbay // Cambridge (mass), 1974. – P. 12.
11. Newell, G. F. Synchronization of traffic lights for high flow Quarterly of applied mathematics 21 / G. F. Newell // Traffic Engineering. – 1964. – P. 31.
12. Пржибыл, П. Телематика на транспорте / П. Пржибыл, М. Свитек. – М.: МАДИ (ГТУ), 2003. – 540 с.
13. Теленик, С. Ф. Концепция моделирования и управления движением автотранспортных средств: сб. науч. трудов / С. Ф. Теленик, В. Н. Томашевский // Автомобильный транспорт. – Харьков: ХГАДТУ. – 1998. – Вып. 1. – С. 98–100.
14. Горлов, Ю. Г. Имитационное моделирование дорожного движения по транспортной сети промышленного центра / Ю. Г. Горлов // Современная миссия технических университетов в развитии инновационных территорий: материалы НТС. – Варна, 2004. – С. 125–135.

Поступила 19.07.2010