

ИМПУЛЬСНЫЙ НАГРЕВ МЕТАЛЛА В ШИРОКОМ ИНТЕРВАЛЕ
ТЕМПЕРАТУР

*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого
Гомель, Беларусь*

Введение. При создании новых технологий по термообработке металлических деталей требуется проводить тщательный анализ структуры пространственной неоднородности температурного поля. Тепловая природа явлений доминирует в процессах, сопровождающих импульсный нагрев испытываемого образца металла или сплава [1]. Эта проблема особенно важна при изучении твердофазных процессов в широком интервале температур.

Целями данной работы являются: 1) исследование высокоинтенсивного воздействия поверхностного источника энергии на материалы; 2) анализ влияния нелинейных теплофизических свойств металла на тепловой поток и градиент температуры; 3) изучение пространственно-временной эволюции теплового поля в зависимости от степени нестационарности процесса.

Постановка задачи. Математическая модель содержит следующие уравнения, свойства металла и граничные условия.

Уравнение энергии и закон Фурье:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0; \quad q = -\frac{\partial \Lambda}{\partial x}; \quad x \in [0, h]; \quad t \geq 0; \quad (1)$$

$$c = \rho c_p; \quad u(T) = \int_0^T c(T) dT; \quad \Lambda(T) = \int_0^T \lambda(T) dT,$$

где x - декартова координата; t - время; T - температура; q - удельный тепловой поток; c - удельная объемная теплоемкость; λ - коэффициент теплопроводности. Решение задачи проводится в температурном интервале, для которого теплофизические свойства металла аппроксимируются полиномами третьей степени с постоянными коэффициентами:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 T + \lambda_2 T^2 + \lambda_3 T^3; \quad c = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3.$$

Построение этих полиномов осуществляется на основе справочных данных [2].

Начальные и граничные условия:

$$t = 0, \quad T(x, 0) = T^0 \equiv \text{const}; \quad (2)$$

$$x = 0, \quad q(0, t) = q_0(t); \quad (3)$$

$$x = h, \quad T(h, t) = T_w \equiv \text{const}. \quad (4)$$

Это означает, что начальная температура образца однородна по координате x ; правая граница изотермическая, причем $T_w = T^0$. Граничный тепловой поток $q_0(t)$ характеризует нестационарное тепловое воздействие на левую границу. В случае интенсивного лазерного нагрева металлов следует учитывать поглощательную способность $A = A_0 + A_1 T$, тогда условие (3) принимает вид:

$$x = 0, \quad q(0, t) = A(T) q_0(t). \quad (5)$$

В этом случае граничное условие (5) содержит неизвестную температуру левой границы $T(0, t)$.

При обезразмеривании применяются масштабы величин (они отмечены нижним индексом b), допускающие инвариантность размерной и безразмерной форм записи, а именно: $q_b = \lambda_b T_b / x_b$, $t_b = x_b^2 c_b / \lambda_b$. Численные расчеты выполняются в безразмерных величинах.

Метод решения. Решение системы уравнений (1), удовлетворяющее крайним условиям (2) - (4), выполнено численным методом интегральных соотношений А.А. Дородницына (см. обзор [3]). Алгоритм построения расчетной схемы состоит в следующем: область интегрирования $x \in [0, h]$ разбивается на n полос линиями $x_i = ih/n$, $i = 0, 1, \dots, n-1$. Уравнения (1) умножаем, соответственно, на $\exp(Lx)$ и $\exp(mx)$, строим замкнутую систему интегральных соотношений. С помощью интерполяционных квадратур типа Ньютона-Котеса редуцируем эти интегральные соотношения к аппроксимирующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Постоянные l, m выбираются из условия улучшения гладкости подынтегральных выражений и достижения требуемой точности вычислений. Итоговая задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений решается методом Рунге-Кутты пятого порядка точности. В результате получаем температуру $T_i(t) = T(x_i, t)$ и тепловой поток $q_i(t) = q(x_i, t)$ на границах полос. Для построения аппроксимирующей системы уравнений применялись "кусочные" аппроксимации, в которых набор интерполяционных полиномов имеет степень ниже n . Опыт применения метода интегральных соотношений показывает, что приемлемая для

практики точность расчетов достигается уже при $n=4$. В данной задаче число поло равнялось пяти.

При обработке результатов расчетов применяем следующие критерии:

- безразмерный тепловой поток

$$Q_i = \frac{q_i(t)h}{T^0 \lambda(T^0)};$$

- критерий Нуссельта

$$Nu_i = \frac{q_i(t)h}{T_i(t)\lambda(T_i)};$$

- безразмерный градиент температуры

$$g_i = \frac{h}{T^0} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_i;$$

- безразмерная скорость изменения температуры (коэффициент нестационарности)

$$V_i = \frac{\partial T_i}{\partial t} \frac{h^2}{T_i(t)a(T_i)}.$$

Параметры нелинейности функции $f(T)$ на левой (индекс l) и на правой (индекс r) границах области:

параметры наклона линии $f[T(x,t)]$

$$P_l^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - \bar{f}(x_0)}{x_2 - x_0}; \quad P_r^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - \bar{f}(x_3)}{x_5 - x_3}; \quad (6)$$

параметры вогнутости (выпуклости) линии $f[T(x,t)]$

$$P_l^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - 2\bar{f}(x_1) + \bar{f}(x_0)}{(x_1 - x_0)^2}; \quad P_r^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - 2\bar{f}(x_4) + \bar{f}(x_3)}{(x_5 - x_4)^2}; \quad (7)$$

параметр кривизны линии $f[T(x,t)]$

$$K[f] = \frac{P^{(2)}}{\left[1 + (P^{(1)})^2 \right]^{3/2}},$$

где $\bar{f} = f(T)/f(T^0)$; $\bar{f}(x_i) = \bar{f}[T(x_i, t)]$.

В качестве $f(T)$ применяем теплофизические параметры $c(T)$, $\lambda(T)$, $a(T) = \lambda(T)/c(T)$. Формулы (6) и (7) представляют собой конечно-разностные аналоги первой и второй производной изучаемых функций. Представленные здесь параметры нелинейности теплофизических свойств металла позволяют детально изучить свойства температуры, теплового потока и градиента температуры, проявляющиеся на фоне сильной нестационарности процесса.

Некоторые результаты расчетов. Приведем пример расчета нагрева пластины из железа. Теплофизические свойства в интервале температур $T, K \in [300, 1000]$ описываются зависимостями:

$$c(T) = -50480 + 19970 T - 33,4337 T^2 + 0,02087765 T^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{К});$$

$$\lambda(T) = 129,878 - 0,227132 T + 2,337855 \cdot 10^{-4} T^2 - 1,0637223 \cdot 10^{-7} T^3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$a(T) = 4,324 \cdot 10^{-5} - 9,3724 \cdot 10^{-8} T + 9,32613 \cdot 10^{-11} T^2 - 3,85177 \cdot 10^{-14} T^3 \text{ м}^2/\text{с};$$

где c , Дж/(м³К) ∈ [3,5415 · 10⁶, 7,43026 · 10⁶]; λ , Вт/(м·К) ∈ [79,9, 32,0];

a , м²/с ∈ [4,307 · 10⁻⁶, 2,256 · 10⁻⁵].

Крайевые условия при импульсном нагреве: $T(x, 0) = 300 \text{ К}$; $q_0(t) = 1364 \cdot 10^7 t^3 \exp(-10 \cdot t) \text{ Вт}/\text{м}^2$; $(q_0)_{\text{max}} = q_0(t) = 18,34 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^2$ при $t = 0,29 \text{ с}$; $T_w = 300 \text{ К}$; толщина образца $x_w = 0,01 \text{ м}$. Процесс рассматривается на интервале времени $t, \text{с} \in [0, 12]$. Величина поверхностного теплового потока такова, что данному процессу свойствен интервал температур $T, K \in [300, 1000]$, т.е. нелинейные теплофизические свойства железа проявляют себя в полной мере.

Некоторые типичные результаты показаны на рис. 1-3 для левой границы $x = 0$. Отметим характерные гистерезисные зависимости: между числом Нуссельта и коэффициентом нестационарности (рис. 1); между температурой и параметрами кривизны (рис. 2; сплошная линия - $K[\lambda]$, пунктирная линия - $K[a]$); между тепловым потоком и градиентом температуры (рис. 3).

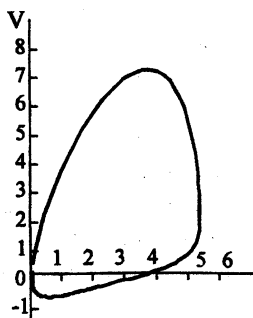


Рис. 1

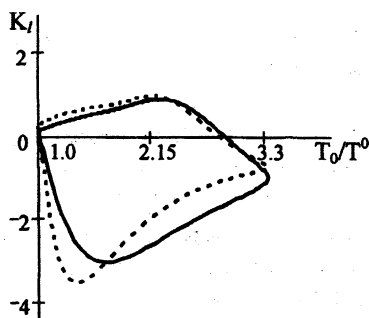


Рис. 2

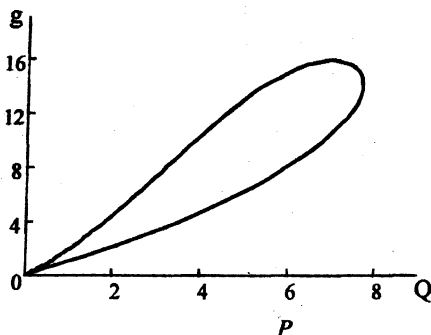


Рис.3

Выводы.

Импульсный нагрев железа в широком интервале температур характеризуется существенно нелинейными тепловыми процессами. Принципиально важно, что существование гистерезисной петли в плоскости “тепловой поток – градиент температуры” (рис.3) обуславливают два фактора:

- 1) немонотонность по времени функции $q_0(t)$ поверхностного источника;
- 2) зависимость коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$ от температуры.

Если хотя бы один из этих факторов отсутствует, петля гистерезиса вырождается в линию.

Данная работа является продолжением исследований [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
2. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Справ. изд. - М.: Metallurgy, 1989. – 384 с. 3. Белоцерковский О.М., Грудницкий В.Г. Исследование нестационарных течений газа со сложной внутренней структурой методами интегральных соотношений // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. – 1980. - Т. 20, №6. - С.1400 - 1415. 4. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Численное решение задач нестационарного нагрева материалов // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения / Сб. науч. тр. Ин-т математики НАН Украины. - Киев, 1998. - С. 234-237.