

Анализируя кривые видно, что у виброобкатанных поверхностей они располагаются ниже, чем у поверхностей, обработка которых предшествовала виброобкатыванию.

Контактная жесткость виброобкатных образцов повторном нагружении оказалась большей, чем обработанных всеми исследовавшимися способами резания. Так виброобкатывание увеличивает контактную жесткость поверхностей обработанных резанием на 12%, шлифованием на 34% и фрезерован-

ных на 10% (при давлении  $g = 5 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2}$ ).

Применение виброобкатывания как финишной операции при обработке металлов резанием позволяет увеличить контактную жесткость.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шнейдер Ю.Г., Амбрамян Р.Х. Контактная жесткость поверхностей с регулярным микрорельефом. Тезисы докладов всесоюзного научно-технического семинара по контактной жесткости в машиностроении. — Тбилиси, 1974. — С. 201–203.

УДК 532.5

Г.Н. Алехнович

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБРАЗОВАНИЯ ЖИДКОСТНОГО СЛОЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОПОРЕ С РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНОЙ СМАЗКОЙ

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Рассматривается движение смазки подчиняющейся степенному закону  $\tau = k\dot{\gamma}^n$  в зазоре между поверхностями опоры скольжения (рис.1). Под действием внешних сил зазор в опоре получается переменным от  $\delta$  в точке В до 0 в точке А. Точное решение задачи движения смазки представляет собой сложную задачу. Но ничтожно малый зазор позволяет принять упрощенную модель для ее решения.

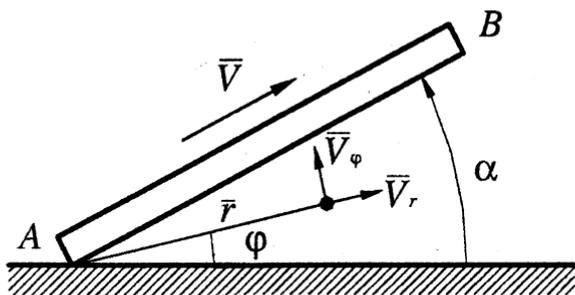


Рис. 1. Схема гидродинамического клина упрощенной модели плоской задачи

Зазор очень мал по сравнению с длиной, по этому изменением картины распределения скоростей и напряжений вдоль оси  $Z$  можно пренебречь и рассматривать плоскую задачу (в плоскости  $r, \varphi$ ).

В координатах  $r$  и  $\varphi$  компоненты тензора напряжения выражаются через компоненты тензора скоростей деформаций для смазки подчиняющейся степенному закону в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned}
 P_{rr} &= -P + 2k \mathfrak{S}^{n-1} \frac{\partial U_r}{\partial r}, \\
 P_{\varphi\varphi} &= -P + 2k \mathfrak{S}^{n-1} \left( \frac{\partial U_\varphi}{r \partial \varphi} + \frac{U_r}{r} \right), \\
 P_{r\varphi} &= k \mathfrak{S}^{n-1} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varphi}{\partial r} - \frac{U_\varphi}{r} \right).
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $U_\varphi$  и  $U_r$  — компоненты скорости,  $\mathfrak{S}$  — интенсивность скоростей деформаций.

$$\mathfrak{S} = \sqrt{2 \left[ \left( \frac{\partial U_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{U_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} - \frac{U_\varphi}{r} \right)^2 \right]} \tag{2}$$

Полагаем, что смазка является несжимаемой, поэтому должно удовлетворяться уравнение неразрывности деформаций.

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{U_r}{r} = 0 \tag{3}$$

Если ввести функцию тока

$$\psi(r, \varphi), \text{ то } U_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, U_\varphi = - \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Функцию тока представим в виде

$$\psi(r, \varphi) = rW(\varphi); \text{ тогда } U_r = W'(\varphi) \text{ и } U_{\varphi=rW(\varphi)} \quad (4)$$

где  $W'(\varphi)$  — производная от  $W(\varphi)$  по  $\varphi$ .

Для решения задачи пренебрежем силами инерции и напомним уравнения гидромеханики в виде

$$\frac{\partial Pr r}{\partial r} + \frac{\partial Pr \varphi}{r \partial \varphi} + \frac{Pr r - P\varphi\varphi}{r} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial Pr \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial P\varphi\varphi}{\partial \varphi} + 2 \frac{Pr \varphi}{r} = 0 \quad (6)$$

Постоянные интегрирования найдем из следующих условий

1. При  $\varphi = \alpha$   $U_r|_{\varphi=\alpha} = W'(\varphi)|_{\varphi=\alpha} = -U$ ,

2. При  $\varphi = 0$   $U_r|_{\varphi=0} = W'(\varphi)|_{\varphi=0} = 0$ ,

3. При  $\varphi = \alpha$   $U_\varphi|_{\varphi=\alpha} = -W'(\varphi)|_{\varphi=\alpha} = 0$ ,

4. При  $\varphi = 0$   $U_\varphi|_{\varphi=0} = -W'(\varphi)|_{\varphi=0} = 0$ .

5. Первые два условия прилипания смазки к поверхностям опоры скольжения. Условия 3 и 4 непроницаемость поверхностей опоры. Одновременно эти условия выражают постоянства нулевого расхода через любое поперечное сечение зазора.

Подставим (4) в (1) и получим

$$Pr r = P\varphi\varphi = -P$$

$$\tau = Pr \varphi = \pm k \left[ \frac{W''(\varphi) + W(\varphi)}{r} \right]^n$$

$$\mathfrak{S} = \left| \frac{W''(\varphi) + W(\varphi)}{r} \right| \quad (7)$$

Поставим (7) в (5) и (6).

Получим при  $n$  близком к 1

$$W^{IV}(\varphi) + W''(\varphi) + (2-n) [W'(\varphi) + W(\varphi)] = 0$$

Решением этого уравнения будет

$$W(\varphi) = C_1 \sin \varphi + C_2 \cos \varphi + C_3 \sin (\sqrt{2-n}\varphi) + C_4 \cos (\sqrt{2-n}\varphi) \quad (8)$$

Дифференцируя это равенство, имеем

$$W'(\varphi) = C_1 \cos \varphi - C_2 \sin \varphi + C_3 \sqrt{2-n} \cos(\sqrt{2-n}\varphi) - C_4 \sqrt{2-n} \sin(\sqrt{2-n}\varphi) \quad (9)$$

Эта система имеет решение относительно  $C_1, C_2, C_3, C_4$  если определитель  $D \neq 0$

$$D = \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & \sqrt{2-n} \cos(\sqrt{2-n}\alpha) & \sqrt{2-n} \sin(\sqrt{2-n}\alpha) \\ 1 & 0 & \sqrt{2-n} & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & \sin(\sqrt{2-n}\alpha) & \cos(\sqrt{2-n}\alpha) \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Значение  $\alpha$ , при котором  $D = 0$  не применимо.

Для определения давления в зазоре представим и перечислим (6) в виде

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + 2 \frac{\tau}{r} = 0$$

Тогда

$$P = \int \left( r \frac{\partial \tau}{\partial r} + 2\tau \right) d\varphi + G(r),$$

или

$$P = \frac{k(2-n)}{r^n} \int \Phi^n d\varphi + G(r), \quad (9)$$

где  $\Phi = |W'(\varphi) + W(\varphi)|$ .

Определим вид функций  $G(r)$ .

Дифференцируем (9) по  $r$ , имеем

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{kn(2-n)}{r^{n+1}} \int \Phi^n dr + G'(r).$$

Подставим найденное значение в (5)

$$-kn(2-n) \int \Phi^n d\varphi - G'(r) + kn\Phi^{n-1} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$$

Принимая во внимание, что  $\Phi$  есть функция только от  $\varphi$  положим

$$G(r) = M(r) + S$$

Подставляя значение  $G(r)$  в (9), имеем

$$P = \frac{k(2-n)}{r^n} \int \Phi^n d\varphi + M(r) + S. \quad (10)$$

В (10) по физическому смыслу постоянна  $M(r)$  должна быть равно 0 и при  $r = a$ ;

$P = 0$  имеем

$$S = \frac{k(2-n)}{a^n} \left| \int \Phi^n d\varphi \right|_{\varphi=\alpha}$$

Давление в точке В опоры равно

$$P_B = k(2-n) \left| \int \Phi^n d\varphi \right|_{\varphi=\alpha} \left[ \frac{1}{a^n} - \frac{1}{\ell^n} \right].$$

Давление в точке А равно

$$P_A = P_B + k(2-n) \left| \int \Phi^n d\varphi \right|_{\varphi=\alpha} \frac{1}{\ell^n},$$

или

$$P_A = \frac{k(2-n)}{a^n} \left| \int \Phi^n d\varphi \right|_{\varphi=\alpha}.$$

Тогда давление на поверхность направляющей  $P(r)$

$$P(r) = k(2-n) \left| \int \Phi^n d\varphi \right|_{\varphi=\alpha} \left[ \frac{1}{a^n} - \frac{1}{\ell_{(r)}^n} \right],$$

Найдем несущую способность опоры скольжения

$$N = \int_a^{\ell} P(r) dr$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1970. — 460 с.