УДК 621.182.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОТЛОЖЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТЯХ НАГРЕВА КОТЛОВ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Докт. техн. наук КАРНИЦКИЙ Н. Б., инж. КАДАЧ Т. В.

Белорусский национальный технический университет

Постановка задачи исследования. Вопросы экономичности и надежности работы теплоэнергетического оборудования ТЭС остаются и будут актуальны в стратегической перспективе. На решении этих задач должны быть сосредоточены материальные и интеллектуальные ресурсы. Перед энергетиками Республики Беларусь стоит и такая важная проблема, как привлечение в топливный баланс относительно новых видов топлив, в том числе и местных. Эти процессы сопровождаются определенными организационно-техническими трудностями. К их числу можно отнести и аспект, касающийся образования связанных отложений на поверхностях нагрева котлов. В этой связи вопросы обеспечения длительной бесшлаковой кампании котлов являются актуальными, при этом выбор системы очистки поверхностей нагрева от отложений выходит на первый план. Эксплуатация современных котлоагрегатов должна вестись на основе фундаментальных теоретических исследований процессов поведения минеральной части топлива в газовом тракте, учет которых позволяет выбрать способ очистки поверхностей нагрева от загрязнений. Полученные экспериментальным или расчетным путем, а наиболее часто в комплексе, прочностные свойства отложений, позволяют конкретизировать выбор системы очистки. Это особенно важно в настоящее время, когда в котлах сжигаются такие виды топлива, как лигнин, древесные отходы, торф и их смеси, мазут, а в перспективе – и угли. Особый интерес вызывают исследования по прогнозированию процессов заноса поверхностей нагрева золошлаковыми отложениями. Здесь необходимо учитывать и вид топлива, и способ сжигания, и условия теплообмена и ряд других факторов.

В настоящее время основным методом исследования прочностных свойств отложений является метод экспериментального определения сопротивления сдвигу и коэффициента внутреннего трения [1].

Однако методы численного эксперимента могут решать ряд вопросов, дополняющих и развивающих экспериментальные результаты. Для прогнозирования зависящих от состава минеральной части свойств золы, в том числе и сыпучести, в отечественной практике нет признанных эмпирических зависимостей. Поэтому наиболее востребованными могут быть разработки по оценке шлакующих свойств и шлакования (заноса) котлов с использованием ограниченного количества сведений. Для уменьшения риска грубых ошибок при использовании ограниченной информации и решении новых задач должны применяться математические методы, в том числе методы математического моделирования.

В [2] была сделана попытка аналитически связать прочностные свойства отложений с их химическим составом. Для решения этой задачи было проведено экспериментальное определение прочности отложений при сжигании высокосернистого мазута с одновременным исследованием химического состава последних. В качестве критерия прочности было принято начальное сопротивление сдвига τ_0. Химическая структура отложений была охарактеризована критерием заноса R_F, который определялся по формуле

$$R_F = \frac{\mathrm{CaO} + \mathrm{MgO} + \mathrm{Fe_2O_3} + \mathrm{R_2O} + \mathrm{V_2O_5} + \mathrm{N_iO}}{\mathrm{S_iO_2} + \mathrm{Al_2O_3}} \mathrm{R_2O}, \quad (1)$$

где $\mathrm{R_2O} = \mathrm{K_2O} + \mathrm{Na_2O}$, %.

Затем для получения уравнения вида $\tau_p = f(\mathrm{R_2O},\ d_{\text{ср}},\ R_F)$ была проведена серия натурных экспериментов. Для получения регрессионной зависимости по определению критерия критического заноса R_F был использован план ПФЭ-2^3. Основной уровень первого фактора (R_2O) составлял 7,05 %, верхний – 13, нижний – 1,1 %. Второй фактор ($d_{\text{ср}}$, мкм) характеризует средневзвешенный размер золовых частиц. Основной уровень при этом составил 225 мкм, верхний и нижний – соответственно 400 и 500 мкм. Фактор заноса R_F при указанных выше уровнях характеризуется следующими показателями: основной уровень – 248,1, верхний – 475, нижний – 21,2.

С помощью матрицы ПФЭ-2^3 (N = 8) было получено уравнение регрессии в кодированных переменных

$$У = 1228 + 131{,}2X_1 + 126{,}2X_2 - 88{,}7X_3 + 1{,}250X_1X_2 - 36{,}25X_1X_3 + 21{,}25X_2X_3.$$

Путем перехода к натуральным переменным получена следующая регрессионная зависимость:

$$\tau = 1008 + 22{,}0\mathrm{R_2O} + 0{,}720 d_{\text{ср}} - 0{,}390 R_F, \text{ Па}, \quad (2)$$

где $d_{\text{ср}}$ – средний диаметр частиц, мкм.

Однако для практической деятельности представляет значительный интерес исследование взаимосвязи $R_F = f(\mathrm{R_2O},\ d_{\text{ср}}, \tau)$ с оценкой значимости влияния параметров.

Решение поставленной задачи с использованием регрессионного анализа критерия заноса R_F.

1. Построение уравнения регрессии, описывающего критерий заноса R_F. С целью построения уравнения регрессии для функции $R_F = f(\mathrm{R_2O},\ d_{\text{ср}},\ \tau)$ была проведена первая серия экспериментов. Результаты испытаний приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты экспериментов

№ опыта	R_2O, %	$d_{\text{ср}}$, мкм	R_F	τ, Па
1	1,1	50	21,2	930
2	13	50	257	1500
3	7,0	400	134,7	1370
4	3,4	400	21,2	1470
5	3,9	50	212	1020
6	13	50	475	970
7	1,1	311	30,2	1070
8	11	400	475	1500

Так как экспериментальные данные не соответствуют ни одному из известных планов проведения активного эксперимента, для их обработки необходимо использовать методы множественного регрессионного анализа [3].

При обработке данных пассивного эксперимента для оценки проверки значимости (качества предсказания) множественного уравнения регрессии была использована следующая формула:

$$F_{\text{р}} = \frac{S_y^2}{S_{\text{ост}}^2}, \quad (3)$$

где S_y^2 – дисперсия модели среднего; $S_{\text{ост}}^2$ – остаточная дисперсия.

Дисперсия модели среднего S_y^2 определялась по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \overline{y}\right)^2, \quad (4)$$

где $\overline{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i$ – среднее значение функции отклика.

Для оценки остаточной дисперсии $S_{\text{ост}}^2$, оценивающей погрешность полученной модели, использовали формулу

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{N-p-1} \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2, \quad (5)$$

где N – число опытов; p – то же факторов; $\hat{y}_i$ – предсказываемые значения функции отклика, полученные по уравнению регрессии.

В качестве уравнения регрессии была предпринята попытка использовать одно из следующих пяти уравнений:

1) линейное

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3; \tag{6}$$

2) линейное с парными и тройным взаимодействиями

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3; \tag{7}$$

3) квадратичное

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 + b_6x_3^2; \tag{8}$$

4) линейно-степенное

$$y = b_1 + b_2x_1^{b_3} + b_4x_1^{b_5} + b_5x_1^{b_6}; \tag{9}$$

5) мультипликативное

$$y = b_1x_1^{b_2}\ x_2^{b_3}\ x_3^{b_4}. \tag{10}$$

Для каждого уравнения решалась оптимизационная задача поиска коэффициентов b_i по критерию [4, 5]

$$Y = \sum_{i=1}^{8}\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 \to \min. \tag{11}$$

Для поиска решения использовался метод Монте-Карло с применением датчика случайных чисел с повышенной равномерностью, построенной на основе $LP\tau$-последовательности. При этом с помощью ЭВМ первоначально было сгенерировано 1000 точек, а в области лучших решений зона поиска сужалась в пять раз и проводилась повторная генерация 1000 точек.

Результаты, полученные для каждого вида уравнения, приведены далее.

Вариант 1. $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$.

Задача решалась при параметрических ограничениях, приведенных в табл. 2.

Таблица 2

Значение	b_0	b_1	b_2	b_3
min	200	15	–1	–1
max	700	30	1	1

Значения коэффициентов уравнения, соответствующие наилучшему варианту из сгенерированных, приведены в табл. 3.

Таблица 3

b_0	b_1	b_2	b_3	Y
532,03	15,11	0,109	–0,55	2371587,53

Вариант 2. $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$.

Задача решалась при параметрических ограничениях, приведенных в табл. 4.

Таблица 4

Значение	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
min	300	15	0	–1	–1	–1	–1	–1
max	600	30	1	0	1	1	1	1

Значения коэффициентов уравнения, соответствующие наилучшему варианту из сгенерированных, приведены в табл. 5.

Таблица 5

b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}	Y
450	22,5	0,5	–0,5	0	0	0	0	4596556,847

Вариант 3. $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 + b_6x_3^2$.

Задача решалась при параметрических ограничениях, приведенных в табл. 6.

Таблица 6

Значение	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
min	20	15	0	–1	–1	–1	–1
max	500	20	1	0	1	1	1

Значения коэффициентов уравнения, соответствующие наилучшему варианту из сгенерированных, приведены в табл. 7.

Таблица 7

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	Y
400	22,5	0,5	–0,5	0	0	0	4502261,847

Вариант 4. $y = b_1 + b_2x_1^{b_3} + b_4x_1^{b_5} + b_5x_1^{b_6}$.

Задача решалась при параметрических ограничениях, приведенных в табл. 8.

Таблица 8

Значение	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
min	80	15	0	–1,1	0	0	0
max	120	30	1	-0,9	1	1	1

Значения коэффициентов уравнения, соответствующие наилучшему варианту из сгенерированных, приведены в табл. 9.

Таблица 9

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	Y
93,13	29,77	0,016	–1,05	0,73	0,23	0,55	262887,71

Вариант 5. $y = b_1 x_1^{b_2}\ x_2^{b_3}\ x_3^{b_4}$.

Задача решалась при параметрических ограничениях, приведенных в табл. 10.

Таблица 10

Значение	b_1	b_2	b_3	b_4
min	40	–0,1	–0,1	–0,1
max	100	0,1	0,1	0,1

Значения коэффициентов уравнения, соответствующие наилучшему варианту из сгенерированных, приведены в табл. 11.

Таблица 11

b_1	b_2	b_3	b_4	Y
96,71	0,045	–0,08	–0,015	238136,86

Наилучшее значение критерия Y было получено для варианта 5 и равно 238136,86. Однако адекватного уравнения получить так и не удалось, потому что критерий Фишера, рассчитанный по формуле (3), для данного уравнения был равен 1,73, что меньше требуемого табличного значения F_m, равного 3,98, при уровне значимости q = 0,1 и числах степеней свободы $k_1 = N - 1 = 7$; $k_2 = N - p - 1 = 4$, с которыми определены дисперсии S_y^2 и $S_{\text{ост}}^2$. Поэтому можно сделать вывод, что уравнение, соответствующее варианту 5, предсказывает результаты опытов хуже среднего [3].

В связи со сказанным выше были проведены недостающие эксперименты, и первоначальная матрица планирования приведена в соответствие с планом ПФЭ-2^3 (табл. 12).

Таблица 12

Матрица планирования для плана ПФЭ-2^3

№ опыта	R_2O, %	$d_{\text{ср}}$, мкм	R_F	τ, Па
1	1,1	50	21,2	930
2	13	50	21,2	1250
3	1,1	400	21,2	1320
4	13	400	21,2	1430
5	1,1	50	475	1050
6	13	50	475	1090
7	1,1	400	475	1170
8	13	400	475	1500

В результате уравнение регрессии (2) в натуральных переменных получилось следующим:

$$\tau = 963{,}28 + 20{,}2\ R_2O + 0{,}69 d_{\text{ср}} - 0{,}12 R_F. \quad (12)$$

Для уравнения (12) критерий Фишера $F_{\text{р}}$ равен 3,72; а F_τ при уровне значимости q = 0,1 и степенях свободы $k_1 = N - 1 = 7$; $k_2 = N - \text{р} - 1 = 4$ по таблице F-распределения Фишера равно 3,98, следовательно, модель близка к адекватной.

Однако адекватность регрессионной модели еще не гарантирует ее пригодность к практическому использованию в задачах прогнозирования и оптимизации. Модель может оказаться неработоспособной из-за ее низкой точности. Для проверки работоспособности модели используют коэффициент детерминации, представляющий собой числовую интегральную характеристику точности уравнения регрессии. Его значение вычисляют по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_y^2}. \quad (13)$$

Для рассматриваемого случая критерий детерминации R^2, оценивающий работоспособность модели (13), равен 0,73. Так как модель считается работоспособной при $R^2 \geq 0{,}75$, в нашем случае данную модель можно считать практически работоспособной.

Однако, учитывая, что предложенное линейное уравнение регрессии не полностью отвечает критерию Фишера и критерию детерминации, была сделана попытка получить уравнение более сложного вида. Для этого применен метод идентификации, согласно которому подбирается модель, описывающая экспериментальные данные наилучшим образом по формуле (11).

Была предпринята попытка описать экспериментальные данные линейным степенным полиномом следующего вида:

$$\hat{y} = b_1 + b_2 x_1^{b_3} + b_4 x_2^{b_5} + b_6 x_3^{b_7}. \quad (14)$$

Таким образом, описанная (11) задача идентификации представляет собой однокритериальную оптимизационную задачу с семью оптимизируемыми параметрами.

Задача решалась при соответствующих параметрических ограничениях (табл. 13).

Таблица 13

Значение	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
min	950	19,5	0,85	0,65	0,85	–0,15	0,85
max	965	20,5	1	0,7	1	–0,1	1

В результате наилучшее значение критерия Y, равное 33541, было получено при представленных в табл. 14 значениях параметров.

Таблица 14

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
951,52	20,32	0,94	0,66	1,02	–0,13	0,93

Тогда уравнение в натуральных переменных принимает вид

$$\tau = 951{,}52 + 20{,}32\mathrm{R_2O}^{0,94} + \\ +0{,}66d_{\text{ср}}^{1,02} - 0{,}13R_F^{0,93}. \qquad (15)$$

Полученное уравнение оценивалось по критерию Фишера и критерию детерминации. Значение критерия $F_{\text{р}}$ равно 4,52; а критерия R^2 – 0,78. Поэтому модель, описываемая (15), является адекватной и работоспособной.

Для определения критерия заноса R_F используем формулу, полученную в результате математических преобразований из (15):

$$R_F = \left(\frac{951{,}52 + 20{,}32\mathrm{R_2O}^{0,94} + 0{,}66d_{\text{ср}}^{1,02} - \tau}{0{,}13}\right)^{1,08}. \qquad (16)$$

Формулу (16) правомерно использовать в случае, если факторы принимают значения в следующих диапазонах:

- $1{,}1 < \mathrm{R_2O} < 13$;
- $50 < d_{\text{ср}} < 400$;
- $930 < \tau < 1500$.

2. *Исследование связей и степени влияния факторов на функцию* R_F. Одна из ключевых проблем при моделировании – задача определения вектора оптимизируемых параметров $\overline{X}$, которые характеризуются наибольшим влиянием на показатели объекта, используемые в модели в качестве критериев оптимальности. Исследование влияния вектора оптимизируемых параметров $\overline{X}$ на целевую функцию y позволяет оценить вклад каждого параметра в ее значение. Вследствие этого появляется возможность существенно упростить математическую модель без значимых потерь точности за счет сокращения размерности пространства параметров, исключая параметры, мало влияющие на критерии модели.

При исследовании влияния параметров модели τ, $\mathrm{R_2O}$ и $d_{\text{ср}}$ на критерий заноса R_F использовались следующие методы.

Парная корреляция. В методе парной корреляции [6] вычисляются парные коэффициенты корреляции, характеризующие тесноту связи между двумя величинами. В парной корреляции вычисляют один тип парных коэффициентов корреляции r_{yx_i} (коэффициенты, определяющие тесноту связи между целевой функцией y и одним из параметров x_i). Коэффициенты корреляции рассчитываются по следующим формулам:

$$r_{yx_i} = \frac{Q_{x_i y}}{\sqrt{Q_{x_i} Q_y}}; \qquad (17)$$

$$Q_{x_i y} = \sum x_i y - \left(\frac{1}{N}\right)\left(\sum x_i\right)\left(\sum y\right); \qquad (18)$$

$$Q_{x_i} = \sum x_i^2 - \left(\frac{1}{N}\right)\left(\sum x_i\right)^2; \qquad (19)$$

$$Q_y = \sum y^2 - \left(\frac{1}{N}\right)\left(\sum y\right)^2, \qquad (20)$$

где x_i – число параметров, $i = \overline{1,n}$; N – число опытов в эксперименте.

Вычислительный эксперимент. Вычислительный эксперимент проводится на полной предварительно построенной операционной модели в соответствии с каким-либо методом планирования эксперимента. Для оценки степени влияния параметров τ, $d_{\text{ср}}$ и $\mathrm{R_2O}$ на критерий заноса R_F был применен метод случайного баланса [7], предполагающий, что:

- число всех параметров может быть больше количества опытов. В этом случае нельзя дать количественной оценки всем коэффициентам в уравнении модели, но этого и не нужно делать для всех параметров, достаточно сделать это для значимых из них;

• число значимых параметров должно быть меньше количества опытов;

• зависимость вклада параметров в остаточную дисперсию целевой функции имеет экспоненциальный характер.

Метод случайного баланса требует выполнения трех основных этапов: построение матрицы планирования; предварительное выделение параметров с помощью диаграмм рассеяния (этап визуального распознавания образов); статистический анализ.

Данные, полученные после проведенных вычислений с помощью разработанного авторами программного приложения, табулированы и приведены на рис. 1. Здесь через x_1 обозначен фактор $d_{ср}$ (средний диаметр частиц), через x_2 – фактор R_2O (оксиды металлов), а через x_3 – сопротивление сдвигу τ.

#Информативность

	X1	X2	X3
Случайный баланс	0.242	0.233	0.526
Парная корреляция	0.408	0.298	0.294
Среднее значение	0.297	0.254	0.449

Рис. 1. Результаты исследования степени влияния параметров на функцию $R_F = f(R_2O, d_{ср}, \tau)$

ВЫВОДЫ

1. В результате применения математических методов было установлено, что сопротивление сдвигу τ оказывает большее влияние на критерий заноса R_F, чем параметры $d_{ср}$ и R_2O.

2. В условиях ограниченной информации сложных физико-химических процессов, протекающих в котлоагрегатах, современными методами математического моделирования можно адаптировать регрессионные модели к их практическому использованию в задачах прогнозирования и оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зимон, А. Д.** Аутогезия сыпучих материалов / А. Д. Зимон, Е. И. Андрианов. – М.: Металлургия, 1978. – 288 с.

2. **Карницкий, Н. Б.** Синтез надежности и экономичности теплоэнергетического оборудования ТЭС / Н. Б. Карницкий. – Минск.: ВУЗ-ЮНИТИ, 1999. – 227 с.

3. **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технических систем: учеб. для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: ДизайнПРО, 2004. – С. 459–511.

4. **Растригин, Л. А.** Современные принципы управления сложными объектами / Л. А. Растригин. – М.: Радио и связь, 1980. – С. 103–118.

5. **Райбман, Н. С.** Что такое идентификация? / Н. С. Райбман. – М.: Наука, 1970. – 118 с.

6. **Львовский, Е. Н.** Статистические методы построения эмпирических формул: учеб. пособие для втузов / Е. Н. Львовский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.

7. **Попырин, Л. С.** Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок / Л. С. Попырин. – М.: Энергия, 1978. – 415 с.

Поступила 09.06.2009