

САЕ-МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛОННО-ВИНТОВЫХ СИСТЕМ НА ПРИМЕРЕ ПИЗАНСКОЙ БАШНИ.

СЕРИЯ «МКЭ ДЛЯ ПИЗЫ». ЧАСТЬ А

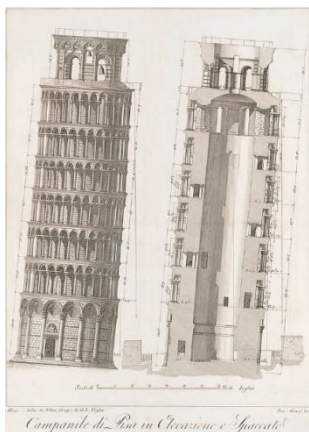
Студенты гр.10305220 Шведова Д.Н., Роденя А.В.

Научные руководители – Довнар С.С., Лапука А.Д.

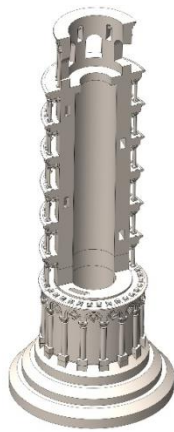
Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

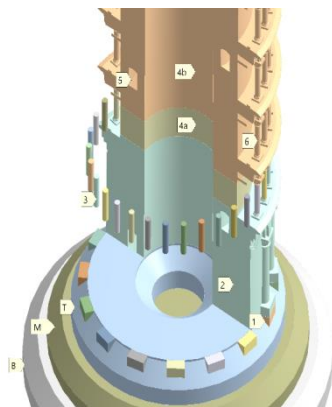
Пизанская башня (Leaning Tower) является известным историческим инженерным сооружением (рисунок 1, а) XII-го века. Фокус данного исследования направлен на 3D-модель (рисунок 1 б, в) башни, построенную в САD-модуле. Модель подвергается виртуальным испытаниям в САЕ-модуле с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Конечная цель исследования – выявление и оценка н.д.с. башни.



а



б



в

Рисунок 1 – Пизанская башня на историческом рисунке (а), 3D-модель (б) и структурные детали несущей системы (в): В, М, Т – фундаментные солиды; 1 – полуколонна снаружи базиса; 2; 3 – колонна первого яруса; 4а плюс 4б – ствол башни; 5 – ход в стволе; б – колонна

Важной чертой башни является её монолитность. Объект сложен из крупных мраморных блоков, скрепленных известкой. Поэтому интересно смоделировать башню как цельную систему солидов. Реально существующее фундаментное кольцо T (рисунок 1, в) дополнено в модели двумя фундаментными дисками M и B . Вместе B , M , T создают развитый опорный конус. Вероятно, если бы он был построен, то пластическая деформация грунтов и наклон башне не произошли.

Общий вид модельной башни от фундамента до верхушки TC с торцом TF представлен на рисунок 2, а. Условное изъятие половины базиса BS (рисунок 2 б) позволяет увидеть полуо сердцевину башни (воздушный колодец). Базис BS , колоннада CI и опорное кольцо SR внутри её видны на рисунок 2, в. Базис декорирован и усилен снаружи полуколоннами HC , имеющими локальные базы снизу и капители сверху.

На рисунок 2 в разрезы дважды попадает винтовой ход. Видны все шесть колоннад от $C1$ до $C6$. Над каждой колоннадой находится аналогичный навес S (например, $S2$ над $C2$). Вместе одноименные колоннада и навес формируют ярус башни.

Из общей 3D-модели для МКЭ-анализа были выделены модели двух несущих систем башни (рисунок 3). Наружная несущая система НСБ вместе с базисом и фундаментом представлена на рисунок 3, а). Главной её частью является барабан колонн CoD (рисунок 3, б). Это колоннады и навесы, сцепленные только друг с другом. Пары маркеров $C1$, $S1$ и $C6$, $S6$ указывают соответственно на первый и шестой ярусы барабана колонн.

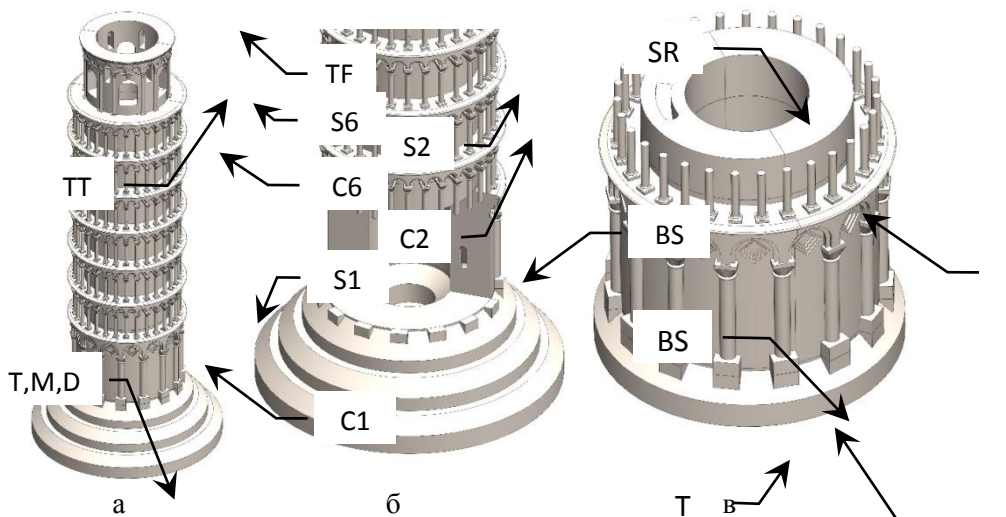


Рисунок 2 – Секционная 3D-модель Пизанской башни: а – общий вид; б – нижняя часть с половиной базиса; в – базис BS с фундаментным кольцом T и первой колоннадой C1

Внутренняя несущая система НСТ – это ствол Tr (рисунок 3, в). Опорное кольцо SR фактически является нижней частью ствола. Под стволом предполагается базис с фундаментом. Сверху на стволе находится верхушка TC . В данной работе к стволу в качестве реперных объектов присоединены внутренние части ярусных навесов ($r1 - r6$).

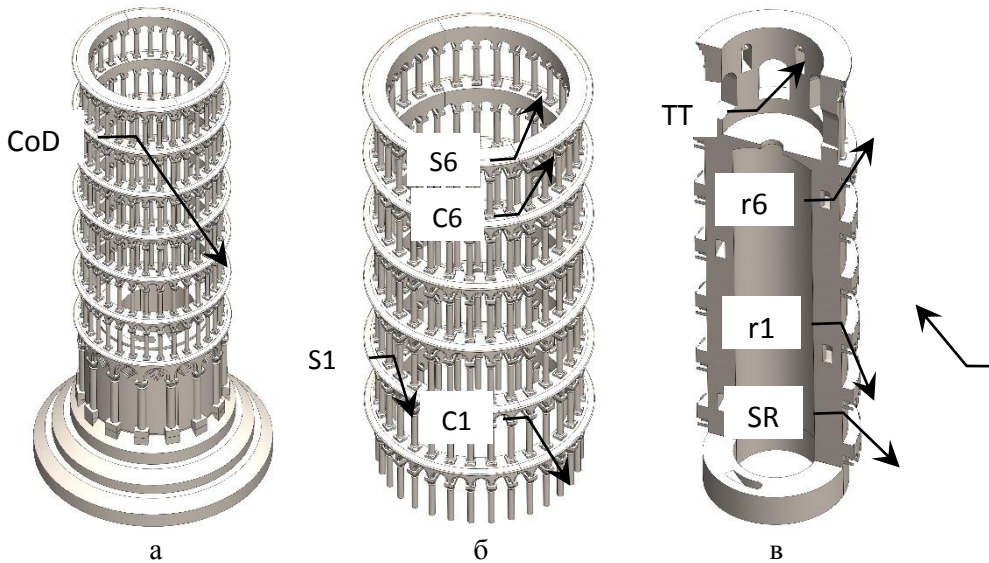


Рисунок 3 – Несущие системы НСБ и НСТ Пизанской башни:
 а – барабан колонн CoD на базе и фундаменте (НСБ);
 б – колоннады C1 – C6 и ярусные навесы S1 – S6, образующие CoD;
 в – вертикальный разрез по стволу Tr с опорным кольцом SR внизу (НСТ)

Воздушный колодец ствола *well* (рисунок 4) перекрыт сверху полой аркой A1. Полукруглые малые арки A2 (рисунок 4) являются несущими конструктивными элементами ярусных навесов. Группа арок A3 служит для перекрытия колокольных окон.

Рисунок 4, а позволяет на виде снизу рассмотреть стенку *wall* ствола башни. На рисунок 4, б хорошо видны локальные арочные несущие системы ярусных навесов. На рисунок 4, в хорошо видно положение винтового хода *HP*.

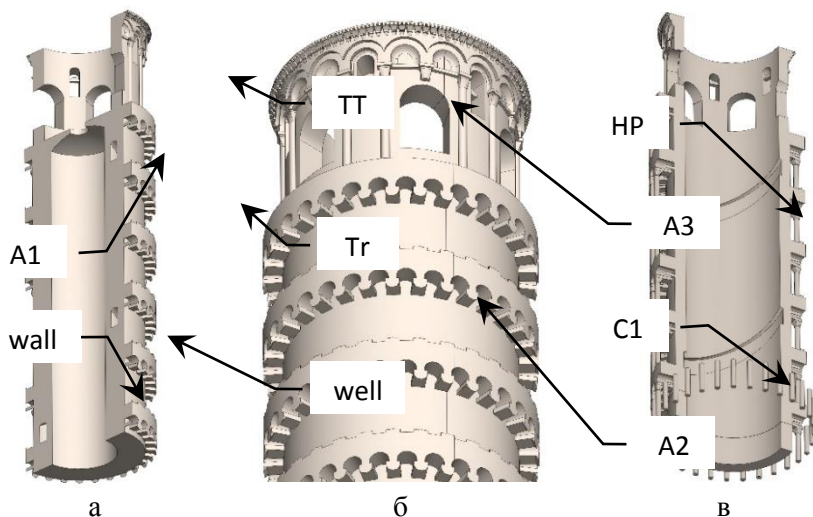


Рисунок 4 – 3D-модель ствола башни: а – ствол Tr с верхушкой TT на виде снизу; б – арочное строение ярусных навесов и окон; в – винтовой ход HP на среднем диаметре ствола

Рисунок 5, а представляет двойную 3D-модель несущих систем НСБ и НСТ. Барабан колонн (слева) и ствол (справа) находятся на идентичных базисах и фундаментах. Это позволяет параллельно провести МКЭ испытания и оценить несущих способность обеих систем.

На рисунок 5, б ствол башни условно ограничен средним диаметром. Это показывает видеть внутреннюю сторону винтового хода. На рисунок 5, в показано три верхних яруса барабана колонн. Отметим, что под каждой колонной есть своя база, опирающаяся на нижележащий ярусный навес (или на базис для колоннады C1). Над каждой колонной смоделированы капитель и абака, поддерживающие вышележащий одноименный ярусный навес.

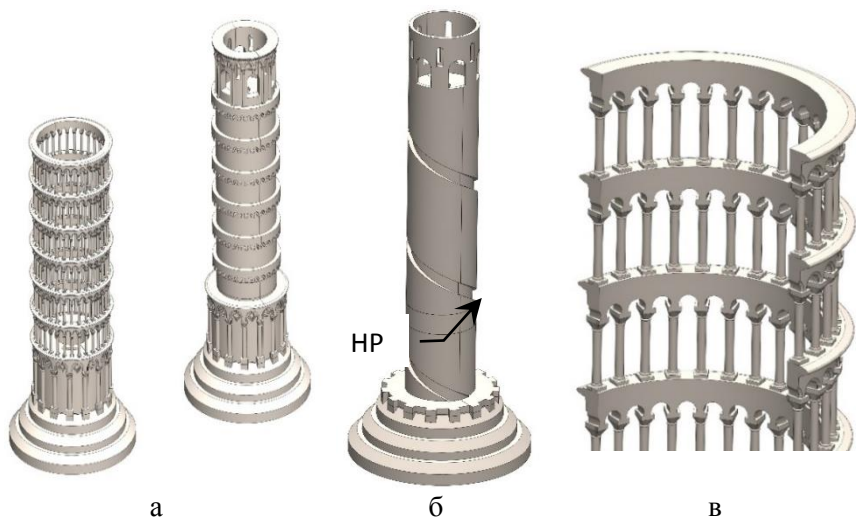


Рисунок 5 – 3D-модели наружной и внутренней несущих систем башни (а), ствол с открывшимся винтовым ходом (б) и барабан колонн в сечении (в)

Система соллидов нужна для создания конечно-элементной модели (рисунок 6). Сетки состоят как из тетраэдрических конечных элементов (например, верхняя часть башни на рисунок 6, б), так и из гексаэдрических элементов с регулярным расположением (например, два нижних фундаментных диска на рисунок 6, а).

Размеры всей МКЭ-модели можно оценить по рисунок 6, б: число элементов равно 478731, а число узлов – 833115. Таким образом, решается система из 2499345 уравнений.

В конечном итоге, САЕ-модель приносит картины деформаций и напряжений в моделируемом объекте. Так, на рисунок 7, а можно видеть сильное сжатие колонн первого яруса (-4,5283 МПа) со стороны наклона башни. Ствол башни над базисом сжат неравномерно (-2,2173; -2,2628; -2,2439; -2,2751; -2,1137 МПа) со стороны наблюдателя. Эти напряжения сжатия относительно невелики – они вдвое меньше, чем отмечены в колоннах. По внутреннему углу, сопрягающему опорное кольцо с базисом, проходит (-4,821 МПа) дуговой концентратор сжатия (ДКС). Этот

концентратор является сильным. Напряжения σ_3 в ДКС и в самых нагруженных колоннах примерно одинаковы.

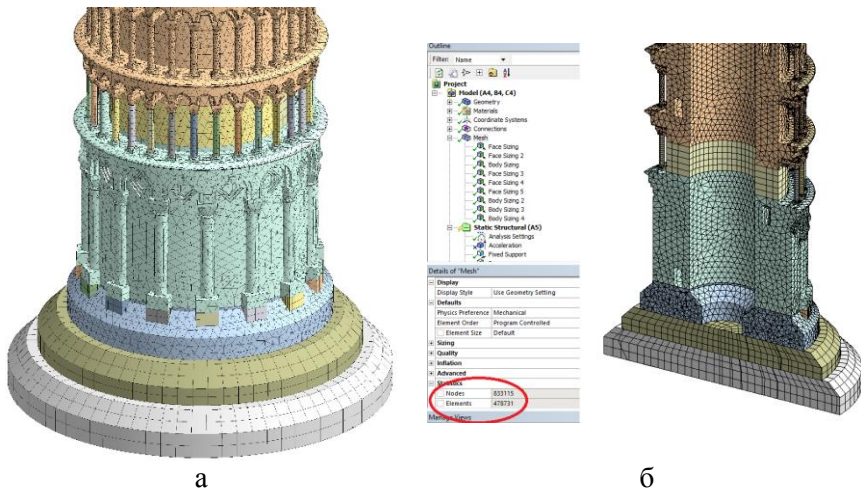
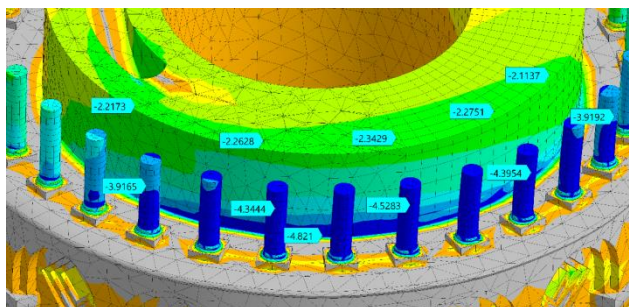


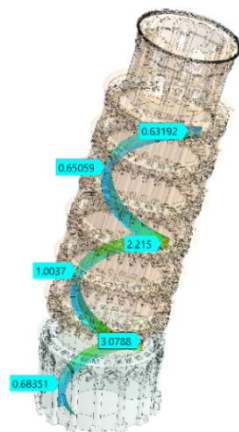
Рисунок 6 – Сетка конечных элементов на общем виде (а) и в вертикальном сечении (б)

Напряжения на стенках винтового хода периодически меняются по его длине (рисунок 7, б). Это обусловлено внецентричным сжатием наклоненной башни. Самым опасным местом для материала винтового хода является верхний торец базиса (3,0788 МПа).

Итак, САЕ-моделирование Пизанской башни открывает дорогу для виртуального нагружения конструкции. Обнаруживается весьма неравномерное напряженное состояние. Выявляются как протяженные, так и локализованные концентраторы сжатия.



а



б

Рисунок 7 – Испытание силой тяжести САЕ-модели башни с наклоном $5,5^\circ$ башни: а – картина минимального главного напряжения σ_3 (МПа) на колоннаде С1 ($\times 2500$); б – картина эквивалентного напряжения σ_e (МПа) на стенках винтового хода ($\times 4000$)

УДК 621.9.011

**МКЭ-АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
ПИЗАНСКОЙ БАШНИ В ПРОЕКТНОЙ КОНФИГУРАЦИИ.
СЕРИЯ «МКЭ ДЛЯ ПИЗЫ». ЧАСТЬ В**

Студенты гр.10305220 Роденя А.В., Шведова Д.Н.,
Научные руководители – Довнар С.С., Лапука А.Д.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

В работе рассматривается виртуальная ситуация, когда известная Пизанская башня (рисунок 1) не стала бы наклоняться в XII-ом веке, а осталась стоять вертикально. Это была бы её проектная конфигурация. Тогда основным вариантом нагружения конструкции является вертикальное нагружение силой тяжести (центрально сжатый стержень). Интересно сделать МКЭ-анализ и выявить проектное (интуитивно предполагавшееся средневековым