

УДК 629.7

СТОХАСТИЧЕСКАЯ КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ БИНС С УРАВНЕНИЯМИ ПУАССОНА

Ю.В. Гриднев, А.Н. Пальцев, Ю.Ф. Яцына

Рассматривается алгоритм и его техническая реализация в виде компьютерной модели в программе MATLAB-SIMULINK бесплатформенной инерциальной навигационной системы с уравнениями Пуассона. Структурная схема модели полностью соответствует уравнению Пуассона, для реализации которого используются стохастические матрицы пересчета связанной системы координат БЛА в географическую и обратно.

Для автоматического управления полетом беспилотного летательного аппарата (БЛА) на его борту имеется комплекс аппаратно-программных средств (ПНК — пилотажно-навигационный комплекс), который обеспечивает все режимы полета БЛА и функциональное управление полезной нагрузкой (ТВ-камерой). В состав ПНК входит бесплатформенная инерциально-навигационная система (БИНС), задачами которой являются пространственная ориентация БЛА и его навигация. БИНС состоит из датчиков угловых скоростей (ДУСов), датчиков линейных ускорений (ДЛУ) и бортовой ЦВМ, с помощью которой определяется по собственному алгоритму пространственная (угловая) ориентация БЛА и его местоположение. В БИНС реализуется алгоритм ориентации с использованием различных кинематических параметров и навигационный алгоритм для формирования координат местоположения БЛА и его скоростей. Для функционирования данных алгоритмов необходимо установить связь географической системы координат $OX_g Y_g Z_g$ Земли со связанной системой координат БЛА $OXYZ$, которая должна определяться углами поворотов БЛА ψ, θ, γ (рис. 1) и матрицей перехода.

Определим связь матрицы перехода (пересчета) координат с учетом вращения БЛА в связанной и географической системах координат. Пусть вектор \vec{D} определяет координаты точки E в связанной системе координат $OXYZ$ (рис. 1), тогда ее линейная скорость может быть записана в виде

$$\dot{\vec{D}} = \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (1)$$

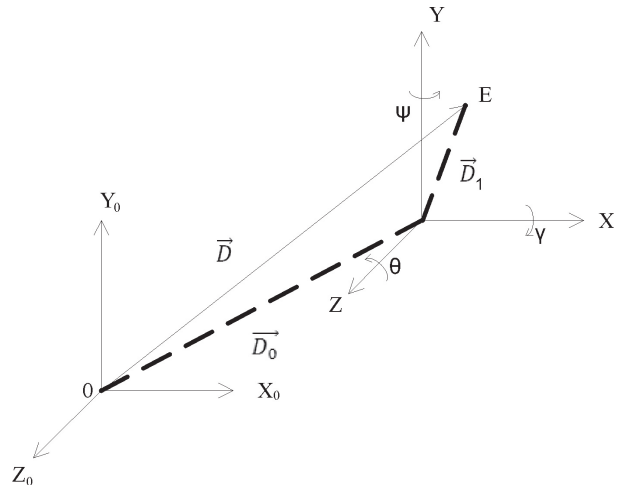


Рис. 1

Учитывая, что система координат БЛА $OXYZ$ вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$ относительно условно неподвижной системы $Ox_0y_0z_0$, то абсолютная линейная скорость точки E может быть записана

$$\dot{\vec{D}} = \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d\vec{D}_1}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{D}, \quad (2)$$

где $\frac{d\vec{D}_1}{dt}$ — скорость точки E в системе координат $OXYZ$, $\vec{\omega} \times \vec{D}$ — скорость вращения системы $OXYZ$ относительно системы $Ox_0y_0z_0$.

Уравнение (2) в матричной форме имеет вид:

$$\dot{\vec{D}} = \begin{Bmatrix} V_{x_0} \\ V_{y_0} \\ V_{z_0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & -\omega_2 & \omega_Y \\ \omega_2 & 0 & -\omega_X \\ \omega_Y & \omega_X & 0 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где $\frac{d\vec{D}_1}{dt} = [X, Y, Z]^T$ — дифференцирование вектора \vec{D}_1 во вращающейся системе координат;

$\vec{\omega} \times \vec{D}$ — векторное произведение соответствует произведению кососимметричной матрицы $[\omega]$ на матрицу-столбец $\vec{D} = [X, Y, Z]^T$.

Координаты точки E в подвижной и неподвижной системах координат связаны матричной (матрицей A) зависимостью перехода от координат точки E в неподвижной системе координат $OX_0Y_0Z_0$ к координатам той же точки в подвижной системе координат $OXYZ$.

$$(OX_0Y_0Z_0) \rightarrow (OXYZ),$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

что в векторной форме позволяет записать

$$\vec{D} = A^T \cdot \vec{D}_1. \quad (5)$$

Для сравнительного анализа уравнений (2) и (4), произведем дифференцирование последнего уравнения (5):

$$\dot{\vec{D}} = C\dot{\vec{D}}_1 + \dot{C}\vec{D}_1 \quad (6)$$

и умножим обе части равенства (6) на матрицу A . Тогда получим

$$A\dot{\vec{D}} = AC\dot{\vec{D}}_1 + A\dot{C}\vec{D}_1 = \dot{\vec{D}}_1 + A\dot{C}\vec{D}_1, \quad (7)$$

где $A\dot{\vec{D}}$ — абсолютная скорость точки E в подвижной системе координат; $AC = [\omega]$ — кососимметричная матрица перехода.

Анализ уравнения (7) показывает, что из $A\dot{C} = [\omega]$ можно получить матричное дифференциальное уравнение Пуассона:

$$\dot{C} = A^T [\omega] = C [\omega_g]. \quad (8)$$

Данное уравнение связывает производную от матрицы направления косинусов с самой матрицей и вектором угловой скорости $\vec{\omega}$, с которой БЛА вращается относительно неподвижной системы $OX_0Y_0Z_0$. Если учесть обратный переход, то последнее уравнение (8) примет вид обобщенного уравнения Пуассона:

$$\dot{C} = C [\omega] - [\omega_g] \cdot C, \quad (9)$$

где $[\omega_g]$ — кососимметричная матрица, составленная из проекций вектора абсолютной угловой скорости географических координат на оси.

Блок-схема алгоритма БИНС с использованием обобщенного уравнения Пуассона, приведена на рис. 2, а его стохастическая компьютерная модель — на рис. 3. В компьютерной модели углы

курса ψ , тангажа θ и крена γ задаются в «Subsystem 19» блока «Equations of Motion» или в «Subsystem 17» тремя источниками синусоидального сигнала «Sine Wave» или тремя генераторами «Signal». В любом случае на три входа «Subsystem 11» подаются сигналы ψ , θ , γ с заранее установленными законами модуляции. Блок «Subsystem 11» преобразует три входных угла ψ , θ , γ в соответствующие три угловые скорости согласно кинематическому уравнению (10):

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \omega_y &= \dot{\theta} \cdot \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \gamma \cos \theta \\ \omega_z &= -\dot{\psi} \sin \gamma \cos \theta + \dot{\theta} \cos \gamma \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

т. е. данный блок формирует угловые скорости из углов Эйлера — Крылова. Выходы блока «Subsystem 11» через сумматоры соединены с входами блока «Subsystem 5», который формирует кососимметричную матрицу $[\omega]$. Сумматоры позволяют в каждый канал угловой скорости добавлять шумы датчиков угловой скорости (ДУСов). Эти шумы генерируются в виде «белых» шумов или «окрашенных», которые формируются за счет пропуска «белых» шумов через линейные фильтры. Полученные матрицы угловых скоростей БЛА $[\omega]$ и географических координат $[\omega_g]$ используются для решения обобщенного уравнения Пуассона (9) и формирования матрицы направляющих косинусов C . Произведение матриц осуществляется блоками «Matrix Multiply», выходы которых вычитаются, и разность подается на вход интегратора. Начальными условиями для интегрирования матричного управления (9) является начальная матрица направления косинусов C_0 , которая создается из текущих углов Эйлера — Крылова блоками «Subsystem 4» и матрицей DCM или же «Subsystem 9» и «Subsystem 12». На выходе интегратора с учетом входных векторных сигналов будет формироваться матрица C , которая используется для блока навигации при определении широты и долготы БЛА, а также вычисления ψ , θ , γ путем извлечения элементов матрицы согласно уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \arctg \frac{-C_{31}}{C_{11}} \\ \theta &= \arcsin C_{21} \\ \gamma &= \arctg \frac{-C_{23}}{C_{22}} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Согласно рис. 2, 3, на первый вход блока «Matrix Multiply3» подаются с выхода интегра-

тора элементы матрицы C , а на второй вход — линейные ускорения ДЛУ $A_x A_y A_z$. В результате перемножения входных векторных сигналов на выходе блока будут перепроектированные линейные ускорения в географической системе координат, которые используются в блоке навигации «Subsystem 14». Блок навигации путем двойного интегрирования определяет географические координаты местоположения БЛА: φ — широту, λ — долготу, h — высоту полета над Землей. Эти координаты используются во вторичном алгорит-

ме ПНК для автоматического наведения (полета) БЛА по заданной пространственно-временной траектории. Правильность функционирования компьютерной модели определяется с помощью блоков «Artificial Horizon 1 и 2», первый из которых фиксирует входные углы Эйлера – Крылова, а второй — выход интегратора (выход блока формирования матрицы C). Параллельно с помощью «Scope 1» контролируются входные углы Эйлера – Крылова и их значения внутри матрицы « C » на выходе интегратора.

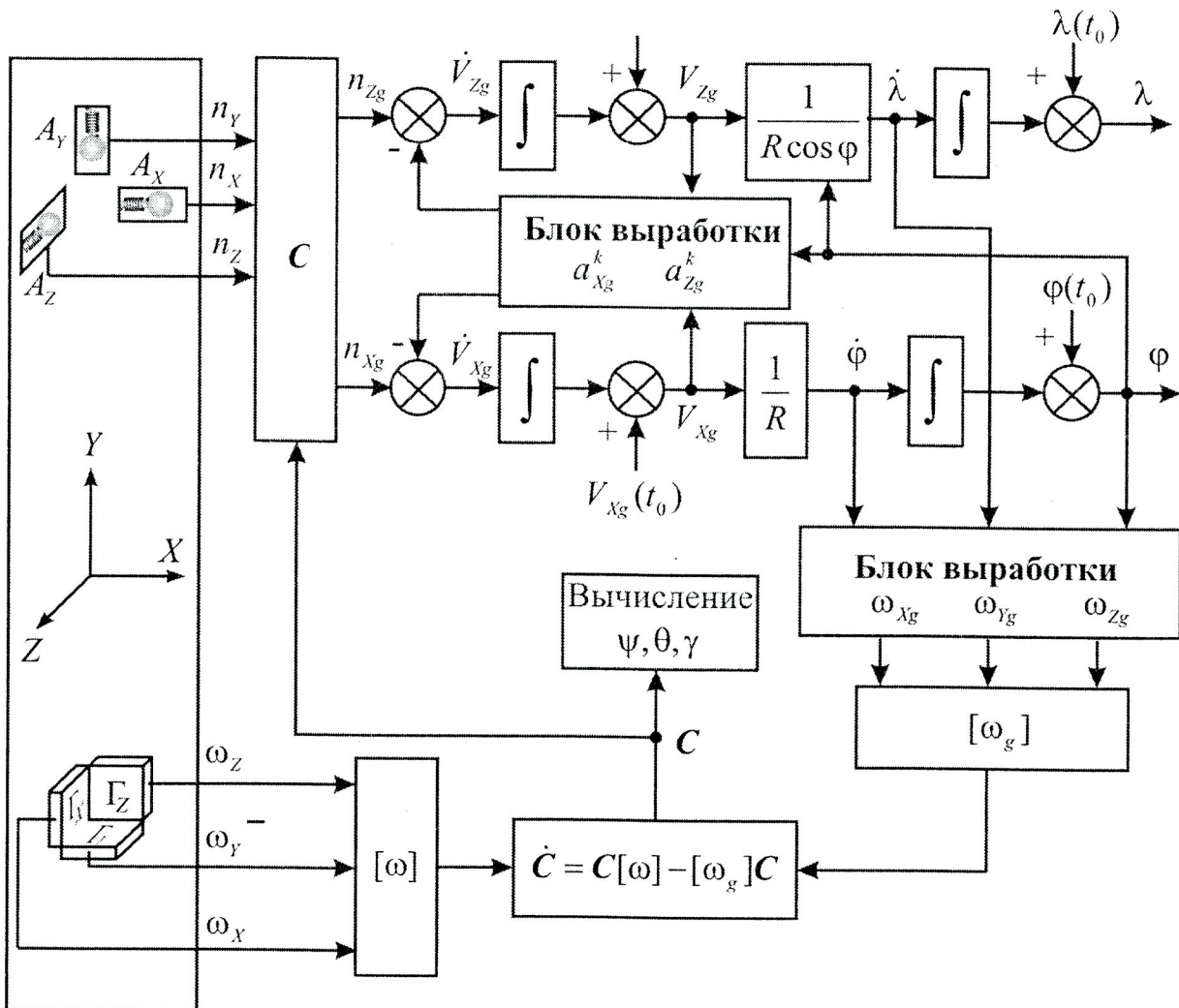


Рис. 2

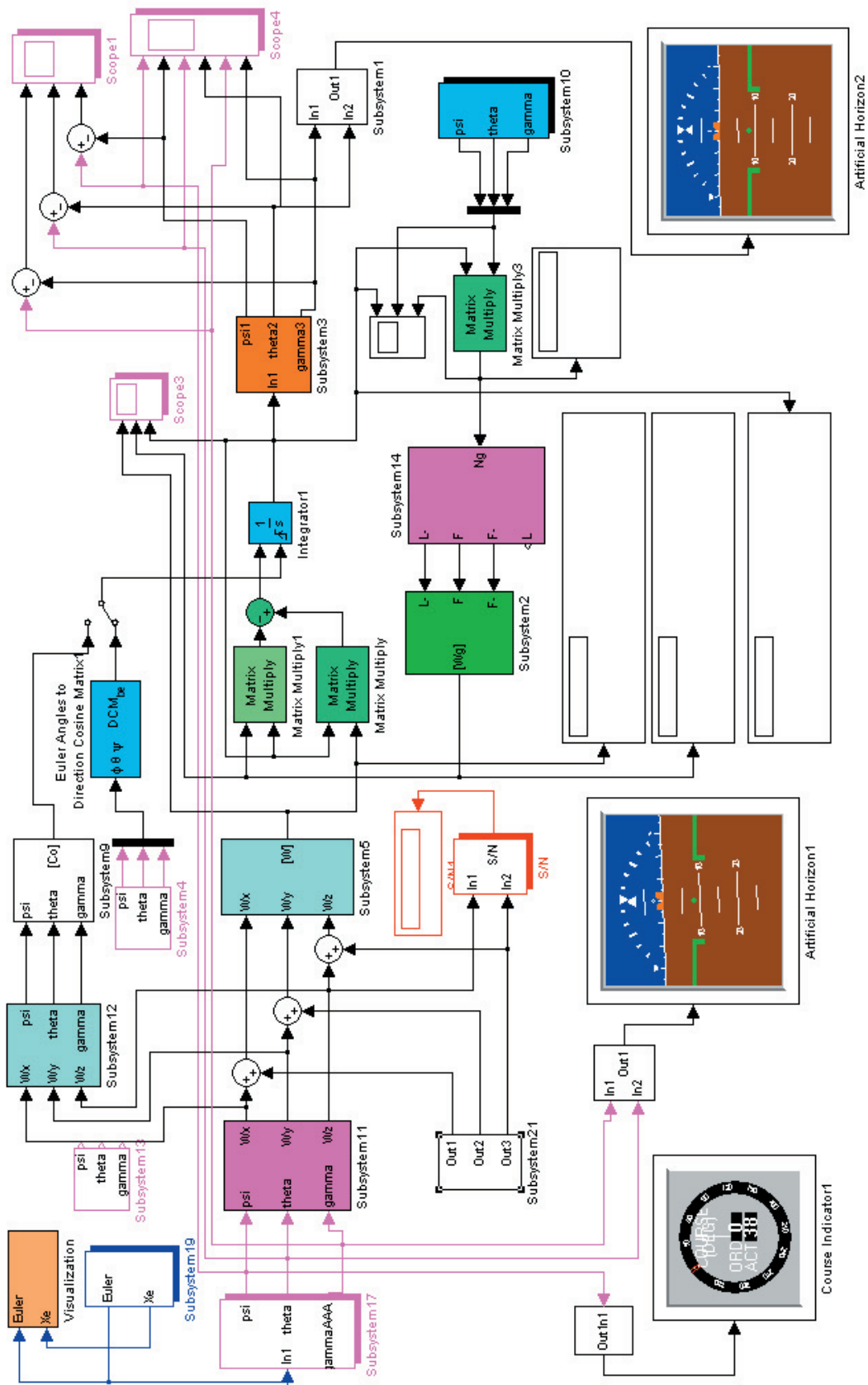


Рис. 3