УДК 539.375

АППРОКСИМАЦИИ ПАДЕ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Студент гр.113111 Самусенко А.А.
Канд. физ.-мат. наук, доцент Нифагин В.А.
Белорусский национальный технический университет

В различных задачах нелинейной механики, в частности механики разрушения, возникают задачи на отыскание собственных значений нелинейных дифференциальных операторов. При этом такие задачи являются рекуррентно связанными с дополнительными условиями их разрешимости на каждом этапе в интегральной форме. Для отыскания всего спектра собственных значений используется прямое разложение по степеням малого параметра. С целью уменьшения возникающей погрешности применяются аппроксимации Паде, которые являются эффективным методом построения и вычисления значений степенных рядов. Аппроксимация Паде представляет собой рациональную функцию в виде отношения двух полиномов, коэффициенты которых определяются разложением функции в ряд. Если задан степенной ряд для функции $f(z)$

$$f(z)=\sum_{k\geq 0} c_k z^k, \tag{1}$$

то аппроксимация Паде будет

$$R(z)=\frac{a_0 z^{\ell}+a_1 z^{\ell-1}+\ldots+a_n}{b_0 z^m+b_1 z^{m-1}+\ldots+b_m}, \tag{2}$$

причем ее разложение в ряд Тейлора в окрестности нуля совпадает с (1) до тех пор пока это возможно. Для определенности полагаем, что $b_m=1$. Тогда в числителе (2) содержится $\ell+1$ свободных параметров, а в знаменателе – m. Таким образом всего имеет $\ell+m+1$ переменных. Это означает, что в общем случае коэффициенты тейлоровского разложения функции $R(z)$ при степенях z^k, $k=\overline{0,\ell+m+1}$ должны совпадать с соответствующими коэффициентами c_k ряда (1), то есть должно выполняться равенство

$$\sum_{k\geq 0} c_k z^k=\frac{a_0 z^{\ell}+a_1 z^{\ell-1}+\ldots+a_{\ell}}{b_0 z^m+b_1 z^{m-1}+..+b_m}+O\left(z^{\ell+m+1}\right). \tag{3}$$

Избавляясь в (3) от дроби и приравнивая коэффициенты при $z^{\ell+1}$, $z^{\ell+2}$, …, $z^{\ell+m}$ получим систему m линейных алгебраических уравнений с M неизвестными коэффициентами b_k. Находим из нее b_k.