



УДК 621.74

Поступила 10.09.2013

И. А. ПУГАЧЕВ, А. А. СУСЛОВ, Липецкий государственный технический университет

## УРАВНЕНИЯ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА ДЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗЛИВКИ МНЛЗ

*Рассмотрен процесс теплообмена в кристаллизаторе. Приведены уравнения для расчета затвердевания непрерывной отливки, которые могут быть использованы при разработке систем управления МНЛЗ.*

*A process of heat transfer in continuous casting mould is considered. The substantiated equations predict shell growth, temperature distributions, solidification rates and can be used for continuous casters control systems.*

Затвердевание отливки – это сложный многофакторный процесс, зависящий от целого ряда параметров, учесть которые с необходимой полнотой является трудной задачей. И хотя в последнее время достигнуты впечатляющие результаты в области инженерного компьютерного моделирования, применение их в системах управления технологическими процессами в режиме реального времени, в частности в области непрерывного литья, пока невозможно, так как используемые в них итерационные алгоритмы, основанные на МКЭ или МКО, длительны по времени вычислений.

Наиболее плодотворными в этом смысле являются модели, основанные на приближенных методах решения дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности Фурье-Лагранжа, но которые требуют введения ряда упрощений при рассмотрении реального процесса. Поэтому теоретическая схема затвердевания отливки, ее математическая модель должны содержать наиболее характерные особенности формирования отливки в условиях конкретной технологии литья. Работы А. И. Вейника положили начало бурному развитию таких моделей и созданию методов, основанных на общей теории теплообмена. Данная работа является попыткой развития этих методов применительно к области непрерывного литья, в частности к созданию адекватной математической модели затвердевания непрерывного слитка в кристаллизаторе, пригодной к использованию в системах управления непрерывной разливкой. Следует особо отметить, что отличительной особенностью процесса непрерывного литья, отмеченного многими разработчиками, является то, что в связи с большим значением кри-

терия Пекле для большинства металлов и сплавов при разработке подобных систем вполне достаточно одномерной модели затвердевания [1].

Характерная черта процесса непрерывного литья – высокая интенсивность теплового взаимодействия в системе «отливка-форма» и относительно малое время нахождения слитка в кристаллизаторе. При этом в кристаллизаторе затвердевает лишь начальная корка слитка. Как правило, объем этой корки гораздо меньше объема жидкого металла, участвующего в литье. Следовательно, процесс ее образования является как бы начальным этапом процесса затвердевания всего залитого в форму расплава.

Изучение процесса тепломассообмена при непрерывном литье и построение адекватной математической модели осложняются изменением тепловых характеристик в системе «затвердевающая отливка – кристаллизатор». Это связано, главным образом, с изменением коэффициента теплопередачи, который необходим для расчета кинетики затвердевания, температурных полей, выбора оптимальных режимов литья.

Из общей теории теплообмена известно, что в системах со сложным видом переноса тепла, именно к этому случаю относится теплообмен в кристаллизаторе, коэффициент теплопередачи определяется из следующих выражений:

$$k = \frac{q}{\Delta t} \quad (1)$$

и

$$k = \frac{1}{\sum_{i=1}^N R_i}, \quad (2)$$

где  $k$  – общий коэффициент теплопередачи;  $q$  – величина удельного теплового потока, проходящего через систему;  $\Delta t$  – разность температур на границах системы;  $R_i$  – термическое сопротивление  $i$ -го элемента системы;  $N$  – число элементов.

Чтобы воспользоваться (1) и (2) для определения коэффициента  $k$  в кристаллизаторе, необходимо знать величины теплового потока  $q$ ; разность температур на границах системы  $\Delta t$  в каждый фиксированный момент времени; термическое сопротивление  $R_i$  каждого элемента системы. Причем в теории затвердевания отливки в зависимости от выбранной системы отсчета и ее граничных условий  $\Delta t$  задают, как правило, двояким образом: как разность температур жидкой сердцевины отливки и среды

$$\Delta t = t' - t_c \quad (3)$$

или как разность температур поверхности отливки и охладителя

$$\Delta t = t_{\text{п}} - t_c \quad (4)$$

где  $t'$  – температура жидкой сердцевины отливки в рассматриваемый момент времени;  $t_{\text{п}}$  – температура поверхности отливки в рассматриваемый момент времени;  $t_c$  – температура среды.

Использовать выражения (1)–(4) для вычисления коэффициента  $k$  в кристаллизаторе установки непрерывного литья затруднительно, так как в них входят величины, которые не поддаются измерению и контролю непосредственно в ходе разлива. Поэтому в теории затвердевания непрерывной отливки принимается ряд упрощений. Например, делается допущение, что коэффициент теплопередачи  $k$  является постоянной величиной, равной некоторому среднему значению по всей длине кристаллизатора [2]. Такое допущение снижает точность расчета кинетики затвердевания корки в начальный период ее образования. Именно в этот период формируются структура и качество поверхности непрерывной отливки. Тем не менее, это допущение широко применяется и имеет право на существование в качестве первого приближения, отражающего реальный процесс. Наиболее полное приближение дают экспериментальные методы. В этом случае коэффициент теплопередачи рассчитывается на основе экспериментально полученных кривых распределения удельного теплового потока и толщины корки затвердевающего слитка по длине кристаллизатора. Методика расчета заключается в следующем. Сначала определяют распределение теплового потока путем простановки термопар по длине кристаллизатора. Затем определяют положение фронта затвердевания ме-

тодом «выливания жидкого остатка». На основе полученных экспериментальных данных по известным формулам рассчитывают распределение коэффициента теплопередачи по длине кристаллизатора [3]. Этот метод позволяет создать наиболее приближенную к реальности модель затвердевания непрерывной отливки. Однако ценность его снижается тем обстоятельством, что создаваемая на основе экспериментальных данных расчетная схема, полученная для конкретной отливки, экстраполируется на весь класс непрерывнолитых заготовок. Причем результаты экспериментов будут, строго говоря, верны только для данных конкретных условий, в которых проводится эксперимент.

Кроме того, хорошо известно, что изменение коэффициента теплопередачи в системе «непрерывная отливка – кристаллизатор» определяется в основном механизмом образования и роста газового зазора, образующегося в результате усадки между поверхностью затвердевающего слитка и стенкой кристаллизатора. Термическое сопротивление зазора составляет 70–85% от общего термического сопротивления системы [1–3]. Однако уровень теоретических знаний в настоящее время не позволяет предсказать с необходимой полнотой динамику роста зазора и его теплофизические параметры.

В связи с этим становится очевидным, что изменение коэффициента теплопередачи в кристаллизаторе нельзя описать никаким решением кроме численного.

В настоящей работе для решения этой задачи используется метод исключения переменных [4, 5]. Применительно к данному случаю метод заключается в том, что характер распределения коэффициента теплопередачи в кристаллизаторе на основании предварительно проведенных исследований считается известным и описывается функцией, дающей хорошее совпадение с экспериментальной кривой, а его использование основано на двух принципиальных положениях, существенно упрощающих нахождение искомой задачи.

Первое положение заключается в том, что коэффициент  $k$  в кристаллизаторе рассматривается как коэффициент теплопередачи от фронта затвердевания к охладителю, а не от жидкой сердцевины или поверхности слитка, как это обычно принято в теории затвердевания отливки. Известно, что в установившемся режиме непрерывного литья процесс теплопередачи в кристаллизаторе носит квазистационарный характер, т. е. изотермы температурного поля не изменяют своего положения относительно неподвижной системы координат ( $dt/d\tau = 0$ ). Поэтому, пользуясь уравнением сплош-

ности теплового потока при стационарном режиме теплообмена, выражение для определения значения теплового потока в каждый фиксированный момент времени можно записать в виде:

$$q = k'(t' - t_c) = k''(t_{\text{п}} - t_c) = k(t_{\text{кр}} - t_c), \quad (5)$$

где  $t_{\text{кр}}$  – температура затвердевания расплава;  $k$  – коэффициент теплопередачи от фронта затвердевания;  $k'$  – коэффициент теплопередачи от жидкой сердцевины слитка;  $k''$  – коэффициент теплопередачи с поверхности слитка.

Нетрудно заметить, что если в первых двух членах равенства (5) величина  $q$  является функцией двух переменных  $k'$  и  $t'$  или  $k''$  и  $t_{\text{п}}$ , то в третьем – лишь одной переменной  $k$ , так как температура  $t_{\text{кр}}$  постоянна в течение всего времени затвердевания отливки (либо квазипостоянна, если использовать понятие «спектр затвердевания» для сплавов с небольшим интервалом кристаллизации [6]). Следовательно, изменение величины теплового потока  $q$  по длине кристаллизатора будет полностью определяться изменением коэффициента теплопередачи от фронта затвердевания к охладителю  $k$  и наоборот.

Из первого положения вытекает второе. Анализ большого числа экспериментальных кривых распределения тепловых потоков в кристаллизаторах машин непрерывного литья, приведенных, например, в работах [1, 7–11], показывает, что эти кривые с большой степенью точности можно аппроксимировать функциями параболического вида. Так как между величинами  $k$  и  $q$  существует прямая зависимость, то, следовательно, и функцию  $k$  можно приближенно описать параболой  $m$ -го порядка, пользуясь принципом подобия [12]:

$$k = (k_0 - k_E) \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^m + k_E, \quad (6)$$

где  $\tau$  – время;  $T$  – время нахождения отливки в кристаллизаторе;  $k_0$  – коэффициент теплопередачи в момент времени  $\tau = 0$ ;  $k_E$  – коэффициент теплопередачи на выходе кристаллизатора, т. е. в момент  $\tau = T$ ;  $m$  – показатель параболы,

или в неподвижной системе координат:

$$k = (k_0 - k_E) \left(1 - \frac{z}{L}\right)^m + k_E, \quad (7)$$

где  $z$  – текущая координата в направлении вытягивания слитка;  $L$  – эффективная длина кристаллизатора. Переход от одной системы координат в другую производится с помощью подстановки  $z = V_{\text{л}}\tau$ , где  $V_{\text{л}}$  – скорость непрерывного литья.

Выбор параболы обусловлен не только тем, что функция эта хорошо соотносится с опытными

данными и проста в математическом отношении, но и тем, что все величины ( $k_0$ ,  $k_E$ ,  $m$ ), входящие в уравнения (6), (7), легко рассчитываются либо поддаются оперативному контролю и измерению непосредственно в ходе разлива. Современные технические средства позволяют делать это с большой точностью в режиме реального времени.

Знание закона изменения коэффициента теплопередачи  $k$ , вытекающего из положений (5) и (6), позволяет для каждого  $\tau$  или  $z$  преобразовать соответствующим образом стандартные граничные условия 3-го рода (для одномерной задачи теплопроводности) и привести их следующему виду:

$$k(t_{\text{кр}} - t_c) = n\lambda(t_{\text{кр}} - t_{\text{п}})/\xi, \quad (8)$$

где  $\xi$  – толщина корочки слитка;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности корки;  $n$  – показатель параболы температурной кривой по толщине корки [4].

Это, свою очередь, существенно упрощает задачу математического моделирования при решении уравнения теплового баланса для вывода аналитического уравнения кинетики затвердевания непрерывного слитка в кристаллизаторе. При составлении теплового баланса вводятся дополнительные упрощения, принятые обычно в теории непрерывного литья: передача тепла теплопроводностью в направлении движения слитка мала по сравнению с передачей трансляцией; тепло, отдаваемое отливкой в кристаллизатор, полностью отводится охладителем; процесс переноса тепла носит квазистационарный режим. Кроме того, принимается параболический закон распределения температур по сечению корки [4]. Классическое дифференциальное уравнение теплового баланса затвердевания отливки включает в себя количество теплоты, теряемого отливкой за время  $d\tau$ ; количество теплоты аккумулированного коркой; количество скрытой теплоты кристаллизации и количество теплоты перегрева (последнее учитывается по известному правилу Н. Хворина).

С учетом изложенных выше положений решение дифференциального уравнения, составленного в критериальном виде для плоской отливки, выражается формулой:

$$\delta = \left\{ \left[ \frac{n(n+1)L}{2\text{Bi}} \right] + n(n+1)K\text{Fo} \right\}^{1/2} - \frac{n(n+1)L}{2\text{Bi}}, \quad (9)$$

где  $\delta = \xi/X$  – безразмерная толщина корки;  $L = r/c\vartheta_{\text{кр}}$  – безразмерная теплота кристаллизации;  $K = \tilde{k}/k$  – безразмерный коэффициент теплопередачи;  $\text{Bi} = kX/\lambda$  – критерий Био;  $\text{Fo} = a\tau/X^2$  – число Фурье или безразмерное время;  $a = \lambda/c\rho$  – коэффициент температуропроводности корки;  $\vartheta_{\text{кр}} = (t_{\text{кр}} - t_c)$  – избыточная температура затвердевания;  $X$  – поло-

вина толщины отливки;  $c$  – теплоемкость корки;  $\rho$  – плотность корки;  $r$  – эффективная теплота кристаллизации, включающая теплоту перегрева;  $\tau$  – время;  $k$  – текущее значение коэффициента теплопередачи в момент  $\tau$ , определяемое из уравнения (6);  $n$  – показатель параболы температурной кривой по сечению корки;  $\tilde{k}$  – среднеинтегральное значение коэффициента теплопередачи в интервале времени от 0 до  $\tau$ . Чтобы определить  $\tilde{k}$ , необходимо уравнение (6) проинтегрировать в интервале 0 –  $\tau$ :

$$\tilde{k} = \frac{\int_0^{\tau} k(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau} d\tau} = \frac{k_0 + mk}{m + 1}. \quad (10)$$

Для расчета структуры и свойств отливки важно знать скорость затвердевания, которая может быть найдена непосредственным дифференцированием выражения (9):

$$U = \frac{d\delta}{dFo} = \frac{n(n+1)K}{2 \left\{ \left[ \frac{n(n+1)L}{2Bi} \right]^2 + n(n+1)K Fo \right\}^{1/2}}. \quad (11)$$

Зависимости, аналогичные (9) и (11), получены и для цилиндрической непрерывной отливки.

Предлагаемые уравнения затвердевания непрерывной отливки в кристаллизаторе учитывают ряд теплофизических параметров, которые контролируются и измеряются непосредственно в процессе непрерывного литья конкретного слитка. Причем взаимосвязь этих теплофизических параметров выражается в виде простых аналитических уравнений в явном виде. Это позволяет «отрабатывать» их решение практически мгновенно любому простейшему «решателю» даже на платформе среднего по своим возможностям персонального компьютера, что является немаловажным при создании недорогих систем управления процессом непрерывной разливки в режиме реального времени.

### Литература

1. Ya Meng and Brian G. Thomas. HEAT TRANSFER AND SOLIDIFICATION MODEL OF CONTINUOUS SLAB CASTING: CON1D, Metallurgical and Materials Transactions B. Vol. 24 B. No 5. Oct. 2003. Pp. 685–705.
2. Самсонов В. И., Ан В. С. Тепловые условия первичной кристаллизации при непрерывном горизонтальном литье чугуна // Литейное производство. 1982. № 4.
3. Киссил Н. Е., Топилин В. В., Лейтес А. Б., Кондрашин В. М. Некоторые особенности затвердевания непрерывнолитых заготовок из жаропрочных сплавов // Непрерывная разливка стали. Вып. I. Темат. сб. науч. тр. М.: Металлургия, 1973.
4. Вейник А. И. Теория затвердевания отливки. М.: Машгиз, 1960.
5. Анисович Г. А. Затвердевание отливок. Мн.: Наука и техника, 1979.
6. Тихомиров М. Д. Основы моделирования литейных процессов // Литейное производство. 1998. № 4. С. 30–34.
7. Баранов О. А., Ветров Б. Г., Поль В. Б., Попов А. Д., Филиппов А. С. Непрерывное литье чугуна. М.: Металлургия, 1968.
8. Шатагин О. А., Сладкоштьев В. Т. Непрерывное литье на горизонтальных машинах. М.: Металлургия, 1975.
9. Киссил Н. Б., Топилин Л. В., Лейтес А. В., Кондрашин В. М. Некоторые особенности затвердевания непрерывнолитых заготовок из жаропрочных сплавов // Непрерывная разливка стали. Вып. I. Темат. сб. науч. тр. М.: Металлургия, 1973.
10. Тавадзе Ф. Н., Бровман М. Я., Рамишвили Ш. Д., Римен В. Х. Основные направления развития процесса непрерывного литья. М.: Наука, 1982.
11. Samagasekera I. V., J. K. Grimacombe. The continious casting mould. International Metals Reviews, 1978, No 6. Pp.286–300.
12. Пугачев И. А., Тутов В. И. Инженерный метод расчета затвердевания непрерывной отливки в кристаллизаторе // Литейное производство. Деп. в ВНИИТЭМР № 476. МШ-86.