Рассмотрим отношение коэффициента контрастности k' к пороговому (шумовому) контрасту ЛЛСВ k_N. Уравнение порогового контраста ЛЛСВ, по аналогии с (9), имеет вид

$$k_N = \frac{P_N}{P_S - P_N}, \qquad (11)$$

где P_N – мощность порогового сигнала, который определяется чувствительностью (шумовыми характеристиками) системы; P_S – мощность сигнала.

Условием обнаружения обьекта по оптическому контрасту является необходимость выполнения неравенства

$$\gamma = \frac{k}{k_N} > 1. \qquad (12)$$

При $k \cong 0$ $\gamma = 0$, т.е. обнаружение обьектов с с квазинулевой контрастностью практически невозможно. Обнаружительная способность по предложенному методу равна

$$\gamma' = \frac{k'}{k_N} = \frac{k\tau_p c + 2\xi_k}{k_N(\tau_p c - 2\xi_k)}. \qquad (13)$$

Рассмотрим отношение γ' к γ, определяемое уравнениями (13) и (12) соответственно

$$\Omega' = \frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{\tau_p c}{\tau_p c - 2\xi_k} + \frac{1}{k}\left(\frac{2\xi_k}{\tau_p c - 2\xi_k}\right). \qquad (14)$$

Данное уравнение совпадает с уравнением повышения контраста (10), $\Omega = \Omega'$, т.е. повышение обнаружительной способности малоконтрастных обьектов тождественно увеличению коэффициента контрастности k'на входе системы. Обнаружительная способность γ' при $k = 0$ согласно (14) определяется величиной

$$\gamma' = \frac{2\xi_k}{k_N(\tau_p c - 2\xi_k)}. \qquad (15)$$

Из (15) следует, что обнаружительная способность тем выше, чем больше глубина (высота) обьекта ξ_k и чем меньше пороговый контраст k_N и длительность лазерного импульса τ_p. Минимальное (пороговое) значение $\xi_{k.min}$ обьектов с квазинулевым оптическим контрастом, которые еще могут быть обнаружены ЛЛСВ с пороговом контрастом k_N, определяется из (9) при условии $k' = k_N$

$$\xi_{k.min} = \frac{k_N \tau_p c}{2(1 + k_N)}. \qquad (16)$$

Так, например, при $k_N \approx 0{,}05$ и $\tau_p = 10$ нс, $\xi_{k.min} \cong 7$ см. Уменьшение порогового контраста системы k_N и длительности лазерных импульсов τ_p позволяет еще более минимизировать пороговое значение $\xi_{k.min}$.

Литература

1. Карасик, В. Е. Локационные лазерные системы видения / В. Е. Карасик, В. М. Орлов. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 478 с.
2. Зеге, Э. П., Перенос изображений в рассеивающей среде / Э. П. Зеге, А. П. Иванов, И. Л. Кацев. – Минск : Наука и техника, 1985. – 327 с.
3. Йеперс, П. Полупроводниковые формирователи сигналов изображения / П. Йеперс, Ф. Ван де Виле, М. Уайт, М. – М. : Мир, 1979. – 314 с.
4. Иванов В. И. Получение дальностных 3D изображений высокодинамичных объектов по отношениям интенсивностей парциальных пучков отраженного лазерного излучения / В. И. Иванов, Н. И. Иванов // Квантовая электроника, 2018. – Т. 48, № 7. – С. 679–682.

УДК 551.501.816:551.501.793

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ЛИДАРНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СВЕРХСЛАБЫХ ОПТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

Иванов В.И., Иванов Н.И.

НИУ «Институт ядерных проблем» БГУ
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Разработана и исследована математическая модель корреляционного адаптивного алгоритма обнаружения оптических неоднородностей атмосферы в реальном масштабе времени. Показаны преимущества метода по сравнению с обнаружением по априорно заданным пороговым функциям.

Ключевые слова: лидар, атмосфера, гидросфера, оптическая неоднородность, турбулентность, обнаружение.

CORRELATION ALGORITM FOR LIDAR DETECTION OF SUPERWEAK OPTICAL INHOMOGENEITI IN REAL TIME

Ivanov V., Ivanov N.

Institute for Nuclear Problems of BSU
Minsk, Belarus

Adstract. The mathematical model of adaptive correlation is developed and the algorithm for detecting optical inhomogeneities in the atmosphere in real time is investigated. The advantages of the method are shown compared with the discovery of a priori by predetermined threshold functions.

Key words: lidar, atmosphere, hydrosphere, optical inhomogeneiti, turbulence, fetection.

Адрес для переписки: Иванов В.И., ул. Голубева, д. 5, кв. 103, г. Минск 220116, Республика Беларусь
e-mail: ivanov.inp@gmail.com

Лидарная диагностики атмосферы (гидросферы) во многих случаях требует оперативного обнаружения мелкомасштабных оптических неоднородностей с малой оптической плотностью и обьектов с малыми значениями эффективной отражающей поверхности в реальном масштабе времени (РМВ) [1, 2]. Процедура обнаружения сводится к сравнению текущего значения сигнала обратного рассеяния (отражения) *S(r)* с некоторой пороговой функции $N_1(r)$. Вероятность правильного обнаружения D при заданной вероятности ложной тревоги F оцениваем по критерию Неймана – Пирсона [3].

Величина отраженного сигнала $S_1(r_o)$ от не-ко-торой i – той оптической неоднородности среды (обьекта) на расстоянии r_o от лидара, определяется лидарным уравнением, например, [1].

$$S_1(r_o) = \frac{P_o K_A}{r_o^2} G_{OT} \exp\left\{-2\int_0^{r_o} \mathcal{E}(r)dr\right\}, \quad (1)$$

где P_o – мощность излученного лазерного импульса; K_A – аппаратурная константа; $G_{o\text{т}}$ – коэффициент отражения оптической неоднородности; $\mathcal{E}(r)$ – обьемный коэффициент ослабления среды по трассе зондирования.
Для определения порогового значения $N_1(r)$ введем следующую функцию

$$L_1(r) = \ell\text{n}\frac{S(r)}{N(r)}, \quad (2)$$

где *S(r)* - сигнал обратного рассеяния.
Условие обнаружения определяется выполнением неравенства $L_1(r) > 0$. Пороговую функцию $N_1(r)$ представим в следующем виде

$$N_1(r) = \frac{P_o K_A K_\text{п}(r)}{2r^2} \bar{G}_\pi C\tau_n e^{a_1} \exp\{-2\bar{\mathcal{E}}r\}, \quad (3)$$

где $\bar{G}_\pi$ и $\bar{\mathcal{E}}$ – средние значения коэффициентов обратного обьемного рассеяния $G_\pi(r)$и ослабления $\mathcal{E}(r)$ среды, соответственно; $K_\text{п}(r)$ – некоторая функция, определяемая ниже; C – скорость света; $\tau_\text{п}$ – длительность лазерного импульса; $a_1 = \overline{\ln G_\pi}$.

В условие (2) входит сигнал обратного рассеяния *S(r)*, который сравнивается с пороговым сигналом $N_1(r)$.

$$S(r) = \frac{P_o K_A}{2r^2} C\tau_n G_\pi(r) \exp\{-2\int \mathcal{E}(r)\text{d}r\}. \quad (4)$$

С учетом выражения (4) условие обнаружения получим в следующем виде:

$$\ell\text{n}G_\pi(r) - a_1 - 2\int_0^r (\mathcal{E}(r') - \bar{\mathcal{E}})dr' > \ell\text{n}K_\text{п}(r). \quad (5)$$

Интеграл в левой части неравенства (5) представляет собой случайную величину с нулевым средним. Согласно центральной предельной теореме распределение этого интег-рала при r $\gg r_{2k}$, (r_{2k} – интервал корреляции процесса) $\mathcal{E}$(r) стремится к нормальному распределению с нулевым средним и дисперсией $D_3 = 4D_2 r_{2k} r$,

где $D_2 = \overline{\mathcal{E}^2} - \bar{\mathcal{E}}^2 = e^{2a_2+\sigma_2^2}\left(e^{\sigma_2^2} - 1\right)$; $a_2 = \overline{\ell_n \mathcal{E}}$;

$$\sigma_2^2 = \overline{\left(\ell_n \mathcal{E} - \overline{\ell_n \mathcal{E}}\right)^2}.$$

Интервал корреляции равен

$$r_{2k} = \frac{1}{D_2}\int_0^\infty (R_\mathcal{E}(\rho) - \bar{\mathcal{E}}^2)\text{d}\rho. \quad (6)$$

Левую часть неравенства (5) можно рассматривать как разность двух статистически независимых нормально распределенных случайных величин. Как известно, такая разность будет также распределена по нормальному закону с дисперсией D_4, равной сумме дисперсий составляющих величин, т.е.

$$D_4 = \sigma_1^2 + D_3 , \quad (7)$$

где $\sigma_1^2 = \overline{\left(\ell_n G_\pi - \overline{\ell_n G_\pi}\right)^2}$; $a_1 = \overline{\ell_n G_\pi}$.

Вероятность ложной тревоги F равна вероятности выполнения неравенства (5). Отсюда легко найти функцию *K(r)* при заданном значении

$$K_\text{п}(r) = \exp\left\{U_o\sqrt{\sigma_1^2 + 8D_2 r_{2K} r}\right\}, \quad (8)$$

где U_o – корень уравнения $1/2$ – *Ф(U)* = F_o, а $\Phi_o(U)$ – интеграл вероятности

$$\Phi_o(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u e^{\frac{t^2}{2}} dt. \quad (9)$$

Для определения вероятности правильного обнаружения D необходимо найти вероятность выполнения неравенства $L_1(r) > 0$. При этом в выражении (2) функцию *S(r)* следует заменить на функцию $S_1(r_o)$, определяемую выражением (1). В результате получаем

$$D = P\left(\ell\text{n}\frac{G_{0T}}{e^{a_1} C\tau_n K_\text{п}(r)} > 2\int_0^r (\mathcal{E}(r) - \bar{\mathcal{E}})\text{d}r\right). \quad (10)$$

Учитывая нормальное распределение интеграла от $\mathcal{E}(r) - \mathcal{E}$, равенство (10) можно записать в виде

$$D = \frac{1}{2} + \Phi_o(U_1),$$
$$U_1 = \frac{1}{\sqrt{D_3}}\ell\text{n}\frac{2G_{0T}}{e^{a_1} C\tau_n K_\text{п}(r)}. \quad (11)$$

Формулы (8) и (11) позволяют определять характеристики алгоритма обнаружения $D = f\ (F)$, однако требуют априорных сведениях о параметрах случайных процессов $G\pi(r)$ и $\mathcal{E}(r)$.

Сущность предложенного корреляционного алгоритма обнаружения заключается в непрерывном сравнении текущего значения сигнала обратного рассеяния с адаптивной пороговой функцией $N_2(r)$, которая представляет собой копию сигнала обратного рассеяния, задержанного на величину Δr и умноженного на коэффициент $K_\text{п}$

$$N_2(r) = \frac{P_o K_A K_\text{п}}{2(r-\Delta r)^2}\, C\tau_n \times \times G_\pi(r-\Delta r)\exp\{-2\int \mathcal{E}(r')dr'\}. \quad (12)$$

Величина задержки Δr в (12) выбирается малой по сравнению *с* r_{2k} и *r;* $\Delta r \approx \text{C}\,\tau_\text{п}$.
В данном случае условие корреляционного обнаружения получено в виде

$$L_2 = \ell n\,\frac{S(r)}{N_2(r)} = -\ell n K_\text{п} + \ell n\, G\pi(r) - -\ell n\, G\pi(r-\Delta r) - 2\int_{r-\Delta r}^{r} \mathcal{E}(r')dr' > 0. \quad (13)$$

Следовательно, вероятность ложной тревоги будет равна

$$F = P\begin{pmatrix} \ell\text{n}\,\text{G}\pi(\text{r}) - \ell\text{n}\,\text{G}\pi(\text{r}-\Delta\text{r}) - \\ -2\int_{\text{r}-\Delta\text{r}}^{\text{r}} \mathcal{E}(\text{r}')\text{dr}' \end{pmatrix} > \ell\text{n}\text{K}_\text{п}. \quad (14)$$

Для вычисления вероятности *F* необходимо найти закон распределения случайной величины в левой части неравенства в выражении (14). Случайная величина $X = \ell n G\pi(r) - \ell n G\pi - (r-\Delta r)$ в уравнении (14) представляет собой разность двух нормально распределенных величин с равными средними значениями и коэффициентом корреляции $\frac{1}{\sigma_1^2}R_1(\Delta r)$. Полная случайная величина *X* также имеет нормальное распределение с нулевым средним значением и дисперсией $2(\sigma_1^2 - R_1(\Delta r))$. Случайная величина $Y = 2\int_{r-\Delta r}^{r}\mathcal{E}(r')dr'$ в (14) при Δr значительно меньше r_{2k} имеет логарифимически – нормальное распределение со средним значением $2\overline{\mathcal{E}}\Delta r$ и дисперсией равной $4D_2(\Delta r)^2$. Для упрощения расчетов в предположении стационарности процесса $\mathcal{E}(r)$ аппроксимируем логарифмически-нормальное распределение величины *Y* нормальным распределением с таким же средним значением и дисперсией. Тогда распределение величины *X – Y* будет подчиняться нормальному распределению со средним значением $2\overline{\mathcal{E}}\Delta r$ и дисперсией $D_5 = 2(\sigma_1^2 - R_1(\Delta r)) + +4D_2(\Delta r)^2$. Соответственно имеем

$$K_\text{п} = \exp\left\{2\overline{\mathcal{E}}\Delta r + U_o\sqrt{\begin{matrix} 2(\sigma_1^2 - R_1(\Delta r)) + \\ +4D_2(\Delta r)^2 \end{matrix}}\right\}, \quad (15)$$

где U_o – корень уравнения (9).

Пороговый коэффициент $K_\text{п}$ не зависит от *r*, а вероятность правильного обнаружения определяется выражением

$$D = P\begin{pmatrix} \ell n\, G\pi(r_o - \Delta r) + \\ +2\int_{r_o-\Delta r}^{r_o} \mathcal{E}(r)dr \end{pmatrix} < \ell n\,\frac{2G_0T}{C\tau_n K_\text{п}} \quad (16)$$

Случайная величина в левой части неравенства (16) также имеет нормальное распределение со средним значением $a_1 + 2\overline{\mathcal{E}}\Delta r$ и дисперсией $\sigma_1^2 + 4D_2(\Delta r)^2$. Значение вероятности правильного обнаружения для корреляционного алгоритма определяется выражением (11), где параметр U_1

$$U_1 = (\sigma_1^2 + 4D_2(\Delta r)^2)^{-\frac{1}{2}}\left(\ell n\,\frac{2G_0T}{e^{a_1}C\tau_n K_\text{п}} - 2\overline{\mathcal{E}}\Delta r\right). \quad (17)$$

Для увеличения *D* необходимо увеличивать значение параметра U_1. С целью выявления зависимости U_1 от Δr будем считать $G_\pi(r)$ дифференцируемой в среднеквадратич-ном. Автокорреляционную функцию такого процесса для малых Δr можно записать в виде

$$R_1(\Delta r) = \sigma_1^2 - \frac{W_\text{п}^2}{r}(\Delta r)^2, \quad (18)$$

где $W_\text{п}^2 = -R''(0)$ (штрихи означают производную по аргументу).

Равенство (15) с учетом (18) примет вид

$$K_\text{п} = \exp\left\{\left(2\overline{\mathcal{E}} + U_o\sqrt{W_\text{п}^2 + 4D^2}\right)\Delta r\right\}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (17) получим оптимизированное значение параметра U_1.

$$U_1 = (\sigma_1^2 + 4D_2(\Delta r)^2)^{-\frac{1}{2}} \times \times\left\{\ell n\,\frac{2G_0T}{e^{a_1}C\tau_n} - (2\overline{\mathcal{E}} + U_o\sqrt{W^2 + 4D^2})\,\Delta r\right\}. \quad (20)$$

Сравнительные исследования выявили следующие преимущества корреляционного метода: увеличение в 10 и более раз чувствительности обнаружения ($\overline{G\pi} \approx 0{,}005$–$0{,}01$)1/км), отсутствие необходимости в априорных данных о параметрах атмосферы (гидросферы), независимость характеристик обнаружения от расстояния, работа в РМВ. При допустимом значении вероятности ложной тревоги $F < 10^{-3}$ достаточно надежное обнаружение с вероятностью D $> 0{,}9$ обеспечи-вается по всей длине трассы длиной до 10 км для неоднородностей с ($G_\pi \geq 0{,}01$)1/км. Более того, уже при $W^2 < 5\;10^4$ (где W^2 – вторая производная автокорреляционной функции случайного процесса *G*π® в нуле) величина D практически не зависит от *F* для ($G_\pi > 5\;10^{-4}$).

Литература

1. Лазерный контроль атмосферы / Э. Д. Хинкли [и др.] ; под ред. Э. Д. Хинкли. – М., 1976. – 416 с.
2. Иванов, В. И. Многофункциональные лидарные системы / В. И. Иванов, И. А. Малевич, А. П. Чайковский. – Минск, 1986. – 286 с.
3. Фалькович, С. Е. Статистическая теория измерительных радиосистем / С. Е. Фалькович, Э. Н. Хомяков. – М. : Радио и связь, 1981. – 288 с.