Общеотраслевые и комплексные проблемы

Метрология, стандартизация и управление качеством

УДК 006

Определение возможности применения аналитического моделирования поверхностей при контроле деталей машиностроения

Дадьков К. И.
Белорусский национальный технический университет

Для статистически стабильных и управляемых технологических процессах изготавливаемые изделия в большей мере обладают технологической наследственностью, поэтому для контроля отклонений формы и расположений таких деталей при проектировании методик выполнения измерений целесообразно применять принцип технологическо-метрологического соответствия – принцип проектирования оптимизированных методик выполнения измерений геометрических параметров обрабатываемых поверхностей на основе предварительной информации о единообразии качественных характеристик статистически стабильного технологического процесса. После получения априорной информации о контролируемой поверхности детали на основе аналитического моделирования реальных поверхностей [1] можно оптимизировать количество контролируемых точек на реальной поверхности, что позволит повысить экономичность и производительность самих измерений.

Проблемой в реализации описанного подхода является оценка повторяемости формы контролируемых поверхностей деталей. Так, поверхность второго порядка в общем случае описывается алгебраическим уравнением второй степени с тремя неизвестными x, y, z, которое характеризуется в общем случае девятью коэффициентами. Определять стабильность распределения каждого из коэффициентов для деталей, изготавливаемых за технологический цикл, а также проводить анализ согласованности распределения коэффициентов представляет собой трудоемкую и трудно алгоритмизируемую задачу. Решение данной проблемы заключается в исследовании полной кривизны реальных поверхностей деталей.

Параметризованную поверхность можно рассматривать как непрерывное отображение плоской области в трехмерное пространство. Точки поверхности описываются отображением $P(U)$, где P – точка в пространстве и $U(M)$ – точка на плоскости. Если на плоскости выбрана система координат OUV , то поверхность представлена функцией $P(U, V)$ двух действительных переменных. Если система координат XYZ выбрана в пространстве, тогда отображение единственным образом определяется тремя скалярными функциями:

$$X = X(U,V);$$
$$Y = Y(U,V);$$
$$Z = Z(U,V).$$

Матричную форму аналитического описания поверхности можно представить следующем в виде:

$$r = \begin{bmatrix} X(U,V) \\ Y(U,V) \\ Z(U,V) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Первые производные уравнения поверхности в матричной форме записываются следующим образом:

$$\frac{\partial r}{\partial U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial U}(U,V) \\ \frac{\partial Y}{\partial U}(U,V) \\ \frac{\partial Z}{\partial U}(U,V) \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \frac{\partial r}{\partial V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial V}(U,V) \\ \frac{\partial Y}{\partial V}(U,V) \\ \frac{\partial Z}{\partial V}(U,V) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Первая основная квадратичная форма поверхности вычисляется как квадрат линейного элемента этой поверхности в направлении, определенном относительно нее соотношением дифференциалов $\frac{dV}{dU}$.

Уравнение первой основной квадратичной формы поверхности может быть записано в виде:

$$\hat{O}_1 = EdU^2 + 2FdUdV + GdV^2.$$

Вторая основная квадратичная форма поверхности является проекцией на направление нормали n перемещения конца бесконечно малого вектора касательной dr.

$$\hat{O}_2 = [dUdV]\begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dU \\ dV \end{bmatrix} = LdU^2 + 2MdUdV + NdV^2.$$

Нормальная кривизна поверхности в некотором направлении t находится как

$$k_n = \frac{\hat{O}_1\left(\frac{dU}{dt}, \frac{dV}{dt}\right)}{\hat{O}_2\left(\frac{dU}{dt}, \frac{dV}{dt}\right)}.$$

Нормальная кривизна зависит от направления касательной t и равна радиусу кривизны окружности, соприкасающейся к линии пересечения поверхности $r(U, V)$ соответствующей нормальной секущей плоскостью. Нормальная кривизна является внутренним свойством поверхности и не зависит от вида ее параметризации. После дифференцирования уравнения нормальной кривизны задача нахождения экстремальных значений нормальной кривизны поверхности сводится к задаче нахождения корней уравнения $ak_n^2 + bk_n + c = 0$. Произведение главных кривизн k_1 и k_2 локального участка поверхности равно его полной кривизне. Кривизну $\bar{G}$ К.-Ф. Гаусс назвал полной кривизной поверхности в заданной точке М на ней, так как она является мерой формы локального участка поверхности.

Определяя показатели изменчивости процесса [2] для полной кривизны исследуемых поверхностей, можно определить воспроизводимость формы исследуемых поверхностей и принять решение о возможности использования для контроля деталей машиностроения методов, основанных на аналитическом моделировании реальных поверхностей.

Литература

1. Соломахо, В. Л. Построение прилегающей плоскости к номинально плоским поверхностям, ограниченным прямоугольным контуром / В. Л. Соломахо, К. И. Дадьков // Метрология и приборостроение. – 2007. – № 1. – С. 15–21.
2. Соломахо, В. Л. Комплекс статистических показателей для оценки качества процесса / В. Л. Соломахо, К. И. Дадьков // Стандартизация. – 2007. – № 1. – С. 38–42.