УДК 621.315

Численное решение дифференциальных уравнений динамики провода по неявной схеме

Пономаренко Е. Г.
Белорусский национальный технический университет

Динамика провода при КЗ описывается нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка в частных производных с переменными коэффициентами. Такие уравнения могут быть решены только численно с применением ЭВМ. Для этого производные в них заменяются конечно-разностными отношениями. Полученная система конечно-разностных алгебраических уравнений решается по явной или неявной схеме [1]. Явная схема дает меньший объем вычислений, а неявная схема является безусловно устойчивой [1]. Современные ЭВМ отличаются высокой скоростью вычислений, поэтому на первое место выходит задача получения устойчивого и наиболее точного численного решения, что достигается применение неявной схемы.

Неявная схема требует записи дифференциальных уравнений движения провода в следующем виде

$$\frac{\partial^2 \overline{R}}{\partial t^2} - \lambda^2 \frac{\partial^2 \overline{R}}{\partial s_0^2} = \overline{P}^{\bullet}, \qquad (1)$$

где $\overline{P}^{\bullet}$ – вектор суммарной распределенной внешней нагрузки на единицу массы провода.

Запишем (1) в виде конечно-разностных уравнений [2]

$$\frac{\hat{\overline{R}}_k - 2\overline{R}_k + \check{\overline{R}}_k}{\tau^2} - \lambda^2 \frac{\hat{\overline{R}}_{k+1} - 2\hat{\overline{R}}_k + \hat{\overline{R}}_{k-1}}{h^2} = \overline{P}_k^{\bullet}, \qquad (2)$$

где k – номер узла сетки численного решения уравнений $(k = 1, 2, ..., n-1)$; n – количество узлов.

Система уравнений (2) решается методом прогонки. Решение на $t+1$ -ом слое временном слое определяются по выражению

$$\hat{\overline{R}}_k = \overline{a}_k + b_k \hat{\overline{R}}_{k+1}. \qquad (3)$$

Прогоночные коэффициенты $\overline{a}_k$ и b_k в уравнении (3) рассчитываются как

$$\overline{a}_k = \frac{\overline{a}_{k-1} f + \overline{P}_k^{*} \tau^2 + 2\overline{R}_k - \overset{\vee}{\overline{R}}_k}{f(2 - b_{k-1}) + 1};$$
$$b_k = \frac{f}{f(2 - b_{k-1}) + 1}. \quad (4)$$

На первом шаге вычислений $b_1 = 0$ и $\overline{a}_1 = \overset{\vee}{\overline{R}}_1$.

Решение конечно-разностных уравнений методом прогонки производится в следующем порядке: 1) прямой ход прогонки – по выражениям (4) заготавливаются коэффициенты $\overline{a}_k$ и b_k при изменении индекса k от 2 до n; 2) обратный ход – по (3) определяются координаты $\overset{\wedge}{\overline{R}}_k$ при изменении k от n до 2, где n – количество узлов численного решения по длине провода.

Основываясь на математической модели численного решения дифференциальных уравнений по неявной схеме, была составлена компьютерная программа. С ее помощью были проведены расчеты для опытного пролета [2, с.167], результаты которых сравниваются с результатами расчетов, полученных с использованием опробованной ранее явной схемы (рис.1).

На рисунке 1 штриховой линией показаны результаты расчетов с использованием явной схемы. Из диаграмм видно, что достигается хорошее совпадение результатов.

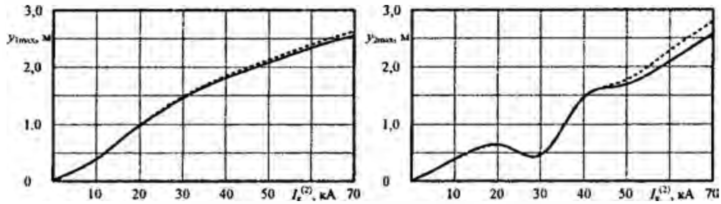

Рис.1. Максимальные отклонения $y_{1\max}$ и $y_{2\max}$

Литература

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 509 с.

2. Сергей, И. И. Динамика проводов электроустановок энергосистем при коротких замыканиях: теория и вычислительный эксперимент / И. И.Сергей, М. И. Стрелюк. – Минск: ВУЗ-ЮНИТИ, 1999. – 252 с.