

**Автоматизированный метод расчета динамических систем,
удовлетворяющих заданным требованиям качества**

Осипян А. И., Несенчук А. А.

Объединенный институт проблем информатики
НАН Беларуси

Задача анализа и синтеза систем автоматического управления (САУ) объектами, параметры которых могут варьироваться в широких пределах, является одной из основных и наиболее сложных задач теории управления. В настоящей работе с целью обеспечения качества подобных систем используется корневой подход [1–3], который по своей природе предполагает вариацию параметров и позволяет выявить реакцию корней на те или иные изменения параметров.

Рассмотрим динамическую систему, которая описывается семейством характеристических полиномов

$$p(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n, \quad (1)$$

где $a_j(k)$ – коэффициенты, определенная часть которых или все линейно зависят от некоторого изменяющегося параметра системы k , который может быть как вещественным, так и комплексным, $j = \overline{1, n}$, $k \in (\overline{k}, \overline{k})$, $s = \sigma + i\omega$, $k = u + iv$.

Назовем параметр k свободным параметром или параметром годографа (траектории).

Определим область Q , ограничивающую возможное расположение корней характеристического уравнения (1) (параметры качества) линиями L_{η}^+ , L_{η}^- равной степени устойчивости и $L_{+\beta}$, $L_{-\beta}$ постоянного демпфирования, в которой система будет обладать свойством Q -устойчивости (рис. 1). Задача синтеза сводится к расположению корней характеристического уравнения в заданной области Q , а именно, в определении такой области D значений неопределенного параметра k , при которых корни этого уравнения располагаются внутри области Q . Для решения задачи применяются поля корневых траекторий кругового образа (ПКТКО) [1], разрабатывается автоматизированный метод локализации корней (1) в области Q .

Запишем в общем виде уравнение линий уровня поля корневых траекторий кругового образа [1],

$$f^*(\sigma, \omega, a, b) = r^2, \quad (2)$$

где a , b и r – координаты центра и радиус окружности-образа.

Поскольку функция (2) реализует конформное отображение [1], заданные окружности-образы будут отображаться на плоскость s в форме замкнутых кривых (ветвей корневого годографа кругового образа (КГКО) [1–2]), в количестве, не превышающем порядок n системы. Эти кривые ограничивают соответствующие им области локализации корней, которые можно определенным образом располагать в плоскости s , меняя положение центра C и радиус r окружности-образа. Поэтому, определив радиус r дисковой области D , отображение которой на плоскость s полностью располагается в заданной области Q , обеспечим тем самым решение задачи расположения корней системы в области Q . С этой целью необходимо

– расположить центры локализации поля КГКО [1] внутри заданной области Q ;

– определить максимально возможный радиус r_m дисковой области D значений свободного параметра системы, обеспечивающих расположение корней в заданной области Q .

Пусть центр окружности образа перемещается вдоль действительной оси плоскости u свободного параметра. Тогда отображение данного перемещения в плоскости корней представляет собой корневой годограф Теодорчика - Эванса (КГТЭ) [2]. Таким образом, вычислив КГТЭ и точки пересечения КГТЭ с границами области Q , определим интервал значений свободного параметра, при которых центры локализации поля будут находиться внутри области Q (см. точки $p_1 - p_{11}$ на рис. 1).

Расположение корней системы в области качества выполняется путем вписывания линии уровня ПКТКО в эту область, т. е. отыскания такой линии уровня L (рис. 2), которая полностью принадлежала бы заданной области качества и которой соответствует окружность-образ максимально возможного радиуса, ограничивающая искомую область D . Для нахождения максимального радиуса найдем точки касания графика функции (2) с границей области Q посредством

совместного решения уравнения касательной к кривой (2) и уравнений границ $L_{+\beta}$, $L_{-\beta}$, а также $L_{\eta'}$ и $L_{\eta''}$. Искомая точка касания обозначена на рис. 2 как p_4 .

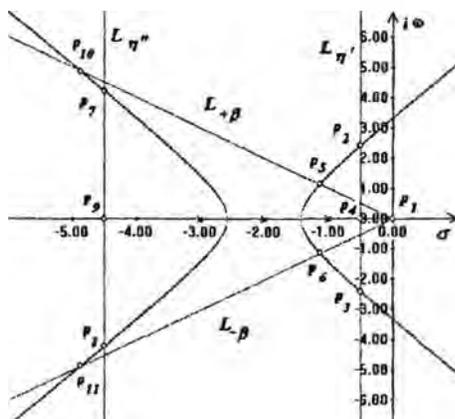


Рисунок 1. Пересечение КГТЭ с границами области Q

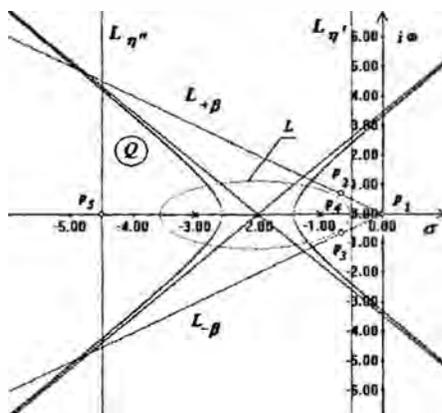


Рисунок 2. Точки касания линий уровня ПКТКО с границами области Q

Для решения задачи в автоматизированном режиме разработана программа ПКТ, которая позволяет отображать корневые годографы и поля корневых траекторий различных

типов, а также выполнять параметрический синтез линейных систем на основе корневого метода с использованием полей КГКО. Программа написана в среде MS Visual Studio 2005.

Автоматизированная система синтеза САУ обладает следующими возможностями.

1. Построение полей корневых траекторий САУ.
2. Оценка параметров устойчивости и качества САУ.
3. Определение области допустимых значений переменных параметров системы, обеспечивающих заданное качество.

Для реализации машинного метода построения корневых годографов и полей корневых траекторий в системе заложены следующие функции:

1. Базовые функции работы с динамическими векторами и матрицами комплексных чисел (сложение, вычитание умножение и др.).

2. Функция нахождения всех корней полинома с вещественными и комплексными коэффициентами, реализующая метод Лагуэра. Метод обеспечивает быструю сходимость, позволяет находить как вещественные, так и комплексные корни полиномов. Метод прост в реализации.

3. Функции оценки устойчивости системы:

- а) функции нахождения точек пересечения корневых годографов с прямыми;

- б) функции нахождения точек касания графиков функция и заданных кривых.

Система легко расширяема, т. е. в нее можно закладывать новые алгоритмы по мере их разработки и может быть применена как настольное приложение инженера-разработчика САУ.

Литература

1. Несенчук, А. А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А. А. Несенчук. – Мн., 2005.
2. Римский, Г. В. Автоматизация исследований динамических систем / Г. В. Римский, В. В. Таборовец. – Минск, 1978.
3. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М., 2004.