

Автоматизированный метод обеспечения качества динамических систем на основе корневого подхода

Осипян А.И., Несенчук А. А.

Одним из важнейших направлений в исследовании динамических систем является обеспечение их качества. Параметрами качества системы являются степень устойчивости и колебательность [1]. Они определяются положением корней характеристического уравнения системы в плоскости собственных частот (плоскости корней). В данной работе рассматривается задача размещения корней в некоторой заданной области, определяющей параметры качества системы. Для решения используются плоские скалярные поля корневых траекторий кругового образа (ПКТКО) [2]. Это позволяет формировать в плоскости собственных частот замкнутые односвязанные области, ограничивающие определенные свойства системы. Таким образом обеспечиваются необходимые показатели качества.

Для автоматизации решения поставленных задач методикой описанной в [2]. Суть метода заключается в следующем. Пусть заданно характеристическое уравнение САУ

$$\Phi(p) + K\Psi(p) = 0, \quad (1)$$

где $\Phi(p)$ и $\Psi(p)$ – целые функции, K – неопределенный параметр системы.

Преобразуем выражение (1) и запишем его в виде

$$K = f(p) = -\frac{\Phi(p)}{\Psi(p)} = u(\delta, \omega) + jv(\delta, \omega), \quad (2)$$

где $u(\delta, \omega)$ и $v(\delta, \omega)$ гармонические функции двух независимых переменных δ и ω . $\Phi(p)$ и $\Psi(p)$ можно представить в виде

$$\Phi_n(p) = E_n(\delta, \omega) + j\omega F_n(\delta, \omega), \quad (3)$$

$$\Psi_n(p) = P_n(\delta, \omega) + j\omega R_n(\delta, \omega), \quad (4)$$

где $E_n(\delta, \omega)$, $F_n(\delta, \omega)$, $P_n(\delta, \omega)$, $R_n(\delta, \omega)$ – базовые полиномы.

Задавая образом корневого годографа в виде функции функцией $K(u, v)$, можно определить в аналитическом виде уравнения траекторий движения корней САУ что позволяет строить корневые годографы. Для задания полей корневых траекторий (ПКТ), необходимо определить диапазон изменения некоторого параметр уравнения образа корневого годографа (например радиус для ПКТКО) в пределах от 0 до $+\infty$ и произвести отображение в область p с использованием (2).

Из [3] известно, что задание определенных показателей качества эквивалентно ограничению области Λ возможного расположения корней характеристического уравнения динамической системы линиями, изображенными на рис. 1.

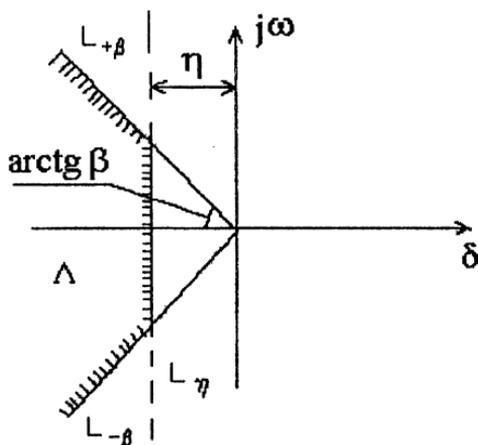


Рис. 1. Требования, предъявляемые к качеству динамических систем

Линия $\eta = \text{const}$ определяет степень устойчивости системы, а линии $p = \delta(1 \pm j\beta)$ – колебательность переходного процесса. Очевидно, что если центры образа кругового поля располагаются на действительной оси плоскости свободного параметра, то центры локализации ПКТКО [4] окажутся на ветвях корневого годографа Теодорчика-Эванса (КГТЭ), построенного для системы, каждый на отдельной ветви [4]. Таким образом, возникает зада-

ча определения таких координат центров окружностей-образов $(u,0)$, при которых центры локализации будут находиться в заданной области. Для этого найдем точки пересечения КГТЭ с линиями, ограничивающими область Λ . Далее для найденных пар (δ, ω) найдем значения u из (2) и выберем из них наименьшее u_{\min} . Т.о. центры окружностей-образов должны находиться в области $(-\infty, u_{\min}]$. Задаваясь центром окружности в точке $(u_{\min}/2, 0)$ и радиусами r в интервале $(u_{\min}/2, 0)$ можно находить уравнения корневого годографа кругового образа и определять существуют ли точки пресечения данного корневого годографа с линиями ограничивающими область Λ . Если пересечения существуют, то корневой годограф не принадлежит полностью заданной области устойчивости.

Для реализации описанных выше методов в среде Visual C++ разработана программа РКТ.exe. Программа РКТ состоит из следующих частей:

- 1 Базовые функции работы с динамическими векторами и матрицами комплексных чисел (сложение, вычитание умножение и др.)
- 2 Функция нахождения всех корней полинома с комплексными коэффициентами реализующая метод Лагуэра;
- 3 Функции оценки устойчивости системы;

Далее приведен пример работы программы.

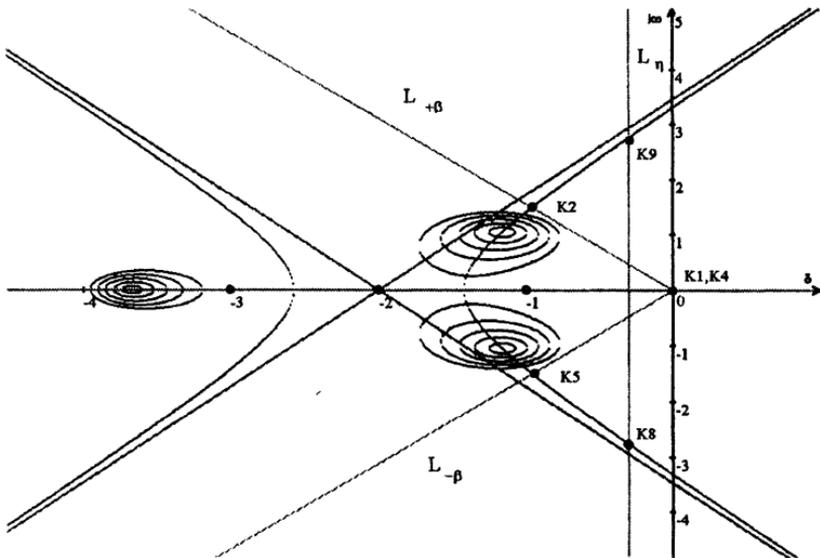
Пусть передаточная функция разомкнутой системы определяется выражением $W(p)=1/[(p+1)(p+2)(p+3)]$.

Пусть также для системы заданны следующие параметры качества: степень устойчивости $\eta=-0.3$ и колебательность $\beta=1$.

Исходные данные и параметры качества вводятся в соответствующие диалоговые окна соответствующем диалоговом окне. После закрытия этих окон получим массив точек пересечения КГТЭ с линиями, ограничивающими область Λ и соответствующие значения параметра K (табл. 1.). Выбираем минимальный коэффициент усиления на положительных ветвях $K=(6.89, 0)$. Далее в диалоговом окне введем значения центра окружности - образа в точке $(-3, 0)$ области свободного параметра и область изменения радиуса от 0 до 3 с шагом 0.5. В результате получим ПКТКО и КГТЭ (рис. 2).

Табл 1

$L_{+\beta}$	(δ, ω)	(0,0)	(0.96,1.49)	(19.92,31.03)
	К	(-6,0)	(6.89,0)	(-46059,0)
	точки	К1	К2	К3
$L_{-\beta}$	(δ, ω)	(0,0)	(0.96,-1.49)	(19.92,-31.03)
	К	(-6,0)	(-46059,0)	
	точки	К4	К5	К6
$L_{-\eta}$	(δ, ω)	(-0.3,0)	(-0.3,-2.76)	(-0.3,2.76)
	К	(-3.31,0)	(35.9,0)	(35.9,0)
	точки	К7	К8	К9

Рис. 2. ПКТКО вписанные в область Λ

Точки пересечения К3 и К6 выходят за область рисунка.

Из рисунка что центры локализации действительно лежат на ветвях корневого годографа а ПКТКО не имеют точек пересече-

ния с линиями, ограничивающими область Λ полностью лежат в данной области.

В данной работе, был рассмотрен метод синтеза динамических систем на основе корневого подхода. Описана область Λ , определяющая требуемые параметры качества динамических систем. Предложен автоматизированный метод вписания полей корневых траекторий кругового образа в заданную область Λ , что позволило производить синтез динамических систем по заданным параметрам качества. Создана система автоматизированного проектирования динамических систем (PKT.exe) реализующая описанные методы. Данная система позволяет строить поля корневых траекторий кругового образа систем высоких порядков, находить точки пересечения корневого годографа Тэодорчика – Эванса с линиями, ограничивающими область Λ .

Литература

1. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М., 1989.
2. Римский Г.В., Таборовец В.В. Автоматизация исследований динамических систем, Мн., 1978
3. Теодорчик К. ДАН СССР, L, 191, 1945 ЖТФ, XVI; 845, 1946.
4. Несенчук А.А. Поля корневых траекторий динамических систем и их использование в задачах обеспечения рабастного качества. 2002. Доклады НАН Беларуси. Т.46 №11. С. 46-49.