

Алгоритм Рауса и сигнатуры неприводимых представлений простых алгебр Ли

Рудый А.Н.

Белорусский национальный технический университет

Пусть G – простая алгебра Ли. Пусть $G = sp(2r, C)$. Рассмотрим неприводимые представления $\varphi: sp(2r, C) \rightarrow sl(V)$. Если G_σ – вещественная форма алгебры G , то $\varphi(G_\sigma) \subset su(p, q)$. Пусть $\delta = p - q$. В [1] были получены формулы для δ в терминах отметок старшего веса λ представления φ . Вычисление δ сводилось к вычислению определителей специального вида (определителей Гурвица). Рассмотрим алгебру $sp(12, C)$. Приведем алгоритм вычисления δ , отличный от изложенного в [2]. В данном алгоритме нужно вычислить определитель

$$Hur = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ s_1(1,3) & s_1(2,4) & 1 & 1 \\ s_2(1,3) & s_2(2,4) & s_1(1,3,5) & s_1(2,4,6) \\ s_3(1,3) & s_3(2,4) & s_2(1,3,5) & s_2(2,4,6) \end{vmatrix},$$

составленный из однородных многочленов двух и трех переменных вида:

$$s_i(k_1, k_2) = t_{k_1}^i + t_{k_1}^{i-1} \cdot t_{k_2} + t_{k_1}^{i-2} \cdot t_{k_2}^2 + \dots + t_{k_2}^i, \text{ и } t_k, \text{ – функции от координат}$$

λ . Применяя алгоритм Рауса, получим:

$$Hur = (t_1 t_2 t_3 t_4 - t_1 t_2 t_3 t_5 + t_1 t_2 t_4 t_5 - \dots) - \frac{1}{2} \left(-t_1^2 t_2^2 + t_1^2 t_3^2 - t_1^2 t_4^2 + \dots \right) - \frac{1}{2} \left(-t_1 t_2 + t_1 t_3 - t_1 t_4 + \dots \right)^2.$$

Литература

1. Rudy, A.N. Signatures of finite classical Lie algebras representations // J. Phys.A:Math.Gen. 1995. V. 28 P. 1641-1653.
2. Рудый, А.Н. Определители Гурвица и подалгебры алгебр $su(p, q)$. // Материалы 8 НТК БНТУ. – Минск, 2010. – Т. 3, с.305.